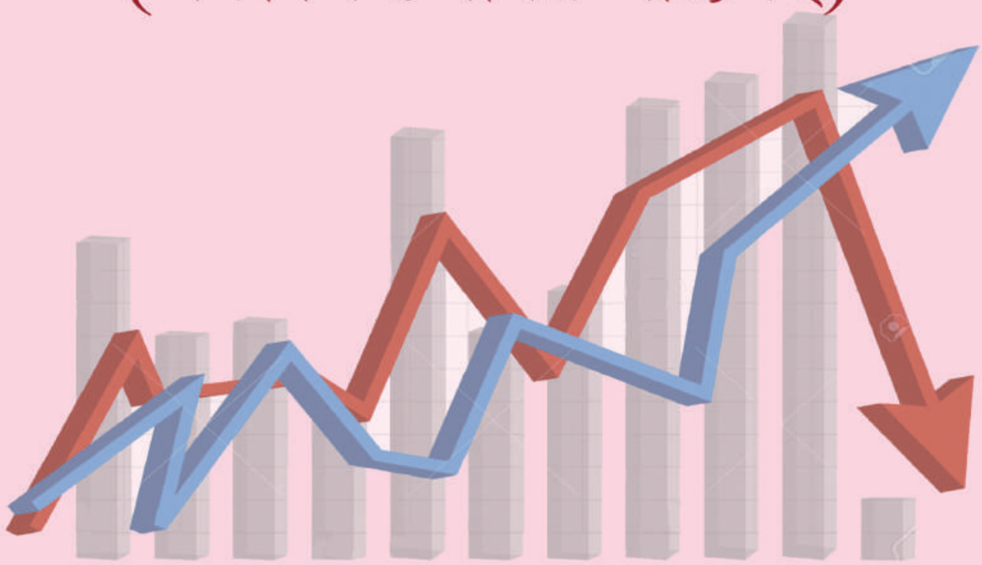
ভারতের সংবিধান

প্রস্তাবনা

“আমরা, ভারতের জনগণ, ভারতকে সার্বভৌম, সমাজতান্ত্রিক, ধর্মনিরপেক্ষ, গণতান্ত্রিক, সাধারণতন্ত্ররূপে গড়ে তুলতে এবং তার সকল নাগরিকই যাতে সামাজিক, অর্থনৈতিক ও রাজনৈতিক, ন্যায়বিচার, চিন্তা, মতপ্রকাশ, বিশ্বাস, ধর্ম এবং উপাসনার স্বাধীনতা, সামাজিক প্রতিষ্ঠা অর্জন ও সুযোগের সমতা প্রতিষ্ঠা এবং তাদের সকলের মধ্যে ব্যক্তির মর্যাদা এবং জাতীয় ঐক্য ও সংহতি সুনিশ্চিতকরণের মাধ্যমে তাদের মধ্যে যাতে ভ্রাতৃত্বের ভাব গড়ে ওঠে তার জন্য সত্যনিষ্ঠার সঙ্গে শপথ গ্রহণ করে, আমাদের গণপরিষদে আজ, ১৯৪৯ সালের ২৬ নভেম্বর, এতদ্দ্বারা এই সংবিধান গ্রহণ, বিধিবদ্ধ এবং নিজেদের অর্পণ করছি।”

অর্থশাস্ত্রে পরিসংখ্যান

(একাদশ শ্রেণির পাঠ্যবই)



প্রস্তুতকরণ

জাতীয় শিক্ষা গবেষণা ও প্রশিক্ষণ পর্ষদ, নতুন দিল্লি

অনুবাদ ও অভিযোজন

রাজ্য শিক্ষা গবেষণা ও প্রশিক্ষণ পর্ষদ

ত্রিপুরা সরকার

এন সি ই আর টি অনুমোদিত
প্রথম বাংলা সংস্করণ

প্রথম প্রকাশ : মার্চ, ২০১৯
পুনর্মুদ্রণ : মার্চ, ২০২০

প্রচ্ছদ : অরূপ চৌধুরী

প্রকাশক : রাজ্য শিক্ষা গবেষণা ও প্রশিক্ষণ পর্ষদ ত্রিপুরা

মূল্য : ৬৫ টাকা

মুদ্রণ : সত্যযুগ এমপ্লয়িজ কো-অপারেটিভ ইন্ডাস্ট্রিয়াল সোসাইটি লিমিটেড, ১৩ প্রফুল্ল সরকার স্ট্রিট, কলকাতা-৭২

©এন সি ই আর টি কর্তৃক সর্বস্বত্ব সংরক্ষিত

অর্থশাস্ত্রে পরিসংখ্যান

একাদশ শ্রেণির অর্থশাস্ত্রের পাঠ্যপুস্তক

(এন সি ই আর টি-র Statistics for Economics পাঠ্য পুস্তকের ২০১৮ সালের অনূদিত সংস্করণ)

অক্ষর বিন্যাস
অরূপ চৌধুরী
সন্তোষ দেবনাথ
সুশীল চন্দ্র বনিক

ভূমিকা

২০০৬ সাল থেকে রাজ্য শিক্ষা গবেষণা ও প্রশিক্ষণ পর্ষদ প্রথম থেকে অষ্টম শ্রেণি পর্যন্ত প্রাথমিক ও উচ্চপ্রাথমিক স্তরের পাঠ্যপুস্তকের মুদ্রণ ও প্রকাশের দায়িত্ব পালন করে আসছে।

রাজ্যের বিদ্যালয়স্তরে উন্নত ও সমৃদ্ধতর পাঠ্যক্রম চালু করার লক্ষ্যে ত্রিপুরা রাজ্য শিক্ষা দপ্তরের প্রচেষ্টায় প্রথম থেকে অষ্টম, নবম ও একাদশ শ্রেণির জন্য ২০১৯ শিক্ষাবর্ষ থেকে জাতীয় শিক্ষা গবেষণা ও প্রশিক্ষণ পর্ষদের (এন সি ই আর টি) পাঠ্যপুস্তকসমূহ গ্রহণ করার সিদ্ধান্ত নেওয়া হয়।

বাংলা বিষয় ছাড়া অন্যান্য বিষয়গুলোর জন্য জাতীয় শিক্ষা গবেষণা ও প্রশিক্ষণ পর্ষদের প্রকাশিত পুস্তকগুলোর অনূদিত ও অভিযোজিত সংস্করণ ২০১৯ সালে প্রথম প্রকাশ করা হয় এবং এ বছর ওইসব পুস্তকগুলোর পুনর্মুদ্রণ করা হল। পাশাপাশি দশম ও দ্বাদশ শ্রেণির বাংলা বিষয় ছাড়া অন্যান্য বিষয়গুলোর জন্য জাতীয় শিক্ষা গবেষণা ও প্রশিক্ষণ পর্ষদের প্রকাশিত পুস্তকগুলোর অনূদিত ও অভিযোজিত সংস্করণ ২০২০ শিক্ষাবর্ষে প্রথম প্রকাশ করা হয়। এখানে উল্লেখ্য যে, বাংলা বিষয়ে পাঠ্যপুস্তক প্রকাশনার দায়িত্বও রাজ্য শিক্ষা গবেষণা ও প্রশিক্ষণ পর্ষদ পালন করে আসছে।

বিশাল এই কর্মকাণ্ডে যেসব শিক্ষক-শিক্ষিকা, অধ্যাপক-অধ্যাপিকা, শিক্ষাবিদ, অনুবাদক, অনুলেখক, মুদ্রণকর্মী ও শিল্পীরা আমাদের সঙ্গে থেকে নিরলসভাবে অক্লান্ত পরিশ্রমে এই উদ্যোগ বাস্তবায়িত করেছেন তাদের সবাইকে সকৃতজ্ঞ ধন্যবাদ জানাচ্ছি।

প্রকাশিত এই পাঠ্যপুস্তকটির উৎকর্ষ ও সৌন্দর্য বৃদ্ধির জন্য শিক্ষানুরাগী ও গুণীজনের মতামত ও পরামর্শ বিবেচিত হবে।

উত্তম কুমার চাকমা
অধিকর্তা
রাজ্য শিক্ষা গবেষণা ও প্রশিক্ষণ পর্ষদ
ত্রিপুরা।

আগরতলা
মার্চ, ২০২০

উপদেষ্টা

ড. অর্ণব সেন, সহ অধ্যাপক,
এন ই আর আই ই, শিলং (এন সি ই আর টি)

ড. অরূপ কুমার সাহা, সহ অধ্যাপক,
আর আই ই, ভুবনেশ্বর (এন সি ই আর টি)

অনুবাদক

তপেশ রঞ্জন চক্রবর্তী, সহ অধ্যাপক
চন্দন দেবনাথ, শিক্ষক
শুভাশিষ পাল, শিক্ষক
রাকেশ ঘোষ, শিক্ষক
গঠন চন্দ্র দত্ত, শিক্ষক
শান্তনু প্রসাদ দাশ, শিক্ষক
রাজেশ দত্ত, শিক্ষক

বীণাপানি সাহা, সহ অধ্যাপক
জয়শ্রী সোম, শিক্ষক
গৌতম রায় বর্মণ, শিক্ষক
বিশ্বজিৎ দেবনাথ, শিক্ষক
সুমন দাস, শিক্ষক
সুকান্ত সাহা, শিক্ষক
শংকর পাল, শিক্ষক

পরিমার্জনা

শ্রীমতি সোনালী ভট্টাচার্য্য, অবসরপ্রাপ্ত শিক্ষিকা
শ্রী সৌমিত্র কিশোর সরকার, শিক্ষক
শ্রী ইন্দুমাধব চক্রবর্তী, অবসরপ্রাপ্ত প্রধান শিক্ষক
শ্রীমতি শুক্লা সিংহ

প্রাক্ কথা

জাতীয় পাঠ্যক্রমের রূপরেখা (২০০৫)-এর নির্দেশ অনুযায়ী, শিশুদের স্কুলজীবন ও স্কুলের বাইরের জীবনের মধ্যে একটি বিশেষ সম্পর্ক থাকা খুব প্রয়োজন। তার কারণ, শিশুদের শিক্ষা যদি শুধুমাত্র স্কুল এবং পাঠ্যবইয়ের গন্ডির মধ্যে সীমিত থাকে, তাহলে সেইসব শিশুদের স্কুল, বাড়ি এবং সম্প্রদায়— এই তিন জায়গার শিক্ষায় একটি বড়ো ফাঁক থাকার সম্ভাবনা রয়ে যায়। মূলত এই শূন্যস্থানটাকে পূরণ করার লক্ষ্যেই জাতীয় পাঠ্যক্রমের রূপরেখার উপর ভিত্তি করে নতুন পাঠ্যক্রম ও নতুন ধরনের পাঠ্যবই তৈরি করার উদ্যোগ নেওয়া হয়েছে. এর ফলে শিশুদের মুখস্থ করা এবং শিক্ষার বিভিন্ন বিষয়গুলোকে প্রকোষ্ঠবন্ধ করার প্রবণতা বন্ধ হবে বলে মনে করা হচ্ছে। পাশাপাশি এটাও আশা করা হচ্ছে যে, এই পরিবর্তন জাতীয় শিক্ষানীতির (১৯৮৬) শিশুকেন্দ্রিক শিক্ষার লক্ষ্যকে উল্লেখযোগ্যভাবে এগিয়ে নিয়ে যাবে।

তবে এই ধরনের প্রচেষ্টার সাফল্য অনেকটাই নির্ভর করছে স্কুলের প্রধান শিক্ষক এবং অন্যান্য শিক্ষক/শিক্ষিকাদের উপরে, যাঁরা শিশুদের শিখন সম্পর্কে প্রশ্ন করতে এবং বিভিন্ন কাজে শিশুদের কল্পনাশক্তির প্রয়োগ করতে উৎসাহিত করবেন। আমাদের এটা মনে রাখা খুব জরুরি, শিশুরা যদি সময়, স্থান এবং স্বাধীনভাবে কাজ করার সুযোগ পায়, তাহলে বড়োদের কাছ থেকে প্রাপ্ত জ্ঞান নিয়ে তারা নতুন অনেক কিছু সৃষ্টি করতে পারবে। একমাত্র পাঠ্যবই পড়েই পরীক্ষায় পাস করা যায় - মূলত এই ধারণার ফলেই শিক্ষার অন্যান্য দিকগুলো সর্বদা উপেক্ষিত হয়ে থাকে। আমাদের ভুলে গেলে চলবে না, শিশুদের মধ্যে সৃজনশীলতার বিকাশ তখনই সম্ভব, যখন আমরা ওদের এই গোটা শিখন প্রক্রিয়ার কেবলমাত্র গ্রহীতা না ভেবে একটা পূর্ণ অংশীদার মনে করব।

তবে এই লক্ষ্যপূরণ করতে গেলে স্কুলের দৈনন্দিন কার্যসূচি ও ব্যবস্থাপনায় অনেক ধরনের পরিবর্তন আশা অনিবার্য। স্কুলের দৈনন্দিন সময় সূচি যেমন নমনীয়

হওয়া উচিত, ঠিক তেমনই বার্ষিক কার্যসূচি এমনভাবে তৈরি হওয়া প্রয়োজন যাতে শিক্ষাদানের দিনগুলোর সংখ্যায় কোনো পরিবর্তন না আসে। তবে বাস্তবে এই নতুন পাঠ্যবই শিশুদের কতটুকু কাজে লাগবে, ওদের স্কুলজীবন কতটা সমৃদ্ধ করবে কিংবা ওদের স্কুলজীবনকে দুর্বিষহ করে তুলবে কিনা, সবটাই নির্ভর করছে শিক্ষক/শিক্ষিকারা কী পদ্ধতি অবলম্বন করে এই বইটি স্কুলে পড়াবেন এবং কীভাবে সেই পড়ার মূল্যায়ন করবেন। বিগত দিনগুলোর ন্যায় শিশুদের যাতে পাঠ্যবইয়ের বোঝা বইতে না হয়, এই নতুন পাঠ্যক্রম তৈরি করার সময় এই ব্যাপারে বিশেষ নজর দেওয়া হয়েছে। তার জন্য শিক্ষাদানের প্রদত্ত সময় এবং শিশুদের মানসিক বিকাশের কথা মাথায় রেখে প্রতিটি স্তরের পাঠ্যবইয়ে অন্তর্ভুক্ত শিক্ষার বিষয়বস্তুগুলো এক নতুন দৃষ্টিভঙ্গি নিয়ে পুনর্গঠন করা হয়েছে। এই প্রচেষ্টাকে আরো এগিয়ে নিয়ে যাবার জন্য এই পাঠ্যবইয়ের মাধ্যমে শিশুদের নানারকম প্রশ্ন করা, নতুন বিষয় নিয়ে ভাবনা-চিন্তা, তর্ক-বিতর্ক, ছোটো ছোটো গ্রুপ বানিয়ে আলোচনা করা এবং হাতে-কলমে শিক্ষা এইসব কিছুর উপর গুরুত্ব আরোপ করা হয়েছে।

পাঠ্যবই উন্নয়ন কমিটির দায়িত্বপ্রাপ্ত সকল ব্যক্তিবর্গ যাঁরা কঠোর পরিশ্রম করে এই বইটি রূপায়ন করেছেন তাঁদেরকে এন সি ই আর টি প্রশংসা জানাচ্ছে। এই কমিটির কার্যকলাপকে সঠিক পথে চালিত করার জন্য সমাজবিজ্ঞান বিষয়ের উপদেষ্টা কমিটির চেয়ারপার্সন অধ্যাপক হরি বাসুদেবন এবং এই পাঠ্য বইয়ের মুখ্য উপদেষ্টা অধ্যাপক যোগেন্দ্র যাদব এবং অধ্যাপক সুহাস পাল মহোদয়গণের প্রতি আন্তরিক কৃতজ্ঞতা এবং ধন্যবাদ জ্ঞাপন করছি। এই পাঠ্যবই পুনর্গঠনের পিছনে বহু শিক্ষক/শিক্ষিকার অবদান অনস্বীকার্য।

আমরা সেইসব স্কুলের প্রধান শিক্ষকদেরও বিশেষভাবে ধন্যবাদ জানাচ্ছি। এই পাঠ্যবই তৈরির ক্ষেত্রে যেসব প্রতিষ্ঠান এবং সংগঠন তাঁদের বহুমূল্য সম্পদ, উপাদান এবং লোকবল নিয়ে কাজ করার অনুমতি দিয়ে উদার মনের পরিচয় দিয়েছেন, তাঁদের সবার প্রতি আমরা বিশেষভাবে কৃতজ্ঞতা স্বীকার করছি এবং ধন্যবাদ জানাচ্ছি। মানব সম্পদ উন্নয়ন মন্ত্রকের (এম এইচ আর ডি) চেয়ারপার্সন

অধ্যাপক মৃণাল মিরি এবং অধ্যাপক জি পি দেশপান্ডের তত্ত্বধানে মাধ্যমিক এবং উচ্চতর শিক্ষা বিভাগ দ্বারা নিযুক্ত জাতীয় পর্যবেক্ষণ সমিতির সদস্যদের বহুমূল্য সময় ও অবদানের জন্য পর্ষদের পক্ষ থেকে তাঁদের বিশেষ ধন্যবাদ জ্ঞাপন করছি। নিজেদের প্রকাশনা এবং ব্যবস্থাপনার গুণগত মান সংস্কারের কাজে নিরন্তর নিয়োজিত থাকা এন সি ই আর টি কর্তৃপক্ষ সর্বদা পাঠকদের মতামত এবং পরামর্শকে স্বাগত জানায়, যাতে ভবিষ্যতে পাঠ্যবই সংশোধনী প্রক্রিয়াগুলো সফলভাবে সম্পন্ন হতে পারে।

নিউ দিল্লি
২০ ডিসেম্বর ২০০৫

অধিকর্তা
রাষ্ট্রীয় শিক্ষা গবেষণা এবং প্রশিক্ষণ পরিষদ
(এন সি ই আর টি)

ACKNOWLEDGEMENTS

Acknowledgements are due to Savita Sinha, *Professor and Head,* Department of Education in Social Sciences and Humanities, for her support in developing this textbook.

The Council is also thankful to J. Khuntia, *Senior Lecturer,* School of Correspondence Courses, Delhi University; T.M. Thomas, *Associate Professor*, Deshbandhu College, Delhi University; M.V. Srinivasan and Jaya Singh, *Lecturer,* DESSH, NCERT, for helping in finalising the textbook.

Special thanks are due to Vandana R. Singh, *Consultant Editor,* for going through the manuscript and suggesting relevant changes.

The Council also gratefully acknowledges the contributions of Amjad Husain and Girish Goyal, *DTP Operators;* Dillip Kumar Agasti, *Proofreader;* Dinesh Kumar, *In-charge,* Computer Station, in shaping this book. The contribution of the Publication Department, NCERT, in bringing out this book is also duly acknowledged.

TEXTBOOK DEVELOPMENT COMMITTEE

CHAIRPERSON, ADVISORY COMMITTEE FOR SOCIAL SCIENCE TEXTBOOKS AT HIGHER SECONDARY LEVEL

Hari Vasudevan, *Professor,* Department of History, University of Calcutta, Kolkata

CHIEF ADVISOR

Tapas Majumdar, *Emeritus Professor,* Jawaharlal Nehru University, New Delhi

MEMBERS

Bhawna Rajput, *Sr. Lecturer,* Aditi Mahavidyalaya, Delhi University, Delhi

E. Bijoykumar Singh, *Professor,* Department of Economics, Manipur University, Imphal

M.M. Goel, *Reader,* Department of Commerce, PGDAV College (M), Delhi University, Delhi

Meera Malhotra, *Head,* Economics, Modern School, Barakhamba Road, New Delhi

Sudhir Kumar, *Reader,* A. N. Sinha Institute of Social Studies, Patna

T. P. Sinha, *Reader,* Department of Economics, S.S.N. College, Delhi University, Delhi

MEMBER-COORDINATOR

Neeraja Rashmi, *Reader,* Economics, DESS, NCERT, New Delhi

Constitution of India

Part IV A (Article 51 A)

Fundamental Duties

It shall be the duty of every citizen of India —

(a) to abide by the Constitution and respect its ideals and institutions, the National Flag and the National Anthem;

(b) to cherish and follow the noble ideals which inspired our national struggle for freedom;

(c) to uphold and protect the sovereignty, unity and integrity of India;

(d) to defend the country and render national service when called upon to do so;

(e) to promote harmony and the spirit of common brotherhood amongst all the people of India transcending religious, linguistic and regional or sectional diversities; to renounce practices derogatory to the dignity of women;

(f) to value and preserve the rich heritage of our composite culture;

(g) to protect and improve the natural environment including forests, lakes, rivers, wildlife and to have compassion for living creatures;

(h) to develop the scientific temper, humanism and the spirit of inquiry and reform;

(i) to safeguard public property and to abjure violence;

(j) to strive towards excellence in all spheres of individual and collective activity so that the nation constantly rises to higher levels of endeavour and achievement;

*** (k) who is a parent or guardian, to provide opportunities for education to his child or, as the case may be, ward between the age of six and fourteen years.**

Note: The Article 51A containing Fundamental Duties was inserted by the Constitution (42nd Amendment) Act, 1976 (with effect from 3 January 1977).

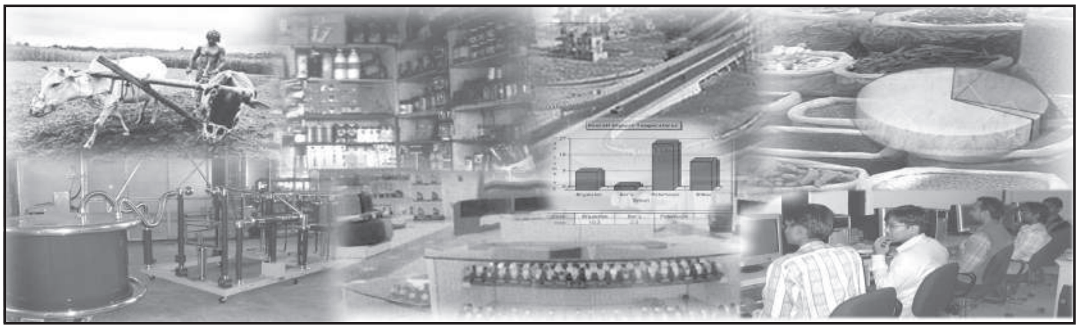
**(k) was inserted by the Constitution (86th Amendment) Act, 2002 (with effect from 1 April 2010).Constitution of India.*

সূচিপত্র

অধ্যায় 1 :	ভূমিকা	১
অধ্যায় 2 :	রাশিতথ্য সংগ্রহ	১০
অধ্যায় 3 :	রাশিতথ্য সংকলন	২৩
অধ্যায় 4 :	রাশিতথ্য উপস্থাপনা	৪১
অধ্যায় 5 :	কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ	৫৯
অধ্যায় 6 :	বিস্তৃতির পরিমাপ	৭৫
অধ্যায় 7 :	সহপরিবর্তন	৯২
অধ্যায় 8 :	সূচক সংখ্যা	১০৮
অধ্যায় 9 :	পরিসংখ্যান সরঞ্জামের ব্যবহার	১২৩

অধ্যায় 1

ভূমিকা
Introduction



এই অধ্যায় পাঠ করে তোমরা সক্ষম হবে :

- অর্থনীতি বিষয়টি কি তা জানতে ;
- অর্থনীতি কীভাবে অর্থনৈতিক কার্যকলাপ যেমন ভোগ, উৎপাদন ও বণ্টনের সাথে সম্পর্কযুক্ত তা বুঝতে ;
- ভোগ, উৎপাদন এবং বণ্টনের ব্যাপারে রাশিবিজ্ঞান কীভাবে ব্যাখ্যা করতে সাহায্য করে তা বুঝতে;
- অর্থনৈতিক কার্যকলাপ বুঝার জন্য রাশি বিজ্ঞানের ব্যবহার সম্পর্কে জানতে।

1) কেন অর্থনীতি ? (Why Economics?)

সম্ভবত তোমরা ইতোমধ্যেই তোমাদের পূর্ববর্তী শ্রেণিতে বিষয় হিসেবে অর্থনীতি সম্পর্কে জেনেছ। তোমাদের হয়তো বলা হয়েছে যে, এই বিষয়টি মূলত যা আলফ্রেড মার্শাল [আধুনিক অর্থনীতির প্রতিষ্ঠাতাদের মধ্যে একজন] বলেছিলেন- 'মানুষের দৈনন্দিন জীবনের সাধারণ কাজকর্ম নিয়ে আলোচনা করে' (the study of man in the ordinary business of life)। চলো, এর মানে বোঝার চেষ্টা করি।

যখন তুমি পণ্য ক্রয় কর (তুমি হয়তো তোমার ব্যক্তিগত প্রয়োজনে বা পারিবারিক প্রয়োজনে বা অন্যের প্রয়োজনে বা কাউকে উপহার দেওয়ার প্রয়োজনে) তখন তোমাকে বলা হয় **ভোক্তা**।

যখন তুমি নিজের জন্য মুনাফা উপার্জনের লক্ষ্যে পণ্য বিক্রয় কর (তুমি হয়তো বা একজন দোকানদার), তোমাকে বলা হয় **বিক্রেতা**।

যখন তুমি পণ্য উৎপাদন কর (তুমি হয়তো একজন কৃষক বা একজন প্রস্তুতকারক) তোমাকে বলা হয় **উৎপাদক**।

যখন তুমি একটি চাকুরিতে নিযুক্ত, অন্যের জন্য কাজ কর এবং এর জন্য তোমাকে মূল্য দেওয়া হয় (তুমি হয়তো অন্যের দ্বারা নিযুক্ত যিনি তোমাকে মজুরি বা বেতন দেয়) তোমাকে বলা হয় **চাকুরিজীবী**।

যখন তুমি পারিশ্রমিকের জন্য বিভিন্ন প্রকার সেবা (Service) প্রদান কর (তুমি হয়তো বা একজন উকিল, ডাক্তার, ব্যাঙ্কার, ট্যাক্সি-চালক বা মাল-পরিবাহক) তোমাকে বলা হয় **সেবা প্রদানকারী**।

উপরের সবগুলো ক্ষেত্রে তোমাকে বলা হবে তুমি একটি অর্থনৈতিক কার্যকলাপে লাভজনকভাবে যুক্ত। অর্থনৈতিক কার্যকলাপ হল এমন একটি বিষয় যা আর্থিক লাভের জন্য করা হয়। এটাই হল - "জীবনের সাধারণ লেনদেন বা কাজকর্ম" (Ordinary Business of life) যা অর্থনীতিবিদরা বোঝাতে চেয়েছেন।

কাজ

- *তোমার পরিবারের সদস্যদের বিভিন্ন কার্যাবলি লিপিবদ্ধ করো। তুমি কি এইগুলোকে অর্থনৈতিক কার্যকলাপ বলবে ? কারণ দেখাও।*
- *তুমি কি নিজেকে একজন ভোক্তা হিসাবে মনে কর ? কেন ?*

আমরা কিছু না করে কিছু পেতে পারি না

তুমি যদি আলাদিন আর তার আশ্চর্য প্রদীপের গল্প শুনে থাক, তুমি স্বীকার করবে যে আলাদিন একজন ভাগ্যবান ব্যক্তি। সে যে-কোনো সময় যা চাইত তখন সে তার আশ্চর্য প্রদীপ স্পর্শ করত এবং একজন জিন এসে তার ইচ্ছা পূরণ করত। সে যখন একটি প্রাসাদে থাকতে চাইত, সাথে সাথে জিন তার জন্য একটি প্রাসাদ বানিয়ে দিত। যখন সে রাজার আদেশে রাজকন্যার হাতে ব্যয়বহুল উপহার দিতে চাইত, সে চোখের পলকে তা পেয়ে যেত।

বাস্তব জীবনে আমরা আলাদিনের মতো ভাগ্যবান হতে পারি না। যদিও তার মতো আমাদের অনন্ত অভাব রয়েছে, কিন্তু আমাদের কোনো আশ্চর্য প্রদীপ নেই। উদাহরণস্বরূপ, তুমি তোমার হাত খরচ হিসাবে প্রাপ্ত অর্থই ধরতে পারো। যদি তুমি এর থেকে বেশি পেতে, তবে তুমি যা চাও তার প্রায় সবকিছুই কিনতে পারতে। যেহেতু তোমার হাত খরচের অর্থ সীমিত, তাই তোমাকে সেইসব নির্বাচন করতে হবে যা তোমার সর্বাধিক প্রয়োজন। এটাই হচ্ছে অর্থনীতির মূল শিক্ষা।

কাজ

- *তুমি কি অন্য কোনো উদাহরণ ভাবতে পারো, যেখানে নির্দিষ্ট আয়ের একজন ব্যক্তি কোন্ পণ্য এবং কী পরিমাণে নির্বাচন করতে পারে যা ওই দামে কেনা যাবে [যাকে বলা হয় চলতি দাম] ?*
- *যদি চলতি দাম বৃদ্ধি পায়, তবে কী হবে ?*

অপ্রাচুর্যতা হচ্ছে অর্থনৈতিক সমস্যার মূল কারণ। যদি কোনো অপ্রতুলতা না থাকত, তবে কোনো অর্থনৈতিক সমস্যা থাকত না। তখন তোমাদের অর্থনীতি পড়তেও হতো না। আমাদের প্রাত্যহিক জীবনে আমরা বিভিন্ন প্রকারের অপ্রতুলতার সম্মুখীন হই। রেলওয়ের বুকিং কাউন্টারের লম্বা লাইন, ভিড় বাস ও ট্রেন, নিত্য প্রয়োজনীয় পণ্যের স্বল্পতা, নতুন একটি সিনেমা দেখার জন্য টিকিট কাটার তাড়াহুড়ো ইত্যাদি হল অপ্রতুলতার প্রকৃতি। সীমিত উপকরণ দিয়ে আমাদের সব অপ্রতুলতা মেটানো সম্ভব নয়। এইজন্য আমরা অপ্রতুলতার সম্মুখীন হই। তুমি কি অভাবের আর কিছু উদাহরণ ভাবতে পারো ?

উৎপাদকের কাছে যে সম্পদ রয়েছে তা হল সীমিত এবং তার বিকল্প ব্যবহার রয়েছে। তুমি প্রতিদিন যে খাবার খাও তা উদাহরণ হিসাবে ধরতে পারো। খাদ্য তোমার পুষ্টির চাহিদা পূরণ করে। কৃষিকাজে নিযুক্ত কৃষক শস্য উৎপাদন করে যা দিয়ে তোমার খাদ্য প্রস্তুত হয়। যে-কোনো সময়ে, কৃষিক্ষেত্রের সম্পদ যেমন জমি, শ্রম, জল, সার ইত্যাদি নির্দিষ্ট। এইসব সম্পদের বিকল্প ব্যবহার রয়েছে। ওই একইরকম সম্পদ খাদ্য ছাড়া অন্যান্য কৃষিজ পণ্য যেমন রাবার, তুলা ইত্যাদি উৎপাদনে ব্যবহার করা যেতে পারে। এইভাবে সম্পদের বিকল্প ব্যবহার থাকায় ওই সম্পদ থেকে উৎপাদিত বিভিন্ন পণ্য প্রস্তুত করার ক্ষেত্রে নির্বাচনের সমস্যা সৃষ্টি হয়।

কাজ

- তোমার অভাবগুলো চিহ্নিত করো। তার মধ্যে কতগুলো পূরণ করা সম্ভব ? এর মধ্যে কতগুলো অপূরণ যোগ্য ? কেন তুমি ওইগুলো পূরণ করতে অসমর্থ ?
- তুমি তোমার প্রাত্যহিক জীবনে কীরূপ বিভিন্ন ধরনের অপ্রাচুর্যের সম্মুখীন হয়ে থাকে ? তাদের কারণগুলো চিহ্নিত করো।

ভোগ, উৎপাদন এবং বণ্টন (Consumption, Production & Distribution)

যদি তুমি তা নিয়ে ভাব, তবে তুমি নিশ্চই অনুভব করবে যে অর্থনীতি হচ্ছে বিভিন্নপ্রকার অর্থনৈতিক কার্যকলাপে যুক্ত মানুষের কাজকর্ম নিয়ে আলোচনা। তার জন্য তোমাকে সব ভিন্নধর্মী অর্থনৈতিক কার্যকলাপ যেমন উৎপাদন, ভোগ ও বণ্টন সম্পর্কে নির্ভরযোগ্য তথ্য জানতে হবে। অর্থনীতিকে প্রায়ই তিনটি ভাগে আলোচনা করা হয়— ভোগ, উৎপাদন ও বণ্টন।

আমরা জানতে চাই, যখন দাম জানা থাকে তখন নির্দিষ্ট আয়ের একজন ভোক্তা বহু সংখ্যক বিকল্প দ্রব্য থেকে বাছাই করে কীভাবে সিদ্ধান্ত নেয় তাকে কী কিনতে হবে। একে ভোগ সম্পর্কিত অধ্যয়ন বলা হয়।

আমরা অনুরূপভাবে আরও জানতে চাই, উৎপাদক কীভাবে সিদ্ধান্ত নেয় যে বাজারের জন্য কী উৎপাদন করতে হবে যখন তার কাছে পণ্যের উৎপাদন ব্যয় ও দাম জানা আছে। এটা হল উৎপাদনের সম্পর্কে অধ্যয়ন।

পরিশেষে আমরা জানতে চাই, দেশের অভ্যন্তরীন মোট উৎপাদন থেকে কীভাবে জাতীয় আয় বা দেশের মোট উৎপাদন নির্ণয় করা হয় (যাকে GDP বা গ্রোস ডোমেস্টিক প্রোডাক্ট) বা মজুরি (এবং বেতন), মুনাফা এবং সুদ (আমরা এক্ষেত্রে আন্তর্জাতিক বাণিজ্য ও বিনিয়োগ থেকে প্রাপ্ত আয় ধরব না) হিসাবে বণ্টন করা হয়। এটা হল বণ্টন সম্পর্কে অধ্যয়ন।

অর্থনীতির প্রচলিত এই তিনটি বিভাগের অধ্যয়নের পাশাপাশি আধুনিক অর্থশাস্ত্রের আরও কিছু মৌলিক সমস্যা রয়েছে যার মোকাবিলা করতে হচ্ছে প্রত্যেকটি দেশকে। সেই বিষয়গুলো সম্পর্কেও অধ্যয়ন করা প্রয়োজন।

উদাহরণস্বরূপ তোমরা হয়তো জানতে চাইবে যে, আমাদের সমাজের কিছু পরিবার অন্যদের চেয়ে কেন বেশি বা কতটা বেশি পরিমাণে উপার্জন করার ক্ষমতা রয়েছে। তোমরা হয়তো জানতে চাইবে আমাদের দেশের কত লোক সত্যিই দরিদ্র, কতজন মধ্যবিত্ত, কতজন তুলনামূলক ভাবে ধনী ইত্যাদি। তোমরা হয়তো জানতে চাইবে কতজন নিরক্ষর, কারা চাকুরি পাবে না, কাদের শিক্ষা দরকার, কতজন উচ্চশিক্ষিত এবং কতজনের খুব ভালো কাজ পাওয়ার সুযোগ রয়েছে ইত্যাদি। অন্যভাবে বলতে গেলে, তোমরা হয়তো জানতে চাইবে, সংখ্যাভিত্তিক আরও তথ্য যা কিনা দারিদ্র্য এবং সমাজের বৈষম্য সম্পর্কে প্রশ্নের উত্তর দেবে। সমস্যার সত্যতা যাচাই করে দেখতে হবে এবং সরকার যাতে এইক্ষেত্রে উপযোগী পদক্ষেপ নেয় তা সুনিশ্চিত করতে হবে। যদি তোমরা তথ্যগুলো জানো, তবে তোমরাও তোমাদের জীবনের জন্য ভালো পরিকল্পনা করতে পারবে। অনুরূপভাবে তোমরা শুনে থাকবে তোমাদের মধ্যে হয়তো কারোর কারোর প্রাকৃতিক বিপর্যয় যেমন সুনামি, ভূমিকম্প, বার্ড ফ্লু (Bird Flu) এর অভিজ্ঞতা রয়েছে - এইসব বিপর্যয় আমাদের দেশকে হুমকির মুখে ফেলেছে এবং মারাত্মকভাবে মানুষের জীবনের সাধারণ কাজকর্মকে প্রভাবিত করেছে। অর্থনীতিবিদরা এই সকল বিপর্যয়ের তথ্য সংগ্রহ করে এবং তথ্যগুলোকে সম্মিলিত করে মোট ক্ষয়ক্ষতির হিসাব সঠিকভাবে নিরুপণ করতে পারেন। তোমরা সম্ভবত এটা নিয়ে ভাবতে পারো এবং নিজেকে জিজ্ঞেস করতে পারো যে আধুনিক অর্থনীতিতে যেসব মৌলিক দক্ষতাগুলো অন্তর্ভুক্ত রয়েছে যাতে দারিদ্র্য পরিমাপের প্রয়োজনীয় গবেষণা কীভাবে জড়িত রোজগারের সুযোগগুলো তোমাদের শিক্ষার সাথে কিভাবে জড়িত, কীভাবে প্রাকৃতিক দুর্যোগ আমাদের জীবনকে প্রভাবিত করে ইত্যাদি। তা সঠিক কি না ?

স্পষ্টত, তোমরা যদি এই পথে চিন্তা কর, তোমরা অবশ্যই বুঝতে পারবে আমরা আধুনিক অর্থনীতির সমস্ত পাঠ্যক্রমে কেন রাশিবিজ্ঞানকে (Statistics) (যা হল গোছানো পদ্ধতিতে নির্বাচিত ঘটনা সম্পর্কিত সংখ্যার অধ্যয়ন) অন্তর্ভুক্ত করা হয়েছে।

তোমরা কি এখন নীচে প্রদত্ত অর্থনীতির সংজ্ঞা যা বেশিরভাগ অর্থনীতিবিদরা ব্যবহার করে তার সাথে সহমত হবে ?

অর্থনীতির আলোচ্য বিষয় হল— কীভাবে ব্যক্তি সমুদয় ও সামাজিক সংস্থা নির্বাচনের মাধ্যমে বিভিন্নভাবে ব্যবহার্য উপাদানের অপ্রচুর উপকরণসমূহ নিয়োগ করে দ্রব্যাদি উৎপাদন করে যা অভাব মোচন করে এবং উৎপন্ন দ্রব্যসমূহ সমাজের বিভিন্ন ব্যক্তির এবং ব্যক্তিবর্গের ভোগের জন্য বণ্টন করা হয়।

কাজ

উপরের আলোচনার নিরিখে তোমরা কি বলতে চাও যে, সংজ্ঞাটি এখনও কিছুটা অপর্যাপ্ত মনে হচ্ছে ? সংজ্ঞাটি কী বাদ দিয়ে গেছে ?

2) অর্থনীতিতে রাশিবিজ্ঞান (Statistics in Economics)

পূর্ববর্তী বিভাগে তোমরা দেশের মৌলিক সমস্যা সম্পর্কিত কিছু বিশেষ পাঠ সম্পর্কে জেনেছ। এখন আমরা অর্থনৈতিক তত্ত্বকে সংখ্যাগতভাবে প্রাপ্ত তথ্যের ভিত্তিতে মূল্যায়ন সম্পর্কে আরও জানতে চাই। এই অর্থনৈতিক তথ্য **রাশিতথ্য** নামেও পরিচিত।

বিবিধ অর্থনৈতিক সমস্যাগুলোর সাথে সম্পর্কিত রাশিতথ্য সংগ্রহের উদ্দেশ্য হল ওই সমস্যাগুলোর পেছনে থাকা কারণগুলো বোঝা ও ব্যাখ্যা করা। অন্যভাবে বলতে গেলে, আমরা এই সমস্যাগুলোকে বিশ্লেষণ করার চেষ্টা

করি। উদাহরণস্বরূপ যদি আমরা দরিদ্রদের আর্থিক কষ্ট সম্পর্কে অনুসন্ধান করি, তবে আমরা দরিদ্রদের বিভিন্ন কারণগুলো ব্যাখ্যা করার চেষ্টা করব যেমন : কর্মহীনতা, জনগণের স্বল্প উৎপাদনশীলতা, অনুন্নত প্রযুক্তি উত্যাদি।

কিন্তু, দরিদ্রদের দুরবস্থার বিশ্লেষণ কী কাজে লাগবে যতক্ষণ না পর্যন্ত দারিদ্র্য নির্মূল করার পদ্ধতি আমরা উদ্ভাবন করতে পারছি। তাই আমরা সেই সকল পরিমাপযোগ্য পদ্ধতিগুলো (measures) নির্ধারণ করতে চেষ্টা করব যা অর্থনৈতিক সমস্যাগুলোর সমাধানের রাস্তা দেখাবে। অর্থনীতিতে এই পদ্ধতিগুলোকে বলা হয় **নীতি**।

এখন তোমরা উপলব্ধি করতে পারছ যে, অর্থনৈতিক সমস্যার বিশ্লেষণ ওই সমস্যার পেছনের কারণগুলোর সাথে সম্পর্কিত রাশিতথ্য ছাড়া সম্ভব নয়। সমস্যার পেছনের কারণগুলোর সংখ্যাতাত্ত্বিক পরিসংখ্যান ছাড়া এই সমস্যা সমাধান করতে নীতি প্রনয়ণ করা সম্ভব নয়। যদি তুমি ওই বক্তব্য সমর্থন কর, তাহলে তুমি অর্থনীতি ও রাশিবিজ্ঞানের যোগসূত্রটা উপলব্ধি করতে পারবে।

3) রাশিবিজ্ঞান কী ? (What is Statistics)

এইস্তরে তোমরা সম্ভবত রাশিবিজ্ঞান সম্পর্কে বিস্তারিত জানতে প্রস্তুত আছ। রাশিবিজ্ঞান বিষয়টি সম্পর্কে বিস্তারিতভাবে তোমরা জানতে ইচ্ছুক। অর্থনীতিতে রাশিবিজ্ঞানের কি নির্দিষ্ট ব্যবহার রয়েছে ? অন্যত্র এর কি অন্য অর্থ রয়েছে ? চলো চেষ্টা করি, কীভাবে আমরা এই প্রশ্নগুলোর উত্তর পেতে পারি এবং রাশিবিজ্ঞানের খুব কাছাকাছি পৌঁছতে পারি।

আমাদের চালু ভাষায় 'রাশিবিজ্ঞান' শব্দটি দুটি পৃথক অর্থে ব্যবহৃত হয় — একবচন (Singular) এবং বহুবচন (Plural)। বহুবচন অর্থে রাশিবিজ্ঞান হল — 'নিয়মানুসারে সংগৃহীত রাশিতথ্যের সমষ্টি।' যা অক্সফোর্ড অভিধানে পাওয়া যায়। তাই বহুবচন অর্থে রাশিবিজ্ঞানের সহজ অর্থ হচ্ছে রাশিতথ্য।

তোমরা কী জানো যে একবচনে রাশিবিজ্ঞান শব্দের অর্থ হল 'রাশিতথ্যের সংকলন, শ্রেণিকরন তথা প্রয়োগের বিজ্ঞান' অথবা একটি 'পরিসংখ্যানগত বিষয়'।

রাশিতথ্য বা রাশিবিজ্ঞানের মাধ্যমে আমরা অর্থনীতিতে ব্যবহৃত গুণগত ও পরিমাণগত তথ্যসমূহকেই বুঝি। উদাহরণ হিসাবে অর্থনীতির একটি পরিসংখ্যান হল- যেমন : ভারতে ধানের উৎপাদন 1974-75 সালে এবং 1984-85 সালে ছিল যথাক্রমে 39.58 মিলিয়ন টন এবং 58.64 মিলিয়ন টন। এখানে ধানের উৎপাদন বেড়েছে। এটা একটা পরিমাণগত বিষয়। এক্ষেত্রে সংখ্যাসূচক তথ্য যেমন '39.58 মিলিয়ন টন' এবং '58.64 মিলিয়ন টন' হল যথাক্রমে 1974-75 এবং 1984-85 সালে ভারতে ধান উৎপাদনের রাশিতথ্য।

পরিমাণগত রাশিতথ্যের সাথে সাথে অর্থনীতিতে গুণগত রাশিতথ্যও ব্যবহৃত হয়। এই ধরনের তথ্যের প্রধান বৈশিষ্ট্য হল যে তারা একক ব্যক্তি বা ব্যক্তিগোষ্ঠীগুলোর বৈশিষ্ট্যের বর্ণনা দেয় যা সঠিকভাবে রেকর্ড করা আবশ্যক। পরিমাণগত পরিপ্রেক্ষিতে এই সকল বৈশিষ্ট্যের পরিমাণ করা যায় না। উদাহরণ হিসাবে ধরা যায় 'লিঙ্গ' - যা একজন ব্যক্তিকে পুরুষ/মহিলা বা বালক/বালিকারূপে সনাক্ত করে। অনুভূতি বা গুণ প্রসঙ্গে ব্যবহৃত বৈশিষ্ট্যের মাত্রার পরিপেক্ষিতে একজন ব্যক্তির বৈশিষ্ট্যাবলি সম্পর্কে তথ্য জানা সম্ভব। (যেমন ভাল/খারাপ; অসুস্থ/ স্বাস্থ্যবান/ বেশি স্বাস্থ্যবান, অদক্ষ/দক্ষ/বেশি দক্ষ ইত্যাদি)। এইরূপ পরিমাণগত তথ্য বা রাশিবিজ্ঞান প্রায়ই অর্থনীতিতে ও সমাজবিজ্ঞানে ব্যবহৃত হয় এবং একক ব্যক্তি বা ব্যক্তি গোষ্ঠীর জন্য (জন্ম, আয়, প্রদেয় কর ইত্যাদির ভিত্তিতে) পদ্ধতিগতভাবে সংগৃহীত ও সংরক্ষিত হয়।

তোমরা পরবর্তী অধ্যায়ে পড়বে যে তথ্য সংগ্রহ এবং তথ্য সংগঠন রাশিবিজ্ঞানের সাথে জড়িত। পরবর্তী পর্যায় হচ্ছে রাশিতথ্যকে সারণিকরণ, চিত্রে রূপায়ণ (Diagram) এবং লেখচিত্র (Graph) রূপে উপস্থাপন করা। তারপর রাশিতথ্যকে বিভিন্ন সংখ্যাসূচকের মাধ্যমে সংক্ষিপ্ত আকারে গণনা করা হয় । যেমন গড় (Mean), পার্থক্য (Variance), সমক পার্থক্য (Standard deviation) ইত্যাদি যা সংগৃহীত তথ্যাবলির বৈশিষ্ট্যগুলো বিস্তৃত আকারে উপস্থাপন করে।

কাজ

- *গুণগত ও পরিমাণগত তথ্যাবলির দুটি উদাহরণ ভাবো।*
- *নীচের কোন্‌গুলো থেকে তোমরা গুণগত তথ্য পাবে— সৌন্দর্য, জ্ঞান, আয়, একটি বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বর, গান গাওয়ার সামর্থ্য, শিখন দক্ষতা ?*

4) রাশিবিজ্ঞান কী করে ? (What Statistics Does ?)

এখন তোমরা জেনেছ যে, রাশিবিজ্ঞান হল একজন অর্থনীতিবিদের কাছে অপরিহার্য হাতিয়ার যা তাকে বিভিন্ন অর্থনৈতিক সমস্যা বুঝতে সাহায্য করে। রাশিবিজ্ঞানকে হাতিয়ার করে কোনো অর্থনৈতিক সমস্যার গুণগত ও পরিমাণগত তথ্যসমূহ বিশ্লেষণ করা হয়। এই বিশ্লেষণের মধ্য দিয়ে সমস্যার পেছনের কারণগুলো বের করা হয়। অর্থনৈতিক সমস্যা সৃষ্টির কারণগুলো চিহ্নিত করা গেলে সমস্যা মোকাবেলার জন্য সুনির্দিষ্ট নীতি রূপায়ণ করা সহজ হয়।

কিন্তু রাশিবিজ্ঞানের আরো ব্যবহার রয়েছে। রাশিবিজ্ঞান একজন অর্থনীতিবিদকে সুনির্দিষ্ট ও স্পষ্টভাবে একটি অর্থনৈতিক ঘটনা উপস্থাপন করতে সাহায্য করে। যখন অর্থনৈতিক তথ্য রাশিবিজ্ঞানের পরিভাষায় ব্যাখ্যা করা হয় তখন তা সঠিক হয়। সঠিক তথ্য অস্পষ্ট তথ্যের চেয়ে অনেক বেশি বিশ্বাসযোগ্য। উদাহরণস্বরূপ, স্পষ্ট তথ্যের ভিত্তিতে বলা যায় কাশ্মীরের সাম্প্রতিক ভূমিকম্পে 310 জন লোকের মৃত্যু হয়েছিল- এটা অনেক বেশি তথ্যভিত্তিক এবং তাই এটি পরিসংখ্যানগত তথ্য। এখানে যদি বলা হত শতশত লোকের মৃত্যু হয়েছে তবে তা সঠিক পরিসংখ্যানগত তথ্য হত না।

সংখ্যাভিত্তিক বিবরণী হিসাবে প্রাপ্ত প্রচুর তথ্যকে স্বল্পসংখ্যক গাণিতিক পরিমাপে সংক্ষেপীকরণে রাশিবিজ্ঞান সাহায্য করে (যেমন- গড়, পার্থক্য ইত্যাদি, যা তোমরা পরবর্তী সময়ে পড়বে)। এই গাণিতিক পরিমাপগুলো রাশিতথ্যকে একত্রীকরণে সাহায্য করে। উদাহরণস্বরূপ বলা যায়, কোনো তথ্যে অনেক মানুষের আয়ের পরিসংখ্যান দেওয়া থাকলে প্রত্যেক মানুষের আয় আলাদা আলাদা করে মনে রাখা আমাদের পক্ষে অসম্ভব হবে। এক্ষেত্রে সংক্ষেপীকরণের সাহায্যে গড় আয় বের করলে তা মনে রাখা অনেক সহজ হবে। এইভাবে রাশিবিজ্ঞান অনেক তথ্যকে সংক্ষেপে ও অর্থপূর্ণভাবে উপস্থাপন করতে পারে।

প্রায়ই, বিভিন্ন অর্থনৈতিক বিষয়ের সম্পর্ক নির্ধারণে রাশিবিজ্ঞান ব্যবহার করা হয়। একজন অর্থনীতিবিদ হয়তো জানতে আগ্রহী হবেন যে দামের ওঠা নামায় কোনো পণ্যের চাহিদার কী পরিবর্তন হয় ? বা দামের পরিবর্তনে ওই পণ্যের যোগানের ওপর কী প্রভাব পড়ে ? বা গড় আয় বৃদ্ধি পেলে কী ভোগব্যয় বৃদ্ধি পাবে ? বা সরকারি ব্যয় বৃদ্ধি পেলে সাধারণ দামস্তরে কী পরিবর্তন হবে ? এই প্রশ্নগুলোর উত্তর তখনই দেওয়া যাবে যদি উপরে বর্ণিত অর্থনৈতিক উপাদানগুলোর মধ্যে কোনো সম্পর্ক বিদ্যমান থাকে। এইরূপ সম্পর্ক বিদ্যমান আছে কী নেই তা পরিসংখ্যান পদ্ধতির সাহায্যে সহজেই যাচাই করা যায়। কিছু কিছু ক্ষেত্রে

অর্থনীতিবিদরা ওই উপাদানগুলোর মধ্যে নির্দিষ্ট সম্পর্ক রয়েছে ধরে নিয়ে এগুতে পারেন। কিন্তু বাস্তবে এই সম্পর্ক রয়েছে কিনা তা যাচাই করে দেখার মতো ব্যবস্থাও সংখ্যাতত্ত্বে রয়েছে। বাস্তবে অর্থনীতিবিদরা কেবলমাত্র পরিসংখ্যানগত কৌশলের মাধ্যমেই এটা করতে পারে।

অন্য একটি উদাহরণে বলা যায়, অর্থনীতিবিদরা হয়তো একটি অর্থনৈতিক উপাদানের পরিবর্তনের জন্য অন্য একটি উপাদান কীভাবে পরিবর্তন হবে তার সম্পর্কে ভবিষ্যৎবাণী করতে আগ্রহী হতে পারেন। উদাহরণস্বরূপ, ভবিষ্যৎ জাতীয় আয়ের ওপর বর্তমান বিনিয়োগের প্রভাব কী হবে সে সম্পর্কে জানতে তিনি আগ্রহী হতে পারেন। এইরূপ চর্চা রাশিবিজ্ঞানের জ্ঞান ছাড়া সম্ভব নয়।

অনেকক্ষেত্রে, পরিকল্পনা ও নীতি প্রণয়নের ক্ষেত্রে ভবিষ্যৎ প্রবণতা সম্পর্কে জ্ঞানের প্রয়োজন হয়। উদাহরণস্বরূপ, একজন অর্থনৈতিক পরিকল্পনাবিদকে 2005 সালে সিদ্ধান্ত নিতে হয় যে 2010 সালে দেশে কী পরিমাণ উৎপাদন হওয়া উচিত। অন্য একজন পরিকল্পনাবিদকে অবশ্যই জানতে হবে 2010 সালে প্রত্যাশিত ভোগস্তর কী হবে ? ধরা যাক, 2010 সালের উৎপাদন পরিকল্পনার ব্যাপারে সিদ্ধান্ত নিতে হবে। এইক্ষেত্রে 2010 সালে ভোগস্তর সম্পর্কে অনুমানের ওপর ভিত্তি করে বিচার করতে হবে। অন্যভাবে, একজন পরিকল্পনাবিদ ভোগের ভবিষৎবাণী করতে গিয়ে পরিসংখ্যাগত উপকরণ ব্যবহার করতে পারেন। তা নির্ভর করবে বিগত বছরগুলোর বা সাম্প্রতিক বছরগুলোর ভোগব্যয় বিষয়ক সমীক্ষায় প্রাপ্ত রাশিতথ্যের ওপর। এইভাবে, অর্থনৈতিক সমস্যা সমাধানে উপযুক্ত অর্থনৈতিক নীতি রূপায়ণ করতে পরিসংখ্যান পদ্ধতি সাহায্য করে।

পরিসংখ্যান পদ্ধতি সাধারণ জ্ঞান এর বিকল্প নয় !
(Statistical methods are no substitute for common sense!)

রাশিবিজ্ঞানের মজা বোঝানোর জন্য একটি উপভোগ্য গল্প রয়েছে। কথিত আছে যে, একটি পরিবারের 4 জন সদস্য (স্বামী, স্ত্রী ও তাদের দুটি শিশু) একবার একটি নদী পারাপারের জন্য বেরিয়ে পড়ে। বাবা নদীর জলের গড় গভীরতা জানত, তাই সে তার পরিবারের সদস্যদের গড় উচ্চতা পরিমাপ করল। যেহেতু পরিবারের সদস্যদের গড় উচ্চতা নদীর গড় গভীরতা থেকে বেশি ছিল তাই সে ভাবল তারা সুরক্ষিতভাবে নদী পারাপার করতে পারবে। কিন্তু পরিবারের কিছু সদস্য (শিশুরা) নদী পার করতে গিয়ে ডুবে গেল।

পরিসংখ্যান পদ্ধতির সাহায্যে গড় গভীরতার হিসাব কষার ত্রুটির জন্য এই দুর্ঘটনা হয়েছে না কি গড়ের প্রয়োগের ত্রুটির জন্য হয়েছে ?

5) উপসংহার (Conclusion)

বর্তমানে গুরুত্বপূর্ণ অর্থনৈতিক সমস্যাবলি যেমন মূল্যস্তর বৃদ্ধি, জনসংখ্যা বৃদ্ধি, বেকারত্ব, দারিদ্র্য ইত্যাদি বিশ্লেষণ করতে, এইরূপ সমস্যার সমাধান করতে প্রয়োজনীয় পদক্ষেপ নিতে আমরা রাশিবিজ্ঞানের প্রয়োগ ক্রমশ বৃদ্ধি করছি। এছাড়াও সংখ্যাতত্ত্ব অর্থনৈতিক সমস্যা সমাধানে যেসব নীতি প্রণয়ন হয়েছে তার মূল্যায়নে সহায়তা করে। যেমন : পরিবার পরিকল্পনা নীতি সর্বদা ক্রমবর্ধমান জনসংখ্যার সমস্যাকে লাগাম পড়াতে কার্যকর কি না তা পরিসংখ্যানগত কৌশল ব্যবহার করে সহজেই নির্ধারণ করা যেতে পারে।

অর্থনৈতিক নীতির ক্ষেত্রে সিদ্ধান্তগ্রহণে সংখ্যাতত্ত্বের গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা রয়েছে। উদাহরণস্বরূপ, বর্তমান সময়ে বিশ্বস্তরে তেলের মূল্য বৃদ্ধির জন্য ভারতের সিদ্ধান্ত নিতে হবে যে 2010 সালে কী পরিমাণ তেল আমদানি করা হবে। আমদানির সিদ্ধান্ত নির্ভর করে তেলের সম্ভাব্য দেশীয় উৎপাদনের ওপর এবং 2010-এ তেলের সম্ভাব্য চাহিদার ওপর। রাশিবিজ্ঞান এর ব্যবহার ছাড়া তেলের সম্ভাব্য দেশীয় উৎপাদন ও সম্ভাব্য চাহিদা নির্ধারণ সম্ভব নয়। তাই, তেলের আমদানির পরিমাণের সিদ্ধান্ত নেওয়া সম্ভব হবে না যতক্ষণ না পর্যন্ত তেলের প্রকৃত প্রয়োজনীয়তা আমরা জানতে পারব। এই মূল্যবান তথ্য যা তেল আমদানির সিদ্ধান্ত নিতে সাহায্য করে, তা একমাত্র পরিসংখ্যাগত ভাবেই জানা যাবে।

সংক্ষিপ্তবৃত্তি

- আমাদের অভাব অসীম, কিন্তু আমাদের অভাব পূরণে যে পণ্য উৎপাদন হয়, তাতে যে সম্পদের ব্যবহার হয় তা সীমিত ও দুর্লভ। সকল অর্থনৈতিক সমস্যার মূল কারণ হল সম্পদের অপ্রতুলতা।
- সম্পদের বিকল্প ব্যবহার রয়েছে।
- ক্রেতা তার বিভিন্ন চাহিদা পূরণে যে পণ্য ক্রয় করে তাকে বলে ভোগ।
- উৎপাদক বাজারজাত করার জন্য যে পণ্য উৎপাদন করে, তা হল উৎপাদন।
- মজুরি, মুনাফা, খাজনা ও সুদের মধ্যে জাতীয় আয়ের বণ্টন ব্যবস্থাকে বলে বণ্টন ।
- রাশিবিজ্ঞান, রাশিতথ্য ব্যবহারের মাধ্যমে অর্থনৈতিক সম্পর্ক নির্ধারণ করে এবং তা মূল্যায়ন করে।
- পরিসংখ্যানগত সরঞ্জাম ভবিষ্যৎ প্রবণতার পূর্বাভাস নির্ধারণ করে।
- অর্থনৈতিক সমস্যা বিশ্লেষণে রাশিবিজ্ঞানের তত্ত্ব সাহায্য করে এবং সমস্যা সমাধানে নীতিমালা প্রনয়ন করে।

অনুশীলনী

1) নীচের বিবৃতিগুলো সত্য না মিথ্যা চিহ্নিত করো।
   ক) রাশিবিজ্ঞান শুধুমাত্র পরিমাণগত তথ্য নিয়ে আলোচনা করে।
   খ) রাশিবিজ্ঞান অর্থনৈতিক সমস্যা সমাধান করে।
   গ) রাশিতথ্য ছাড়া রাশিবিজ্ঞানের ব্যবহার অর্থনীতিতে নেই।
2) একটি বাসস্ট্যাণ্ড বা বাজারের কাজকর্ম লিপিবদ্ধ করো। এর মধ্যে কোন্‌গুলো অর্থনৈতিক কার্যাবলি তা নির্দেশ করো।
3) "সরকার এবং নীতি নির্ধারকরা অর্থনৈতিক উন্নয়নে পরিসংখ্যানগত রাশিতথ্য ব্যবহার করে উপযুক্ত নীতি নির্ধারণ করে।" দুটি উদাহরণের সাহায্যে বক্তব্যটি ব্যাখ্যা করো।
4) "তোমাদের রয়েছে সীমাহীন অভাব এবং তা পূরণের জন্য রয়েছে সীমিত সম্পদ" - দুটি উদাহরণ সহ তা ব্যাখ্যা করো।
5) তোমরা অভাব কীভাবে পরিতৃপ্ত করবে?
6) কী কারণগুলোর জন্য তুমি অর্থনীতি পড়ছ ?
7) পরিসংখ্যান পদ্ধতি সাধারণ জ্ঞানের বিকল্প নয়। তোমাদের প্রাত্যহিক জীবনযাত্রা থেকে উদাহরণ নিয়ে এর ওপর মন্তব্য কর।

অধ্যায় 2

রাশিতথ্য সংগ্রহ
Collection of Data

এই অধ্যায় পাঠ করে তোমরা সক্ষম হবে :
- *রাশিতথ্য সংগ্রহের অর্থ ও উদ্দেশ্য জানতে ;*
- *প্রাথমিক এবং অ-প্রাথমিক উৎসের মধ্যে পার্থক্য করতে;*
- *রাশিতথ্য সংগ্রহের ধরন জানতে;*
- *আদমসুমারি এবং নমুনা সমীক্ষার (Sample Survey) মধ্যে পার্থক্য করতে;*
- *নমুনা চয়নের প্রচলিত কৌশল বুঝতে (Technique of Sampling) ;*
- *অ-প্রথাগত রাশিতথ্যের কিছু গুরুত্বপূর্ণ উৎস সম্পর্কে জানতে।*

1. ভূমিকা (Introduction)

পূর্বের অধ্যায়ে অর্থনীতি কী সেই সম্বন্ধে তুমি পড়েছ। তুমি আরও পড়েছ অর্থনীতিতে পরিসংখ্যানের ভূমিকা এবং গুরুত্ব। এই অধ্যায়ে তোমরা রাশিতথ্যের বিভিন্ন উৎস এবং রাশি তথ্য সংগ্রহের ধরন সম্পর্কে পড়বে। একটি সমস্যার কারণ বিশ্লেষণ করে সঠিক সমাধানে পৌঁছানোর উদ্দেশ্যেই তথ্য সংগ্রহ করা হয়।

অর্থনীতিতে, তুমি প্রায়ই এরকম কোনো বিবরণের সম্মুখীন হও,- *“অনেক ওঠানামার (Fluctuations) মধ্য দিয়ে খাদ্যশস্যের উৎপাদন 1970-71 সালে এসে দাঁড়ায় 108 মিলিয়ন টনে। 1978-79 সালে সেটা বেড়ে হয়েছে 132 মিলিয়ন টন। কিন্তু 1979-80 সালে খাদ্যশস্যের উৎপাদন পুনরায় হ্রাস পেয়ে হয় 108 মিলিয়ন টন। তারপর খাদ্যশস্যের উৎপাদন ক্রমান্বয়ে 2015-16 সালে 252 মিলিয়ন টনে পৌঁছেছে এবং 2016-17 সালে তা 272 মিলিয়ন টন ছুঁয়েছে।”*

এই বিবৃতিতে তুমি লক্ষ করে থাকবে যে, বিভিন্ন বছরে খাদ্যশস্য উৎপাদন পরিমাণ এক রকম নয়। শস্যের উৎপাদনের বিভিন্ন বছরে এবং বিভিন্ন ফসলের ক্ষেত্রে

বিভিন্ন হয়। এই মানগুলোর ভিন্নতার জন্য এগুলোকে চলক (Variable) বলে। চলকগুলোকে সাধারণত ইংরেজি অক্ষর X, Y, বা Z এর সাহায্যে চিহ্নিত করা হয়। প্রতিটি চলকের মান হল এক একটি পর্যবেক্ষণ। উদাহরণ হিসাবে, ভারতবর্ষে খাদ্যশস্য উৎপাদনের পরিমাণ 1970-71 সালের 108 মিলিয়ন টন থেকে বেড়ে 2016-17 সালে 272 মিলিয়ন টনে পৌঁছেছে। এই পার্থক্যের তারতম্য নীচের সারণিতে দেখানো হল। বছরগুলোকে চলক 'X' এর মাধ্যমে এবং ভারতবর্ষের খাদ্য শস্য উৎপাদন (মিলিয়ন টন)-এর পরিমাণকে চলক 'Y' এর মাধ্যমে দেখানো হয়েছে।

সারণি 2.1

ভারতবর্ষে খাদ্যশস্যের উৎপাদন
(মিলিয়ন টন হিসাবে)

X	Y
1970-71	108
1978-79	132
1990-91	176
1997-98	194
2001-02	212
2015-16	252
2016-17	272

এখানে, X এবং Y চলকগুলোর মান হল 'রাশিতথ্য', যা থেকে আমরা ভারতবর্ষের খাদ্য উৎপাদন সম্বন্ধীয় ধারণা পেতে পারি। খাদ্য শস্য উৎপাদনে অস্থিরতা বা ওঠানামা সম্বন্ধে জানতে গেলে, ভারতবর্ষে বিভিন্ন বছরের খাদ্য শস্য উৎপাদনের 'তথ্য'-এর প্রয়োজন হবে। রাশিতথ্য হল একটি হাতিয়ার যা বিভিন্ন তথ্য সরবরাহের মাধ্যমে সমস্যাটিকে বুঝতে সাহায্য করে।

তোমরা ভাবলে অবাক হবে যে, এই রাশি তথ্যগুলো কোথা থেকে আসে এবং কীভাবে সংগ্রহ করা হয় ? পরবর্তী পর্যায়ে আমরা রাশিতথ্য সংগ্রহের বিভিন্ন প্রকার রাশিতথ্য সংগ্রহের কলাকৌশল এবং রাশিতথ্যের বিভিন্ন উৎসগুলো নিয়ে আলোচনা করবো।

2. রাশিতথ্যের উৎসগুলো কী কী ? (What are the sources of data)

পরিসংখ্যানগত রাশিতথ্য দুটি উৎস থেকে পাওয়া যায়। গবেষক একটি অনুসন্ধান প্রক্রিয়ার মাধ্যমে তথ্য সংগ্রহ করতে পারেন। এই সমস্ত তথ্যকে প্রাথমিক রাশিতথ্য বলে। কারণ এগুলো সরাসরি পাওয়া তথ্য। ধরে নাও, তুমি তোমার বিদ্যালয়ের ছাত্রছাত্রীদের কাছে একজন চিত্র তারকার জনপ্রিয়তা সম্বন্ধে জানতে চাও। এজন্য, বিদ্যালয়ের বিশাল সংখ্যক ছাত্রছাত্রীদের মধ্যে একটি অনুসন্ধান করতে হবে। তাদের কিছু প্রশ্ন করে নির্দিষ্ট কিছু তথ্য সংগ্রহ করতে হবে। এক্ষেত্রে যে তথ্য পেলে, সেটা হল প্রাথমিক রাশিতথ্যের উদাহরণ।

অপরপক্ষে কোনো সংস্থা দ্বারা সংগৃহীত এবং প্রক্রিয়াজাত (যেমন যাচাই এবং সারণিবদ্ধ করা) তথ্য নিয়ে অনুসন্ধান চালানো হয়, তখন তাকে অ-প্রাথমিক রাশিতথ্য বলা হয়। এই তথ্যগুলো কোনো প্রকাশিত উৎসস্থল যেমন— সরকারি বিবরণ, দলিল, সংবাদপত্র, অর্থনীতিবিদদের লেখা বই অথবা অন্য কোনো উৎস যেমন ওয়েবসাইট থেকে পাওয়া যায়। এইভাবে, প্রাথমিক রাশিতথ্য হল যেটা সরাসরি উৎসস্থল থেকে প্রথম বার সংগ্রহ করা হয় এবং প্রক্রিয়া করা হয়। পরে এই তথ্যগুলো যখন অন্যরা উৎস হিসাবে ব্যবহার করে তখন সেটা অ-প্রাথমিক রাশিতথ্য হয়। অ-প্রাথমিক রাশি তথ্যের ব্যবহারে সময় এবং খরচ উভয়ই কম। উদাহরণ হিসাবে বলা যায়, ছাত্রছাত্রীদের কাছ থেকে চিত্র তারকার জনপ্রিয়তা সম্বন্ধীয় তথ্য সংগ্রহ করে তুমি একটি রিপোর্ট প্রকাশ করেছ। যদি অন্য কেউ তোমার সংগৃহীত সেই তথ্যগুলো একই কাজে ব্যবহার করে তখন সেটা অ-প্রাথমিক রাশিতথ্য হয়ে যাবে।

3. আমরা রাশিতথ্য কীভাবে সংগ্রহ করব ? (How do we collect the data)

তোমরা কি জান, কীভাবে একজন প্রস্তুতকারক একটি দ্রব্য সম্পর্কে সিদ্ধান্ত নেয় অথবা কীভাবে একটি রাজনৈতিক দল একজন প্রার্থী সম্পর্কে সিদ্ধান্ত নেয় ? তারা বিরাট একটি অংশের লোককে ওই নির্দিষ্ট দ্রব্য বা প্রার্থীর সম্পর্কে কিছু প্রশ্ন জিজ্ঞাসার মাধ্যমে একটি সমীক্ষা পরিচালিত করে। এই সমীক্ষার মূল উদ্দেশ্য হল একটি দ্রব্যের ক্ষেত্রে কিছু বৈশিষ্ট্যের ধারণা পাওয়া যেমন দাম, গুণ, উপযোগিতা ইত্যাদি। সমীক্ষার মূল উদ্দেশ্য হল তথ্য সংগ্রহ করা। সমীক্ষা হল ব্যক্তিবর্গের কাছ থেকে তথ্য সংগ্রহের একটি পদ্ধতি।

উপকরণের প্রস্তুতি (Preparation of Instrument)

সমীক্ষায় খুব সাধারণভাবে ব্যবহৃত একটি উপকরণ বা হাতিয়ার হল প্রশ্নমালা বা প্রশ্নপত্র (Questionnaire) বা সাক্ষাৎকারের সূচি। উত্তরদাতা সরাসরি প্রশ্নপত্র পূরণ করতে পারেন অথবা গবেষক (গণনাকারী) বা প্রশিক্ষণপ্রাপ্ত অনুসন্ধানকারী উত্তরদাতার কাছ থেকে তথ্য নিয়ে পূরণ করতে পারেন। যখন তোমরা প্রশ্নমালা বা সাক্ষাৎকার সূচি তৈরি করবে তখন নিম্নলিখিত বিষয়গুলো মনে রাখবে।

- প্রশ্নমালা বেশি লম্বা হওয়া উচিত নয়। প্রশ্নের সংখ্যা যথাসম্ভব কম হতে হবে।
- প্রশ্ন সহজ হবে। অবোধগম্য শব্দ ব্যবহার করা বাঞ্ছনীয় নয়।
- প্রশ্নমালাতে প্রশ্নের ধারাবাহিকতা বজায় রাখা উচিত। যাতে উত্তরদাতা স্বাভাবিক ও স্বস্তি বোধ করে।
- প্রশ্নমালা সাধারণ থেকে সুনির্দিষ্টের দিকে এগুবে। প্রশ্নপত্রের শুরুর দিকে সাধারণ প্রশ্নগুলি থাকবে এবং আস্তে আস্তে সুনির্দিষ্ট প্রশ্নের দিকে অগ্রসর হবে।

উদাহরণস্বরূপ-

মন্দ প্রশ্ন (Poor Question)

ক) বিদ্যুৎ বিল বৃদ্ধি কি সমর্থনযোগ্য ?

খ) তোমার এলাকায় বিদ্যুৎ সরবরাহ কি স্বাভাবিক ?

ভালো প্রশ্ন (Good Question)

ক) তোমার এলাকায় বিদ্যুৎ সরবরাহ কি স্বাভাবিক ?

খ) বিদ্যুৎ বিল বৃদ্ধি কি সমর্থনযোগ্য ?

- প্রশ্নগুলো হতে হবে সংক্ষিপ্ত এবং স্পষ্ট। *উদাহরণস্বরূপ-*

মন্দ প্রশ্ন :

তুমি নিজেকে সুন্দর দেখানোর জন্য তোমার আয়ের কত শতাংশ কাপড়ের জন্য খরচ কর ?

ভালো প্রশ্ন :

তোমার আয়ের কত শতাংশ তুমি কাপড়ের জন্য খরচ কর ?

- প্রশ্নগুলো দ্ব্যর্থক বা সন্দেহজনক হতে পারবে না। প্রশ্নগুলো যেন উত্তরদাতাকে দ্রুত, শুদ্ধভাবে এবং স্পষ্টভাবে উত্তর দিতে সক্ষম করে তোলে। *উদাহরণস্বরূপ-*

মন্দ প্রশ্ন :

তুমি কি বইয়ের জন্য কোনো একটি মাসে খুব বেশি টাকা খরচ কর ?

ভালো প্রশ্ন :

[সঠিক উত্তরটির পাশে টিক (✓) চিহ্ন দাও]

তুমি কোনো এক মাসে বইয়ের জন্য কত টাকা খরচ কর ?

অ) 200 টাকার কম

আ) 200 টাকা থেকে 300 টাকার মধ্যে

ই) 300 টাকা থেকে 400 টাকার মধ্যে

ঈ) 400 টাকার বেশি

- প্রশ্ন কখনও দ্বৈত-নেতিবাচক হতে পারবে না। ‘তুমি কি চাও না’ বা ‘তুমি কি করবে না’ এগুলো দিয়ে প্রশ্ন শুরু করা থেকে বিরত থাকতে হবে। কারণ এগুলো উত্তরের ক্ষেত্রে পক্ষপাতমূলক প্রতিক্রিয়া হতে পারে।

উদাহরণস্বরূপ-

মন্দ প্রশ্ন :

তুমি কি মনে কর না ধূমপান নিষিদ্ধ হওয়া উচিৎ ?

ভালো প্রশ্ন :

তুমি কি মনে কর ধূমপান নিষিদ্ধ হওয়া উচিৎ ?

- প্রশ্ন কখনও উত্তরের ইঙ্গিতবাহী হতে পারবে না যাতে উত্তরদাতাকে উত্তর প্রদানে কোনো সূত্র পেতে সাহায্য করে। *উদাহরণস্বরূপ -*

মন্দ প্রশ্ন :

তুমি কি এই উচ্চমানের চায়ের স্বাদগন্ধ পছন্দ কর ?

ভালো প্রশ্ন :

তুমি কি এই চায়ের স্বাদগন্ধ পছন্দ কর ?

- প্রশ্ন যেন বিকল্প উত্তরকে ইঙ্গিত না করে। *উদাহরণস্বরূপ-*

মন্দ প্রশ্ন :

তুমি কি কলেজের পড়া শেষ করে চাকুরি করতে চাও না কি গৃহিনী হতে চাও ?

ভালো প্রশ্ন :

কলেজে পড়ার পরে তুমি কি করতে চাও ? প্রশ্নমালা আবদ্ধ প্রকৃতির হতে পারে অথবা অ-আবদ্ধ প্রকৃতির হতে পারে।

আবদ্ধ প্রকৃতির প্রশ্নগুলো দুটি উত্তর সম্পর্কিত প্রশ্ন অথবা সঠিক উত্তর নির্বাচন সম্পর্কিত প্রশ্ন হতে পারে। দুটি উত্তর সম্পর্কিত প্রশ্ন বলতে বোঝায় যখন কোনো প্রশ্নের উত্তর 'হ্যাঁ' বা 'না' দিয়ে হবে।

যখন কোনো প্রশ্নের উত্তরের ক্ষেত্রে দুই-এর অধিক বিকল্প থাকে তখন সেটা সঠিক উত্তর নির্বাচন সম্পর্কিত প্রশ্ন বোঝায়। *উদাহরণস্বরূপ -*

প্রশ্ন : তুমি তোমার জমি বিক্রয় করেছ কেন ?

ক) ঋণ পরিশোধ করার জন্য

খ) সন্তানের শিক্ষার খরচ মেটানোর জন্য

গ) অন্য কোনো সম্পত্তিতে বিনিয়োগের জন্য

ঘ) অন্য কিছু (স্পষ্ট করো)

আবদ্ধ প্রশ্নগুলো ব্যবহার করা, গণনা করা এবং বিশ্লেষণের জন্য বিধিবদ্ধ করা খুব সহজ। কারণ সকল উত্তরদাতা কিছু নির্দিষ্ট প্রদেয় বিকল্প থেকে উত্তর দিয়ে থাকেন। কিন্তু এগুলোর (প্রশ্নগুলো) সম্পর্কে কিছু লেখা কষ্টসাধ্য। কারণ ঘনিষ্ঠ বিকল্পগুলো স্পষ্টভাবে দেওয়া থাকে। এখানে আরও একটি সম্ভবনা থাকে যে, উত্তরদাতার সঠিক উত্তরটি প্রদেয় বিকল্পগুলোর মধ্যে থাকে না। এজন্য 'অন্য কিছু' বিকল্প দেয়া হয়, যাতে উত্তরদাতা একটি উত্তর নিজের মতো করে দিতে পারে, যা গবেষকের অনুমানের ছিল না। অধিকন্তু, সঠিক উত্তর নির্বাচন সম্পর্কিত প্রশ্নের বাইরে আরও একটি সীমাবদ্ধতা হল এখানে প্রদেয় বিকল্পের মাধ্যমে উত্তরের নিদিষ্ট গণ্ডি বেঁধে দেওয়া হয়, যেগুলো ব্যতীত উত্তরদাতা ভিন্ন উত্তর দিতে পারে না।

মুক্ত প্রশ্নের ক্ষেত্রে উত্তরগুলো খুবই স্বতন্ত্র (individualised) হয়ে থাকে, কিন্তু এগুলো ব্যাখ্যা করা এবং গণনা করা কঠিন, কারণ উত্তরগুলোর মধ্যে অনেক পার্থক্য থাকে। *উদাহরণস্বরূপ-*

প্রশ্ন : বিশ্বায়ন সম্পর্কে তোমার মতামত কী ?

রাশিতথ্য সংগ্রহের ধরন (Mode of Data Collection)

তুমি কি কখনও এমন কোনো টিভি শো দেখেছ যেখানে সাংবাদিক শিশুদের, গৃহিনীদের বা সাধারণ নাগরিকদেরকে যথাক্রমে তাদের পরীক্ষার সফলতা সম্পর্কে বা একটি সাবানের ব্র্যান্ডের বিষয়ে বা কোনো রাজনৈতিক দল সম্পর্কে প্রশ্ন জিজ্ঞাসা করছে ? প্রশ্ন জিজ্ঞাসা করার উদ্দেশ্য হল রাশিতথ্য সংগ্রহ করার জন্য একটি সমীক্ষা করা। রাশিতথ্য সংগ্রহ করার তিনটি মূল পদ্ধতি হল—

(ক) ব্যক্তিগত সাক্ষাৎকার,

(খ) ডাকযোগে প্রেরিত (প্রশ্নমালা) এবং

(গ) টেলিফোনিক সাক্ষাৎকার

ব্যক্তিগত সাক্ষাৎকার (Personal interviews):

এই প্রক্রিয়াটি ব্যবহৃত হয় যখন গবেষক সকল সদস্যদের কাছে যেতে পারেন না। এখানে গবেষকের বা অনুসন্ধানকারী সকল উত্তরদাতার সহিত মুখোমুখি সাক্ষাৎকার হয়।

ব্যক্তিগত সাক্ষাৎকারের অনেকগুলোর সুবিধা রয়েছে। এখানে প্রশ্নকর্তা এবং উত্তরদাতার মধ্যে একটা প্রত্যক্ষ যোগাযোগ হয়। উত্তরদাতার অনুসন্ধানকারীর কাছে এই গবেষণার বিষয় সম্পর্কে বর্ণনা করার সুযোগ থাকে এবং উত্তরদাতার যদি কোনো প্রশ্ন থাকে, সেটার উত্তর দেওয়া সম্ভব হয়। অনুসন্ধানকারী উত্তরদাতাকে অনুরোধ করতে পারেন কোনো বিশেষ গুরুত্বপূর্ণ উত্তর যেন ব্যাখ্যা করে বলেন। ভুল ব্যাখ্যা বা প্রতিক্রিয়া লক্ষ্য করে অতিরিক্ত প্রশ্ন সংযোজন করা যায়।

ব্যক্তিগত সাক্ষাৎকারের অসুবিধাও আছে। এটি হল ব্যয়বহুল। এক্ষেত্রে দৃশ্য অনুসন্ধানকারীর প্রয়োজন হয়। অনেক সময় গবেষকের সামনে সঠিক উত্তরটা বলতে উত্তরদাতাকে জড়তায় গ্রাস করে।

ডাকযোগে প্রেরিত প্রশ্নমালা (Mailing Questionnaire)

এখানে সার্ভে বা সমীক্ষায় রাশিতথ্য ডাকযোগের মাধ্যমে সংগ্রহ করা হয়। প্রশ্নাবলি প্রত্যেক ব্যক্তিকে ডাকযোগে পাঠানো হয় এবং অনুরোধ করা হয় যেন এটি উত্তরদান সম্পূর্ণ করে নির্দিষ্ট সময়ের মধ্যে ফেরৎ পাঠানো হয়। এই পদ্ধতির সুবিধা হল এটা কম খরচে করা যায়। এতে গবেষকের প্রত্যন্ত অঞ্চলের মানুষের সঙ্গে যোগাযোগের সুযোগ হয়, যাদের কাছে সরাসরি পৌঁছানো বা টেলিফোন করাটা কষ্টসাধ্য। এখানে প্রশ্নকর্তা উত্তরদাতার ওপর কোনো প্রকার প্রত্যক্ষ প্রভাব ফেলতে পারেন না। এই পদ্ধতিতে উত্তরদাতাকে প্রশ্নগুলোর যুক্তিপূর্ণ উত্তর দেওয়ার জন্য যথেষ্ট সময় নিয়ে সম্পূর্ণ করার সুযোগ থাকে।

বর্তমানে অনলাইন সার্ভে বা SMS এর মাধ্যমে সার্ভে খুবই জনপ্রিয়। তোমরা কি জান, কীভাবে অনলাইন সার্ভে করা হয় ?

ডাকযোগে প্রেরিত সার্ভের অসুবিধাগুলো হল, নির্দেশগুলো স্পষ্টভাবে বলার জন্য সাহায্যের সুযোগ খুব কম থাকে। সুতরাং এখানে প্রশ্ন সম্পর্কে ভুল বোঝার একটা সম্ভাবনা থাকে। কিছু নির্দিষ্ট কারণে ডাকযোগে সার্ভেতে উত্তর পাওয়ার হার অনেকক্ষেত্রে কম হয়। যেমন প্রশ্নমালা সম্পূর্ণভাবে পূর্ণ না করে ফেরৎ পাঠানো, প্রশ্নমালাকে ফেরৎ না পাঠানো, ডাকযোগের গাফিলতিতে প্রশ্নমালা হারিয়ে যাওয়া ইত্যাদি।

টেলিফোনের মাধ্যমে সাক্ষাৎকার (Telephone Interviews)

টেলিফোনের মাধ্যমে সাক্ষাৎকারে গবেষক টেলিফোনের মাধ্যমে প্রশ্ন জিজ্ঞাসা করে। টেলিফোন সাক্ষাৎকারের সুবিধা হল ব্যক্তিগত সাক্ষাৎকারের চেয়ে তা সস্তা এবং খুব কম সময়ের মধ্যে সংগঠিত করা যায়। এটা প্রশ্নকর্তাকে অনুমতি প্রদানে সাহায্য করে যাতে করে উত্তরদাতাকে সুস্পষ্টভাবে প্রশ্ন করা যায়। টেলিফোন সাক্ষাৎকার সেইসব ক্ষেত্রে ভালো যেখানে ব্যক্তিগত সাক্ষাৎকারে উত্তরদাতা

কিছু নির্দিষ্ট প্রশ্নের উত্তর দিতে অনিচ্ছুক থাকে।

এই পদ্ধতিটির অসুবিধা হল ব্যক্তির সাথে যোগাযোগের ক্ষেত্রে সমন্বয় সাধন কষ্টকর। কারণ অনেক ব্যক্তির সাথে নিজস্ব কোনো টেলিফোন থাকে না।

প্রাক্ সমীক্ষা (Pilot Survey)

একবার প্রশ্নমালা তৈরি হয়ে গেলে, ছোটো ছোটো গ্রুপ (বিভাগ) করে প্রশ্নগুলো উপযুক্ত কি না তা বোঝার জন্য পরীক্ষা করা হয় যাকে প্রাক্সমীক্ষা বা প্রাক্ পরীক্ষা বলে। প্রাক্সমীক্ষা মূল সমীক্ষার সম্পর্কে একটি প্রাথমিক ধারণা পেতে সাহায্য করে। এভাবে প্রশ্নমালার প্রাক্ পরীক্ষার সাহায্যে প্রশ্নগুলোর ত্রুটি এবং দুর্বলতা জানা যায়। প্রাক্ সমীক্ষা প্রশ্নের উপযুক্ততা, পরিমাণ, নির্দেশগুলোর স্বচ্ছতা, গণনাকারীর কর্মক্ষমতা এবং আসল সমীক্ষার খরচ ও সময় প্রভৃতি বিষয়ে জানতে সাহায্য করে।

কাজ

- *ভারতবর্ষের প্রত্যন্ত গ্রামে বসবাসকারী কোনো ব্যক্তির কাছ থেকে তোমাকে তথ্য সংগ্রহ করতে হবে। কোন্ ধরনের তথ্য সংগ্রহ যথাযথ হবে এবং কেন ? আলোচনা কর।*
- *তোমাকে বিদ্যালয়ে শিক্ষার গুণগত মান সম্পর্কে মাতাপিতাদের সাক্ষাৎকার নিতে হবে। যদি সেখানে বিদ্যালয়ের প্রধান শিক্ষক উপস্থিত থাকেন, তবে কী ধরনের সমস্যার সৃষ্টি হতে পারে ?*

সুবিধাসমূহ	অসুবিধাসমূহ
ব্যক্তিগত সাক্ষাৎকার	
• সর্বোচ্চ প্রতিক্রিয়ার হার। • সব ধরনের প্রশ্ন করার অনুমতি প্রদান করে। • মুক্ত প্রশ্ন করাটা ভালো। • দ্ব্যর্থক বা অস্পষ্ট প্রশ্নের স্পষ্ট রূপ পাওয়ার অনুমতি প্রদান করে। 	• খুব ব্যয়বহুল। • উত্তরদাতার ওপর প্রভাব ফেলার সম্ভাবনা থাকে। • অনেক সময়-সাপেক্ষ ব্যাপার।
ডাকযোগে প্রেরিত সাক্ষাৎকার	
• কম খরচে সম্পূর্ণ করা যায়। • প্রত্যন্ত অঞ্চলে পৌঁছানোর জন্য একমাত্র পদ্ধতি। • উত্তরদাতার ওপর প্রভাব ফেলা যায় না। • উত্তরদাতার গোপনীয়তা রক্ষা করে। • স্পর্শকাতর প্রশ্নের জন্য ভালো। 	• নিরক্ষরদের দ্বারা করা যাবে না। • প্রতিক্রিয়া বা উত্তর পাওয়ার জন্য দীর্ঘ সময় অপেক্ষা করতে হয়। • দ্ব্যর্থহীন বা স্পষ্ট প্রশ্নের ব্যাখ্যার অনুমতি প্রদান করে না। • প্রতিক্রিয়া লক্ষ করা যায় না।
টেলিফোন সাক্ষাৎকার	
• তুলনামূলকভাবে কম খরচ। • তুলনামূলকভাবে উত্তরদাতার ওপর প্রভাব কম হয়। • তুলনামূলক ভাবে উত্তর পাওয়ার হার বেশি হয়। 	• সীমিত ব্যবহার • প্রতিক্রিয়া লক্ষ করা যায় না। • উত্তরদাতার ওপর প্রভাব বিস্তারের সম্ভাবনা থাকে।

4. আদমশুমারি এবং নমুনা সমীক্ষা (Census and sample surveys)

আদমশুমারি বা সম্পূর্ণ গণনা (Census or complete enumeration)

যদি সমগ্রকের (Population) প্রতিটি একক (ব্যক্তি, বস্তু অথবা পদ) সম্বন্ধে তথ্য সংগ্রহ করা হয় তবে তাহাকে সম্পূর্ণ গণনা বা আদমশুমারি বা সেন্সাস বলে। যদি কোনো সংস্থা ভারতবর্ষের মোট জনসংখ্যার তথ্য সংগ্রহ করতে আগ্রহী হয়, তবে ওই সংস্থাকে ভারতবর্ষের গ্রাম ও শহরের প্রতিটি পরিবার থেকে তথ্য সংগ্রহ করতে হবে। প্রতি দশ বছর পর পর এই ধরনের অনুসন্ধান ঘরে ঘরে চালানো হয়। জনসংখ্যা-বিষয়ক তথ্য যেমন জন্ম এবং মৃত্যু হার, সাক্ষরতা, কর্মসংস্থান সম্ভাব্য আয়ুষ্কাল, জনসংখ্যার আকার এবং গঠন প্রভৃতি সংগ্রহ করা হয় এবং রেজিস্ট্রার জেনারেল অব্ ইন্ডিয়া দ্বারা প্রকাশিত হয়। ভারতবর্ষে শেষবারের মতো জনগণনা হয়েছিল 2011 সালে।

2011 সালের আদমশুমারি অনুযায়ী ভারতের জনসংখ্যা হল 121.9 কোটি, যেখানে 2001 সালের আদমসুমারি অনুযায়ী ভারতবর্ষের জনসংখ্যা ছিল 102.87 কোটি। 1901 সালের আদমশুমারি অনুসারে এটি ছিল 23.83 কোটি। বিগত 110 বছরে আমাদের দেশের জনসংখ্যা বৃদ্ধি পেয়েছে 97 কোটিরও বেশি। জনসংখ্যার গড় বার্ষিক বৃদ্ধির হার (Average annual growth rate) 1971-81 দশকে ছিল 2.2 শতাংশ, যা 1991-2001 দশকে কমে 1.97 শতাংশ এবং 2001- 2011 দশকে 1.64 শতাংশ হয়েছে।

সমগ্রক ও নমুনা (Population and Sample)

'পপুলেশন' ও 'ইউনিভার্স' শব্দ দুটির যে প্রচলিত অর্থ রয়েছে, পরিসংখ্যান শাস্ত্রে শব্দদ্বয় সেই অর্থে ব্যবহৃত হয় না। পরিসংখ্যান শাস্ত্রে পপুলেশন ও ইউনিভার্স একই অর্থে ব্যবহৃত হয় এবং তা প্রচলিত অর্থের সাথে সঙ্গাতিপূর্ণ নয়। এখানে পপুলেশন বা ইউনিভার্স বা সমগ্রক বলতে সমীক্ষায় ব্যবহৃত সকল নমুনার সমষ্টিকে বোঝায়। এক্ষেত্রে পপুলেশন হল একটি নির্দিষ্ট বৈশিষ্ট্যের সকল বিষয়সমূহ (বা একাধিক বৈশিষ্ট্যযুক্ত সকল বিষয় সমূহ) বোঝায়, যা সমীক্ষার উদ্দেশ্যে নেওয়া হয়েছে। একটি নমুনা নির্বাচনের ক্ষেত্রে প্রথম কাজ হল সমগ্রক শনাক্তকরণ। একবার সমগ্রক শনাক্ত হয়ে গেলে, গবেষক প্রতিনিধিত্বকারী নমুনা নির্বাচন করে থাকে। কারণ সম্পূর্ণ সমগ্রক নিয়ে অধ্যয়ন করা খুবই কষ্টসাধ্য ব্যাপার। একটি নমুনা একটি সমগ্রকের একটি ভাগ বোঝায় যার থেকে তথ্য সংগ্রহ করা হয়। একটি ভালো নমুনা সাধারণত সমগ্রক থেকে ছোটো হয় এবং খুব কম খরচে ও কম সময়ের মধ্যে সমগ্রক সম্পর্কে সঠিক যুক্তিপূর্ণ তথ্য প্রদান করতে সক্ষম হয়।

মনে করো তুমি কোনো নির্দিষ্ট একটি অঞ্চলের লোকেদের গড় আয়ের ওপর সমীক্ষা বা অধ্যয়ন করতে চাও। আদমশুমারি পদ্ধতি অনুসারে তোমাকে ওই অঞ্চলের প্রতিটি ব্যক্তির আয় খুঁজে বের করতে হবে, তারপর সেগুলোকে যোগ করে যোগফলকে লোকসংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে ওই অঞ্চলের লোকদের গড় আয় পাওয়া যাবে। এই পদ্ধতিতে বিশাল সংখ্যক গণনাকারী নিয়োগ করার ফলে অনেক টাকা খরচের প্রয়োজন হয়। অন্যদিকে তুমি ওই অঞ্চলের কিছু লোকের কাছ থেকে প্রতিনিধিত্বকারী নমুনা নির্বাচন করো এবং তাদের আয় খুঁজে বের করো। এই নির্বাচিত গ্রুপের (বিভাগের) লোকদের গড় আয় থেকে সমস্ত অঞ্চলের প্রত্যেক লোকের গড় আয়ের হিসাব অনুমান করা সম্ভব হয়।

উদাহরণস্বরূপ -

- ***গবেষণার বিষয় :*** *মণিপুরের চোরাচাঁদপুর জেলায় কৃষিতে নিযুক্ত শ্রমিকদের আর্থিক অবস্থার অধ্যয়ন বা সমীক্ষা করা।*
- ***সমগ্রক :*** *চোরাচাঁদপুর জেলা কৃষিতে নিযুক্ত সমস্ত শ্রমিক।*
- ***নমুনা :*** *চোরাচাঁদপুর জেলায় কৃষিতে নিযুক্ত সমস্ত শ্রমিকের 10 শতাংশ।*

বেশিরভাগ সমীক্ষাই হল নমুনা সমীক্ষা। পরিসংখ্যানে এর গুরুত্ব বেশি হওয়ার পেছনে অনেকগুলো কারণ আছে। একটি নমুনা কম খরচ এবং কম সময়ের মধ্যে যুক্তিযুক্ত, বিশ্বস্ত এবং সঠিক তথ্য প্রদান করতে পারে। যেহেতু নমুনাগুলো সমগ্রক থেকে আকারে ছোটো হয়, তাই বিস্তারিত তথ্য নিবিড় অনুসন্ধানের মাধ্যমে সংগ্রহ করা যেতে পারে। যেহেতু এখানে আমাদের গণনাকারীর ছোটো দল প্রয়োজন হয়, তাই তাদের প্রশিক্ষণ এবং কাজের তত্ত্বাবধান করা আরও সহজ হয়ে ওঠে। এখন প্রশ্ন হল তুমি কীভাবে নমুনা চয়ন করবে ? নমুনা সংগ্রহ দুটি প্রকারে হয়ে থাকে, যেমন বিক্ষিপ্ত (Random) এবং অ-বিক্ষিপ্ত (Non Random)।

কাজ

- ভারতবর্ষ এবং চিনে পরবর্তী কোন্ সালে আদমশুমারি হবে ?
- যদি তোমাকে একাদশ শ্রেণির অর্থনীতি বিষয়ের নতুন পাঠ্যবই সম্পর্কে ছাত্রছাত্রীদের মতামতের ওপর অধ্যয়ন করতে হয়, তাহলে তোমার সমগ্রক এবং নমুনা কী হবে ?
- যদি কোনো গবেষক পাঞ্জাবে গমের গড় উৎপাদন হিসাব করতে চায়, তাহলে সেক্ষেত্রে তার সমগ্রক এবং নমুনা কী হবে ?

নীচের আলোচনা তাদের পার্থক্য সুস্পষ্ট করবে।

বিক্ষিপ্ত নমুনা চয়ন

(Random Sampling)

নাম অনুযায়ী, বিক্ষিপ্ত নমুনা চয়ন হল যেখানে প্রতিটি একক বা নমুনা সমগ্রক থেকে বিক্ষিপ্ত বা এলোমেলো ভাবে নির্বাচন করা হয়। সরকার একটি নির্দিষ্ট এলাকার জনগণের পারিবারিক বাজেটের ওপর পেট্রোলের বর্ধিত দামের প্রভাব কী হবে সেটা নির্ধারণ করতে চায়। তার জন্য 30টি পরিবার থেকে প্রতিনিধিত্বকারী (বিক্ষিপ্ত ভাবে) নমুনা সংগ্রহ করতে হবে এবং সেটা বিশ্লেষণ করতে হবে। ওই এলাকার 300টি পরিবারের নাম একটি কাগজের টুকরোতে লেখা হল এবং ভালোভাবে মেশানো হল; তারপর সেখান থেকে একে একে 30টি পরিবারের সাক্ষাৎকার নেয়া হল।

বিক্ষিপ্ত নমুনা চয়নে প্রতিটি স্বতন্ত্র এককের কাছে নির্বাচিত হবার সমান সুযোগ থাকে। উপরের উদাহরণ থেকে দেখা যায়, সমগ্রকের সকল 300টি নমুনা একক 30টি এককের নমুনার অন্তর্ভুক্ত হওয়ার জন্য সমান সুযোগ

একটি প্রতিনিধিত্বকারী নমুনা (Representative) একটি অপ্রতিনিধিত্বকারী নমুনা (Non Representative)

পায়, অতএব এই নমুনাগুলো, যেগুলো নির্বাচন বা সংগ্রহ করা হয়েছে সেগুলো হল সমসম্ভব নমুনা। এটাকে লটারি পদ্ধতিও বলা হয়ে থাকে। বর্তমানে সমসম্ভব নমুনা নির্বাচনে কম্পিউটার প্রোগ্রাম ব্যবহার করা হয়।

বুথ ফেরত সমীক্ষা (এক্সিট পোল)

তুমি অবশ্যই দেখে থাকবে যখন কোথাও কোনো নির্বাচন হয়ে থাকে, টেলিভিশন নেটওয়ার্কগুলো সেই নির্বাচন সম্প্রচার করে থাকে। তারা নির্বাচনের সম্ভাব্য ফলাফলের আগাম আভাস দেবার চেষ্টা করে। এটা করা হয় এক্সিট পোলের মাধ্যমে। এখানে বুথ-ফেরত ভোটারের বিক্ষিপ্ত নমুনা নেওয়া হয়। তাদের জিজ্ঞাসা করা হয় যে তারা কাকে ভোট দিয়েছেন। ভোটারের এই নমুনার তথ্য থেকে এই নির্বাচনের ফলাফলের আগাম পূর্বাভাস দেওয়া হয়। তোমরা অবশ্যই লক্ষ করে থাকবে যে এক্সিট পোল-এর পূর্বানুমান সবসময় মিলে না। কেন ?

কাজ

- *তোমাকে ভারতবর্ষের বিগত 50 বছরের খাদ্যশস্য উৎপাদনের ধরন নিয়ে আলোচনা করতে হবে। যেহেতু সকল বছরের তথ্য সংগ্রহ করাটা কষ্টসাধ্য ব্যাপার, তোমাকে বলা হল যে-কোনো 10 বছরের উৎপাদনের নমুনা নির্বাচন করতে। বিক্ষিপ্ত সংখ্যার সারণি ব্যবহার করে কীভাবে তুমি নমুনা বছরগুলো নির্বাচন করবে ?*

অ-বিক্ষিপ্ত নমুনা চয়ন (Non-Random Sampling)

হতে পারে যেখানে তোমাকে একটি এলাকার 100টি পরিবারের মধ্যে 10টি পরিবারকে নির্বাচন করতে হবে। তোমাকে সিদ্ধান্ত নিতে হবে কোন্ পরিবারগুলোকে নির্বাচন করবে এবং কোন্‌গুলোকে বাদ দেবে। তুমি সুবিধামতো জায়গায় অবস্থিত কোনো পরিবার বাছাই করতে পারো অথবা তোমার বা কোনো বন্ধুর পরিচিত পরিবারগুলোকে বাছাই করতে পারো। এক্ষেত্রে তোমার 10টি পরিবার নির্বাচন করতে তোমার মতামত বা বিচার বিবেচনা (পক্ষপাত) ব্যবহার করেছ। এভাবে 100টি পারিবারের মধ্য থেকে 10টি পরিবার বাছাই করা বিক্ষিপ্ত নির্বাচন নয়। একটি অ-বিক্ষিপ্ত নমুনা চয়ন পদ্ধতি হল যেখানে একটি সমগ্রকের সবগুলো স্বতন্ত্র একক নির্বাচিত হবার জন্য সমানভাবে সুযোগ পায় না এবং নমুনা নির্বাচনের ক্ষেত্রে গবেষকের বিচার বিবেচনা একটি গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা পালন করে। এগুলো মূলত নির্বাচিত হয় বিচার বিবেচনা, উদ্দেশ্য, সুবিধা, কোটা-এর ওপর ভিত্তি করে, যা অ-বিক্ষিপ্ত নমুনা বলে বিবেচিত হবে।

5. নমুনাগত ও অ-নমুনাগত ত্রুটি (Sampling and Non-Sampling Error)

নমুনাগত ত্রুটি

সাংখ্যমান নিয়ে গঠিত একটি সমগ্রকের দুটি গুরুত্বপূর্ণ বৈশিষ্ট্য আছে যা এখানে প্রাসঙ্গিক। প্রথমত কেন্দ্রীয় প্রবণতা, অর্থাৎ গড়, মধ্যমা, বা সংখ্যাগুরুমান দ্বারা মাপতে পারো। দ্বিতীয়ত বিস্তৃতি অর্থাৎ সমক বিচ্যুতি, গড় বিচ্যুতি, প্রসার ইত্যাদি গণনা করে পরিমাপ করতে পারো। নমুনা নির্বাচনের উদ্দেশ্য হল সমগ্র স্থিতিমানদের এক বা একাধিক নিরুপিত মান নির্ণয় করা। নমুনাগত ত্রুটি বলতে বোঝায় নমুনার নিরুপিত মান এবং এর অনুরূপ সমগ্রকের স্থিতিমানের পার্থক্য। সুতরাং নমুনাগত ত্রুটি হল একটি সমগ্রক স্থিতিমানের প্রকৃত মান এবং এর নিরুপিত মান (যা নমুনা থেকে পাওয়া যায়)-এর পার্থক্য। বলা বাহুল্য, একটি বড়ো নমুনা নিয়ে গবেষণা করলে নমুনাগত ত্রুটির মাত্রা কমানো সম্ভব হয়।

উদাহরণস্বরূপ -

মনিপুরের জন কৃষকের আয় নিয়ে একটি বিষয় বিবেচনা করো। চলক ‘X’ (কৃষকের আয়) এর মানগুলো হল 500, 550, 600, 650, 700।

এখানে আমরা দেখি, সমগ্রকের গড় হল

= (500+550+600+650+700) ÷ 5

= 3000 ÷ 5

= 600

এখন, ধরো আমরা দুজন কৃষকের একটি নমুনা সংগ্রহ করলাম যেখানে ‘X’ এর মান 500 এবং 600। সুতরাং,

নমুনা গড় = (500+600) ÷ 2

= 1100 ÷ 2 = 550 ।

এখানে, নমুনাগত ত্রুটির হিসাব

= 600 (প্রকৃত মান) – 550 (আনুমানিক হিসাব)

= 50

অ-নমুনাগত ত্রুটিসমূহ

অ-নমুনাগত ত্রুটিগুলো নমুনাগত ত্রুটিগুলোর চেয়ে বেশি গুরুত্বপূর্ণ বিষয়। কারণ নমুনাগত ত্রুটিগুলোকে বড়ো নমুনা নির্বাচনের সাহায্যে কমিয়ে আনা সম্ভব হয়। বড়ো নমুনা নিয়েও অ-নমুনাগত ত্রুটিগুলোকে কমিয়ে আনা সম্ভব হয় না। এমনকি একটি আদমশুমারিতেও অ-নমুনাগত ত্রুটি থাকতে পারে।

তথ্য সংগ্রহে ত্রুটি (Errors in Data Acquisition)

এই ধরনের ত্রুটি ভুল উত্তর লিপিবদ্ধ হওয়ার ফলে সৃষ্টি হয়। ধরো, শিক্ষক ছাত্রদের বললেন শ্রেণিকক্ষে শিক্ষকের টেবিলটির দৈর্ঘ্য মেপে দেখাও। শিক্ষার্থীদের দ্বারা টেবিলের দৈর্ঘ্যের মাপটা বিভিন্ন হতে পারে। এই মাপের ভিন্নতা হতে পারে ফিতার ভিন্নতার জন্য, ছাত্রদের অসতর্কতার জন্য ইত্যাদি। একইভাবে ধরো, আমরা কমলালেবুর দামের তথ্য সংগ্রহ করতে চাই। আমরা জানি বিভিন্ন দোকানে দাম বিভিন্ন হবে এবং বিভিন্ন বাজারেও দাম বিভিন্ন হবে। গুণগত মান অনুসারেও দাম বিভিন্ন হতে পারে। সুতরাং, আমরা শুধু গড় দামকে বিবেচনা করতে পারি। লিপিবদ্ধ করার ক্ষেত্রেও ভুল হতে পারে কেননা গণনাকারী বা উত্তরদাতাও তথ্য বলা বা লিপিবদ্ধ করার ক্ষেত্রে ভুল করতে পারে, যেমন, সে 31 এর পরিবর্তে 13 লিপিবদ্ধ করল।

প্রতিক্রিয়াহীন ত্রুটিসমূহ (Non-Response Errors) :

প্রতিক্রিয়াহীন ত্রুটিসমূহ আগে যখন প্রশ্নকর্তা নমুনায় তালিকাভুক্ত কোনো ব্যক্তির সাথে যোগাযোগ করতে অসমর্থ হয় অথবা নমুনায় তালিকাভুক্ত কোনো ব্যক্তি উত্তর দিতে অস্বীকার করে। এক্ষেত্রে, এই নমুনা পর্যবেক্ষণটি প্রতিনিধিত্বমূলক হতে পারে না।

পক্ষপাতমূলক নমুনা চয়ন (Simpling Bias) : পক্ষপাত মূলক নমুনা চয়ন সংঘটিত হয় যখন নমুনা চয়নের পরিকল্পনা করার সময় কাঙ্ক্ষিত সমগ্রকের (Target Population) কিছু সদস্য একককে নমুনার মধ্যে অন্তর্ভুক্ত করতে অসমর্থ হয়।

6. ভারতের আদমশুমারি এবং NSSO

জাতীয় এবং রাজ্যস্তরে কিছু সংস্থা আছে যারা পরিসংখ্যানগত তথ্য সংগ্রহ করে, প্রক্রিয়াকরণ (Process) করে, এবং তালিকাবদ্ধ করে থাকে। জাতীয়স্তরে এরকম কিছু সংস্থা হল ভারতের আদমশুমারি (Census of India), National Sample Survey Organisation (NSSO), Central Statistical Organisation (CSO), Registrar General of India (RGI), Directorate General of Commercial Intelligence and Statistics (DGCIS), Labour Bureau ইত্যাদি।

ভারতের আদমশুমারি জনসংখ্যার পরিপূর্ণ এবং ধারাবাহিক জনতাত্ত্বিক দলিল প্রদান করে থাকে। 1881 সাল থেকে এই আদমশুমারি প্রতি দশ বছর অন্তর নিয়মিতভাবে করা হচ্ছে। স্বাধীনতার পর প্রথম আদমশুমারি করা হয়েছিল 1951 সালে। আদমশুমারির কর্মকর্তারা জনসংখ্যার বিভিন্ন দিক বা বিষয়ের তথ্য সংগ্রহ করে যেমন আকার, ঘনত্ব, লিঙ্গ অনুপাত, সাক্ষরতা, পরিযায়ন, গ্রাম-শহর বণ্টন ইত্যাদি। ভারতের বিভিন্ন অর্থনৈতিক এবং সামাজিক বিষয়গুলো বোঝার জন্য আদমশুমারির তথ্য ব্যাখ্যা এবং বিশ্লেষণ করা হয়।

NSS কে ভারত সরকার প্রতিষ্ঠা করেছিল জাতীয় স্তরে আর্থ-সামাজিক বিষয়গুলোর ওপর সমীক্ষা করার জন্য। NSS ধারাবাহিকভাবে ক্রমাগত সমীক্ষা চালিয়ে যাচ্ছে। NSS দ্বারা সংগৃহীত তথ্য প্রতিবেদন রূপে প্রকাশ করা হয় এবং এদের ত্রৈমাসিক সাময়িক পত্রিকার নাম হল ‘Sarvekshana’। NSSO কিছু বিষয়ের ওপর পর্যাবৃত্ত হিসাব (Periodical Estimates) করে থাকে যেমন সাক্ষরতা, বিদ্যালয় তালিকাভুক্তি, শিক্ষা পরিসেবার সদ্ব্যবহার, কর্মসংস্থান, বেকারত্ব, নির্মাণ এবং পরিসেবা ক্ষেত্রের উদ্যোগ, রোগের হার (Morbidity), মাতৃত্ব, শিশু স্বাস্থ্য সুরক্ষা, গণবণ্টন ব্যবস্থার সদ্ব্যবহার ইত্যাদি। NSS এর 60 তম সমীক্ষা (January-June 2004) ছিল রোগের হার এবং স্বাস্থ্য বিষয়ক। NSS এর 68 তম সমীক্ষা (2011-12) ছিল ভোক্তার ব্যয়ের ওপর ভিত্তি করে। NSS শিল্পজাত কাজকর্ম এবং বিভিন্ন দ্রব্যের খুচরো দামের বিষয়েও বিস্তারিত ভাবে তথ্য সংগ্রহ করে। ভারত সরকার তাদের পরিকল্পনার প্রয়োজন অনুসারে ব্যবহার করে থাকে।

7. উপসংহার (Conclusion) :

অর্থনৈতিক তথ্য, যা সংখ্যার আকারে প্রকাশ করা হয় তাকে রাশিতথ্য বলা হয়। রাশিতথ্য সংগ্রহের উদ্দেশ্য হল একটি সমস্যাকে বোঝা, ব্যাখ্যা করা ও বিশ্লেষণ করা এবং এর পেছনের কারণ অনুসন্ধান করা। প্রাথমিক রাশিতথ্য সরাসরি সমীক্ষার মাধ্যমে পাওয়া যায়। সমীক্ষার অনেকগুলো ধাপ আছে যেগুলো সতর্কতার সহিত পরিচালনার প্রয়োজন হয়। অনেকগুলো সংস্থা আছে যারা পরিসংখ্যানগত তথ্য সংগ্রহ, প্রক্রিয়া, তালিকাবদ্ধকরণ এবং প্রকাশনার কাজ করে থাকে। এগুলো অ-প্রাথমিক বা গৌণ রাশিতথ্য হিসাবে ব্যবহৃত হয়। যদিও রাশিতথ্যের উৎস নির্বাচন এবং রাশিতথ্য সংগ্রহের পদ্ধতির ধরন সমীক্ষার বিষয়বস্তুর উদ্দেশ্যের ওপর নির্ভর করে।

সংক্ষিপ্ত বৃত্তি

- রাশিতথ্য একটি হাতিয়ার যা কোনো একটি সমস্যা নিয়ে নিখুঁত সিদ্ধান্তে পৌঁছাতে তথ্য প্রদান করে।
- প্রাথমিক রাশিতথ্য প্রথম হস্তের তথ্যের ওপর নির্ভরশীল।
- সমীক্ষা করা হয়ে থাকে ব্যক্তিগত সাক্ষাৎকার, ডাকযোগে প্রেরিত প্রশ্নমালা এবং টেলিফোন সাক্ষাৎকারের মাধ্যমে।
- আদমশুমারি সমগ্রকের সঙ্গে সম্পর্কিত প্রতিটি ব্যক্তি বা একককে অন্তর্ভুক্ত করে থাকে।
- নমুনা হল সমগ্রক থেকে নেওয়া ছোটো গ্রুপ যা থেকে প্রাসঙ্গিক তথ্য চাওয়া হয়।
- একটি সমসম্ভব নমুনা চয়নে তথ্য প্রদানের জন্য প্রতিটি একক নির্বাচিত হতে সমান সুযোগ পেয়ে থাকে।
- নমুনাগত ত্রুটি দেখা দেয় সমগ্রকের প্রকৃত এবং আনুমানিক হিসাবের পার্থক্যের দরুন।
- অ-নমুনাগত ত্রুটিসমূহ দেখা দেয় প্রতিক্রিয়াহীন তথ্য অর্জনের ক্ষেত্রে অথবা পক্ষপাতমূলক নির্বাচনের জন্য।
- Census of India এবং National Sample Survey হল জাতীয় স্তরে দুটি গুরুত্বপূর্ণ সংস্থা, যারা অনেক গুরুত্বপূর্ণ অর্থনৈতিক এবং সামাজিক বিষয়সমূহের তথ্য সংগ্রহ, প্রক্রিয়া এবং তালিকাবদ্ধ করে থাকে।

অনুশীলনী

1) নীচের প্রশ্নগুলোর জন্য সঠিক উত্তর বাছাই এর ক্ষেত্রে ন্যূনতম চারটি যথাযথ বিকল্প গঠন করো—
   i) নীচের কোন্‌টি খুব গুরুত্বপূর্ণ বিষয় যখন তুমি একটি নতুন পোশাক ক্রয় কর ?
   ii) তুমি কতক্ষণ কম্পিউটার ব্যবহার কর ?
   iii) কোন্ সংবাদপত্রটি তুমি নিয়মিতভাবে পড় ?
   iv) পেট্রোলের মূল্য বৃদ্ধি কি যুক্তিসঙ্গত ?
   v) তোমার পরিবারের মাসিক আয় কত ?
2) পাঁচটি প্রশ্ন গঠন করো যেখানে উত্তর দুটির মধ্যে একটি হবে (‘হ্যাঁ’ বা ‘না’)।
3) নীচের বক্তব্যগুলো ‘সত্য’ না কি ‘মিথ্যা’ যাচাই করো।
   i) রাশিতথ্যের অনেকগুলো উৎস আছে।

- ii) যখন জনগণ শিক্ষিত থাকে এবং বিশাল জায়গা জুড়ে বিস্তৃত থাকে, তখন রাশিতথ্য সংগ্রহের যথাযথ পদ্ধতি হল টেলিফোনের মাধ্যমে সমীক্ষা করা।
- iii) গবেষক দ্বারা সংগৃহীত তথ্য হল অ-প্রাথমিক/গৌণ রাশিতথ্য।
- iv) অ-বিক্ষিপ্ত নমুনা নির্বাচনের ক্ষেত্রে কিছু পক্ষপাতদুষ্ট আচরণ যুক্ত থাকে।
- v) অ-বিক্ষিপ্ত ত্রুটি/ত্রুটিসমূহ বড়ো আকারের নমুনা গ্রহণ করে কমিয়ে আনা যায়।

4) নীচের প্রশ্নগুলো সম্পর্কে তুমি কী চিন্তা কর ? এই প্রশ্নগুলোতে কোনো সমস্যা কি খুঁজে পাও ? ব্যাখ্যা করো।
- i) নিকটবর্তী বাজার থেকে কত দূরে তুমি বাস কর ?
- ii) যদি প্লাস্টিক ব্যাগ আমাদের মোট আবর্জনার মাত্র 5 শতাংশ হয়, তাহলে এর উপর নিষেধাজ্ঞা জারি করা কি উচিত হবে ?
- iii) তুমি কি পেট্রোলের দাম বৃদ্ধির বিরোধিতা করবে না ?
- iv) তুমি কি রাসায়নিক সারের ব্যবহার সমর্থন কর?
- v) তুমি কি তোমার জমিতে সার ব্যবহার কর ?
- vi) তোমার জমিতে প্রতি হেক্টরে উৎপাদন কত ?

5) তুমি শিশুদের মধ্যে ভেজিটেবল আটা নুডল্স-এর জনপ্রিয়তার উপর একটি সমীক্ষা করতে চাও। এর তথ্য সংগ্রহ করার জন্য একটি উপযুক্ত প্রশ্নমালা তৈরি করো।

6) একটি গ্রামে 200টি ফার্ম বা খামার আছে, ফসলের নমুনা বা প্যাটার্ন খোঁজার জন্য একটি অধ্যয়ন বা সমীক্ষা করতে হবে। 50টি খামারের নমুনাযুক্ত সমীক্ষায়, 50% গম উৎপাদন করে। তাহলে সমগ্রক ও নমুনার আকার কী হবে ?

7) নমুনা সমগ্রক এবং চলকের দুটি করে উদাহরণ দাও।

8) নীচের কোন্ পদ্ধতিটি ভালো ফল দেবে এবং কেন ?
- a) আদমশুমারি
- b) নমুনা

9) নীচের ত্রুটিগুলোর মধ্যে কোন্‌টি খুব গুরুতর এবং কেন ?
- a) নমুনাগত ত্রুটি
- b) অ-নমুনাগত ত্রুটি

10) মনে করো তোমার শ্রেণিতে 10 জন ছাত্র আছে। তার মধ্যে থেকে তোমাকে তিনজনকে নির্বাচন করতে হবে। কতগুলো নমুনা সম্ভব ?

11) তোমার শ্রেণিতে 10 জন ছাত্রের মধ্যে 3জনকে নির্বাচন করতে তুমি কীভাবে লটারি পদ্ধতি ব্যবহার করবে- আলোচনা করো।

12) লটারি পদ্ধতি কি সর্বদা সমসম্ভব নমুনা দিয়ে থাকে ? ব্যাখ্যা করো।

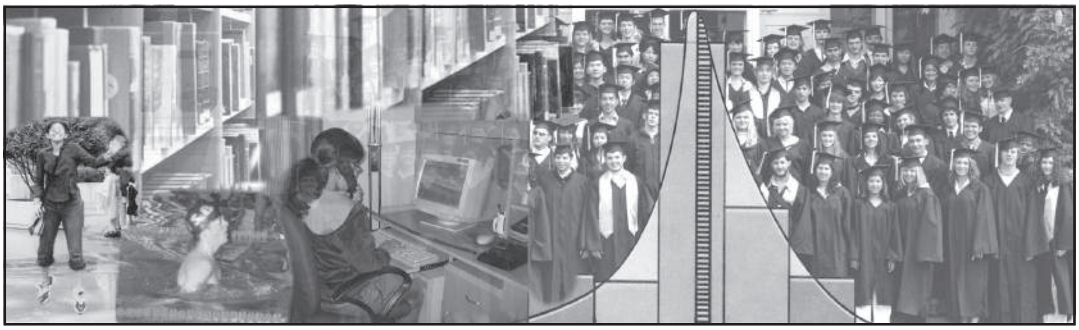
13) সমসম্ভব সংখ্যার সারণি ব্যবহার করে তোমার শ্রেণির 10 জন ছাত্রের মধ্যে 3 জনকে সমসম্ভব নমুনা চয়নের মাধ্যমে নির্বাচন করার প্রক্রিয়াটি বর্ণনা করো।

14) নমুনাগুলো কি সমীক্ষা থেকেও ভালো ফল দেয় ? তোমার উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দেখাও।

অধ্যায়

3

রাশিতথ্য সংকলন (Organisation of Data)



এই অধ্যায় পাঠ করে তোমরা সক্ষম হবে :

- পরিসংখ্যানগত বিশ্লেষণের জন্য রাশিতথ্য শ্রেণিবন্ধ করতে;
- পরিমাণগত এবং গুণগত শ্রেণিবিভাগের মধ্যে পার্থক্য করতে;
- পরিসংখ্যা বিভাজনের সারণি তৈরি করতে;
- শ্রেণি গঠনের পদ্ধতি জানতে;
- টালি চিহ্নের পদ্ধতির সাথে পরিচিত হতে;
- এক-চলক বিশিষ্ট এবং দ্বি-চলক বিশিষ্ট পরিসংখ্যা বিভাজনের মধ্যে পার্থক্য বুঝতে।

1. ভূমিকা (Introduction)

পূর্ববতী অধ্যায়ে রাশিতথ্য সংগ্রহ করার পদ্ধতি জেনেছ। তুমি আদমশুমারি এবং নমুনায়নের পার্থক্যও জেনেছ। এই অধ্যায়ে সংগৃহীত রাশিতথ্যের শ্রেণিবিন্যাস করার পদ্ধতি আয়ত্ত করবে। অপরিশোধিত বা কাঁচা তথ্যকে শ্রেণিবন্ধ করা হয় যাতে পরবর্তী সময় পরিসংখ্যানগত বিশ্লেষণের কাজ সহজ হয়।

তুমি কি কখনও স্থানীয় কাবারিওয়ালাকে দেখেছ যার কাছে তুমি পুরোনো সংবাদপত্র, ভাঙা গৃহস্থালির জিনিসপত্র, খালি কাচের বোতল, প্লাস্টিক ইত্যাদি বিক্রয় কর? সে তোমার কাছ থেকে এই জিনিসগুলো কিনে এবং সেগুলো যারা পুনর্ব্যবহারযোগ্য করে তাদের কাছে বিক্রয় করে। কিন্তু তার দোকানে এত পুরোনো জিনিস দিয়ে ব্যবসা চালানো তার পক্ষে খুব কঠিন হবে, যদি না সে জিনিসগুলোকে সঠিকভাবে সজ্জিত করে রাখে। তার কাজকে সহজ করার জন্য পুরোনো জিনিসগুলোকে সে বিভিন্ন গ্রুপ বা শ্রেণিতে ভাগ করে। সে পুরোনো সংবাদপত্র গুলোকে একত্রিত করে এবং একটি দড়ি দিয়ে সেগুলোকে বেঁধে রাখে। তারপর সমস্ত খালি কাচের বোতলগুলোকে

বস্তার মধ্যে সংগ্রহ করে রাখে। সে তার দোকানের এক প্রান্তে ধাতব জিনিসগুলোকে স্তূপীকৃত করে রাখে এবং সেগুলো 'লোহা', 'রুপা', 'অ্যালুমিনিয়াম', পিতল ইত্যাদি আরও অনেক শ্রেণিতে ভাগ করে রাখে। এইভাবে সে তার পুরোনো জিনিসগুলোকে 'সংবাদপত্র', প্লাস্টিক, কাচ, ধাতু ইত্যাদি বিভিন্ন শ্রেণিতে ভাগ করে সুবিন্যস্তভাবে সাজিয়ে রাখে। একবার তার পুরোনো জিনিসগুলো সাজানো এবং শ্রেণিবন্ধ করা হয়ে গেলে, ক্রেতার চাহিদা অনুযায়ী নির্দিষ্ট জিনিস খুঁজে বের করা তার পক্ষে সহজ হয়।

এরূপে একটি নির্দিষ্ট সজ্জায় বা ক্রমে তুমি তোমার বিদ্যালয়ের বইগুলোকে সাজিয়ে রাখবে যাতে বইগুলো ব্যবহার করা তোমার পক্ষে সহজ হয়।

তুমি বিষয় অনুযায়ী এগুলোকে শ্রেণিবন্ধ করতে পারো। এখানে প্রত্যেকটা বিষয় হবে একটা গ্রুপ বা শ্রেণি। উদাহরণস্বরূপ, যখন তোমার ইতিহাসের একটি বিশেষ বইয়ের প্রয়োজন হয়, তখন তুমি ইতিহাস গ্রুপে রাখা বইগুলোর মাঝে সেই বইটি খুঁজবে। অন্যথায় ইতিহাসের এই বইটিকে খুঁজতে বইয়ের সমগ্র সংগ্রহটিকে ঘাঁটতে হবে।

বস্তুর শ্রেণিবিন্যাস আমাদের মূল্যবান সময় ও শ্রম বাঁচায়। তবে শ্রেণিবিন্যাস যথেচ্ছভাবে করা যায় না। পুনর্ব্যবহারযোগ্য জিনিসের বাজার অনুযায়ী কাবরিওয়ালা তার পুরোনো জিনিসগুলোর গ্রুপ বা শ্রেণি তৈরি করে। উদাহরণস্বরূপ, 'কাচ' গ্রুপে সে খালি বোতল, ভাঙা আয়না এবং জানালার কাচ ইত্যাদি রাখে। এইভাবে যখন তুমি 'ইতিহাস' গ্রুপে তোমার ইতিহাসের বইগুলোকে শ্রেণিবন্ধ করবে, তখন তুমি অন্য বিষয়ের বইগুলোকে ওই গ্রুপে রাখবে না। অন্যথায় গ্রুপ করার উদ্দেশ্যই অর্থহীন হবে। সুতরাং শ্রেণিবন্ধকরণ হচ্ছে কিছু মানদণ্ডের ভিত্তিতে গ্রুপ বা শ্রেণিতে জিনিসগুলোকে সাজিয়ে রাখা বা সংগঠিত করা।

কাজ

ডাকঘরে কীভাবে সাজানো হয় তা দেখার জন্য তুমি স্থানীয় ডাকঘর পরিদর্শন করো। তুমি কি জান চিঠির মধ্যে যে পিন কোড থাকে তা কী ইঙ্গিত করে? তুমি পোস্টমাস্টারকে জিজ্ঞাসা করো।

2. অপরিশোধিত রাশিতথ্য বা কাঁচা রাশিতথ্য (Raw Data)

কাবারিওয়ালার পুরোনো জিনিসের মতো, অ-শ্রেণিকৃত রাশিতথ্য বা কাঁচা রাশিতথ্য খুবই অবিন্যস্ত থাকে। এগুলো প্রায়ই খুব বড়ো হয় এবং এসব জিনিস নিয়ে কাজ করা খুব কষ্টসাধ্য হয়। অবিন্যস্ত রাশিতথ্য থেকে অর্থপূর্ণ সিদ্ধান্তে উপনীত হওয়া দুরূহ কাজ। এগুলো পরিসংখ্যানগত পদ্ধতিতে বিশ্লেষণ করা যায় না। সুতরাং কোনো সুশৃঙ্খল পরিসংখ্যানগত বিশ্লেষণ করার পূর্বে তথ্যগুলোকে যথোপযুক্ত সংকলন ও উপস্থাপন করা প্রয়োজন। এজন্য রাশিতথ্য সংগ্রহ করার পরবর্তী ধাপে এগুলোকে শ্রেণিকৃতভাবে সংগঠিত করে উপস্থাপন করতে হয়।

ধরা যাক, তুমি তোমার বিদ্যালয়ের 100 জন ছাত্রছাত্রীর গণিতের ফলাফল জানতে চাও। তার জন্য তুমি ছাত্রছাত্রীদের গণিতে প্রাপ্ত নম্বর সংগ্রহ করেছ। যদি তুমি নম্বরগুলোকে একটি সারণিতে উপস্থাপন কর, তবে সেটা সারণি 3.1 এর মতো হবে।

সারণি 3.1

একটি পরীক্ষায় 100 জন বিদ্যার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বর

47	45	10	60	51	56	66	100	49	40
60	59	56	55	62	48	59	55	51	41
42	69	64	66	50	59	57	65	62	50
64	30	37	75	17	56	20	14	55	90
62	51	55	14	25	34	90	49	56	54
70	47	49	82	40	82	60	85	65	66
49	44	64	69	70	48	12	28	55	65
49	40	25	41	71	80	0	56	14	22
66	53	46	70	43	61	59	12	30	35
45	44	57	76	82	39	32	14	90	25

অথবা খাদ্যের খাতে গড় ব্যয় জানতে তুমি তোমার পড়শিদের 50 টি পরিবারের খাদ্যের উপর মোট মাসিক ব্যয়ের তথ্য সংগ্রহ করতে পারো। সংগৃহীত তথ্য, তুমি একটি সারণিতে উপস্থাপন করলে সেটা সারণি 3.2 এর অনুরূপ হবে। সারণি 3.1 এবং 3.2 উভয়ই কাঁচা বা অ-শ্রেণি কৃত রাশিতথ্য দিয়ে গঠিত। উভয় সারণিতে তুমি দেখতে পাবে যে নম্বরগুলো কোনো নির্দিষ্টক্রম অনুসারে সাজানো হয়নি। এখন যদি সারণি 3.1 থেকে গণিতের সর্বোচ্চ নম্বর সম্পর্কে তোমাকে জিজ্ঞাসা করা হয়, তখন তোমাকে 100

ছাত্রছাত্রীর নম্বরকে হয় মানের উর্ধ্বক্রম নয় নিম্নক্রম অনুসারে সাজাতে হবে। এভাবে সাজানো খুবই কষ্টসাধ্য হবে, যদি 100 জনের পরিবর্তে 1000 জন ছাত্রছাত্রীর

সারণি - 3.2

50 টি পরিবারের খাদ্যের মাসিক ব্যয় (টাকার অঙ্কে)

1904	1559	3473	1735	2760
2041	1612	1753	1855	4439
5090	1085	1823	2346	1523
1211	1360	1110	2152	1183
1218	1315	1105	2628	2712
4248	1812	1264	1183	1171
1007	1180	1953	1137	2048
2025	1583	1324	2621	3676
1397	1832	1962	2177	2575
1293	1365	1146	3222	1396

নম্বর নিয়ে তোমাকে কাজটি করতে হয়, একইভাবে সারণি 3.2 তে তুমি লক্ষ করবে যে 50 টি পরিবারের গড় মাসিক ব্যয়ের হিসাব নির্ণয় করা তোমার পক্ষে শ্রমসাধ্য হবে। এই সমস্যাটি আরও কষ্টকর হবে যদি সংখ্যাটি খুব বড়ো হয়। অর্থাৎ পরিবারের সংখ্যা যখন 5000 হবে। আমাদের কাবারিওয়ালার বা পুরোনো জিনিস বিক্রেতার মতো, যখন তার পুরোনো জিনিসপত্রগুলোর পরিমাণ বেশি হয় এবং এগুলো অগোছালো থাকে তখন তার নির্দিষ্ট জিনিস খুঁজে বের করতে কষ্ট হয়। একইভাবে তুমি যখন কোনো বেশি সংখ্যার কাঁচা রাশিতথ্য থেকে কোনো নির্দিষ্ট তথ্য পাওয়ার চেষ্টা করবে, তখন তুমি একইরকম পরিস্থিতির সম্মুখীন হবে। অতএব, এক কথায় বৃহৎ অ-শ্রেণিকৃত রাশিতথ্য থেকে তথ্য সংগ্রহ করা একটি কষ্টকর কাজ।

কাঁচা রাশিতথ্যগুলোকে সংক্ষিপ্তকরণ করা হয় এবং শ্রেণিবদ্ধকরণ দ্বারা বোধগম্য করা হয়। যখন একই বৈশিষ্ট্যের ঘটনাকে একই শ্রেণিতে স্থাপন করা হয়, তখন থেকেই এগুলোকে সহজেই কোনো অসুবিধা ছাড়াই শনাক্ত করতে, তুলনা করতে এবং সিদ্ধান্ত গ্রহণ করতে সক্ষম হয়। দ্বিতীয় অধ্যায়ে তোমরা জেনেছ যে, ভারত সরকার প্রতি দশ বছর অন্তর জনসংখ্যা গণনা করে থাকে। 2001 সালের আদমশুমারি অনুযায়ী 20 কোটি লোকের

সাথে যোগাযোগ করা হয়েছিল, আদমশুমারির কাঁচা রাশিতথ্যগুলো এত বৃহৎ এবং বহু বিভক্ত যে এদের থেকে কোনো অর্থপূর্ণ সিদ্ধান্তে উপনীত হওয়া প্রায় অসম্ভব। কিন্তু যখন একই রাশিতথ্য লিঙ্গা, শিক্ষা, বৈবাহিক অবস্থা, পেশা ইত্যাদি অনুযায়ী শ্রেণিবদ্ধ করা হয়, তখন ভারতের জনসংখ্যার গঠন ও প্রকৃতি সহজেই বোঝা যায়।

চলকের পর্যবেক্ষণগুলো দিয়ে কাঁচা রাশিতথ্য গঠিত হয়। সারণি 3.1 এবং 3.2 তে প্রদত্ত কাঁচা রাশিতথ্যগুলো একটি নির্দিষ্ট বা একাধিক চলক গোষ্ঠীর পর্যবেক্ষণ দ্বারা গঠিত হয়েছে। উদাহরণস্বরূপ, সারণি 3.1 এর দিকে লক্ষ করো, যা 100 জন ছাত্রছাত্রীর গণিতের প্রাপ্ত নম্বর দ্বারা গঠিত। কীভাবে আমরা এই নম্বরগুলো বোধগম্য করতে পারি? গণিতের শিক্ষক এই নম্বরগুলোর দিকে তাকিয়ে ভাবেন, আমার ছাত্রছাত্রীদের ফলাফল কেমন? কতজন পাশ করতে পারেনি? শিক্ষকের মনের প্রশ্নগুলোর সদুত্তর পেতে হলে আমাদের প্রশ্নের সাথে সঙ্গাতিপূর্ণভাবে রাশিতথ্যগুলোর শ্রেণিবিন্যাস করব। এইক্ষেত্রে শিক্ষক আরও গভীরে গিয়ে জানতে চান ছাত্রছাত্রীরা কীরূপ ফলাফল করেছে। তিনি এক্ষেত্রে পরিসংখ্যা বিভাজন তৈরি করতে পারেন। এটা পরবর্তী ভাগে আলোচনা করা হয়েছে।

কাজ

তোমরা তোমাদের পরিবারের এক বছরের মোট সাপ্তাহিক ব্যয়ের তথ্য সংগ্রহ করো এবং একটি সারণিতে সাজাও। লক্ষ করো তোমরা কতগুলি পর্যবেক্ষণ পেয়েছ। মাস অনুসারে রাশিতথ্যগুলোকে সাজাও এবং পর্যবেক্ষণের সংখ্যা বের করো।

3. রাশিতথ্যের শ্রেণিবিভাজন (Classification of Data)

রাশিতথ্যের গ্রুপ বা শ্রেণির শ্রেণিবিভাজন বিভিন্নভাবে করা যেতে পারে। তোমার বইগুলোকে বিষয় অনুযায়ী (যেমন-'ইতিহাস', 'ভূগোল', 'গণিত', 'বিজ্ঞান' ইত্যাদি) শ্রেণিবিভাজন করার পরিবর্তে লেখকের নামের বর্ণমালার ক্রমেও শ্রেণিবিন্যাস করতে পারো। অথবা বইগুলোর প্রকাশের সময়কাল অনুযায়ীও বইগুলোর শ্রেণিবিন্যাস করতে পারো। তুমি কীভাবে শ্রেণিবিন্যাস করবে তা নির্ভর করবে তোমার প্রয়োজনীয়তার উপর।

একইরকমভাবে উদ্দেশ্য অনুযায়ী কাঁচা রাশি-তথ্যগুলোকে বিভিন্নভাবে শ্রেণিবিন্যাস করা যায়। সময়ের মাপকাঠিতেও এগুলোকে বিভিন্ন গ্রুপে ভাগ করা যেতে পারে। এই ধরনের শ্রেণিবিভাজনকে সময়ের ধারাবাহিক বা কালানুক্রমিক শ্রেণিবিভাজন বলে। এই ধরনের শ্রেণি বিভাজনে সময়ের মাপকাঠিতে যথা বছর, ত্রৈমাসিক, মাসিক, সাপ্তাহিক ইত্যাদি রাশিতথ্যগুলোকে হয় মানের উর্ধ্বক্রম অনুসারে অথবা নিম্নক্রম অনুসারে শ্রেণিবিন্যাস করা হয়। নীচের উদাহরণটিতে ভারতের জনসংখ্যাকে বছরওয়ারি শ্রেণিবিন্যাস করে দেখানো হয়েছে। 'জনসংখ্যা', এই চলকটি একটি কালীন সারি যেহেতু এটা বিভিন্ন বছরে বিভিন্ন মান দেখায়।

উদাহরণ - 1

ভারতের জনসংখ্যা (কোটি)

বছর	জনসংখ্যা (কোটি)
1951	35.7
1961	43.8
1971	54.6
1981	68.4
1991	81.8
2001	102.7
2011	121.0

অবস্থানগত শ্রেণিবিভাজনে রাশিতথ্যগুলোকে ভৌগোলিক অবস্থান বা স্থানের উপর ভিত্তি করে, যেমন রাষ্ট্র দেশ, রাজ্য, শহর, জেলা ইত্যাদি শ্রেণিবন্ধকরণ করা হয়।

উদাহরণ - 2 তে বিভিন্ন দেশে গমের উৎপাদনের পরিমাণ দেখানো হয়েছে।

উদাহরণ - 2

বিভিন্ন দেশে গমের উৎপাদনের পরিমাণ- 2013

দেশ	গমের উৎপাদন (কেজি/একর)
কানাডা	3594
চিন	5055
ফ্রান্স	7254
জার্মানি	7998
ভারত	3154
পাকিস্তান	2787

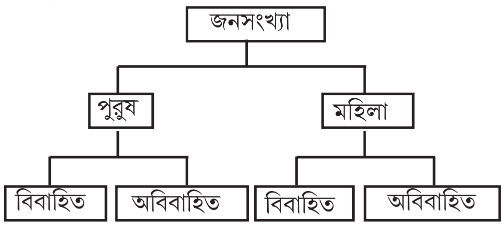
উৎস : ভারতের কৃষি পরিসংখ্যান এক ঝলকে, 2015

কাজ

- *উদাহরণ 1- এ কোন্ বছরে ভারতে জনসংখ্যা সবচাইতে কম ছিল এবং কোন্ বছরে জনসংখ্যা বেশি ছিল তা বের করো।*
- *উদাহরণ 2 তে যে-সব দেশে গমের উৎপাদন ভারত থেকে সামান্য বেশি সেই দেশগুলো চিহ্নিত করো। শতাংশের হিসাবে কত বেশি গম উৎপাদন হয়?*
- *উদাহরণ 2 তে উৎপাদনের ভিত্তিতে দেশগুলোকে উর্ধ্বক্রম অনুসারে সাজাও। একইভাবে নিম্নক্রম অনুসারে সাজাও।*

কখনো-কখনো তুমি এমন সব বৈশিষ্ট্যের সম্মুখীন হবে যা পরিমাণগতভাবে প্রকাশ করা যায় না। কিছু কিছু তথ্য গুণ বা ধর্মের বৈশিষ্ট্য প্রকাশ করে। উদাহরণস্বরূপ, জাতীয়তা, সাক্ষরতা, ধর্ম, লিঙ্গ,বৈবাহিক অবস্থা ইত্যাদি হল গুণগত বৈশিষ্ট্য। এদের পরিমাপ করা যায় না। তথাপি এই গুণাবলিকে গুণগত বৈশিষ্ট্যের উপস্থিতি বা অনুপস্থিতির ভিত্তিতে শ্রেণিবিন্যাস করা যেতে পারে। গুণাবলির ভিত্তিতে এই ধরনের রাশিতথ্যের শ্রেণি-বিভাজনকে গুণগত শ্রেণিবিভাজন বলে। নিম্নলিখিত উদাহরণে, আমরা দেখতে পাই যে, গুণগত চলক 'লিঙ্গের' ভিত্তিতে একটি দেশের জনসংখ্যাকে শ্রেণিবদ্ধ করা হয়েছে। একটি পর্যবেক্ষণ পুরুষ বা মহিলা হতে পারে। এই দুটি বৈশিষ্ট্যকে আবার বৈবাহিক অবস্থার ভিত্তিতে শ্রেণিবিন্যাস করা যেতে পারে যা নীচে দেওয়া হয়েছে -

উদাহরণ -3



প্রথম পর্যায়ে শ্রেণিবিভাজন করা হয়েছে গুণের উপস্থিতি এবং অনুপস্থিতির ভিত্তিতে, যেমন পুরুষ অথবা পুরুষ নয় (মহিলা)। দ্বিতীয় পর্যায়ে প্রত্যেকটি শ্রেণি পুরুষ এবং মহিলাকে আবার উপবিভাগ করতে হবে। আরেকটি গুণের উপস্থিতি ও অনুপস্থিতির ভিত্তিতে যেমন বিবাহিত অথবা অবিবাহিত। বয়স, আয়, ছাত্রছাত্রীর প্রাপ্ত নম্বর ইত্যাদি হচ্ছে পরিমাণগত বৈশিষ্ট্য। যখন এই ধরনের বৈশিষ্ট্যযুক্ত সংগৃহীত রাশিতথ্যগুলোকে শ্রেণি অনুসারে শ্রেণিবদ্ধ করা হয়, তখন সেটা পরিমাণগত শ্রেণিবিভাজনে পরিণত হয়।

কাজ

চারপাশের বস্তুগুলোকে হয় সজীব অথবা নির্জীব এই দুই শ্রেণিতে বিভক্ত। এটি কি পরিমাণগত শ্রেণিবিভাজন?

উদাহরণ - 4

100 জন ছাত্রছাত্রীর গণিতের নম্বরের পরিসংখ্যা বিভাজন

নম্বর	পরিসংখ্যা
0 - 10	1
10 - 20	8
20 - 30	6
30 - 40	7
40 - 50	21
50 - 60	23
60 - 70	19
70 - 80	6
80 - 90	5
90 - 00	4
মোট	100

4 নং উদাহরণে 100 জন ছাত্রছাত্রীর গণিতের নম্বরের পরিমাণগত শ্রেণিবিভাজন দেখানো হয়েছে যা 3.1 নং সারণি থেকে পাওয়া গেছে।

কাজ

- মোট পরিসংখ্যার অনুপাতে বা শতাংশের হিসাবে, উদাহরণ 4 এর পরিসংখ্যার মান প্রকাশ করো। উল্লেখ্য যে, এইভাবে প্রকাশ করা পরিসংখ্যা আপেক্ষিক পরিসংখ্যা হিসাবে পরিচিত।
- উদাহরণ 4 - এ কোন্ শ্রেণিটিতে সর্বাধিক তথ্য কেন্দ্রীভূত হয়েছে? মোট পর্যবেক্ষণের শতাংশের আকারে একে প্রকাশ করো। কোন্ শ্রেণিটিতে সবচেয়ে কম তথ্য কেন্দ্রীভূত হয়েছে?

4. চলক: অবিচ্ছিন্ন (Continuous) এবং বিচ্ছিন্ন (Discrete)

চলকের একটি সহজ সংজ্ঞা তুমি আগের অধ্যায়ে পেয়েছ। সে সংজ্ঞায় তোমাকে বলা হয়নি যে কীভাবে চলকগুলো পরিবর্তিত হয়। কতগুলো নির্দিষ্ট নির্ণয়কের ভিত্তিতে চলকগুলো পরিবর্তিত হয়। চলকগুলোকে সাধারণত দুটি ভাগে ভাগ করা হয়।

i) *অবিচ্ছিন্ন এবং*

ii) *বিচ্ছিন্ন*

একটি অবিচ্ছিন্ন চলক যে-কোনো সংখ্যাসূচক মান নিতে পারে। এটা পূর্ণসংখ্যা বা অবিচ্ছেদ্য মাণ (যেমন 1,2,3,4 ....), ভগ্নাংশের মান (যেমন $^1/_2, ^2/_3, ^3/_4$) এবং যে মানগুলো সঠিক ভগ্নাংশ নয় ($\sqrt{2}=1.414$, $\sqrt{3}=1.732$,......$\sqrt{7}=2.645$) সেইগুলোও নিতে পারে। উদাহরণস্বরূপ, ধরো একজন ছাত্র বা ছাত্রীর উচ্চতা, 90 সেমি থেকে 150 সেমি বৃদ্ধি পেল। এই মান দুটির মধ্যবর্তী সবগুলো বা যে-কোনো মানই উচ্চতার জন্য প্রযোজ্য হতে পারে। এটা 90 সেমি, 100 সেমি, 108 সেমি 150 সেমি এর মতো পূর্ণ সংখ্যা হতে পারে, এটা 90.85 সেমি, 102.34 সেমি, 149.99 সেমি এর মতো ভগ্নাংশের মানও হতে পারে, যেগুলো পূর্ণসংখ্যা নয়। এভাবে ‘উচ্চতা’ এই চলকটি প্রতিটি ধারনকৃত মানে প্রকাশ করা সম্ভব এবং এর মানগুলোও অসংখ্য মাত্রায় বিভক্ত করা যেতে পারে। অবিচ্ছিন্ন চলকের অন্যান্য উদাহরণগুলো হল ওজন, সময়, দূরত্ব ইত্যাদি। একটি অবিচ্ছিন্ন চলকের বিপরীত চিত্র দেখা যায় একটি বিচ্ছিন্ন চলকের ক্ষেত্রে। বিচ্ছিন্ন চলক কেবলমাত্র নির্দিষ্ট মানগুলো নেয়। এর মান শুধুমাত্র সীমাবদ্ধ ‘লম্ফন’ দ্বারা পরিবর্তিত হয়, এটা এক মান থেকে অন্য মানে লাফ বা লম্ফন দেয় বা পরিবর্তিত হয় কিন্তু দুটি মানের মধ্যবর্তী কোনো মান গ্রহণ করে না। উদাহরণস্বরূপ, একটি চলক যেমন “একটি ক্লাসে ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা”, বিভিন্ন শ্রেণির

জন্য ওই মানগুলো পূর্ণসংখ্যা হবে তা অনুমান করা যায়। এটা ভগ্নাংশ মান যেমন 0.5 নিতে পারে না কারণ 'একটি ছাত্র বা ছাত্রীর অর্ধেক' একটি অবাস্তব কথা। সুতরাং এটা 25 এবং 26 এর মধ্যবর্তী মান 25.5 নিতে পারে না। এর পরিবর্তে এর মান হয় 25 নতুবা 26 হবে। আমরা লক্ষ করছি যে যখন এর মান 25 থেকে 26 এ পরিবর্তিত হয়, তখন এই দুটি মানের মধ্যবর্তী কোনো ভগ্নাংশ এর মধ্যে নেওয়া হয় না। কিন্তু আমাদের এমন মনে করা উচিত হবে না যে বিচ্ছিন্ন চলক কোন ভগ্নাংশ মান নিতে পারে না, মনে করো 'X' একটি চলক যার মান 1/8, 1/16, 1/32, 1/64 .... এটা কি একটি বিচ্ছিন্ন চলক? হ্যাঁ, কারণ যদিও 'X' এর মান ভগ্নাংশের আকারে আছে তথাপি এটা দুটি সন্নিহিত ভগ্নাংশের মধ্যবর্তী কোনো মান নিতে পারে না, এটা 1/8 থেকে 1/16 তে এবং 1/16 থেকে 1/32 তে পরিবর্তিত হয় বা 'লম্ফন' দেয়। কিন্তু এটা 1/8 এবং 1/16 অথবা 1/16 এবং 1/32 এর মধ্যবর্তী কোনো মান নিতে পারে না।

কাজ

নিম্নলিখিত চলকগুলোকে অবিচ্ছিন্ন এবং বিচ্ছিন্ন চলকে ভাগ করো :

ক্ষেত্রফল , আয়তন, তাপমাত্রা, লুডোর ছক্কায় প্রাপ্ত সংখ্যা, শস্য উৎপাদন, জনসংখ্যা, বৃষ্টিপাত, রাস্তার উপর গাড়ির সংখ্যা এবং বয়স।

উদাহরণ 4 এ দেখা যায় কীভাবে 100 জন ছাত্রছাত্রীর নম্বরকে বিভিন্ন শ্রেণিতে ভাগ করে দেখানো হয়েছে। কীভাবে আমরা সারণি 3.1 এর কাঁচা রাশিতথ্য থেকে এটা পেয়েছি তা জেনে তোমরা আশ্চর্য হবে। কিন্তু এই প্রশ্নের সমাধান তৈরি করার আগে তোমাদের অবশ্যই জানতে হবে পরিসংখ্যা বিভাজন কী?

5. পরিসংখ্যা বিভাজন বা পরিসংখ্যা বণ্টন কী ? (What is a frequency Distribution ?)

একটি পরিসংখ্যা বিভাজন হচ্ছে একটি পরিমাণগত চলকের কাঁচা রাশিতথ্যগুলোকে শ্রেণিবিন্যাস করার একটি সুসংগত উপায়। এটি দেখায় কীভাবে একটি চলকের বিভিন্ন মান (এখানে ছাত্রছাত্রীদের দ্বারা প্রাপ্ত গণিতের নম্বর) তাদের সংশ্লিষ্ট শ্রেণি পরিসংখ্যা অনুযায়ী বিভিন্ন শ্রেণিতে বণ্টিত হয়। এক্ষেত্রে আমাদের নম্বরের দশটি শ্রেণি আছে; 0-10, 10-20, 20-30,..........90-100 শ্রেণি পরিসংখ্যা বলতে বোঝায় একটি নিদির্ষ্ট শ্রেণিতে উপস্থিত মানের সংখ্যা। উদাহরণস্বরূপ, সারণি 3.1 এর কাঁচা রাশিতথ্যগুলো থেকে আমরা দেখতে পাই যে 30-40 এই শ্রেণিতে নম্বরের 7টি মান আছে। শ্রেণি পরিসংখ্যা হল 30, 37, 34, 30, 35, 39, 32 সুতরাং 30-40 এই শ্রেণির পরিসংখ্যা হচ্ছে 7 কিন্তু তোমরা আশ্চর্য হতে পারো এটা ভেবে, কেন 40 অংশটি যা কাঁচা রাশিতথ্যের মধ্যে দুইবার আছে যাকে 30-40 শ্রেণিতে অন্তর্ভুক্ত করা হয়নি। যদি এটা অন্তর্ভুক্ত করা হত তাহলে 30-40 এর শ্রেণি পরিসংখ্যা 7এর পরিবর্তে 9 হত। তোমরা যদি ধৈর্য্য সহকারে এই অধ্যায়টি পড়, তাহলে এই ধাঁধাটি তোমাদের কাছে স্পষ্ট হবে। এজন্য পড়া চালিয়ে যাও। তোমরা নিজেরাই উত্তরটা খুঁজে পাবে।

পরিসংখ্যা বিভাজন সারণির প্রত্যেকটা শ্রেণি, শ্রেণি সীমা দ্বারা আবদ্ধ থাকে। শ্রেণিসীমা হচ্ছে একটি শ্রেণির দুটি প্রান্ত। নিম্নতম মানকে নিম্ন শ্রেণিসীমা এবং উচ্চতম মানকে উচ্চ শ্রেণিসীমা বলে। উদাহরণস্বরূপ, 60-70 শ্রেণির শ্রেণিসীমাগুলো হচ্ছে 60 এবং 70 । এর নিম্ন শ্রেণিসীমা হচ্ছে 60 এবং উচ্চশ্রেণি সীমা হচ্ছে 70 । শ্রেণি ব্যবধান অথবা শ্রেণি দৈর্ঘ্য বলতে উচ্চ শ্রেণিসীমা ও নিম্ন শ্রেণির সীমার মধ্যে পার্থক্যকে বুঝায়। 60-70 এই শ্রেণির শ্রেণি ব্যবধান হচ্ছে 10 (উচ্চ শ্রেণিসীমা-নিম্ন শ্রেণিসীমা)।

শ্রেণি মধ্যবিন্দু হচ্ছে একটি শ্রেণির মধ্যমান এবং নিম্নলিখিত ভাবে উচ্চ শ্রেণিসীমা ও নিম্ন শ্রেণিসীমা এর মধ্যপ্রান্তে এটা অবস্থান করে এই মান নির্ণয় করা হয় ঃ

$$\text{শ্রেণি মধ্যবিন্দু বা শ্রেণি চিহ্ন} = \frac{\text{উচ্চ শ্রেণিসীমা} + \text{নিম্ন শ্রেণিসীমা}}{2}$$

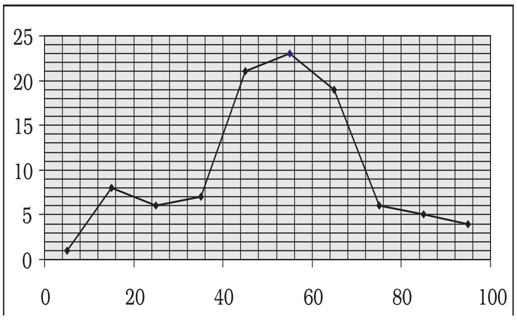
প্রত্যেক শ্রেণি-চিহ্ন বা শ্রেণি মধ্যমান সংশ্লিষ্ট শ্রেণিকে প্রতিনিধিত্ব করার জন্য ব্যবহার করা হয়। একবার, কাঁচা রাশিতথ্যগুলোকে বিভিন্ন শ্রেণিতে ভাগ করা হয়ে গেলে, পরবর্তী পর্যায়ে হিসাব করার সময় ব্যক্তিগত পর্যবেক্ষণ ব্যবহার করা হয় না। তার পরিবর্তে শ্রেণি মধ্যমান ব্যবহার করা হয়।

সারণি - 3.3

নিম্ন শ্রেণি সীমা, উচ্চ শ্রেণি সীমা এবং শ্রেণি মধ্যমান

শ্রেণি	পরিসংখ্যা	নিম্ন শ্রেণি সীমা	উচ্চ শ্রেণি সীমা	শ্রেণি চিহ্ন
0 - 10	1	0	10	5
10 - 20	8	10	20	15
20 - 30	6	20	30	25
30 - 40	7	30	40	35
40 - 50	21	40	50	45
50 - 60	23	50	60	55
60 - 70	19	60	70	65
70 - 80	6	70	80	75
80 - 90	5	80	90	85
90 - 100	4	90	100	95

পরিসংখ্যা-রেখা হচ্ছে পরিসংখ্যা বিভাজনকে রেখাচিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপন। আমাদের উপরের উদাহরণে বর্ণিত রাশিতথ্যগুলোর পরিসংখ্যা বিভাজনের রৈখিক উপস্থাপনা চিত্র 3.1 এ দেখানো হয়েছে।



চিত্র 3.1 : রাশিতথ্যের পরিসংখ্যা বিভাজনের রৈখিক উপস্থাপন।

কীভাবে পরিসংখ্যা বিভাজন প্রস্তুত করা হয় ? (How to prepare a frequency Distribution?)

একটি পরিসংখ্যা বিভাজন প্রস্তুত করার সময়, নিম্নলিখিত পাঁচটি প্রশ্নের সমাধান করা প্রয়োজন :

1. আমাদের কাছে কি সম বা অসম মাপের শ্রেণি ব্যাপ্তি রয়েছে ?
2. আমাদের কতগুলো শ্রেণি রাখতে হবে ?
3. প্রত্যেকটি শ্রেণির আকার কী রকম হওয়া উচিত ?
4. কীভাবে আমাদের শ্রেণি সীমা নির্ধারণ করা উচিত ?
5. প্রত্যেক শ্রেণির ক্ষেত্রে কীভাবে আমরা পরিসংখ্যা পাব ?

আমাদের কাছে কি সম বা অসম মাপের শ্রেণি ব্যাপ্তি রয়েছে ? (Should we have equal or unequal sized class intervals ?)

দুটি অবস্থায় অসম মাপের শ্রেণি ব্যাপ্তি ব্যবহৃত হয়। প্রথমত, যখন আয় এবং অন্যান্য অনুরূপ চলকগুলোর তথ্য আমাদের কাছে থাকে, যাদের প্রসার অনেক বেশি হয়। উদাহরণস্বরূপ, প্রতিদিনের আয় যা শূন্য থেকে বহু হাজার কোটি টাকা পর্যন্ত হতে পারে। এই অবস্থায় সম শ্রেণি ব্যাপ্তিগুলো (equal class intervals) যথোপযুক্ত নয় কারণ-

i) যদি শ্রেণি ব্যাপ্তিগুলো মাঝারি এবং সমমাপের হয় সেখানে শ্রেণির সংখ্যা অনেক হবে।

ii) যদি শ্রেণি ব্যাপ্তি খুব বড়ো বা প্রশস্থ হয়, তখন খুব স্বল্প মাত্রার আয়ের বা খুব উচ্চ মাত্রার আয়ের তথ্য চেপে (suppress) যাওয়ার প্রবণতা আমাদের মধ্যে লক্ষ করা যায়।

দ্বিতীয়ত, যদি খুব বেশি সংখ্যক মান প্রসারের ছোটো অংশে কেন্দ্রীভূত করা হয় তখন সম শ্রেণি ব্যাপ্তিগুলোতে অনেক মানের তথ্য পাওয়া যায় না।

অন্যান্য সকল ক্ষেত্রে সমমাপের শ্রেণি ব্যাপ্তিগুলো পরিসংখ্যা বিভাজনে ব্যবহৃত হয়।

আমাদের কতগুলো শ্রেণি রয়েছে? (How many classes should we have ?)

শ্রেণির সংখ্যা সাধারণত ছয় থেকে পনেরোর মধ্যে হয়ে থাকে। কোনো ক্ষেত্রে যদি আমরা, সমমাপের শ্রেণি ব্যাপ্তি ব্যবহার করি তখন শ্রেণি সংখ্যা হিসাব করতে হবে প্রসারকে (চলকের সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মানের ব্যবধান) শ্রেণি অন্তরের ব্যবধান দিয়ে ভাগ করে।

কাজ

নিম্নলিখিত বিষয়গুলোর প্রসার বের কর :

- উদাহরণ 1-এ ভারতের জনসংখ্যা
- উদাহরণ 2-এ গমের উৎপাদন

প্রত্যেকটি শ্রেণির আকার কী হওয়া উচিত? (What should be the size of each class ?)

এই প্রশ্নের উত্তর পূর্ববর্তী প্রশ্নের উত্তরের উপর নির্ভর করে। একবার আমরা শ্রেণি ব্যবধান স্থির করে নিলে, চলকের প্রদত্ত প্রসার থেকে আমরা শ্রেণিসংখ্যা নির্ধারণ করতে পারি। সুতরাং আমরা দেখি যে, দুটি সিদ্ধান্ত একে অপরের সাথে সম্পর্কযুক্ত। আমরা একটির সিদ্ধান্ত গ্রহণ না করে অপরটির সিদ্ধান্ত গ্রহণ করতে পারি না।

উদাহরণ 4-এ, শ্রেণি সংখ্যা হচ্ছে 10। প্রসারের মান দেওয়া আছে 100, শ্রেণিব্যবধান স্বয়ংক্রিয় ভাবে 10 হবে। লক্ষ করো যে বর্তমান পরিস্থিতিতে আমরা সে সকল শ্রেণি ব্যবধান নির্বাচন করেছি যার মান বা মাত্রা সমান। তথাপি, আমরা এ রকম শ্রেণি ব্যবধানও নির্বাচন করতে পারি যার মান বা মাত্রা সমান নয়। এইসব ক্ষেত্রে শ্রেণিগুলোর দৈর্ঘ্য অসমান হবে।

কীভাবে আমাদের শ্রেণিসীমা নির্ধারণ করা উচিত ? (How should we determine the class limits ?)

শ্রেণিসীমা সুনির্দিষ্ট এবং সুস্পষ্ট হতে হবে। সাধারণত মুক্ত প্রান্ত শ্রেণি যেমন “70 এবং তার বেশি” অথবা “10 এর কম” এরূপ হওয়া উচিত নয়।

উচ্চ এবং নিম্ন শ্রেণিসীমা এমনভাবে নির্ধারণ করতে হবে যাতে প্রতিটি শ্রেণির পরিসংখ্যা শ্রেণি ব্যবধানের মধ্যে অবস্থানের প্রবণতা থাকে।

শ্রেণি ব্যবধান দুই প্রকারের হয় :

i) অন্তর্ভুক্ত শ্রেণি ব্যবধান : এই ক্ষেত্রে মানগুলো শ্রেণির নিম্ন ও উচ্চ সীমার সমান হলে সেই মানকে সেই শ্রেণিতে পরিসংখ্যা হিসাবে অন্তর্ভুক্ত হবে।

ii) বহির্ভূত শ্রেণি ব্যবধান : এই ক্ষেত্রে একটি মান যদি উচ্চ অথবা নিম্ন শ্রেণি সীমার সমান হয় তাহলে সেই মানকে সেই শ্রেণির পরিসংখ্যা হিসাবে অন্তর্ভুক্ত করা হয় না।

বিচ্ছিন্ন চলকের ক্ষেত্রে অন্তর্ভুক্ত ও বহির্ভূত শ্রেণি ব্যবধান ব্যবহার করা যেতে পারে।

অবিচ্ছিন্ন চলকের ক্ষেত্রে প্রায়ই অন্তর্ভুক্ত শ্রেণি ব্যবধান ব্যবহার করা হয়।

কিছু উদাহরণ

ধরি, আমাদের কাছে কোনো এক পরীক্ষায় ছাত্রছাত্রীর প্রাপ্ত নম্বরগুলোর তথ্য আছে এবং সবগুলো প্রাপ্ত নম্বর অখণ্ড সংখ্যা (ভগ্নাংশ নম্বরগুলো আমরা অন্তর্ভুক্ত করব

না)। ধরি ছাত্রছাত্রীদের দ্বারা প্রাপ্ত নম্বরগুলো 0 থেকে 100।

এটি একটি বিচ্ছিন্ন চলকের উদাহরণ যেখানে ভগ্নাংশ নম্বরগুলো অন্তর্ভুক্ত করা হবে না। এইক্ষেত্রে, যদি আমরা সমমাপের শ্রেণি ব্যবধান ব্যবহার করি এবং সিদ্ধান্ত করি যে 10টি শ্রেণি ব্যবধান করব তখন শ্রেণি ব্যবধানগুলো নিম্নলিখিত রূপ নিতে পারে:

অন্তর্ভুক্ত শ্রেণি ব্যবধানের গঠন প্রকৃতি :
0-10
11-20
21-30
-
-
91-100

বহির্ভূত শ্রেণি ব্যবধানের গঠন প্রকৃতি :
0-10
10-20
20-30
-
-
90-100

বহির্ভূত শ্রেণি ব্যবধানের ক্ষেত্রে আমরা যদি শ্রেণি সীমার মানের সমান কোনো মান পাই তখন আমরা কী করবো সেটা পূর্বেই স্থির করতে হবে। উদাহরণস্বরূপ, 10, 30 ইত্যাদি মানগুলো আমরা যথাক্রমে “0 থেকে 10” এবং “20 থেকে 30” শ্রেণি ব্যবধানে বসাব, তা আমাদের স্থির করতে হবে। এই ঘটনাকে বলা হয় নিম্ন সীমা বাদ দেওয়ার নিয়ম।

অনুরূপভাবে আমরা উর্দ্ধসীমা বাদ দেওয়ার নিয়মও প্রয়োগ করতে পারি।

অবিচ্ছিন্ন চলকের উদাহরণ

ধরি, আমাদের কাছে উচ্চতা (সেন্টিমিটার) অথবা ওজন (কিলোগ্রাম) এই চলকগুলোর তথ্য আছে। এই তথ্যগুলো অবিচ্ছিন্ন ধরনের। এসব ক্ষেত্রে শ্রেণি ব্যবধানগুলো নিম্নলিখিত ভাবে ব্যাখ্যা করতে পারি :

30 Kg - 39.999... Kg
40 Kg - 49.999... Kg
50 Kg - 59.999... Kg ইত্যাদি ।

এই শ্রেণি ব্যবধানগুলো নিম্নলিখিত ভাবে বোঝা যেতে পারে:
30 kg-র বেশি কিন্তু 40 kg- এর কম
40 kg-র বেশি কিন্তু 50 kg- এর কম
50 kg-র বেশি কিন্তু 60 kg- এর কম ইত্যাদি ।

সারণি - 3.4

একটি কোম্পানির 550 জন কর্মচারীর আয়ের পরিসংখ্যা বিভাজন

আয় (টাকা)	কর্মচারীর সংখ্যা
800 – 899	50
900 – 999	100
1000 – 1099	200
1100 – 1199	150
1200 – 1299	40
1300 – 1399	10
মোট	550

শ্রেণি ব্যবধানের সমন্বয় সাধন (Adjustment in class interval)

সারণি 3.4 এ অন্তর্ভুক্ত পদ্ধতিকে পর্যবেক্ষণ করে দেখা যায় যে, যদিও ‘আয়’ চলকটি একটি অবিচ্ছিন্ন চলক, তা-সত্ত্বেও শ্রেণিগুলো গঠন করার ক্ষেত্রে তাদের অবিচ্ছিন্নতা বজায় রাখা হয় নি। আমরা একটি শ্রেণির উচ্চ শ্রেণিসীমা এবং পরবর্তী শ্রেণির নিম্ন শ্রেণিসীমার মধ্যে একটি ‘শ্রেণি অন্তর’ বা বিচ্ছিন্নতা দেখতে পাই। উদাহরণস্বরূপ প্রথম শ্রেণির উচ্চ শ্রেণি সীমা 899 এবং দ্বিতীয় শ্রেণির নিম্ন শ্রেণিসীমা 900 এর মধ্যে আমরা ‘1’

এর পার্থক্য দেখতে পাই। এক্ষেত্রে আমরা রাশিতথ্যকে শ্রেণিবিন্যাস করতে চলকের অবিচ্ছিন্নতাকে কীভাবে বজায় রাখব? এই অবস্থায় শ্রেণি ব্যবধানের মধ্যে সমন্বয় সাধন করা যেতে পারে। সমন্বয় সাধন নিম্নলিখিত ভাবে করা যায়।

1. দ্বিতীয় শ্রেণির নিম্ন শ্রেণিসীমা এবং প্রথম শ্রেণির উচ্চ শ্রেণি সীমার মধ্যে পার্থক্য বের করো। উদাহরণস্বরূপ, সারণি 3.4 এ দ্বিতীয় শ্রেণির নিম্ন শ্রেণিসীমা 900 এবং প্রথম শ্রেণির উচ্চ শ্রেণিসীমা 899 । তাদের মধ্যে পার্থক্য হল 1, অর্থাৎ (900 - 899 = 1)
2. প্রাপ্ত পার্থক্যকে (1) দুই দ্বারা ভাগ করো। অর্থাৎ (1/2 =0.5)
3. সমস্ত শ্রেণির নিম্ন শ্রেণিসীমা থেকে (2) নং এ প্রাপ্ত মান বাদ দাও। (নিম্ন শ্রেণিসীমা - 0.5)
4. সমস্ত শ্রেণির উচ্চ শ্রেণিসীমার সাথে (2) নং এ প্রাপ্ত মান যোগ করো (উচ্চ শ্রেণিসীমা + 0.5)

সমন্বয় সাধনের পর পরিসংখ্যা বিভাজনে রাশি তথ্যগুলোর অবিচ্ছিন্ন তা পুনর্প্রাপ্ত হয়, সারণি 3.4 সংশোধিত হয়ে সারণি 3.5 এ পরিবর্তিত হয়।

শ্রেণিসীমার মধ্যে সমন্বয় সাধনের পর সমতা (1) যা শ্রেণি চিহ্নের মান নির্ধারণ করে, নিম্নলিখিতভাবে পরিবর্তিত হয়।

$$\text{সমন্বিত শ্রেণি চিহ্ন} = \frac{\left(\text{সমন্বিত উচ্চ শ্রেণিসীমা} + \text{সমন্বিত নিম্ন শ্রেণিসীমা}\right)}{2}$$

সারণি - 3.5

একটি কোম্পানির 550 জন কর্মচারীর আয়ের পরিসংখ্যা বিভাজন

আয় (টাকা)	কর্মচারীর সংখ্যা
799.5–899.5	50
899.5–999.5	100
999.5–1099.5	200
1099.5–1199.5	150
1199.5–1299.5	40
1299.5–1399.5	10
মোট	550

প্রত্যেক শ্রেণির ক্ষেত্রে কীভাবে আমরা পরিসংখ্যা পাব? (How should we get the frequency for each class ?)

সহজ ভাষায়, একটি পর্যবেক্ষণের পরিসংখ্যা বলতে বুঝায়, কাঁচা রাশিতথ্যের মধ্যে ওই পর্যবেক্ষণটি কতবার দেখা যায়। সারণি 3.1 এ আমরা দেখি যে, 40 মানটি তিনবার এসেছে, 0 এবং 10 এসেছে মাত্র একবার, 49 মানটি পাঁচবার এবং এভাবে অন্যান্য মানগুলোও এসেছে অর্থাৎ 40 এর পরিসংখ্যা 3, 0 এর 1, 10 এর 1, 49 এর 5 ইত্যাদি। কিন্তু উদাহরণ 3 এর মতো যখন রাশিতথ্যগুলোকে শ্রেণিতে বিন্যস্ত করা হয় তখন শ্রেণি পরিসংখ্যা বলতে একটি নির্দিষ্ট শ্রেণির মানের মোট সংখ্যাকে বুঝায়। একটি নির্দিষ্ট শ্রেণির সামনে টালি চিহ্ন ব্যবহার করে ওই শ্রেণির পরিসংখ্যার হিসাব করা হয়।

টালি চিহ্ন দ্বারা শ্রেণি পরিসংখ্যা নির্ণয় (Finding class frequency by tally marking)

একটি টালি (/) নির্দিষ্ট একটি শ্রেণির প্রত্যেক ছাত্রছাত্রীর পরিপ্রেক্ষিতে দেওয়া হয়, যাদের নম্বরগুলো ওই শ্রেণিতে অন্তর্ভুক্ত। উদহরণস্বরূপ, যদি একজন ছাত্র বা ছাত্রীর প্রাপ্ত নম্বর 57 হয়, তাহলে আমরা 50-60 শ্রেণির সামনে টালি

সারণি -3.6

গণিতে 100 জন ছাত্রছাত্রীর প্রাপ্ত নম্বরের টালি চিহ্ন

শ্রেণি	পর্যবেক্ষণ	টালি চিহ্ন	পরিসংখ্যা	শ্রেণি চিহ্ন
0–10	0	/	1	5
10–20	10, 14, 17, 12, 14, 12, 14, 14	卌 ///	8	15
20–30	25, 25, 20, 22, 25, 28	卌 /	6	25
30–40	30, 37, 34, 39, 32, 30, 35,	卌 //	7	35
40–50	47, 42, 49, 49, 45, 45, 47, 44, 40, 44,	卌 卌 卌		
	49, 46, 41, 40, 43, 48, 48, 49, 49, 40,	卌 /		
	41		21	45
50–60	59, 51, 53, 56, 55, 57, 55, 51, 50, 56,	卌 卌 卌		
	59, 56, 59, 57, 59, 55, 56, 51, 55, 56,	卌 ///		
	55, 50, 54		23	55
60–70	60, 64, 62, 66, 69, 64, 64, 60, 66, 69,	卌 卌 卌		
	62, 61, 66, 60, 65, 62, 65, 66, 65	////	19	65
70–80	70, 75, 70, 76, 70, 71	卌 /	6	75
80–90	82, 82, 82, 80, 85	卌	5	85
90–100	90, 100, 90, 90	////	4	95
	মোট		100	

চিহ্ন দেব। যদি প্রাপ্ত নম্বর 71 হয় তাহলে 70-80 শ্রেণির সামনে টালি চিহ্ন দেব। কেউ যদি 40 নম্বর পায় তাহলে 40-50 শ্রেণির সামনে টালি চিহ্ন দেব। সারণি 3.1 এর 100 জন ছাত্রছাত্রীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের টালি চিহ্নকে সারণি 3.6 -এ দেখানো হয়েছে।

টালি চিহ্নের গণনা সহজ হবে যখন চারটি চিহ্ন উপর-নীচ ভাবে (| | | |) দেওয়া হয় এবং পাঁচ নম্বর টালি চিহ্নকে তাদের উপর আড়াআড়িভাবে দেওয়া হয়, যেমন (卌) টালি চিহ্নগুলোকে পাঁচটির গ্রুপ হিসাবে গণনা করা হয়। সুতরাং, যদি একটি শ্রেণিতে 16 টি টালি থাকে, তাহলে গণনার সুবিধার জন্য এগুলোকে এভাবে 卌 卌 卌 | লেখা যায়। সুতরাং একটি শ্রেণির পরিসংখ্যা ওই শ্রেণির সামনে টালি চিহ্নের সংখ্যার সমান হয়।

হারিয়ে গেছে এমন তথ্য (Loss of Information)

একটি পরিসংখ্যা বিভাজন হিসাবে রাশিতথ্যের শ্রেণিবদ্ধকরণের একটি অন্তর্নিহিত ত্রুটি থেকে যায়। কাঁচা রাশিতথ্যগুলোকে অল্পকথায় বোধগম্য করার জন্য এদের সংক্ষিপ্ত আকারে প্রকাশ করা হলেও এর মধ্যে রাশিতথ্য সংক্রান্ত কোনো বিস্তৃত বিবরণ পাওয়া যায় না। যদিও কাঁচা রাশিতথ্যগুলোকে সংক্ষিপ্তকরণ করার সময় অনেক তথ্য হারিয়ে যায়, তথাপি রাশিতথ্যগুলো সংক্ষিপ্তকরণের দ্বারা শ্রেণিবদ্ধ করার মাধ্যমে অনেক তথ্য পাওয়া যায়। একবার রাশিতথ্যগুলোকে শ্রেণিতে বিন্যস্ত করা হলে, একটি পৃথক পর্যবেক্ষণের আর কোনো পরিসংখ্যানগত গণনা করার তাৎপর্য থাকে না। 4 নং উদাহরণে 20-30 শ্রেণিতে 6 টি পর্যবেক্ষণ রয়েছে; 25, 25, 20, 22, 25 এবং 28 সুতরাং

যখন এই রাশিতথ্যগুলোকে পরিসংখ্যা বিভাজনে 20-30 শ্রেণিতে বিন্যস্ত করা হয়, তখন এটা ওই শ্রেণির নথিভুক্ত তথ্যের সংখ্যা (পরিসংখ্যা = 6) দেখায়। কিন্তু তাদের প্রকৃতমান দেখায় না। এই শ্রেণির সমস্ত মানগুলোকে শ্রেণি ব্যবধানের বা শ্রেণি চিহ্নের মধ্যমানের সমান বলে অনুমান করা হয় (যেমন- 25)। আবার, পরিসংখ্যানগত হিসাবগুলো কেবল শ্রেণি চিহ্নের মানগুলোর উপর নির্ভর করে কিন্তু ওই শ্রেণির পর্যবেক্ষণের মানগুলোর উপর নয়। একইরকমভাবে অন্যান্য শ্রেণির ক্ষেত্রেও এটা সত্য। সুতরাং পরিসংখ্যানগত পদ্ধতিতে, পর্যবেক্ষণের প্রকৃত মানের পরিবর্তে শ্রেণি চিহ্নের ব্যবহার করলে অনেক গুরত্বপূর্ণ তথ্য হারিয়ে যায়। যাই হোক, কাঁচা রাশিতথ্য সম্পর্কে আরও বেশি জানার জন্য আরও বেশি তথ্য নীচে দেখানো হল।

অসম শ্রেণির ক্ষেত্রে পরিসংখ্যা বিভাজন (Frequency distribution with unequal classes)

এখন পর্যন্ত তোমরা সমান শ্রেণি ব্যবধানের পরিসংখ্যা বিভাজনের সাথে পরিচিত হয়েছ। তোমরা জেনেছ কাঁচা রাশিতথ্য থেকে কীভাবে এগুলো গঠন করা যায়। কিন্তু কোনো কোনো ক্ষেত্রে অসম শ্রেণি ব্যবধানের পরিসংখ্যা বিভাজন বেশি উপযোগী হয়। যদি তোমরা উদাহরণ 4 এর পরিসংখ্যা বিভাজনকে দেখ, যা সারণি 3.6 এ দেখানো হয়েছে, তুমি দেখবে যে অধিকাংশ পর্যবেক্ষণই 40-50, 50-60 এবং 60-70 শ্রেণিগুলোতে কেন্দ্রীভূত আছে। তাদের নিজ নিজ পরিসংখ্যাগুলো যথাক্রমে 21, 23 এবং 19 । এর মানে এই যে, 100 জন ছাত্রছাত্রীর মধ্যে 63

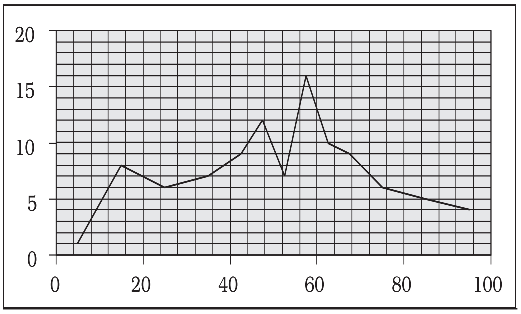
সারণি - 3.7

অসম শ্রেণির পরিসংখ্যা বিভাজন

শ্রেণি	পর্যবেক্ষণ	পরিসংখ্যা	শ্রেণি চিহ্ন
0–10	0	1	5
10–20	10, 14, 17, 12, 14, 12, 14, 14	8	15
20–30	25, 25, 20, 22, 25, 28	6	25
30–40	30, 37, 34, 39, 32, 30, 35,	7	35
40–45	42, 44, 40, 44, 41, 40, 43, 40, 41	9	42.5
45–50	47, 49, 49, 45, 45, 47, 49, 46, 48, 48, 49, 49	12	47.5
50–55	51, 53, 51, 50, 51, 50, 54	7	52.5
55–60	59, 56, 55, 57, 55, 56, 59, 56, 59, 57, 59, 55, 56, 55, 56, 55	16	57.5
60–65	60, 64, 62, 64, 64, 60, 62, 61, 60, 62,	10	62.5
65–70	66, 69, 66, 69, 66, 65, 65, 66, 65	9	67.5
70–80	70, 75, 70, 76, 70, 71	6	75
80–90	82, 82, 82, 80, 85	5	85
90–100	90, 100, 90, 90	4	95
	মোট	100	

(21+23+19) জন ছাত্রছাত্রী এই শ্রেণিগুলোতে অবস্থান করছে। এইভাবে 63 শতাংশ ছাত্রছাত্রী 40-70 শ্রেণির মাঝামাঝি পরিসরে অবস্থান করে। অবশিষ্ট 37 শতাংশ 0-10, 10-20, 20-30, 30-40,70-80, 80-90, এবং 90-100 এই শ্রেণিগুলোতে রয়েছে। এই শ্রেণিগুলোতে পর্যবেক্ষণ বিক্ষিপ্ত ঘনত্বযুক্ত রয়েছে। পুনরায় তুমি দেখবে যে, এই শ্রেণির পর্যবেক্ষণগুলো অন্য শ্রেণির তুলনায় তাদের নিজেদের শ্রেণি চিহ্ন থেকে অধিক বিচ্যুত হয়। কিন্তু যদি শ্রেণির গঠন এরূপ করা যায় যে শ্রেণি চিহ্ন, যতদূর সম্ভব, ওই মানের সমান হয়, যার আশপাশে শ্রেণির পর্যবেক্ষণগুলোর কেন্দ্রীভূত হওয়ার প্রবণতা রয়েছে। সেক্ষেত্রে অসম শ্রেণি ব্যবধান অনেক বেশি উপযোগী হয়।

সারণি 3.6 এর পরিসংখ্যা বিভাজনকে সারণি 3.7 এ অসম শ্রেণির মাধ্যমে দেখানো হয়েছে। প্রত্যেকটা শ্রেণিকে 40-50, 50-60, এবং 60-70 দুটি শ্রেণিতে ভাগ করা হয়েছে। 40-50 শ্রেণিটিকে 40-45 এবং 45-50 তে ভাগ করা হয়েছে, 50-60 শ্রেণিটিকে 50-55 এবং 55-60 তে ভাগ করা হয়েছে এবং 60-70 শ্রেণিটিকে 60-65 এবং 65-70 তে ভাগ করা হয়েছে। নতুন শ্রেণিগুলো যেমন 40-45, 45-50, 50-55,55-60, 60-65 এবং 65-70 এর শ্রেণি ব্যবধান হল 5। অন্যান্য শ্রেণি গুলো : 0-10, 10-20, 20-30, 30-40,70-80, 80-90 এবং 90-100, তাদের পুরোনো শ্রেণি ব্যবধান 10 এ স্থির আছে। এই সারণির শেষ স্তম্ভে এই শ্রেণিগুলোর শ্রেণি চিহ্নের নতুন মান দেখানো হয়েছে। সারণি 3.6 এ শ্রেণি চিহ্নের পুরোনো মানগুলোর সঙ্গে তাদের তুলনা করো। এখানে তোমরা লক্ষ করবে যে, এই শ্রেণিগুলোর পর্যবেক্ষণগুলো তাদের নতুন শ্রেণি চিহ্নের মানগুলোর চেয়ে পুরোনো শ্রেণি চিহ্নের মান অনেকটা দূরে সরে গেছে। সুতরাং পুরোনো মানগুলি থেকে নতুন শ্রেণি চিহ্নের মানগুলোর পর্যবেক্ষণগুলো সবচেয়ে বেশি প্রতিনিধিত্ব করবে।



চিত্র 3.2 : পরিসংখ্যা রেখা

চিত্র 3.2 -এ, সারণি 3.7 এর পরিসংখ্যা বিভাজনের পরিসংখ্যা রেখা দেখানো হয়েছে। এর মধ্যে শ্রেণি চিহ্নগুলো 'X' অক্ষে এবং সংখ্যাগুলো 'Y' অক্ষে পরিমাপ করা হয়েছে।

কাজ

যদি তুমি চিত্র 3.2 এর সাথে চিত্র 3.1 এর তুলনা করো, তাহলে তুমি কী দেখতে পাবে? তুমি কি তাদের মধ্যে কোনো পার্থক্য দেখতে পাও? তুমি কি ওই পার্থক্যগুলো ব্যাখ্যা করতে পারবে?

পরিসংখ্যা সারণি (Frequency Array)

এখন পর্যন্ত আমরা গণিতে 100 জন ছাত্রছাত্রীর প্রাপ্ত শতকরা নম্বরের উদাহরণ ব্যবহার করে অবিচ্ছিন্ন চলকের জন্য রাশিতথ্যগুলোর শ্রেণিবদ্ধকরণ নিয়ে আলোচনা করেছি। বিচ্ছিন্ন চলকের ক্ষেত্রে, রাশিতথ্যগুলোর শ্রেণিবদ্ধ করণকে পরিসংখ্যা সারণি বলে। যেহেতু একটি বিচ্ছিন্ন চলক নির্দিষ্ট মান ধারণ করে এবং দুটি অবিচ্ছেদ মানের মধ্যবর্তী ভগ্নাংশের মান নেয় না, সেহেতু আমাদের

পরিসংখ্যাগুলো প্রত্যেকটি পূর্ণ মানের অনুরূপ হবে।

সারণি 3.8 এ দেওয়া উদাহরণটি পরিসংখ্যা সারণির ব্যাখ্যা করে।

সারণি -3.8

পরিবারের আকারের ভিত্তিতে পরিসংখ্যা সারণি

পরিবারের আয়তন	পরিবারের সংখ্যা
1	5
2	15
3	25
4	35
5	10
6	5
7	3
8	2
মোট	100

সারণিতে দেখানো হয়েছে যে, "পরিবারের আয়তন" এই চলকটি একটি বিচ্ছিন্ন চলক যা কেবলমাত্র অবিচ্ছেদ্য বা পূর্ণ মানগুলো ধারণ করে। এই মানগুলো সারণিতে দেখতে পাবে।

6. দ্বি-চল বিশিষ্ট পরিসংখ্যা বিভাজন (Bivariate frequency distribution)

প্রায়শই আমরা যখন সমগ্রক থেকে একটি নমুনা সংগ্রহ করি, তখন নমুনার প্রতিটি উপাদান থেকে একাধিক তথ্য সংগ্রহ করি। উদাহরণস্বরূপ বলা যায়, আমরা কোনো একটি শহরের কোম্পানিগুলোর নামের তালিকা থেকে 20টি কোম্পানির নমুনা সংগ্রহ করেছি। ধরি, প্রতিটি কোম্পানির বিক্রয় ও বিজ্ঞাপনের উপর ব্যয়ের তথ্য সংগ্রহ করা হবে। এই ক্ষেত্রে আমরা দ্বি-চল বিশিষ্ট নমুনা তথ্য পাব। এই দ্বিচল বিশিষ্ট তথ্যকে দ্বি-চল বিশিষ্ট পরিসংখ্যা বিভাজনের মাধ্যমে সংক্ষিপ্ত করা যায়।

দ্বি-চল বিশিষ্ট পরিসংখ্যা বিভাজনকে দুটি চলকের পরিসংখ্যা বিভাজন দ্বারা সংজ্ঞায়িত করা যেতে পারে।

সারণি 3.9 এ 20টি কোম্পানির বিক্রয় ও বিজ্ঞাপন বাবদ ব্যয় (লক্ষ টাকায়) এই চলক দুটির পরিসংখ্যা বিভাজন দেখানো হয়েছে। বিক্রয়ের পরিমাণগুলো বিভিন্ন স্তম্ভে এবং বিজ্ঞাপন ব্যয়গুলো বিভিন্ন সারিতে শ্রেণিবদ্ধ করা হয়েছে। প্রতিটি প্রকোষ্ঠ সংশ্লিষ্ট সারি এবং স্তম্ভের মানগুলোর পরিসংখ্যা দেখায়। উদাহরণস্বরূপ, 3টি প্রতিষ্ঠান রয়েছে যাদের বিক্রয় 135-145 লাখ টাকার মধ্যে এবং তাদের বিজ্ঞাপন ব্যয় 64-66 হাজার টাকার মধ্যে ছিল। দ্বি-চল বিভাজনের ব্যবহার অষ্টম অধ্যায়ে সহপরিবর্তন এর ক্ষেত্রে দেখানো হয়েছে।

সারণি - 3.9

20 টি প্রতিষ্ঠানের বিক্রয় (লক্ষ টাকায়) এবং বিজ্ঞাপন ব্যয়ের (হাজার টাকায়) দ্বি-চলক পরিসংখ্যা বিভাজন।

	115–125	*125–135*	*135–145*	*145–155*	*155–165*	*165–175*	মোট
62–64	2	1					3
64–66	1		3				4
66–68	1	1	2	1			5
68–70		2		2			4
70–72		1	1		1	1	4
মোট	4	5	6	3	1	1	20

7. উপসংহার (Conclusion)

প্রাথমিক এবং মাধ্যমিক উৎস থেকে সংগৃহীত তথ্যগুলো বিচ্ছিন্ন ও অ-শ্রেণিকৃত অবস্থায় থাকে। তথ্য সংগ্রহের কাজ শেষ হলে পরবর্তী ধাপে আরও পরিসংখ্যানগত বিশ্লেষণের জন্য তথ্যগুলোকে কার্যকর ভাবে উপস্থাপন করতে হয়। শ্রেণিবদ্ধকরণের দ্বারা রাশিতথ্যগুলোকে বিশেষ বিশেষ বৈশিষ্ট্যের ভিত্তিতে সাজানো হয়। এই অধ্যায়টি তোমাকে জানতে সাহায্য করবে কীভাবে রাশিতথ্যগুলোকে সুসংহতভাবে পরিসংখ্যা বিভাজনের মাধ্যমে শ্রেণিবিন্যাস করা যায়। একবার তুমি শ্রেণিবদ্ধকরণের কৌশল জানলে তোমার পক্ষে বিচ্ছিন্ন এবং অবিচ্ছিন্ন চলকের পরিসংখ্যা বিভাজন গঠন করা সহজ হবে।

সংক্ষিপ্ত বৃত্তি

- শ্রেণিবদ্ধকরণের দ্বারা কাঁচা রাশিতথ্যগুলোকে ক্রম বিন্যাস করা হয়।
- পরিসংখ্যা বিভাজন দেখায়, কীভাবে একটি চলকের বিভিন্ন মান তাদের সংশ্লিষ্ট শ্রেণি পরিসংখ্যা সহ বিভিন্ন শ্রেণিতে সাজানো হয়।
- উচ্চ শ্রেণিসীমা বা নিম্ন শ্রেণিসীমার যে-কোন একটিকে বাদ দেওয়া হয় বহির্ভুক্ত পদ্ধতিতে।
- অন্তর্ভুক্ত পদ্ধতিতে উচ্চ এবং নিম্ন উভয় শ্রেণিসীমাকেই অন্তর্ভুক্ত করা হয়।
- একটি পরিসংখ্যা বিভাজনের ক্ষেত্রে পরবর্তী পরিসংখ্যানগত হিসাবগুলো পর্যবেক্ষণের মানগুলোর পরিবর্তে শ্রেণি চিহ্নের মানগুলোর উপর নির্ভর করে।
- শ্রেণিগুলো এমনভাবে গঠন করতে হবে যে প্রত্যেকটি শ্রেণির শ্রেণিচিহ্নগুলো যতদূর সম্ভব একটি মানের কাছাকাছি আসবে। এই মানের আশেপাশে একটি শ্রেণির পর্যবেক্ষণগুলোর কেন্দ্রীভূত হওয়ার প্রবণতা থাকে।

অনুশীলনী

1. নীচের বিকল্পগুলোর মধ্যে কোন্‌টি সত্য
   i) শ্রেণির মধ্যবিন্দু সমান হয়-
      a) উচ্চ শ্রেণিসীমা ও নিম্ন শ্রেণিসীমার গড়ের।
      b) উচ্চ শ্রেণিসীমা ও নিম্ন শ্রেণিসীমা গুণফলের।
      c) উচ্চ শ্রেণিসীমা ও নিম্ন শ্রেণিসীমার অনুপাতের।
      d) উপরের কোনটিই নয়।
   ii) দুটি চলকের পরিসংখ্যা বিভাজনকে বলে -
      a) এক চলক বিশিষ্ট বিভাজন।
      b) দুই চলক বিশিষ্ট বিভাজন।
      c) বহু চলক বিশিষ্ট বিভাজন।
      d) উপরের কোনটিই নয়।
   iii) শ্রেণিকৃত রাশিতথ্যের ক্ষেত্রে পরিসংখ্যানগত হিসাবগুলো নির্ভর করে-
      a) পর্যবেক্ষণগুলোর প্রকৃত মানের উপর।
      b) উচ্চ শ্রেণিসীমার উপর ।
      c) নিম্ন শ্রেণিসীমার উপর।
      d) শ্রেণির মধ্যবিন্দুর উপর।
   iv) প্রসারের অর্থ হল -
      a) বৃহত্তম এবং ক্ষুদ্রতম পর্যবেক্ষণগুলোর মধ্যে পার্থক্য।
      b) ক্ষুদ্রতম এবং বৃহত্তম পর্যবেক্ষণগুলোর মধ্যে পার্থক্য।
      c) বৃহত্তম এবং ক্ষুদ্রতম পর্যবেক্ষণগুলোর গড়।
      d) বৃহত্তম এবং ক্ষুদ্রতম পর্যবেক্ষণগুলোর অনুপাত।

2. দ্রব্য সামগ্রীর শ্রেণিবদ্ধকরণের ফলে কোনো লাভ হয় কি? তোমার প্রাত্যহিক জীবনের অভিজ্ঞতার একটি উদাহরণ দিয়ে ব্যাখ্যা করো।

3. চলক কী ? বিচ্ছিন্ন এবং অবিচ্ছিন্ন চলকের মধ্যে পার্থক্য লেখো।

4. রাশিতথ্যের শ্রেণিবদ্ধকরণে ব্যবহৃত বহির্ভূত এবং অন্তর্ভুক্ত পদ্ধতিগুলো ব্যাখা করো।

5. সারণি 3.2 এর রাশিতথ্যগুলো ব্যবহার করো। এখানে 50 টি পরিবারের খাদ্যের মাসিক পরিবারভিত্তিক খরচাপাতির হিসেব টাকায় দেখানো হয়েছে এবং
   i) খাদ্য দ্রব্যের মাসিক পারিবারিক ব্যয়ের প্রসার বের করো।
   ii) প্রসারকে শ্রেণি ব্যবধানের যথাযথ সংখ্যায় ভাগ করো এবং ব্যয়ের পরিসংখ্যা বিভাজন বের করো।

iii) পরিবারের সংখ্যা বের করো যাদের খাদ্যদ্রব্যের উপর মাসিক ব্যয় হল -

a) 2000 টাকার কম।

b) 3000 টাকার বেশি।

c) 1500 টাকা এবং 2500 টাকার মধ্যবর্তী।

6. কোনো একটি শহরে 45 টি পরিবারের সেল ফোনের ব্যবহারের সংখ্যার উপর সমীক্ষা করা হয়েছিল। সমীক্ষার প্রাপ্ত উত্তরের ভিত্তিতে (যা নীচে দেওয়া হয়েছে) একটি পরিসংখ্যা সারণি তৈরি করো।

1	3	2	2	2	2	1	2	1	2	2	3	3	3	3
3	3	2	3	2	2	6	1	6	2	1	5	1	5	3
2	4	2	7	4	2	4	3	4	2	0	3	1	4	3

7. শ্রেণিকৃত রাশিতথ্যের “ হারিয়ে গেছে এমন তথ্য ” কী অর্থ বোঝায় ?

8. তুমি কি একমত যে কাঁচা রাশিতথ্য থেকে শ্রেণিকৃত রাশিতথ্য তুলনামূলক ভাবে ভাল? কেন?

9. একচলক এবং দ্বি-চলক পরিসংখ্যা বিভাজনের মধ্যে পার্থক্য লেখো।

10. নিম্নলিখিত রাশিতথ্য থেকে অন্তর্ভুক্ত পদ্ধতিতে একটি পরিসংখ্যা বিভাজন তৈরি করো যেখানে শ্রেণি ব্যবধান হবে 7 ।

28	17	15	22	29	21	23	27	18	12	7	2	9	4
1	8	3	10	5	20	16	12	8	4	33	27	21	15
3	36	27	18	9	2	4	6	32	31	29	18	14	13
15	11	9	7	1	5	37	32	28	26	24	20	19	25
19	20	6	9										

11. “ The quick brown fox jumps over the lazy dog”
উপরের বাক্যটি ভালোভাবে লক্ষ করো এবং প্রতিটি শব্দে কতগুলো অক্ষর আছে তা লেখো। অক্ষরের সংখ্যাকে চলক হিসাবে ধরে এই রাশিতথ্যগুলোর সাহায্যে একটি পরিসংখ্যা সারণি তৈরী করো।

প্রস্তাবিত কার্যাবলি

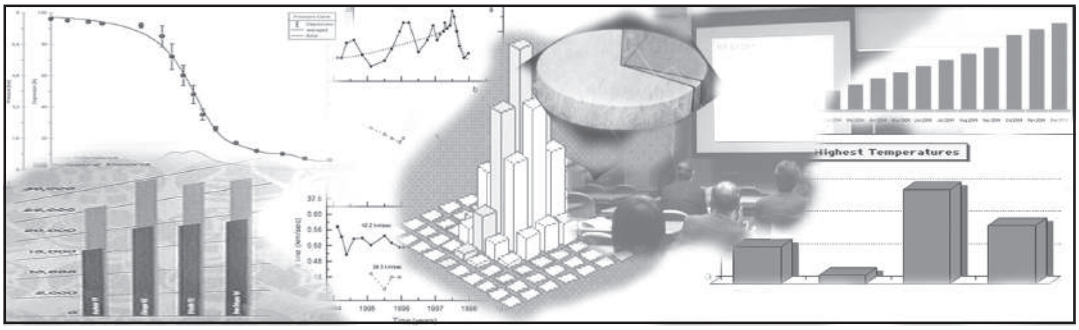
তুমি পুরোনো প্রগতিপত্র থেকে গতবছরের ষান্মাসিক বা বার্ষিক পরীক্ষায় গণিতের প্রাপ্ত নম্বরগুলো বের করো। বছর অনুযায়ী প্রাপ্ত নম্বরগুলোকে সাজাও। পরীক্ষা করে দেখো তুমি এই বিষয়ে যে নম্বরগুলো পেয়েছ, সেগুলো চলক নাকি চলক নয়। আরও দেখো, বিগত বছরগুলোতে গণিতে তোমার উন্নতি হয়েছে কি?

অধ্যায়

4

রাশিতথ্য উপস্থাপনা

Presentation of Data



এই অধ্যায় পাঠ করে তোমরা সক্ষম হবে—

- সারণি ব্যবহার করে রাশিতথ্য উপস্থান করতে;
- উপযুক্ত চিত্রের মাধ্যমে রাশিতথ্য উপস্থাপন করতে।

1) ভূমিকা (Introduction)

তোমরা ইতোমধ্যে পূর্বের অধ্যায়গুলোতে পড়েছ যে কীভাবে রাশিতথ্য সংগ্রহ ও বিন্যস্ত করা হয়। যেহেতু রাশিতথ্য বিরাট সংখ্যক থাকে, তাই এর সংক্ষেপীকরণ এবং উপস্থাপনযোগ্য আকৃতি দেওয়া প্রয়োজন। এই অধ্যায়ে রাশিতথ্যের সঠিক ভাবে শ্রেণি বিন্যাসের বিষয়ে আলোচনা হয়েছে যাতে করে সংগৃহীত অনেক রাশিতথ্য সহজেই ব্যবহারযোগ্য এবং বোধগম্য হয়। সাধারণত রাশিতথ্যের তিন প্রকারের উপস্থাপনা রয়েছে—

- পাঠগত বা বর্ণনামূলক উপস্থাপনা
- ছকের আকারে উপস্থাপনা
- চিত্রের সাহায্যে উপস্থাপনা

2) তথ্যের বর্ণনামূলক উপস্থাপনা (Textual Presentation of Data)

বর্ণনামূলক উপস্থাপনায়, রাশিতথ্যকে পাঠের মধ্য থেকে ব্যাখ্যা করা হয়। যখন রাশিতথ্যের পরিমান বেশি হয় না, তখন এইরূপ উপস্থাপনা মানানসই হয়। নীচের ঘটনাগুলো লক্ষ করো :

ঘটনা - 1

পেট্রোল ও ডিজেলের মূল্য বৃদ্ধির প্রতিবাদে ৪ সেপ্টেম্বর 2005-এ হরতাল ডাকা হয়। হরতালের দিন বিহারের এক শহরে 5টি পেট্রোল পাম্প খোলা পাওয়া গিয়েছিল এবং 17টি বন্ধ ছিল। একই দিনে 2টি বিদ্যালয় সেখানে বন্ধ ছিল এবং বাকি 9টি বিদ্যালয় খোলা ছিল।

ঘটনা - 2

2001 সালের জনগণনার রিপোর্ট অনুসারে ভারতের জনসংখ্যা বেড়ে দাঁড়িয়েছে 102কোটি, যার মধ্যে পুরুষ ও মহিলার সংখ্যা হল 53কোটি এবং 49কোটি। এর মধ্যে গ্রাম ভারতের লোকসংখ্যা হল 74কোটি এবং শহরবাসীর সংখ্যা হল 28কোটি। জনগণনার রিপোর্ট অনুসারে সারা দেশে বেকার বা কর্মহীন লোকের সংখ্যা হল 62কোটি এবং কর্মরত জনসংখ্যা হল 40কোটি। গ্রাম ভারতের মোট জনসংখ্যার মধ্যে বেকারের সংখ্যার (9কোটি) তুলনায় শহরের জনসংখ্যার মধ্যে বেকারের (19কোটি) অংশীদারি বেশি। গ্রামাঞ্চলের মোট জনসংখ্যা বর্তমানে 74কোটির মধ্যে 31 কোটি লোক কোনো না কোনো কাজে নিযুক্ত রয়েছে।

উভয় ক্ষেত্রেই রাশিতথ্য পাঠের আকারে প্রকাশ করা হয়েছে। এই উপস্থাপনের সবচেয়ে গুরুত্বপূর্ণ অসুবিধা হচ্ছে তথ্যটিকে উপলব্ধি করতে হলে কোনো ব্যক্তিকে পাঠ্যাংশটিকে সম্পূর্ণরূপে অধ্যয়ন করতে হবে; কিন্তু একই সাথে এটি উপস্থাপনার নির্দিষ্ট কিছু বিষয়ের উপর জোর দিতে সক্ষম হবে।

সারণি বা ছকের আকারে রাশিতথ্যের উপস্থাপনা (Tabular Presentation of Data)

ছকের আকারে উপস্থাপনায়, রাশিতথ্যকে সারি (যা অনুভুমিকভাবে পড়া হয়) এবং স্তম্ভ (যা উল্লম্বভাবে পড়া হয়)-এ উপস্থাপন করা হয়। উদাহরণস্বরূপ 4.1 নং সারণি দেখো যেখানে শিক্ষার হারের তথ্য সারণি আকারে দেখানো হয়েছে। এর তিনটি সারি (পুরুষ, মহিলা ও মোট) এবং তিনটি স্তম্ভ (গ্রামীন, শহর ও মোট) রয়েছে। তাকে বলা হয় 3×3 সারণি, যেখানে টি বিষয়কে 9 টি খোপে, যাকে বলে প্রকোষ্ঠ, দেখানো হয়েছে। প্রত্যেক প্রকোষ্ঠে যে তথ্য রয়েছে তা একটি নম্বর সহ (শহর ও গ্রামের শিক্ষার হার ও মোট) লিঙ্গের (স্ত্রী, পুরুষ ও মোট) বৈশিষ্ট্য অনুসারে সাজানো রয়েছে।

সারণিবদ্ধ উপস্থাপনার একটি গুরুত্বপূর্ণ সুবিধা হল এটি ভবিষ্যতে গবেষণার বিভিন্ন পর্যায়ে ব্যবহার করা যায়। চার প্রকারের শ্রেণি বিন্যাস রয়েছে যা সারণিবদ্ধকরণে ব্যবহার করা হয় —

গুণভিত্তিক বা গুণগত - (Qualitative)
পরিমাণভিত্তিক বা পরিমাণগত - (Quantitative)
সময়ভিত্তিক বা সময়গত - (Temporal)
অবস্থানভিত্তিক বা স্থান সংক্রান্ত - (Spatial)

গুণগত শ্রেণি বিন্যাস (Qualitative Classification)

গুণগত শ্রেণি বিন্যাসের ক্ষেত্রে গুণ বা বৈশিষ্ট্যের ভিত্তিতে তথ্যকে শ্রেণি বিন্যাস করা হয়। যেমন সামাজিক অবস্থা, স্বাস্থ্যের চালচিত্র, নাগরিকতা ইত্যাদির ভিত্তিতে শ্রেণি বিন্যাস করা হয়। উদাহরণস্বরূপ 4.1 সারণিতে শ্রেণি বিন্যাসের ভিত্তি হল লিঙ্গ এবং অবস্থান। এগুলো হল গুণভিত্তিক প্রকৃতির।

সারণি 4.1

লিঙ্গ ও অবস্থানের ভিত্তিতে ভারতবর্ষের সাক্ষরতার হার (শতকরায়)

	অবস্থান		
লিঙ্গ	গ্রাম	শহর	মোট
পুরুষ	79	90	82
মহিলা	59	80	65
মোট	*68*	*84*	74

উৎস : *ভারতের জনগণনা 2011 (সাত বছর এবং সাতের বেশি বয়সিদের মধ্যে সাক্ষরতার হার দেখানো হয়েছে।)*

পরিমাণগত শ্রেণি বিন্যাস
(Quantitative Classification)

পরিমাণগত শ্রেণি বিন্যাসে, রাশিতথ্যকে পরিমাণগত বৈশিষ্ট্যের ভিত্তিতে শ্রেণি বিন্যাস করা হয়। অন্যভাবে বলা যায়, এই বৈশিষ্ট্যগুলোকে পরিমানগতভাবে পরিমাপ করা যায়। উদাহরণস্বরূপ বয়স, উচ্চতা, উৎপাদন, আয় ইত্যাদি হল পরিমাণগত বৈশিষ্ট্য। প্রাপ্ত তথ্যাবলিকে নির্দিষ্ট শ্রেণি সীমার মধ্যে শ্রেণিবন্ধ করা হয়। এই শ্রেণি তথ্যসারির পরিসর বা পরিধি নির্দেশ করে। শ্রেণীসীমার সর্বনিম্ন ও সর্বোচ্চ দুইটি সংখ্যামান থাকে যাকে শ্রেণিসীমা বা শ্রেণি ব্যবধান বলে। 4.2 সারণি হল পরিমাণগত শ্রেণি বিন্যাসের উদাহরণ। সারণির শূন্যস্থানগুলো পূর্ণ করো।

সারণি 4.2

বিহারের একটি নির্বাচন সমীক্ষায় 542 জন উত্তরদাতার বয়স ভিত্তিক বিভাজন।

বয়:ক্রম বয়স	উত্তরদাতার সংখ্যা	শতাংশ
20–30	3	0.55
30–40	61	11.25
40–50	132	24.35
50–60	153	28.24
60–70	?	?
70–80	51	9.41
80–90	2	0.37
মোট	*?*	*100.00*

উৎস : *বিধানসভা নির্বাচন, পাটনা কেন্দ্রীয় বিধানসভা ক্ষেত্র - 2005, এ এন সিনহা ইন্সটিটিউট অব সোসাল স্টাডিজ, পাটনা।*

এক্ষেত্রে শ্রেণি বিন্যাসের ভিত্তি হল বয়স (বছর হিসাবে) যা পরিমাপযোগ্য।

কাজ

- 4.1 নং সারণিতে মোট মানগুলো কীভাবে পাওয়া গেল ব্যাখ্যা করো।
- তোমার শ্রেণির ছাত্র-ছাত্রীদের পছন্দের ভিত্তিতে একটি সারণি প্রস্তুত করো। এখানে চ্যানেলগুলো হল, যেমন- স্টার নিউজ, জি-নিউজ, বি বি সি ওয়ার্ল্ড,সি এন এন, আজতক্ এবং ডি ডি নিউজ।
- তোমার শ্রেণির ছাত্র-ছাত্রীদের উচ্চতা (সেমি) এবং ওজন (কেজি) নিয়ে একটি সারণি প্রস্তুত করো।

সময়গত শ্রেণি বিন্যাস
(Temporal Classification)

এইরূপ শ্রেণি বিন্যাসে সময় হচ্ছে শ্রেণিবন্ধ চলক। এখানে রাশিতথ্যকে সময়ের ভিত্তিতে বিভক্ত করা হয়। সময়ের হিসাব ঘণ্টা, দিন, সপ্তাহ, মাস, বছর ইত্যাদি হতে পারে। উদাহরণস্বরূপ - 4.3 সারণি দেখো-

সারণি 4.3

একটি চায়ের দোকানের বাৎসরিক বিক্রী (1995হতে 2000 সাল পর্যন্ত)

সাল	বিক্রয় (লাখে)
1995	79.2
1996	81.3
1997	82.4
1998	80.5
1999	100.2
2000	91.2

উৎস : *অপ্রকাশিত তথ্য*

এই সারণিতে সময়ভেদে বাৎসরিক বিক্রির আর্থিক পরিমাণ শ্রেণিবন্ধ করা হয়েছে।

কাজ

তোমার বিদ্যালয়ের অফিসে যাও এবং বিগত দশ বছরে বিদ্যালয়ে যেসব ছাত্র-ছাত্রী পড়াশোনা করেছে তাদের সংখ্যা সংক্রান্ত তথ্য সংগ্রহ করো এবং একটি সারণিতে এই সংখ্যাতথ্য উপস্থাপন কারো।

স্থান সংক্রান্ত শ্রেণি বিন্যাস (Spatial Classification)

স্থানের ভিত্তিতে শ্রেণি বিভাগ করা হলে, তাকে স্থান সংক্রান্ত শ্রেণি বিন্যাস বলে। এখানে স্থানটি হতে পারে একটি শহর/গ্রাম, ব্লক, জেলা, রাজ্য, দেশ ইত্যাদি। 4.4 নং সারণি একটি স্থান সংক্রান্ত শ্রেণি বিন্যাসের উদাহরণ।

সারণি 4.4

2013-14 সালে পৃথিবীর অন্যান্য দেশগুলোতে ভারতীয় পণ্যের মোট রপ্তানির শতকরা হিসেব।

গন্তব্য	রপ্তানি ভাগ
মার্কিন যুক্তরাষ্ট্র	12.5
জার্মানি	2.4
অন্যান্য ইউরোপ সংঘ	10.9
যুক্তরাজ্য	3.1
জাপান	2.2
রাশিয়া	0.7
চিন	4.7
পশ্চিম এশিয়ার আরব দেশ সমূহ	15.3
এশিয়ার অন্যান্য দেশ	29.4
অন্যান্য	18.8
মোট	100.0

(মোট রপ্তানি : US $ 314.40 বিলিয়ন)

কাজ

তোমার শ্রেণির ছাত্ররা নিজ রাজ্য/আবাসিক এলাকার যে তথ্য সংগ্রহ করে সেটা একটি সারণিতে উপস্থাপন করো।

4) রাশিতথ্যের সারণিবদ্ধকরণ এবং সারণির বিভিন্ন ভাগ (Tabulation of Data & Parts of a Table)

সারণি তৈরির পূর্বে এটা জানা খুবই গুরুত্বপূর্ণ যে পরিসংখ্যান সারণির বিভিন্ন অংশগুলো কী কী ? এই অংশগুলো একসাথে একটি সারণি তৈরি করো। সারণি গঠনের সবচেয়ে সহজ উপায় হল সারি ও কলামগুলোতে কিছু ব্যাখ্যামূলক নোট সহযোগে রাশিতথ্যকে উপস্থাপন করা। বৈশিষ্ট্যের সংখ্যার উপর নির্ভর করে একমুখী, দ্বিমুখী ও ত্রিমুখীরূপে সারণিবদ্ধকরণ করা যেতে পারে। একটি আদর্শ সারণিতে নিম্নের বৈশিষ্ট্যগুলো থাকা আবশ্যক।

i) সারণি সংখ্যা (Table Number)

চিহ্নিত করার উদ্দেশ্যে সারণি সংখ্যার ব্যবহার জরুরী। যখন একাধিক সারণি উপস্থাপন করা হয় তখন সারণি সংখ্যা একটি সারণিকে অন্য সারণি হতে আলাদা করে। সারণি সংখ্যাতে সাধারণত পূর্ণ সংখ্যা ব্যবহার করা হয়। কোনো বই-এ একাধিক সারণি থাকলে সারণি সংখ্যাগুলো ছোটো সংখ্যা থেকে শুরু হয় এবং তা ক্রমে ধারাবাহিক ভাবে বাড়তে থাকে। সারণি সংখ্যা হিসাবে ব্যবহৃত সংখ্যা এইভাবে লেখা যায় যেমন 1.2, 3.1 ইত্যাদি। সারণি সংখ্যাগুলো সারণির অবস্থানকেও চিহ্নিত করতে সাহায্য করে। উদাহরণস্বরূপ বলা যায় টেবিল 4.5-এর সার্বিক অবস্থান খুঁজে বের করতে হলে বইয়ের চতুর্থ অধ্যায়ের পঞ্চম টেবিলে যেতে হবে। (4.5 সারণি দেখো)।

ii) শিরোনাম (Title)

একটা সারণির শিরোনাম সারণির বিষয়বস্তু সম্পর্কে ধারনা দেয়। এটা খুব স্পষ্ট, শিরোনাম সংক্ষিপ্ত এবং ভালোভাবে অর্থবহ হতে হবে যাতে করে সারণি থেকে প্রাপ্ত ব্যাখ্যা (Interpretation) স্পষ্ট এবং দ্ব্যর্থহীন হয়। এটা সারণির উপরে নম্বরের পাশে বা সারণির নীচে থাকে। (4.5 নং সারণি লক্ষ করো।)

iii) ক্যাপশান বা স্তম্ভ শিরোনাম (Caption or Column Heading)

সারণিতে প্রতিটি স্তম্ভের শীর্ষে স্তম্ভের অন্তর্ভুক্ত বিষয়ের ব্যাখ্যা করার জন্য স্তম্ভের নাম দেওয়া হয়। তাকে বলে ক্যাপশান বা স্তম্ভ শিরোনাম। (4.5 নং সারণি দেখো।)

iv) স্টাব বা সারি শিরোনাম (Stubs or Row Headings)

ক্যাপশান বা স্তম্ভ শিরোনামের মতো সারণির প্রতিটি সারির শিরোনাম দেওয়া হয়। সারির শিরোনামের নামগুলোকে স্টাব বা স্টাব আইটেম বলা হয় এবং সম্পূর্ণ বাম দিকের স্তম্ভটিকে বলে স্টাব কলাম। সারির শিরোনামের সংক্ষিপ্ত বিবরণ সারণির বাম পাশের উপরের দিকে দেওয়া যেতে পারে। (4.5 নং সারণি দেখো।)

v) সারণির মূল অংশ (Body of the Table)

সারণির মূল অংশ হল সারণির প্রধান অঞ্চল এবং এর মধ্যে মূল বিষয়বস্তু থাকে। একটি সারণিতে কোনো একটি চিত্র/রাশিতথ্যের অবস্থান নির্দিষ্ট এবং তা নির্ধারণ করা হয় সারণির সারি ও স্তম্ভ দ্বারা। উদাহরণস্বরূপ, দ্বিতীয় সারি ও চতুর্থ স্তম্ভের রাশি তথ্য নির্দেশ করে যে 2001 সালে গ্রামীণ ভারতে 25কোটি কর্মহীন মহিলা ছিল।(4.5 নং সারণি দেখো)।

vi) পরিমাপের একক (Unit of Measurement)

সারণিতে উপস্থিত সংখ্যাগুলোর পরিমাপের একক (প্রকৃত রাশিতথ্য) সর্বদা শিরোনামের সাথে উল্লেখ করা উচিত। যদি সারণিতে সারি এবং স্তম্ভের ভিন্ন একক থাকে তবে তা স্টাব এবং ক্যাপশানের সাথে উল্লেখ করা উচিত। যদি

সারণি সংখ্যা | শিরোনাম

সারণি 4.5 : লিঙ্গ ও অবস্থানের ভিত্তিতে শ্রমিক এবং অশ্রমিকের কাজের ভিত্তিতে ভারতের জনসংখ্যা, 2001

(কোটিতে)

স্তম্ভ শিরোনাম | একক | সারি শিরোনাম/স্টাব | সারণির মূল অংশ

অবস্থান	লিঙ্গ	শ্রমিক			অশ্রমিক	মোট
		প্রধান	প্রান্তিক	মোট		
গ্রাম	পুরুষ	17	3	20	18	38
	মহিলা	6	5	11	25	36
	মোট	23	8	31	43	74
শহর	পুরুষ	7	1	8	7	15
	মহিলা	1	0	1	12	13
	মোট	8	1	9	19	28
মোট	পুরুষ	24	4	28	25	53
	মহিলা	7	5	12	37	49
	মোট	31	9	40	62	102

উৎস : ভারতের জনগণনা- 2011

টীকা : সংখ্যাগুলো কোটির নিকটবর্তী পূর্ণসংখ্যায় প্রকাশিত

উৎস | টীকা

টীকা : সারণি 4.5 সারণি আকার একই তথ্য পরিবেশ করে যা ইতিমধ্যেই ঘটনা -২ এ তথ্যের পাঠগত বিবরণের মাধ্যমে উপস্থাপিত হয়েছে।

সংখ্যাগুলো খুব বড়ো হয় তবে তা নিকটবর্তী পূর্ণ সংখ্যায় (Rounded up) পরিবর্তন করা উচিত এবং এই পূর্ণ সংখ্যায় রূপান্তরের পদ্ধতি উল্লেখ করা উচিত। (4.5 নং সারণি দেখো।)

vii) উৎস (Source)

এটি একটি সংক্ষিপ্ত বিবৃতি যা সারণিতে উপস্থিত তথ্যের উৎস সূচিত করে। যদি একাধিক উৎস থাকে তবে সমস্ত উৎসগুলোর উৎপত্তি স্থলের উল্লেখ করতে হবে। সাধারণত সারণির নীচের দিকে উৎস লেখা থাকে। (4.5 নং সারণি দেখো।)

viii) টীকা (Note)

নোট হল সারণির শেষ অংশ। এটি সারণির রাশিতথ্যের নির্দিষ্ট কোনো বিষয়কে ব্যাখ্যা করে যা স্ব-ব্যাখ্যামূলক নয় এবং যা পূর্বে ব্যাখ্যা করা হয়নি।

কাজ

- একটি সারণি গঠনের জন্য কয়টি সারি ও স্তম্ভের প্রয়োজন ?
- সারি/স্তম্ভের শিরোনাম কি পরিমাণগত হতে পারে ?
- তোমরা কি 4.2 এবং 4.3 সারণিকে সঠিকভাবে একত্রিত (Rounding off) করে উপস্থাপন করতে পারবে ?
- 41নং পৃষ্ঠার 2নং ঘটনার প্রথম দুটি বাক্যকে একটি সারণিতে প্রকাশ করো। এব্যাপারে কিছু পূর্ণাঙ্গ বিবরণ এই অধ্যায়ে পাওয়া যায়

5) রাশিতথ্যের চিত্রাকার উপস্থাপনা (Diagrammatic Presentation of Data)

এটি হল রাশিতথ্যের উপস্থাপনার তৃতীয় পদ্ধতি। এই পদ্ধতিটি সারণি বা পাঠ্য উপস্থাপনার (Textual) তুলনায় রাশিতথ্যের (Data) দ্বারা ব্যাখ্যা করা পরিস্থিতি সম্পর্কে দ্রুত বুঝতে সাহায্য করে। রাশিচিত্র উপস্থাপনায় বেশ কার্যকরভাবে বিশদ ধারণাগুলো আরও সংকীর্ণ অর্থে এবং সহজে বোধগম্য আকারে অন্তর্ভুক্ত করা যায়।

রাশিচিত্রগুলো হয়তো কম নিখুঁত হতে পারে কিন্তু রাশিতথ্য উপস্থাপনার ক্ষেত্রে তা সারণির তুলনায় অনেক কার্যকর।

সাধারণ ব্যবহারের ক্ষেত্রে বিভিন্ন প্রকারের রাশিচিত্র রয়েছে। এর মধ্যে গুরুত্বপূর্ণগুলো নীচে দেওয়া হল —

i) জ্যামিতিক চিত্র
ii) পরিসংখ্যান চিত্র
iii) গাণিতিক রেখা চিত্র

জ্যামিতিক চিত্র (Geometric Diagram) দণ্ডচিত্র ও পাইচিত্র জ্যামিতিক চিত্রের শ্রেণি বিভাগ। দণ্ডচিত্র তিন প্রকারের - সরল দণ্ডচিত্র, বহু দণ্ডচিত্র এবং অংশবিশিষ্ট দণ্ডচিত্র ।

দণ্ডচিত্র (Bar Diagram)

সরল দণ্ডচিত্র (Simple Bar Diagram) সরল দণ্ডচিত্র হল প্রতিটি শ্রেণি বা রাশিতথ্যের জন্য সমজায়গাযুক্ত ও সমপ্রশস্তযুক্ত সারিবদ্ধ কতগুলো আয়তাকার দণ্ড। দন্ডের উচ্চতা বা দৈর্ঘ্য রাশিতথ্যের বিশালতা নির্দেশ করে। দণ্ডের নিম্নসীমা ভূমিরেখাকে এমনভাবে স্পর্শ করে যাতে দণ্ডের উচ্চতা শূন্য থেকে শুরু হয়। দণ্ডচিত্রের দণ্ডগুলোর আপেক্ষিক উচ্চতা দেখে তাদের মধ্যে তুলনা টানা যায়। এইভাবে রাশিতথ্যকে দ্রুত সংজ্ঞায়িত করা হয়। এইজন্য রাশিতথ্য পরিসংখ্যানযুক্ত বা পরিসংখ্যানবিহীন হতে পারে। পরিসংখ্যাবিহীন রাশিতথ্য বিশেষ বৈশিষ্ট্যযুক্ত। যেমন উৎপাদন, ফলন, জনসংখ্যা ইত্যাদি। দণ্ডগুলোর উচ্চতা বা দৈর্ঘ্য তা যে রাশিতথ্যমালার মানকে প্রকাশ করে তার সমান বা সমানুপাতিক হয়। পরিমাপ করা এবং গণনা করা প্রতিটি বৈশিষ্ট্যের মানের পরিচায়ক হল এই দণ্ডগুলো। 4.1 সারণিটি হল একটি দণ্ডচিত্রের উদাহরণ।

> **কাজ**
>
> তোমার বিদ্যালয়ে এবছর প্রত্যেক শ্রেণিতে পাঠরত পড়ুয়ার তথ্য সংগ্রহ করো। এই তথ্যের সাহায্যে একটি দণ্ডচিত্র অঙ্কন করো।

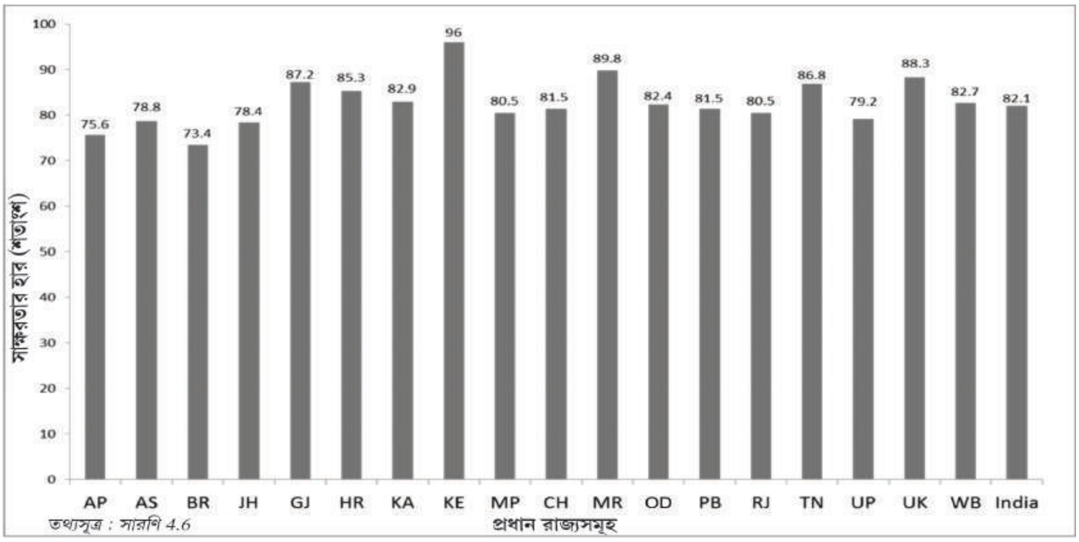
বিভিন্ন ধরনের রাশিচিত্র উপস্থাপনের জন্য বিভিন্ন ধরনের রাশিতথ্যের প্রয়োজন হতে পারে। দণ্ডচিত্রগুলো পরিসংখ্যানযুক্ত বা পরিসংখ্যান বিহীন উভয় প্রকারের বৈশিষ্ট্যযুক্ত রাশিতথ্যের জন্য উপযুক্ত। বিচ্ছিন্ন চলক যেমন: পরিবারের আয়তন, একটি লুডোর বিন্দু সমূহ, একটি পরীক্ষার গ্রেড ইত্যাদি। এছাড়াও বিভিন্ন বৈশিষ্ট্য যেমন : লিঙ্গ, ধর্ম, বর্ণ, দেশ ইত্যাদি দণ্ডচিত্র দ্বারা উপস্থাপন করা যায়। পরিসংখ্যাবিহীন রাশিতথ্য যেমন- আয়-ব্যয়-এর চালচিত্র, বছরব্যাপী আমদানি/রপ্তানি ইত্যাদির ক্ষেত্রেও দণ্ডচিত্র অনেক বেশি সুবিধাজনক।

এখানে দণ্ডগুলোর উচ্চতার ভিত্তিতে দেখলে দেখা যাবে দুই ধরণের দণ্ড রয়েছে। সাক্ষরতার হারের গণনায় প্রাপ্ত পরিসংখ্যান অনুযায়ী, কেরালার সাক্ষরতার হার পশ্চিমবঙ্গের সাক্ষরতার হারের চাইতে বেশি হওয়ায় কেরালার জন্য দীর্ঘতম দন্ড রয়েছে। দণ্ডগুলোকে কলাম বা স্তম্ভ বলা হয়। সাধারণত কালীন-সারি তথ্যে (Time Series Data) দণ্ডের ব্যবহার করা হয় (1980 সাল থেকে 2000 সালের মধ্যে খাদ্যশস্যের উৎপাদনের, কর্ম নিযুক্তি হারের দশকীয় উঠানামা, বছরব্যাপী নথিভুক্ত

সারণি 4.6

ভারতের প্রধান রাজ্যগুলোতে সাক্ষরতার হার

	2001		2011	
ভারতের প্রধান রাজ্যসমূহ	পুরুষ	মহিলা	পুরুষ	মহিলা
অন্ধ্রপ্রদেশ	70.3	50.4	75.6	59.7
আসাম	71.3	54.6	78.8	67.3
বিহার	59.7	33.1	73.4	53.3
ঝাড়খন্ড	67.3	38.9	78.4	56.2
গুজরাট	79.7	57.8	87.2	70.7
হরিয়ানা	78.5	55.7	85.3	66.8
কর্ণাটক	76.1	56.9	82.9	68.1
কেরল	94.2	87.7	96.0	92.0
মধ্যপ্রদেশ	76.1	50.3	80.5	60.0
ছত্তিশগড়	77.4	51.9	81.5	60.6
মহারাষ্ট্র	86.0	67.0	89.8	75.5
উড়িষা	75.3	50.5	82.4	64.4
পাঞ্জাব	75.2	63.4	81.5	71.3
রাজস্থান	75.7	43.9	80.5	52.7
তামিলনাড়ু	82.4	64.4	86.8	73.9
উত্তর প্রদেশ	68.8	42.2	79.2	59.3
উত্তরাখন্ড	83.3	59.6	88.3	70.7
পশ্চিমবঙ্গ	77.0	59.6	82.7	71.2
ভারত	**75.3**	**53.7**	**82.1**	**65.5**



চিত্র 4.1 : 2011 সালের ভারতের প্রধান রাজ্যগুলোর সাক্ষরতার হারের দণ্ডচিত্র।
(7 বা তার অধিক বছরের জনসংখ্যার সাক্ষরতার হার)

বেকারত্ব, সাক্ষরতা হার ইত্যাদি। (চিত্র : 4.2)। দণ্ড চিত্রের বিভিন্ন প্রকার ভেদ রয়েছে যেমন- যৌগিক দণ্ডচিত্র, অংশবিশিষ্ট দণ্ডচিত্র।

কাজ

- *2011 সালে নারী সাক্ষরতার জাতীয় গড় হারের চাইতে ভারতের মুখ্য রাজ্যগুলোর মধ্যে কয়টি রাজ্যের নারী সাক্ষরতার হার বেশি ?*
- *রাজ্যগুলোর মধ্যে নারী সাক্ষরতা হারের সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মানের ব্যবধান কি দুটি পরপর জনগণনা বর্ষ 2001 ও 1991-তে হ্রাস পেয়েছে ?*

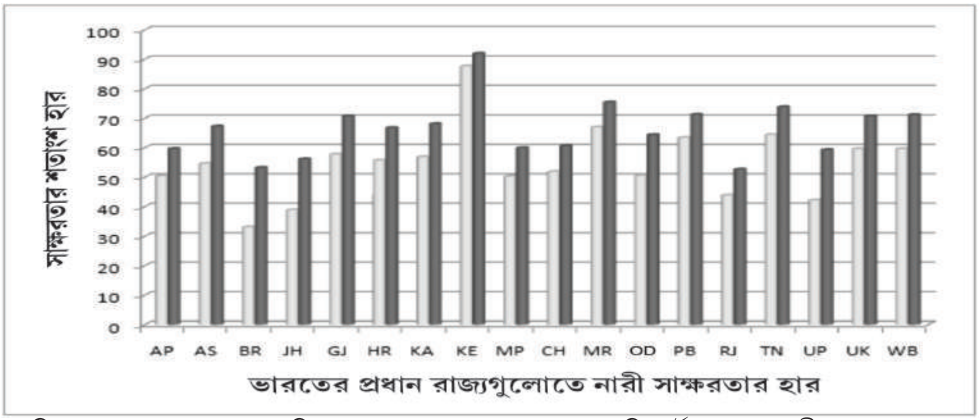
বহু দণ্ডচিত্র (Multiple Bar Diagram)

দুই বা ততোধিক চলকের মধ্যে তুলনা করতে যৌগিক দণ্ডচিত্র ব্যবহার করা হয়, যেমন : আয় ও ব্যয়, বা বিভিন্ন বছরের আমদানি ও রপ্তানি, বিভিন্ন শ্রেণিতে বিভিন্ন বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বর ইত্যাদি।

অংশবিশিষ্ট দণ্ডচিত্র (Component Bar Diagram)

অংশবিশিষ্ট দণ্ডচিত্র বা চার্ট (চিত্র 4.3) যাকে খণ্ডচিত্র (Sub-Diagram) বলা হয়, বিভিন্ন অংশের মানের তুলনামূলক অবস্থান বোঝাতে বিশেষ ভূমিকা পালন করে। এক্ষেত্রে চলকের মোট মানসহ বিভিন্ন উৎপাদনকে দেখানো হয় যাতে বিভিন্ন উপাদানের অংশের (যে অংশগুলো নিয়ে উপাদান উপস্থাপন করা হয়) মধ্যে সম্পর্ক বুঝতে সাহায্য করে। উদাহরণস্বরূপ, বিভিন্ন পণ্যের বিক্রয়লব্ধ আয়, একটি সাধারণ ভারতীয় পরিবারের খরচের প্রকৃতি, (খরচের উপাদানগুলো হল খাদ্য, ভাড়া, ওষুধ, শিক্ষা, বিদ্যুৎ ইত্যাদি), আয় ব্যয়ের বাজেট বরাদ্দ, শ্রমশক্তির উপাদান, জনসংখ্যা ইত্যাদি অংশবিশিষ্ট দণ্ডচিত্রে বিভিন্ন অংশগুলোর মধ্যে পার্থক্য নির্দেশ করার জন্য ভিন্ন ভিন্ন রং বা শেড ব্যবহার করা হয়।

একটি অংশবিশিষ্ট দণ্ডচিত্রে উপাদানের সংখ্যা অনুসারে একটি দণ্ডকে কয়েকটি উপঅংশে বিভক্ত করা হয় এবং প্রতিটি অংশে পৃথক পৃথক উপাদান উপস্থাপন



4.2 নং চিত্র : ভারতের প্রধান রাজ্যগুলিতে 2001 ও 2011 সালের সেন্সাস রিপোর্ট অনুসারে নারী সাক্ষরতা হারের বহু দণ্ড চিত্র। (তথ্যের উৎস 4.6 নং সারণি) ।

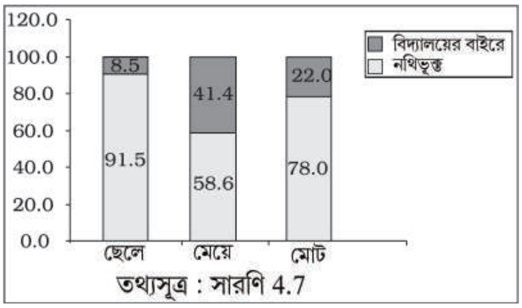
ব্যাখ্যা (Interpretation) : *চিত্র 4.2 থেকে এটা সহজেই অনুমেয় যে নারী সাক্ষরতার হার সারা দেশে ক্রমবর্ধমান। উপরের চিত্র থেকে একই ধরনের অন্য ব্যাখ্যা করা যায়। উদাহরনস্বরূপ চিত্রটি দেখায় যে বিহার, ঝাড়খন্ড ও উত্তর প্রদেশের মতো রাজ্যগুলোতে নারী সাক্ষরতার হার উল্লেখযোগ্যভাবে বৃদ্ধি পেয়েছে।*

সারণি 4.7 :
বিহারের একটি জেলায় লিঙ্গানুসারে 6-14 বছরের শিশুদের বিদ্যালয়ে নথিভুক্তের হার।

লিঙ্গা	*নথিভুক্ত (শতাংশ)*	*বিদ্যালয়ের বাইরে (শতাংশ)*
ছেলে	91.5	8.5
মেয়ে	58.6	41.4
মোট	78.0	22.0

উৎস : অপ্রকাশিত তথ্য।

করা হয়। একটি উদাহরণ নিয়ে বলা যায়, কোনো একটি দণ্ডে 6 থেকে 14 বছর বয়সের শিশুদের মোট সংখ্যা দেখানো হয়েছে। এখানে শিশুর সংখ্যার উপাদানের মধ্যে দেখানো হচ্ছে যে সকল শিশু বিদ্যালয়ে নাম নথিভুক্ত করেছে এবং যারা নাম নথিভুক্ত করেনি। একটি অংশবিশিষ্ট দণ্ডচিত্রে একাধিক পৃথক পৃথক উপাদানযুক্ত দণ্ড থাকতে পারে। যেমন 6-14 বছর বয়সিদের মধ্যে বালক, বালিকা ও মোট শিশুর জন্য আলাদা আলাদা দণ্ড রয়েছে যা 4.3 চিত্রে প্রদর্শিত হয়েছে। অংশবিশিষ্ট দণ্ডচিত্রের X অক্ষে অঙ্কন করা দণ্ডটির উচ্চতা হয় দণ্ডটির মোট মানের সমান। [শতকরা রাশিতথ্যের ক্ষেত্রে দণ্ডের উচ্চতা 100 একক হয় (4.3 নং চিত্রে)]। অন্যথায় দণ্ডের মোট মানের সাথে উচ্চতা সমান থাকে এবং একক পদ্ধতি ব্যবহার করে উপাদানগুলোর সমানুপাতিক উচ্চতা নির্ণয় করা হয়। দণ্ড বিভাজনের ক্ষেত্রে ছোটো উপাদানগুলোকে অগ্রাধিকার দেওয়া হয়।



4.3 নং চিত্র : বিহারের একটি জেলার প্রাথমিক বিভাগে বিদ্যালয়ে নথিভুক্তি (অংশবিশিষ্ট দণ্ডচিত্র)।

পাই চিত্র (Pie Diagram)

পাইচিত্রও একটি অংশবিশিষ্ট চিত্র। এটি দন্ড চিত্রের মত নয়। এখানে উপস্থিত তথ্যের বিভিন্ন উপাদানের আনুপাতিক হার অনুসারে বৃত্তকে কয়েকটি অংশে বিভক্ত

করে তথ্য উপস্থাপন করা হয় (4.4 নং চিত্রে)। এটিকে পাই চার্টও বলা হয়। বৃত্তটিকে কেন্দ্র হতে পরিধি পর্যন্ত সরলরেখা অঙ্কন করে যতগুলো বৈশিষ্ট্য রয়েছে ততগুলো ভাগে ভাগ করা হয়।

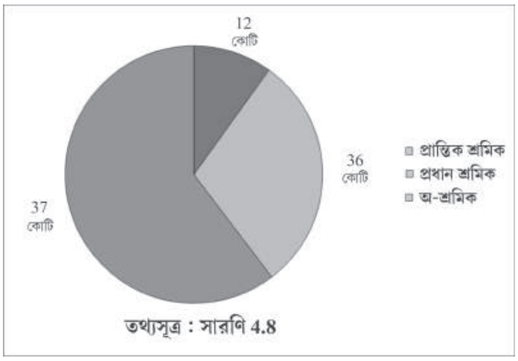
পাইচিত্র সাধারণত প্রতিটি বিভাগের পরমমানের সাথে আঁকা হয় না। প্রতিটি বিভাগের মানগুলোকে প্রথমে সমস্ত শ্রেণির মোট মানের শতকরা হিসাবে প্রকাশ করা হয়। পাই চিত্রে, ব্যাসার্ধের যেকোনো মানের একটি বৃত্ত অঙ্কন করো যা 3.6° ($360^{\circ}/100$) করে একশটি সমান অংশ বিশিষ্ট হয়। প্রতিটি উপাদানের শতকরা হারকে 3.6° দিয়ে গুণ করলেই কেন্দ্রস্থ কোণ নির্ণয়ের পরিমাপ পাওয়া যায়। 4.8 নং সারণিতে প্রতিটি শতকরা অংশকে বৃত্তের কোণীয় উপাদানে পরিবর্তনের উদাহরণ দেখানো হয়েছে।

এটা মনে রাখা আকর্ষণীয় হতে পারে যে একটি অংশবিশিষ্ট দণ্ডচিত্রের দ্বারা উপস্থাপিত রাশিতথ্যও পাইচিত্র দ্বারা সমানভাবে উপস্থাপন করা যায়, শুধুমাত্র প্রয়োজন পাইচিত্রে ব্যবহারের পূর্বে উপাদানগুলির পরম মানকে শতকরায় রূপান্তর করা।

সারণি 4.8

কাজের শ্রেণি বিভাগ অনুসারে ভারতের 2011 সালের জনসংখ্যার বণ্টন (কোটিতে)

অবস্থা	জনসংখ্যা	শতাংশ	কৌণিক মান
প্রান্তিক শ্রমিক	12	9.9	36°
প্রধান শ্রমিক	36	29.8	107°
অ-শ্রমিক	73	60.3	217°
মোট	**102**	**100.0**	**360°**



চিত্র 4.4 : 2011 সালে কাজের অবস্থা অনুসারে ভারতের জনসংখ্যা বণ্টনের পাইচিত্র।

কাজ

- 4.4 নং সারণিতে প্রদত্ত রাশিতথ্যকে একটি অংশবিশিষ্ট দণ্ডচিত্রে পরিবেশন করো।
- পাইচিত্রের তথ্যের মোট মূল্যের সঙ্গে পাইচিত্রের ক্ষেত্রফলের কি কোনো সম্বন্ধ আছে?

পরিসংখ্যান চিত্র (Frequency Diagram)

বিন্যস্ত পরিসংখ্যান বণ্টন ব্যবস্থায় যে সব রাশিতথ্য রয়েছে তা সাধারণত পরিসংখ্যান চিত্রে উপস্থাপন করা

হয়, যেমন- আয়তলেখ, পরিসংখ্যা বহুভুজ, পরিসংখ্যা রেখা এবং ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা রেখা বা ওজাইভ।

আয়তলেখ (Histogram)

আয়তলেখ হল একটি দ্বিমাত্রিক চিত্র। এটা হল কতগুলো আয়তক্ষেত্রের সেটের সমষ্টি যার ভূমি হল শ্রেণি সীমার ব্যাপ্তি (X অক্ষ বরাবর) এবং ক্ষেত্রফল হল শ্রেণি পরিসংখ্যার সমানুপাতিক (4.5নং চিত্র)। যদি শ্রেণি ব্যাপ্তি সমদৈর্ঘ্যের হয়, যা সাধারণত হয়ে থাকে, তখন আয়তক্ষেত্রগুলোর ক্ষেত্রফল তাদের নিজ নিজ পরিসংখ্যার সমানুপাতিক হয়। যাইহোক, কিছু রাশিতথ্যের ক্ষেত্রে, প্রয়োজন অনুসারে মাঝে মাঝে ভিন্ন দৈর্ঘ্যের শ্রেণি সীমা ব্যবহার করা সুবিধাজনক। উদাহরণস্বরূপ, মৃত্যুর হার মৃতের বয়সের ভিত্তিতে সারণিবদ্ধ করার সময় এটা খুব অর্থবহ এবং প্রয়োজনীয় যে, শুরুর দিকে খুব ছোটো বয়সের ব্যাপ্তি (0, 1, 2 ..... বছর/0, 7, 25 ...... দিন) নির্ধারণ করা হয় যখন শিশু মৃত্যুর হার বেশি হয় জনসংখ্যার অধিকাংশ বেশি বয়সের মানুষের মৃত্যু হারের তুলনায়। লেখচিত্রে এইসব রাশিতথ্য উপস্থাপনের ক্ষেত্রে আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের উচ্চতা নির্ধারণ করা হয়, উচ্চতা (অর্থাৎ পরিসংখ্যা) ও ভূমির (এক্ষেত্রে শ্রেণিসীমার দৈর্ঘ্য) ভাগফলের সাহায্যে। যখন ব্যবধান সমান হয়, তখন সমস্ত আয়তক্ষেত্র একই ভূমিতে থাকে। এক্ষেত্রে তুলনা করার জন্য ক্ষেত্রফলকে যেকোনো ব্যবধানের পরিসংখ্যাকে সুবিধাজনক ভাবে উপস্থাপন করা যেতে পারে। যখন ভূমিগুলো তাদের প্রস্থের সাপেক্ষে পরিবর্তিত হয়, তখন তুলনামূলক পরিমাপের জন্য আয়তক্ষেত্রগুলোর উচ্চতার মধ্যে সমন্বয় সাধন করতে হয়। এইরূপ পরিস্থিতিতে পরিসংখ্যার পরমমানের পরিবর্তে পরিসংখ্যার ঘনত্ব (শ্রেণি পরিসংখ্যা ও শ্রেণিসীমা দৈর্ঘ্যের ভাগফল) ব্যবহার করা আবশ্যক।

সারণি 4.9

একটি শহরে দিন মজুরদের আয়ের নিরিখে বণ্টন।

দৈনিক উপার্জন (Rs)	মজুরি উপার্জনকারীর সংখ্যা (f)
45 – 49	2
50 – 54	3
55 – 59	5
60 – 64	3
65 – 69	6
70 – 74	7
75 – 79	12
80 – 84	13
85 – 89	9
90 – 94	7
95 – 99	6
100 – 104	4
105 – 109	2
110 – 114	3
115 – 119	3

উৎস : অপ্রকাশিত তথ্য।

যেহেতু আয়তলেখগুলো আয়তক্ষেত্র, শ্রেণিসীমার পরিসংখ্যার সমান উল্লম্ব দূরত্বের ওপর ভূমিরেখার সমান্তরাল ও একই-মাত্রার একটি রেখা আঁকতে হয়। বিছিন্ন চলক থেকে কখনো আয়তলেখ আঁকা হয় না। যেহেতু একটি ব্যবধানে বা আনুপাতিক স্কেলে একটি শ্রেণিসীমার নিম্নসীমা পূর্ববর্তী শ্রেণির উর্ধ্বসীমায় সমান বা অসমান ভাবে একিভূত হয়, আয়তক্ষেত্রগুলি তাই সন্নিহিত থাকে এবং দুটি আয়তক্ষেত্রের মধ্যে কোনো ব্যবধান থাকে না। যদি শ্রেণিগুলো ধারাবাহিক না হয় তবে তাদের প্রথমে ধারাবাহিকভাবে রূপান্তর করতে হয়, যা তৃতীয় অধ্যায়ে আলোচনা করা হয়েছে। কখনো-কখনো

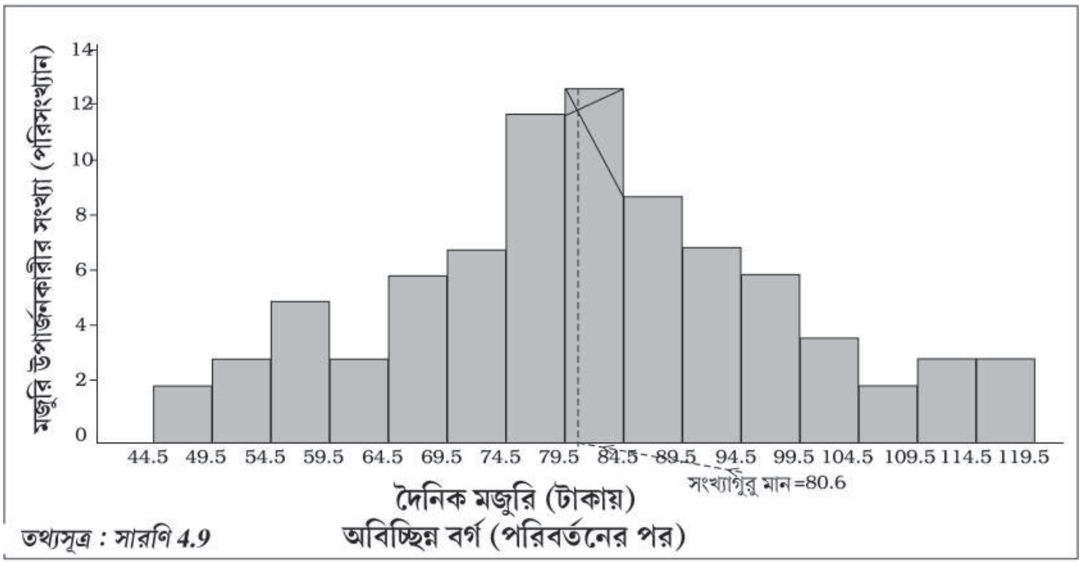
দুটি সন্নিহিত আয়তক্ষেত্রের সাধারণ অংশকে বাদ দেওয়া হয় যাতে করে ধারাবাহিকতার একটি স্পষ্ট লক্ষণ প্রদান করা যায় (4.6 নং চিত্র)। ফলস্বরূপ চিত্রটি একটি ডবল সিঁড়ির আকৃতি দেখায়।

একটি আয়তলেখ দেখতে একটি দণ্ডচিত্রের অনুরূপ। কিন্তু এক্ষেত্রে দুটির মধ্যে মিলের চেয়ে অমিল বেশি রয়েছে যা প্রথম দৃষ্টিতেই লক্ষ করা যায়। ব্যবধানগুলো এবং প্রস্থগুলো বা দণ্ডের ক্ষেত্রফল সবই অবাধ থাকে। এই সত্যিই গুরুত্বপূর্ণ যে এটা উচ্চতা এবং প্রস্থ বা দণ্ডের ক্ষেত্রফল নয়। একটি একক উল্লম্বরেখা একই প্রান্তের একটি দণ্ড হিসাবে একই উদ্দেশ্যে পরিবেশিত হতে পারে। তাছাড়া আয়তলেখে দুটি আয়তক্ষেত্রের মাঝে কোনো স্থান অবশিষ্ট থাকে না, তবে দণ্ডচিত্রে দুটি দণ্ডের মধ্যে কিছু স্থান অবশ্যই ছাড়তে হয় (উপাংশ দণ্ডচিত্র ও উপাংশ দণ্ডচিত্র ছাড়া)। যদিও দণ্ডগুলোর প্রস্থএকই রয়েছে কিন্তু তুলনার ক্ষেত্রে একটি দণ্ডের প্রস্থ গুরুত্বহীন। আয়তলেখের প্রস্থ তার উচ্চতার মতই সমগুরুত্বপূর্ণ।

বিচ্ছিন্ন ও অবিচ্ছিন্ন উভয় প্রকার চলকের ক্ষেত্রে দণ্ডচিত্র পাওয়া যায় কিন্তু আয়তক্ষেত্র শুধুমাত্র অবিচ্ছিন্ন চলকের ক্ষেত্রেই অঙ্কন করা হয়। আয়তলেখ লেখচিত্র আকারে পরিসংখ্যা বিভাজনের সংখ্যাগুরু মানও প্রদান করে থাকে যা 4.5নং চিত্রে দেখানো হয়েছে এবং এক্ষেত্রে বিন্দু বিন্দু আকারের উল্লম্ব রেখাটির X অক্ষরের স্থানাঙ্ক হচ্ছে সংখ্যাগুরু মান ।

পরিসংখ্যা বহুভুজ (Frequency Polygon)

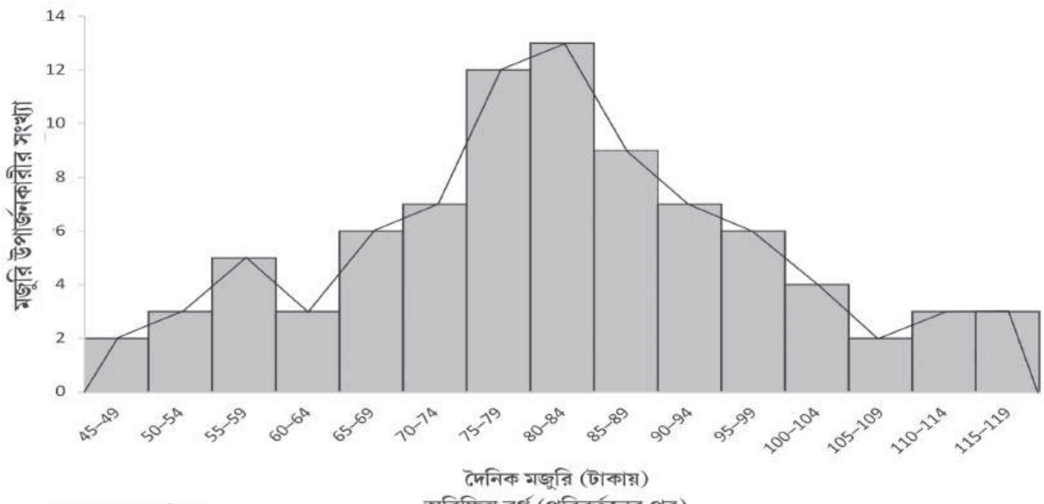
পরিসংখ্যা বহুভুজ হচ্ছে সাধারণত একই সমতলে চার বা ততোধিক সরলরেখা দ্বারা বেষ্টিত অঞ্চল। পরিসংখ্যা বহুভুজ হল আয়তলেখ এর বিকল্প এবং আয়তলেখ হতে নির্ণয় করা হয়। বক্ররেখার আকৃতি অধ্যয়নের জন্য একটি পরিসংখ্যা বহুভুজকে একটি আয়তলেখতে লাগানো যেতে পারে। পরিসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কনের সহজ পদ্ধতি হচ্ছে আয়তলেখর পরপর সবগুলো আয়তক্ষেত্রের ওপরের মধ্যবিন্দুর সংযোগ স্থাপন করা। এটা দুই প্রান্তের ভূমিরেখা



4.5 নং চিত্র : শহরেরএকটি অঞ্চলে 85 জন দৈনিক মজুরী উপার্জনকারীর বণ্টনের আয়তলেখ।

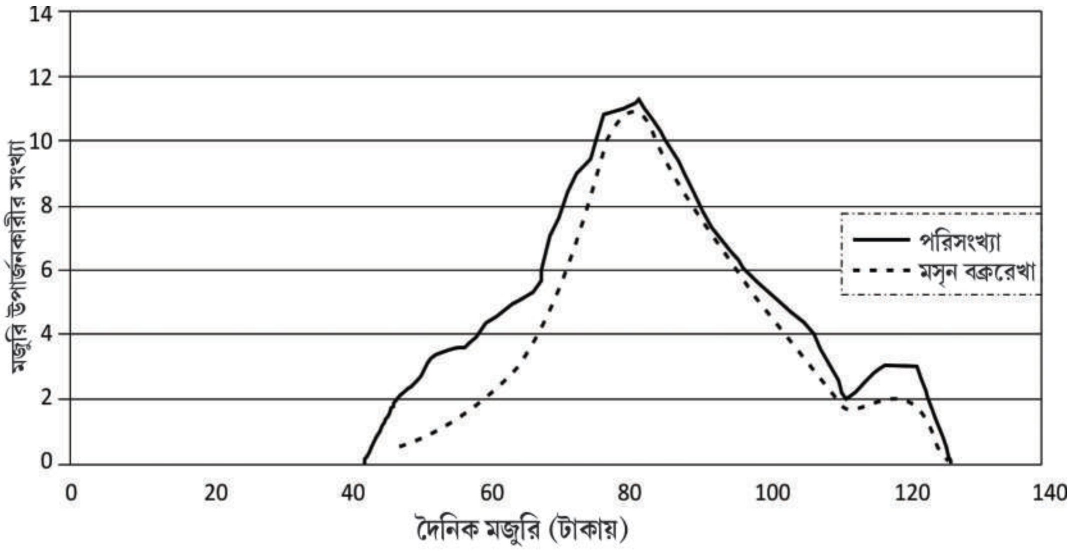
হতে আমাদের দূরে রাখে, ফলে বক্ররেখার আওতাধীনঅঞ্চলের ক্ষেত্রফল গণনা সম্ভব হয় না। এর সমাধান হচ্ছে শূন্য পরিসংখ্যাযুক্ত দুটি শ্রেণি আয়তলেখ এর দুই শেষ প্রান্ত নির্ধারন করে ওই দুই শ্রেণির মধ্য বিন্দুর সাথে পরিসংখ্যা বহুভূজের দুই প্রান্ত যুক্ত করা। খণ্ডিত রেখা বা বিন্দুরেখা দ্বারা দুই শেষ প্রান্তের সাথে ভূমিরেখার সংযোগ স্থাপন করা যেতে পারে। এখানে বক্ররেখার অধীন মোট ক্ষেত্রফল, আয়তলেখ এর ক্ষেত্রফলের মতো মোট পরিসংখ্যা বা নমুনা আকার (Sample Size) উপস্থাপন করে।

শ্রেণিবদ্ধ পরিসংখ্যা বিভাজনের সবচেয়ে সহজতম উপস্থাপনের পদ্ধতি হল পরিসংখ্যা বহুভুজ। শ্রেণি সীমা এবং শ্রেণি চিহ্ন উভয়ই X অক্ষ বরাবর ব্যবহার করা যেতে পারে। এখানে দুটি ধারাবাহিক শ্রেণি চিহ্নের মধ্যে দূরত্ব শ্রেণি সীমার প্রস্থের সমানুপাতিক/সমান হয়। যদি শ্রেণি চিহ্ন ছক কাগজের মোটা দাগ বরাবর পড়ে তবে রাশিতথ্য অঙ্কন করা সহজ হয়। শ্রেণি সীমা বা মধ্যবিন্দু যেকোনটাই X অক্ষে ব্যবহার করা যেতে পারে, পরিসংখ্যা (কোটি রূপে) (as ordinate) সর্বদাই শ্রেণি ব্যবধানের মধ্যবিন্দুর পরিপেক্ষিতে অঙ্কন করা হয়। সবগুলো বিন্দু ছক কাগজে অঙ্কন হওয়ার পর, তাদের কতগুলো ছোটো ছোটো সরলরেখার সারি দ্বারা সাবধানে সংযোগ করা হয়। শুরু এবং শেষের মধ্যবিন্দুর সাথে অঙ্কিত বক্ররেখার দুই প্রান্ত খণ্ডিত রেখার সাহায্যে যুক্ত করা হয়। (4.6 নং চিত্র)। একই অক্ষের ওপর অঙ্কিত দুই বা ততোধিক বিন্যাসের তুলনা করলে, পরিসংখ্যা বহুভুজটি আরও উপযোগী হতে পারে, যেহেতু, দুই বা ততোধিক বিন্যাসের উল্লম্ব এবং অনুভূমিক রেখাগুলো একটি আয়তলেখ মিলিত হয়। পরিসংখ্যা বহুভুজের শীর্ষবিন্দুগুলোকে সংযুক্ত করে যে বক্ররেখা অঙ্কন করা যায় তাকে পরিসংখ্যা রেখা বলে। এই রেখা অনেক শীর্ষবিন্দুর নিকটবর্তী অঞ্চল দিয়েও যেতে পারে। অর্থাৎ পরিসংখ্যা বহুভুজের সব বিন্দু স্পর্শ করে এই রেখা অঙ্কন করা নাও যেতে পারে। (4.7 চিত্র দেখ।)



তথ্যসূত্র : সারণি 4.9

4.6 নং চিত্র : 4.9 নং সারণির রাশিতথ্যের হতে পরিসংখ্যা বহুভুজ অংকন।



(4.7 নং চিত্র : 4.9 নং সারণির জন্য পরিসংখ্যা বক্র রেখা)

ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা রেখা/ওজাইভ (Ogive)

ওজাইভকে ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা রেখাও বলা হয়। যেহেতু দুই প্রকার ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা রয়েছে, যেমন- 'অপেক্ষাকৃত বেশি' (More than) এবং 'অপেক্ষাকৃত কম' (Less than) ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা। এই কারণে যে-কোনো শ্রেণিবন্ধ পরিসংখ্যা বিভাজনের ক্ষেত্রে দুই ধরণের ওজাইভ রয়েছে। এক্ষেত্রে পরিসংখ্যা বহুভূজের মতো সাধারণ পরিসংখ্যার পরিবর্তে, X অক্ষ বরাবর শ্রেণিগুলোর উচ্চসীমাকে আনুভূমিক রেখায় এবং Y অক্ষে প্রতিটি শ্রেণির যোজিত জনসংখ্যাকে উল্লম্বরেখায় বসিয়ে প্রতিটি শ্রেণির জন্য যে বিন্দুগুলো পাওয়া যায় সেগুলোকে পর্যায়ক্রমে যুক্ত করে যে রেখাটি হয় সেটাই ওজাইভ রেখা। 'অপেক্ষাকৃত কম' ওজাইভের জন্য শ্রেণিসীমার উর্ধ্বসীমার পরিপেক্ষিতে ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা অঙ্কন করা হয়, যেখানে 'অপেক্ষাকৃত বেশি ' ওজাইভর জন্য শ্রেণিসীমার নিম্ন সীমার পরিপ্রেক্ষিতে ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা অঙ্কন করা হয়। মজার বিষয়টি হল যে দুটি ওজাইভের ছেদ বিন্দু হতে পাওয়া যায় পরিসংখ্যা বিভাজনটির মধ্যমা [4.8(b) চিত্রে]। দুটি ওজাইভের আকৃতি নির্দেশ করে যে 'অপেক্ষাকৃত কম' ওজাইভ কখনও হ্রাস পায়না এবং 'অপেক্ষাকৃত বেশি' ওজাইভ কখনো বৃদ্ধি পায় না।

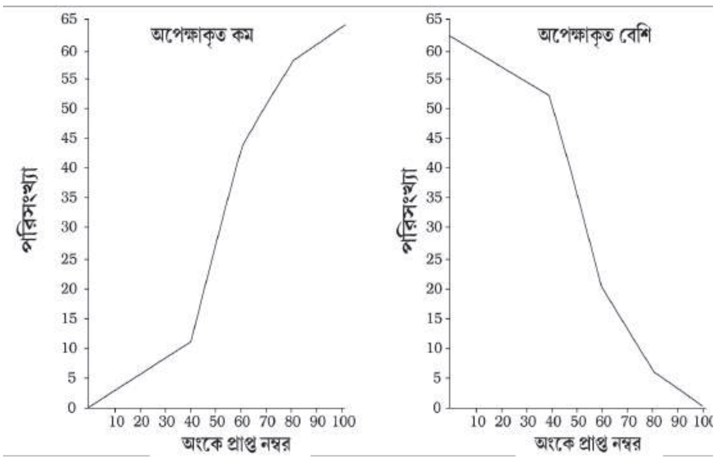
গাণিতিক রেখা চিত্র (Arithmetic line graph)

গাণিতিক রেখাচিত্রকে কালীন সারি লেখচিত্রও বলা হয়। এই চিত্রে X অক্ষ বরাবর সময় (ঘণ্টা, দিন/তারিখ,সপ্তাহ, মাস, বছর ইত্যাদি এবং Y অক্ষ বরাবর চলক কালীন সারি রাশিতথ্য) অঙ্কন করা হয়। অঙ্কিত বিন্দুগুলো সংযুক্ত করে যেহেতু রেখাচিত্র অঙ্কন করা হয়, তাই তাকে গাণিতিক রেখাচিত্র বলে। এটা একটি দীর্ঘ সময়ব্যাপী কালীন সারি যা রাশিতথ্যের প্রবণতা, সময়সীমা ইত্যাদি বোঝাতে সাহায্য করে।

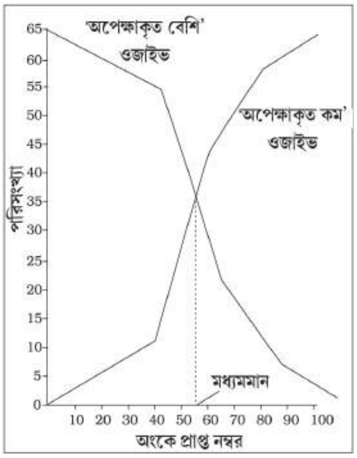
4.9 নং চিত্রে তুমি দেখতে পাবে যে, 1993-94 থেকে 2013-14 সময়কালে আমদানি সবসময় রপ্তানির

সারণি 4.10
গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের পরিসংখ্যা বিভাজন

সারণি 4.10 (a)		সারণি 4.10 (b)		সারণি 4.10 (e)	
গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের পরিসংখ্যা বিভাজন		গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের 'অপেক্ষাকৃত কম' ক্রমযৌগিকপরিসংখ্যা		গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের 'অপেক্ষাকৃত বেশি' ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা	
নম্বর	ছাত্রছাত্রী সংখ্যা	নম্বর	'অপেক্ষাকৃত কম' ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা	নম্বর	'অপেক্ষাকৃত বেশি' ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা
0 -20	6	20 এর কম	6	0 এর বেশি	64
20 - 40	5	40 এর কম	11	20 এর বেশি	58
40 - 60	33	60 এর কম	44	40 এর বেশি	53.
60 - 80	14	80 এর কম	58	60 এর বেশি	20
80 - 100	6	100 এর কম	64	80 এর বেশি	6
মোট	64				



4.8(a) নং চিত্র : 4.10 নং সারণির 'অপেক্ষাকৃত বেশি' ও 'অপেক্ষাকৃত কম' ওজাইভ।



4.8(b) নং চিত্র : সারণি 4.10 রাশিতথ্যের ভিত্তিতে 'অপেক্ষাকৃত বেশি' ও 'অপেক্ষাকৃত কম' ওজাইভ।

চাইতে বেশি ছিল। সাথে সাথে তুমি দেখতে পাবে যে, 2001-02 সালের পর থেকে আমদানি ও রপ্তানির মূল্য দ্রুত বৃদ্ধি পেয়েছে। এছাড়াও 2001-02 সালের পর থেকে আমদানি ও রপ্তানির মধ্যে ব্যবধান চওড়া হচ্ছে।

উপসংহার (Conclusion)

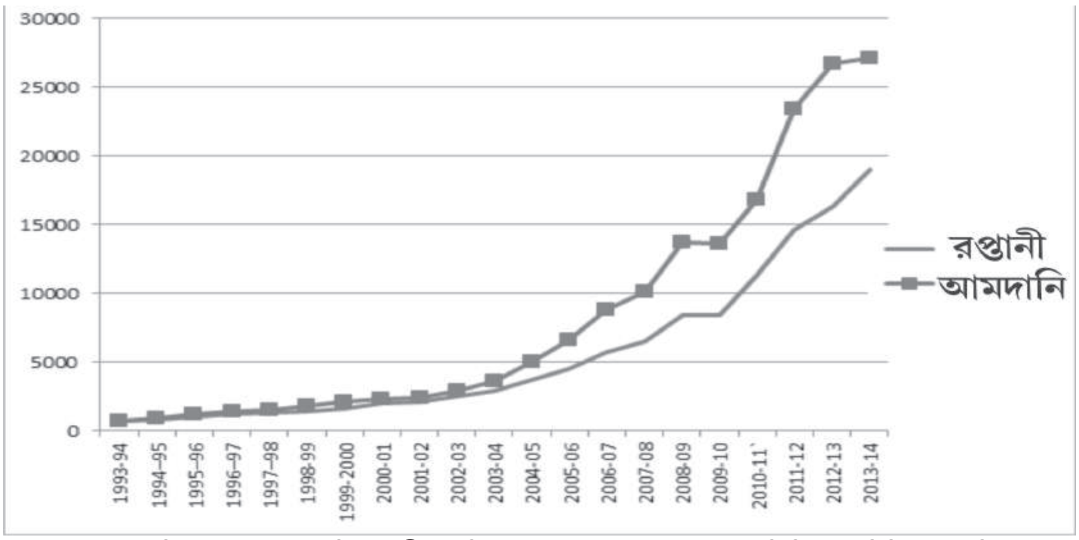
এখন থেকে তোমরা শিখতে সক্ষম হবে কীভাবে বিভিন্ন প্রকারের উপস্থাপনার মাধ্যমে পাঠগত, সারণিবদ্ধ এবং চিত্রাকার রাশিতথ্যের সেট উপস্থাপন করা যায়। তোমরা এমন রাশিতথ্যকে পছন্দ অনুসারে উপস্থাপনা করতে পারবে এবং সেইসাথে একটি প্রদত্ত রাশিতথ্য জোট এর জন্য কী ধরণের রাশিচিত্র ব্যবহার করতে হবে তা নির্ধারণ করতে পারবে। এইভাবে তোমরা রাশিতথ্যকে অর্থপূর্ণ, বোধগম্য ও উদ্দেশ্যপূর্ণভাবে উপস্থাপন করতে পারবে।

সারণি 4.11

ভারতে রপ্তানি ও আমদানি মূল্য (100 কোটি টাকায়)

বছর	রপ্তানি	আমদানি
1993-94	698	731
1994-95	827	900
1995-96	1064	1227
1996-97	1188	1389
1997-98	1301	1542
1998-99	1398	1783
1999-2000	1591	2155
2000-01	2036	2309
2001-02	2090	2452
2002-03	2549	2964
2003-04	2934	3591
2004-05	3753	5011
2005-06	4564	6604
2006-07	5718	8815
2007-08	6559	10123
2008-09	8408	13744
2009-10	8455	13637
2010-11`	11370	16835
2011-12	14660	23455
2012-13	16343	26692
2013-14	19050	27154

উৎস : DGCI & S, কোলকাতা



4.9 নং চিত্র : 4.11 নং সারণির কালীন সারি তথ্যের (Time series data) ভিত্তিতে গাণিতিক রেখাচিত্র

সংক্ষিপ্তবৃত্তি

- উপস্থাপনার মাধ্যমে রাশিতথ্য (এমনকি বৃহদায়তন রাশিতথ্য) অর্থপূর্ণ হয়ে ওঠে।
- ছোটো রাশিতথ্যের (পরিমাণগত) জন্য পাঠগত উপস্থাপনা বেশ ভালোভাবে উদ্দেশ্য সাধন করে।
- বৃহদায়তনের রাশিতথ্যের সারণিবদ্ধ উপস্থাপনাটি এক বা একাধিক চলকের জন্য যে-কোনো পরিমাণের তথ্য উপস্থাপন করতে সাহায্য করে।
- সারণিবদ্ধ রাশিতথ্য রাশিচিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপন করা যেতে পারে যা উপস্থাপিত অন্য ঘটনাগুলো হতে সহজে বোঝা সক্ষম হয়।

অনুশীলনী

নীচের 1 থেকে 15 পর্যন্ত প্রশ্নগুলোর সঠিক উত্তর বাছাই করো :

1. দণ্ডচিত্র হল -
   i) এক মাত্রিক চিত্র
   ii) দ্বিমাত্রিক চিত্র
   iii) কোনো মাত্রা ছাড়া চিত্র
   iv) ওপরের কোনোটিই নয়
2. আয়তলেখ এর মাধ্যমে যে রাশিতথ্য উপস্থাপন করা হয় তা লেখচিত্র আকারে নির্ণয় করতে উপযোগী -
   i) গড়
   ii) সংখ্যাগুরু মান
   iii) মধ্যম মান
   iv) ওপরের কোনোটিই নয়
3. ওজাইভ (ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যান রেখা) লেখচিত্রাকারে নির্ণয় করতে উপযোগী -
   i) সংখ্যাগুরু মান
   ii) গড়
   iii) মধ্যম মান
   iv) ওপরের কোনোটিই নয়
4. গাণিতিক রেখাচিত্রের সাহায্যে উপস্থাপিত রাশিতথ্য বুঝতে সাহায্য করে -
   i) দীর্ঘ্য মেয়াদী প্রবণতা
   ii) রাশিতথ্যের আবর্তনশীলতা
   iii) রাশিতথ্যের মরশুমগত উপস্থাপনা
   iv) ওপরের সবগুলোই

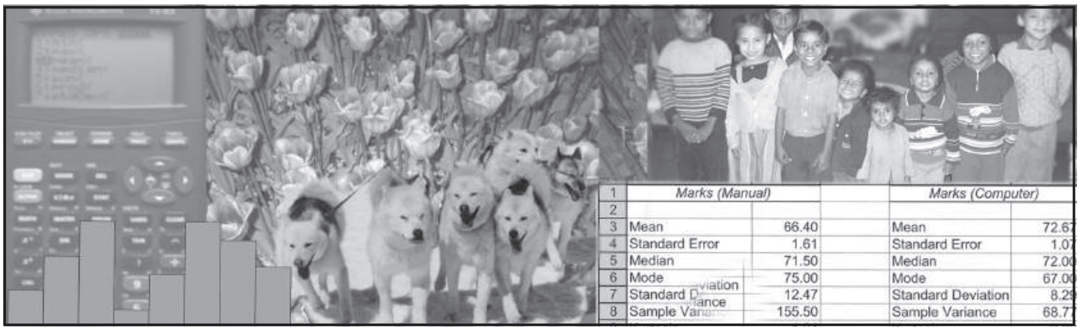
5. দণ্ডচিত্রে দন্ডের প্রস্থ সমান হওয়ার প্রয়োজনীয়তা নেই। (সত্য/মিথ্যা)
6. আয়তলেখতে আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ সমান হওয়া উচিত। (সত্য/মিথ্যা)
7. রাশিতথ্যের অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিবিভাগের ক্ষেত্রে শুধুমাত্র আয়তলেখ অঙ্কন করা হয়। (সত্য/মিথ্যা)
8. আয়তলেখ ও স্তম্ভচিত্র হল রাশিতথ্য উপস্থাপনের একইরকম পদ্ধতি। (সত্য/মিথ্যা)
9. আয়তলেখ হতে লেখচিত্রের মাধ্যমে একটি পরিসংখ্যা বণ্টনের সংখ্যাগুরুমান জানা যায়। (সত্য/মিথ্যা)
10. ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা রেখা হতে কোনো পরিসংখ্যা বণ্টনের মধ্যমমান জানা যায় না। (সত্য/মিথ্যা)
11. নিম্নের বিষয়গুলো উপস্থাপনের জন্য কোন্ রাশিচিত্র গুলো উপযুক্ত হবে—
    i) কোনো একটি বছরের মাসিক বৃষ্টিপাত।
    ii) ধর্মের ভিত্তিতে দিল্লির জনসংখ্যার মিশ্রন।
    iii) একটি কারখানার খরচের উপাদানগুলো—
12. উদাহরণ 4.2-তে দ্রষ্টব্য, শহরাঞ্চলের অশ্রমজীবির বৃদ্ধি সংখ্যা এবং নিম্নস্তরের শহরীকরণের উপর তোমরা জোড় দিতে চাও - কীভাবে এটা তোমরা সারণিবদ্ধ করবে ?
13. একটি পরিসংখ্যা সারণির যখন অসম শ্রেণি ব্যাপ্তির তুলনায় সমশ্রেণি ব্যাপ্তি থাকে তখন আয়তলেখ এর অঙ্কন পদ্ধতিতে কী ভিন্নতা থাকে ?
14. ভারতীয় চিনি মিলস্ অ্যাসোসিয়েশন রিপোর্ট দিয়েছিল যে- "চিনি উৎপাদন গত বছর (2000) ডিসেম্বরের প্রথম পক্ষকালে 378000 টনের তুলনায় 2001 সালে একই সময়ে তা ছিল 387000টন। 2001 সালের ডিসেম্বরের প্রথম পক্ষকালে কারখানার অভ্যন্তরীণ ব্যবহারের জন্য 283000 টন এবং রপ্তানির জন্য 41000টন, অভ্যন্তরীণ ব্যবহারের জন্য 154000 টন এবং একই সময় সীমার মধ্যে গত মরশুমে কোন্ রপ্তানি ছিল না।
    i) এই রাশিতথ্যকে সারণিবন্ধ আকারে প্রকাশ করো।
    ii) ধরা যাক, তোমাদের এই রাশিতথ্যের রাশি চিত্রাকারে উপস্থাপন করতে হবে। তবে তোমরা কোন্ রাশিচিত্র ব্যবহার করবে এবং কেন ?
    iii) এই রাশিতথ্যটিকে রাশিচিত্রাকারে উপস্থাপন করো।
15. নীচের সারণিটি GDP উপাদান খরচে ক্ষেত্রগত বাস্তব বৃদ্ধির আনুমানিক হার (পূর্ববর্তী বছরের তুলনায় শতাংশে পরিবর্তন) দেখায়।

বছর	কৃষি ও সংশ্লিষ্ট ক্ষেত্র	শিল্প	সেবা
1994 – 95	5.0	9.2	7.0
1995 – 96	–0.9	11.8	10.3
1996 – 97	9.6	6.0	7.1
1997 – 98	–1.9	5.9	9.0
1998 – 99	7.2	4.0	8.3
1999 – 2000	0.8	6.9	8.2

রাশিতথ্যটিকে কালীন সারি লেখচিত্রে (Time Series graph) উপস্থাপন করো।

অধ্যায়
5

কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ
Measures of Central Tendency



এই অধ্যায় পাঠ করে তোমরা সক্ষম হবে:

- বিরাট সংখ্যক রাশিতথ্যকে একটি একক সংখ্যায় সংক্ষিপ্ত আকারে বুঝাতে;
- বিভিন্ন ধরণের গড় সম্পর্কে জানতে এবং এদের মধ্যে পাথর্ক্য উপলব্ধি করতে;
- বিভিন্ন ধরণের গড়ের গণনা করতে;
- অনেক রাশিতথ্য থেকে অর্থপূর্ণ সিদ্ধান্তে পৌঁছতে ;
- একটি নির্দিষ্ট পরিস্থিতিতে কোন্ ধরণের গড় সর্বোকৃষ্ট ভাবে কার্যকর হবে, তার ধারণা লাভ করতে।

1. ভূমিকা : পূর্বের অধ্যায়ে তোমরা পড়েছ যে কিভাবে রাশিতথ্যকে সারণীবন্ধ এবং লেখচিত্র আকারে প্রকাশ করা হয়। এই অধ্যায়ে তোমরা কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ সম্পর্কে পড়বে। কেন্দ্রীয় প্রবণতা হল রাশিতথ্যকে সংখ্যাসূচক আকারে উপস্থাপন করার সংক্ষিপ্ত পদ্ধতি। তোমরা দৈনন্দিন জীবনের সঙ্গো সম্পর্কির্ত বিশাল সংখ্যক রাশিতথ্যের সমষ্টিকে সংক্ষিপ্ত করার সাথে কম বেশি পরিচিত, যেমন কোন একটি পরীক্ষায় একটি শ্রেণীর সমস্ত ছাত্রদের প্রাপ্ত নম্বরের গড়, কোন এলাকায় গড় বৃষ্টিপাতের পরিমান, একটি কারখানার গড় উৎপাদন, কোন এলাকায় বসবাসকারী ব্যক্তিদের অথবা কোন কারখানায় কর্তব্যরত ব্যক্তিদের গড় আয় ইত্যাদি।

বেইজু একজন কৃষক। সে বিহারের বক্সার জেলার বালাপুর গ্রামের বাসিন্দা। সে এখানে জমিতে খাদ্যশস্য ফলায়। তার গ্রামে ৫০ জন ক্ষুদ্র কৃষক বসবাস করে। বেইজুর ১ একর জমি আছে। তুমি বালাপুর গ্রামের ক্ষুদ্র কৃষকদের অর্থনৈতিক অবস্থা জানতে আগ্রহী। তুমি বালাপুর গ্রামের অন্য কৃষকদের সাথে বেইজুর অর্থনৈতিক অবস্থার তুলনা করতে চাইছ। এর জন্য তোমাকে বেইজুর অধিকৃত জমির পরিমানের সাথে বালাপুরের অন্যান্য

কৃষকদের অধিকৃত জমির পরিমাণের তুলনা করবে। তুমি অবশ্যই এটা জানতে চাইবে যে বেইজুর নিজস্ব জমির পরিমান কত ?

1. সাধারণ অর্থে, গড়ের উপরে আছে (যৌগিক গড় দেখো)
2. অর্ধেক কৃষকের নিজস্ব জমির পরিমাণ থেকে অধিক (মধ্যম মান দেখো)
3. বেশীরভাগ কৃষকদের জমির পরিমাণ থেকে অধিক (সংখ্যাগুরু মাণ দেখো)

বেইজুর অর্থনৈতিক অবস্থার তুলনামূলক মূল্যায়ণ করতে হলে, তোমাকে বালাপুর গ্রামের সমস্ত কৃষকদের জোত জমির সকল তথ্যগুলোকে সংক্ষিপ্ত আকারে আনতে হবে। কেন্দ্রীয় প্রবণতার মাধ্যমে এটা করা যেতে পারে; যা রাশিতথ্য গুলোকে একটি একক মানে এমনভাবে সংক্ষিপ্ত আকারে প্রকাশ করা যায় যেখানে এই একক মানটি সকল রাশিতথ্যের প্রতিনিধিরুপে আচরণ করে। কেন্দ্রীয় মানের দিকে রাশিতথ্যের বিশেষ ঝোঁক বা প্রবণতার সংখ্যাসুচক পরিমাপকে কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ বলা হয়। কেন্দ্রীয় প্রবণতার সংখ্যাসুচক পরিমাপটি তথ্যসারির প্রতিনিধিত্বকারী সংখ্যামান হিসাবে বিবেচিত হয়।

কেন্দ্রীয় প্রবণতার বা গড়ের অনেকগুলো পরিসংখ্যানগত পরিমাপ আছে। এর মধ্যে সবচেয়ে বেশী ব্যবহৃত তিনটি গড় হল—

* যৌগিক গড় (Arithmetic Mean)
* মধ্যম মান (Median)
* সংখ্যাগুরু মান (Mode)

তোমরা আরো লক্ষ্য করে থাকবে যে আরো দুই ধরণের গড় আছে, এগুলো হল গুনোত্তর গড় (Geometric Mean) এবং বির্বত যৌগিক গড় (Hermonic Mean) যেগুলো কিছু নির্দিষ্ট পরিস্থিতির জন্য উপযুক্ত। যদিও আমাদের বর্তমান আলোচনা উপরে উল্লেখিত তিন ধরণের গড়ের মধ্যেই সীমাবদ্ধ থাকবে।

2. যৌগিক গড় (Arithmetic Mean)

মনে করো, ছয়টি পরিবারের মাসিক আয় (টাকাতে) যথাক্রমে - 1600, 1500, 1400, 1525, 1625, 1630 গড় পারিবারিক আয় পাওয়া যাবে সবগুলো আয় যোগ করে, ভাগফলকে পরিবারের সংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে। গড় পরিবারের আয়-

$$= \frac{1600+1500+1400+1525+1625+1630}{6}$$

= 1547 টাকা

এর দ্বারা বুঝায় যে একটি পরিবার গড়ে 1547 টাকা উপার্জন করে।

কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপে যৌগিক গড় সর্বাধিক ব্যবহৃত হয়। এর সংজ্ঞা অনুসারে সমস্ত পর্যবেক্ষনের মানগুলোর যোগফলকে মোট পর্যবেক্ষনের সংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে যে মান পাওয়া যায় তাই যৌগিক গড়। যৌগিক গড়কে $\overline{X}$ চিহ্ন দ্বারা প্রকাশ করা হয় এবং পর্যবেক্ষনের মোট সংখ্যাকে N দ্বারা প্রকাশ করা হয়। সাধারণভাবে, যদি N সংখ্যক পর্যবেক্ষন থাকে যেমন X_1, X_2, X_3 ------- X_N, তাহলে যৌগিক গড় হবে-

$$\overline{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + ... + X_N}{N}$$

ডান দিকের অংশটিকে এভাবে লেখা যেতে পারে -

$$\frac{\Sigma_{i=1}^{N} X_i}{N}$$

এখানে, i হল একটি সূচক যা 1, 2, 3, ... N এই ধারাবাহিক মানগুলোকে নেয়।

সুবিধার জন্য, এটাকে i সূচক ছাড়াও সরলাকারে লেখা যাবে।

অর্থাৎ $\overline{X} = \frac{\Sigma X}{N}$;যেখানে, ΣX = সমস্ত পর্যবেক্ষনের যোগফল এবং N = মোট পর্যবেক্ষণ সংখ্যা।

যৌগিক গড়ের হিসাব কিভাবে করা হয় (How Arithmetic mean is Calculated)

যৌগিক গড় বা গাণিতিক গড়ের গণনা বিস্তারিত ভাবে দুটি বিভাগের অধীনে অধ্যয়ন করা যেতে পারে।

1. অবিন্যস্ত (ungrouped) তথ্যের যৌগিক গড়।
2. বিন্যস্ত (grouped) তথ্যের যৌগিক গড়।

অবিন্যস্ত রাশি তথ্যের সারিগুলোর যৌগিক গড় (Arithmatic mean for series of ungrouped data)

প্রত্যক্ষ পদ্ধতি প্রত্যক্ষ পদ্ধতিতে যৌগিক গড় হল একটা সারির (series) পর্যবেক্ষনগুলোর যোগফলকে মোট পর্যবেক্ষন সংখ্যা দ্বারা ভাগ করা।

উদাহরণ - 1

নিচের তথ্যগুলোর সাহায্যে যৌগিক গড় নির্ণয় করো যেখানে একটি শ্রেণীতে শিক্ষার্থীদের অর্থনীতি বিষয়ের পরীক্ষায় প্রাপ্ত নম্বরগুলো হল :

40, 50 , 55, 78, 58

আমরা জানি,

$$\overline{X} = \frac{\Sigma X}{N}$$

$$= \frac{40+50+55+78+58}{5} = 56.2$$

শিক্ষার্থীদের অর্থনীতি বিষয়ে প্রাপ্ত গড় নম্বর হল 56.2

কল্পিত গড় পদ্ধতি (Assumed Mean Method)

যখন রাশিমালায় অনেক বড় বড় সংখ্যা বা পর্যবেক্ষণ সংখ্যা বেশী থাকে, তখন প্রত্যক্ষ পদ্ধতিতে যৌগিক গড় হিসাব করাটা কঠিন হয়ে দাড়ায়। এক্ষেত্রে কল্পিত গড় পদ্ধতি ব্যবহার করে খুব সহজেই এই হিসাবটা করা যায়।

কোনো রাশি তথ্যে বা রাশিমালায় অধিক সংখ্যক পর্যবেক্ষণ এবং বিশাল গাণিতিক সংখ্যার গড় হিসাব করার ক্ষেত্রে যদি সময় বাচাঁতে চাও, তাহলে কল্পিত গড় পদ্ধতি ব্যবহার করতে পার। এখানে তুমি যুক্তিবিদ্যা বা অভিজ্ঞতার উপর ভিত্তি করে রাশি তথ্য গুলোর মধ্যে থেকে যেকোনো একটি নির্দিষ্ট সংখ্যাকে যৌগিক গড় হিসাবে কল্পনা করতে পার। তারপর প্রতিটি পর্যবেক্ষণ থেকে ঐ কল্পিত গড়ের পার্থক্য (deviation) বের করো। এরপর সবগুলো পার্থক্য মান কে যোগ কর এবং যোগফলকে রাশিতথ্যের উপস্থিত পর্যবেক্ষণের সংখ্যা দিয়ে ভাগ করো। প্রকৃত (actual) যৌগিক গড় হল কল্পিত গড় এবং বিচ্যুতি গুলোর সমষ্টি ও পর্যবেক্ষণ সংখ্যার অনুপাতের যোগফল।

সাংকেতিকভাবে (Symbolically) বলতে গেলে,

ধর, A = কল্পিত গড়

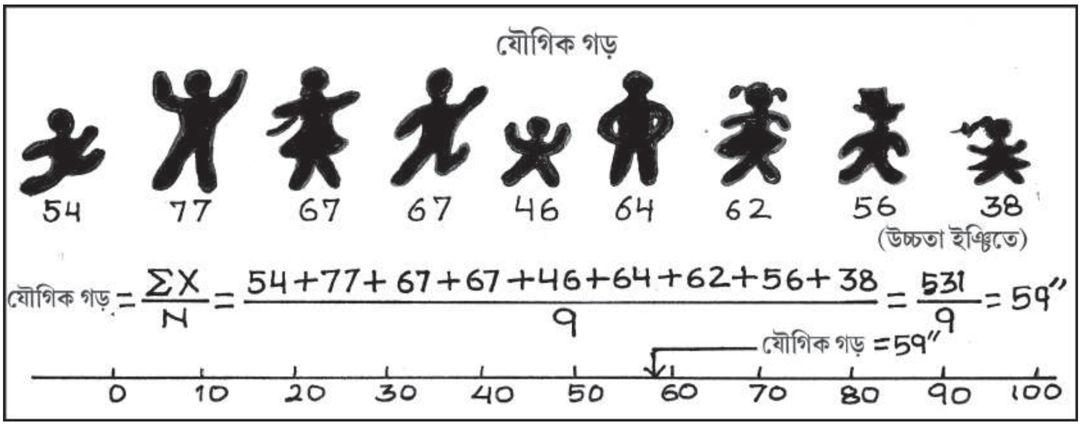
X = একক পর্যবেক্ষণ

N = মোট পর্যবেক্ষণ সংখ্যা

d = প্রতি একক পর্যবেক্ষণ থেকে কল্পিত গড়ের বিচ্যুতি অর্থাৎ d = X-A

তাহলে সবগুলো পার্থক্য মানের যোগফল হল (X-A) তারপর, $\Sigma d = \Sigma(X - A)$ নির্ণয় করো।

তারপর, $\frac{\Sigma d}{N}$ নির্ণয় করো।



তারপর $\overline{X}$ পেতে A এর সঙ্গে $\frac{\Sigma d}{N}$ যোগ করো।

সুতরাং, $\overline{X} = A + \frac{\Sigma d}{N}$

তোমরা অবশ্যই মনে রাখবে, যেকোন মানকেই কল্পিত গড় হিসাবে নেয়া যায় সেটা রাশি তথ্যে বা রাশিমালায় থাকুক বা না থাকুক। যাই হোক, হিসাবের সুবিধার জন্য রাশিমালার মাঝামাঝি অবস্থানরত কোন মানকে কল্পিত গড় হিসাবে ধরা হয়।

উদাহরণ - 2

নিচের তথ্যগুলো ১০ টি পরিবারের সাপ্তাহিক আয় কে নির্দেশ করছে।

পরিবার :

A B C D E F G H I J

সাপ্তাহিক আয় (টাকা):

850 700 100 750 5000 80 420 2500 400 360

গড় পারিবারিক আয় নির্ণয় করো।

সারণি - 5.1

কল্পিত গড় পদ্ধতির সাহায্যে যৌগিক গড়ের পরিমাপ

পরিবার	আয় (X)	d = X – 850	d' = (X – 850)/10
A	850	0	0
B	700	-150	-15
C	100	-750	-75
D	750	-100	-10
E	5000	+4150	+415
F	80	-770	-77
G	420	-430	-43
H	2500	+1650	+165
I	400	-450	-45
J	360	-490	-49
	11160	+2660	+266

কল্পিত গড় পদ্ধতি ব্যবহার করে যৌগিক গড় হল

$$\overline{X} = A + \frac{\Sigma d}{N} = 850 + \frac{2,660}{10}$$

= 1, 116.0 টাকা

সুতরাং, উভয় পদ্ধতিতেই একটি পরিবারের সাপ্তাহিক গড় আয় 1,116 টাকা। তুমি প্রত্যক্ষ পদ্ধতি ব্যবহার করেও ফলাফল যাচাই করে নিতে পার।

ধাপ বিচ্যুতিপদ্ধতি (Step Deviation Method)

এই গড়ের হিসাবকে আরো সহজ করতে কল্পিত গড় পদ্ধতিতে নেয়া সমস্ত বিচ্যুতি (Deviations) গুলোকে একটি সাধারণ গুননীয়ক (Factor) দ্বারা ভাগ করা হয়। এই সাধারণ গুননীয়কটি হল ‘C’। এর উদ্দেশ্য হল বড় বড় গাণিতিক সংখ্যা গুলোকে এড়িয়ে যাওয়া। অর্থাৎ, যদি d = X - A খুব বড় হয়, তবে d′ এর মান বের করতে হবে। এটা এভাবে করা যেতে পারে।

$$d' = \frac{d}{c} = \frac{X - A}{c}$$

যৌগিক গড়ের সূত্রটি নিচে দেয়া হল –

$$\overline{X} = \frac{\Sigma d'}{N} \times c$$

যেখানে d′ = (X-A)/c , C = সাধারণ গুননীয়ক,
N = মোট পর্যবেক্ষণ সংখ্যা, A= কল্পিত গড়।

সুতরাং, তুমি উদাহরণ- 2 থেকে ধাপ বিচ্যুতি পদ্ধতির সাহায্যে যৌগিক গড় নির্ণয় করতে পার।

$\overline{X}$ = 850 + (266/10) × 10 = 1,116 টাকা

বিন্যস্ত রাশি তথ্যের যৌগিক গড়ের হিসাব (Calculation of Arithmatic Mean for Grouped data)

বিচ্ছিন্ন সারি (Discrete Series)

প্রত্যক্ষ পদ্ধতি (Direct method)

বিচ্ছিন্ন সারির ক্ষেত্রে, প্রতিটি পর্যবেক্ষণের পরিসংখ্যা কে পর্যবেক্ষণের মান দ্বারা গুন করা হয়। এখানে যে ধাপ বিচ্যুতি পদ্ধতি (Step Deviation Method) :

1. $d' = \frac{m - A}{c}$ বের করতে হবে।
2. ধরো A= 35 (যেকোন অবাধ একটি সংখ্যা)

মানগুলো পাওয়া গেল সেগুলোকে যোগ করে যোগফলকে পরিসংখ্যার যোগফল দিয়ে ভাগ করা হয়। সাংকেতিকভাবে লেখা যায়

$$\bar{X} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$$

যেখানে, Σ fX = চলক এবং পরিসংখ্যার গুনফল গুলোর মোট যোগফল।

Σ f = পরিসংখ্যা গুলোর যোগফল।

উদাহরণ -3

একটি আবাসন অঞ্চলে তিনটি পরিমাপের জমির প্লট পাওয়া যায় - 100 বর্গমিটার, 200 বর্গমিটার এবং 300 বর্গমিটার এবং প্লটের সংখ্যা যথাক্রমে 200, 50 এবং 10।

সারণী 5.2

প্রত্যক্ষ পদ্ধতিতে যৌগিক গড়ের হিসাব

প্লটের আকৃতি বর্গমিটারে X	প্লটের সংখ্যা (f)	fx	$d' = \frac{X-200}{100}$	fd'
100	200	20000	-1	-200
200	50	10000	0	0
300	10	3000	+1	10
	260	33000	0	-190

প্রত্যক্ষ পদ্ধতি ব্যবহার করে যৌগিক গড়

$$\bar{X} = A + \frac{\Sigma fd}{\Sigma f} = \frac{33000}{260} = 126.92$$

সুতরাং, ঐ আবাসন মহল্লায় গড় প্লটের আকৃতি হল 126.92 বর্গমিটার

কল্পিত গড় পদ্ধতি (Assumed Mean Method)

পৃথক বা স্বতন্ত্র সারির (Individual Series) ক্ষেত্রে কল্পিত গড় পদ্ধতি ব্যবহার করে এই হিসাবটিকে আরো সহজভাবে করা যেতে পারে, যা আগে ব্যাখ্যা করা হয়েছে। তবে সেক্ষেত্রে পূর্বে যে বর্ণনা দেওয়া হয়েছিল তার সামান্য পরিবর্তন করতে হবে। যেহেতু প্রতিটি পদের পরিসংখ্যা (f) দেওয়া আছে। আমরা 'fd' পেতে সেই পরিসংখ্যা দিয়ে প্রতিটি বিচ্যুতি (d) কে গুন করে নেব। তারপর আমরা Σ fd পেয়ে যাব। তার পরবর্তী ধাপ হল সবগুলো পরিসংখ্যার সমষ্টি বের করা অর্থাৎ, Σ fd. তারপর Σ fd/Σ f নির্ণয় করতে হবে। পরিশেষে, কল্পিত গড় পদ্ধতি ব্যবহার করে যৌগিক গড় হবে,

$$\bar{X} = A + \frac{\Sigma fd}{\Sigma f}$$

ধাপ বিচ্যুতি পদ্ধতি (Step Deviation Method)

এক্ষেত্রে হিসাবকে আরো সহজ করে তোলার জন্য বিচ্যুতি গুলো কে একটি সাধারণ উৎপাদক 'c' দিয়ে ভাগ করতে হয়। এখানে আমরা সহজতর হিসাবের জন্য গাণিতিক সংখ্যাগুলোর আকার কমিয়ে আনতে d′ এর পরিমাপ করি, যেখানে $d' = \frac{d}{c} = \frac{X-A}{c}$ তারপর fd′ এবং Σ fd′ বের করতে হবে। ধাপ বিচ্যুতি পদ্ধতি ব্যবহার করে যৌগিক গড় নির্ণয়ের সূত্রটি হল -

$$\bar{X} = A + \frac{\Sigma fd}{\Sigma f} \times c$$

কাজ :

ধাপ বিচ্যুতি পদ্ধতি এবং কল্পিত গড় পদ্ধতিতে উদহরণ- 3 এ দেওয়া তথ্য অনুসারে গড় জমির আকৃতি নির্ণয় কর।

অবিচ্ছিন্ন সারি (Continuous Series)

এখানে শ্রেণী ব্যবধান বা বিচ্যুতি (class interval) গুলো দেওয়া আছে। অবিচ্ছিন্ন সারির ক্ষেত্রে যৌগিক গড় হিসাবের পদ্ধতিটি বিচ্ছিন্ন সারিতে ব্যবহৃত পদ্ধতির মতই। একমাত্র পার্থক্য হল যে এখানে বিভিন্ন শ্রেণী ব্যবধান

গুলোর মধ্য বিন্দু (mid points) বের করে নিতে হয়। ইতি মধ্যে আমরা জেনেছি যে শ্রেণি ব্যবধান বর্হিভুক্ত অর্ন্তভুক্ত এবং আকারে অসমান হতে পারে। উদাহরণ স্বরুপ বহির্ভুত শ্রেণি ব্যবধান হল, ধরো, 0-10, 10-20 এগুলোর মত আরো অনেক। অর্ন্তভুক্ত শ্রেণি ব্যবধানের উদাহরণ হল 0-9, 10-19 এবং এরকম আরো অনেক। অসমান শ্রেণি ব্যবধানের উদাহরণ হল 0-20, 20-50 এবং এরকম আরো অনেক। উপরিউক্ত প্রতিটি ক্ষেত্রে, যৌগিক গড়ের হিসাব একইভাবে করা হয়।

উদাহরণ - 4

নিচের দেওয়া তথ্য থেকে ছাত্রদের গড় নম্বর বের কর (a) প্রত্যক্ষ পদ্ধতি (b) ধাপ বিচ্যুতি পদ্ধতি ব্যবহার করে।

প্রত্যক্ষ পদ্ধতি (Direct Method)

নম্বর :	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
ছাত্র সংখ্যা :	5	12	15	25	8	3	2

সারণি 5.3

পৃথক শ্রেণি ব্যবধানের জন্য প্রত্যক্ষ পদ্ধতিতে গড় নম্বরের হিসাব।

নম্বর (x) (1)	ছাত্র সংখ্যা (f) (2)	মধ্যমান (m) (3)	fm (4)	d'=(m-35) (2)×(3) (5)	fd' 10 (6)
0–10	5	5	25	–3	–15
10–20	12	15	180	–2	–24
20–30	15	25	375	–1	–15
30–40	25	35	875	0	0
40–50	8	45	360	1	8
50–60	3	55	165	2	6
60–70	2	65	130	3	6
	70		2110		–34

ধাপগুলো :

1. প্রতিটি শ্রেণির মধ্য মান (m) বের করো।
2. Σfm বের করো এবং প্রত্যক্ষ পদ্ধতির সূত্র প্রয়োগ করো: $\bar{X} = \frac{\Sigma fm}{\Sigma f} = \frac{2110}{70} = 30.14$ নম্বর

C = সাধারণ উৎপাদক

$$\bar{X} = A + \frac{\Sigma fd}{\Sigma f} \times c = 35 + \frac{(-34)}{70} \times 10$$

$= 30.14$ নম্বর

যৌগিক গড়ের (A.M) দুটি মজাদার বৈশিষ্ট্য

(i) যৌগিক গড়ের ক্ষেত্রে, প্রতিটি বিচ্যুতির মোট যোগফলের মান সর্বদা শূন্য হয়।

সাংকেতিকভাবে, $\Sigma(X - \bar{X}) = 0.$

(ii) যৌগিক গড় চরম মানের দ্বারা প্রভাবিত হয়। উভয় প্রান্তের যে কোন বৃহৎ মান একে বাড়িয়ে তুলতে পারে বা কমাতে পারে।

ভারযুক্ত যৌগিক গড় (Weighted Arithmetic Mean)

যৌগিক গড় হিসাবের ক্ষেত্রে, কখনো কখনো বিষয়ের গুরত্ব অনুসারে বিভিন্ন বিষয়গুলোর ভার নিযুক্ত করার প্রয়োজন হয়ে পরে। উদাহরণস্বরূপ, মনে কর দুটি দ্রব্য আম এবং আলু আছে। তুমি আমের গড় দাম (P_1) এবং আলুর গড় দাম (P_2) জানতে আগ্রহী। তাহলে যৌগিক গড় হবে $\frac{P_1 + P_2}{2}$ ।যদিও তুমি হয়ত আলুর দাম (P_2) বৃদ্ধির উপর বেশী গুরত্ব দিতে চাও। এটা করতে হলে, ভোক্তার বাজেটে আমের অংশ (W_1) ও আলুর দাম (W_2) কে 'ভার' হিসাবে ব্যবহার করতে পার। এখন বাজেটের অংশগুলির দ্বারা ভারযুক্ত করে যৌগিক গড় হবে— $\frac{W_1 P_1 + W_2 P_2}{W_1 + W_2}$

সাধারণত, ভারযুক্ত যৌগিক গড়ের সুত্রটি হল –

$$\frac{W_1X_1+W_2X_2+....+W_nX_n}{W_1+W_2+...+W_n}=\frac{\pounds WX}{\pounds W}$$

যখন দাম বৃদ্ধি পায়, তখন তোমার কাছে যে দ্রব্যগুলি বেশী গুরত্বপূর্ণ সেগুলোর দাম বৃদ্ধির সম্পর্কে জানার আগ্রহ জন্মায়। এ ব্যাপারে বিশদ ভাবে জানতে পারবে অষ্টম অধ্যায়ে সুচক সংখ্যার (Index Number)আলোচনায়।

কাজ

নিচের উদাহরণে থেকে যৌগিক গড়ের বৈশিষ্ট্য পরীক্ষা করে দেখ ।

x : 4   6   8   10   12

* উপরের উদাহরণ যদি গড় আরো 2 বৃদ্ধি পায়, তবে স্বতন্ত্র পর্যবেক্ষণের (Individual observations) ক্ষেত্রে কি ঘটবে ?
* যদি প্রথম তিনটি পদ 2 করে বৃদ্ধি পায়, তবে গড় ঠিক রাখতে শেষ দুটি পদের মান কত হবে ?
* 12 মানটিকে 96 দ্বারা প্রতিস্থাপিত কর। যৌগিক গড় কি হবে ? মতামত ব্যাখা করো।

3.মধ্যমমান (Median)

মধ্যমমান হল চলকের অবস্থানগত মান যা বন্টনকে সমান দুভাগে ভাগ করে ; একটি ভাগ মধ্যমমানের সমান ও তার থেকে বড় মানগুলো নিয়ে গঠিত এবং অন্যভাগটি মধ্যমমানের সমান ও তার থেকে ছোট মানগুলো নিয়ে গঠিত। মধ্যমমান বা মধ্যমা হল ‘মধ্যম’ উপাদান যখন রাশিতথ্যগুলো মানের ক্রম অনুযায়ী সাজানো থাকে। যেহেতু মধ্যমা বা মধ্যমমান বিভিন্ন চলকের বা মানের অবস্থান দ্বারা নির্ধারিত হয়, তাই সর্ববৃহৎ মানের বৃদ্ধিতে এটি প্রভাবিত হয় না।। অর্থাৎ তথ্যরাশিকে মানের উচ্চক্রমে বা নিম্মক্রমে সাজানো যে সংখ্যাটি তথ্যসারির মাঝখানে অবস্থান করে এবং তথ্যসারিকে সমান দু ভাগে বিভক্ত করে তাকে মধ্যমা বলে।

মধ্যমমানের গণনা বা হিসাব (Computation of Median)

রাশি তথ্য গুলোকে ছোট থেকে বড় আকারে সাজিয়ে এবং মধ্যমমানটি বের করে মধ্যম মানকে খুব সহজেই হিসাব করা যায়।

উদাহরণ - 5

মনে করো একটি রাশি তথ্যের সেটে নীচের পর্যবেক্ষণ গুলো বর্তমান : 5, 7, 6, 1, 8, 10, 12, 4, এবং 3

রাশি তথ্যগুলোকে মানের উর্ধ্বক্রম অনুসারে সাজিয়ে পাওয়া যায়, 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 12

↑ মধ্যম মান

মাঝখানের স্কোর হল 6, সুতরাং মধ্যম মান হল 6, স্কোরগুলোর অর্ধেক 6 এর চেয়ে বড় এবং বাকি অর্ধেক 6 এর চেয়ে ছোট।

যদি রাশিতথ্যে মোট স্কোর বা পর্যবেক্ষণ সংখ্যা জোড় হয়, তাহলে মাঝখানে দুটি স্কোর অবস্থান করবে। এক্ষেত্রে মধ্যমমানের হিসাবটি হবে ঐ মাঝের দুটি স্কোরের যৌগিক গড় নির্ধারণের মাধ্যমে।

কাজ

নীচের সারির চারটি মানের গড় ও মধ্যমমান নির্ণয় করো। তুমি কি লক্ষ্য করলে ?

সারণি - 5.4
বিভিন্ন সারির গড় ও মধ্যমমান

সারি	চলরাশির মান (X)	গড়	মধ্যমমান
A	1, 2, 3	?	?
B	1, 2, 30	?	?
C	1, 2, 300	?	?
D	1, 2, 3000	?	?

- মধ্যমমান কি চরম মানের দ্বারা প্রভাবিত হয়? গড় থেকে চূড়ান্ত বিচ্যুতিগুলো (outliers) কি?
- মধ্যমমান কি গড় থেকে ভালো পদ্ধতি?

উদাহরণ - 6

নিচের রাশিতথ্যগুলো 20 জন শিক্ষার্থীর প্রাপ্ত নম্বরকে প্রর্দশিত করে। তোমাকে নম্বর গুলোর মধ্যম মান নির্ণয় করতে হবে।

25, 72, 28, 65, 29, 60, 30, 54, 32, 53
33, 52, 35, 51, 42, 48, 45, 47, 46, 33

রাশি তথ্যগুলোকে বা স্কোরগুলোকে মানের উর্ধ্বক্রম অনুসারে সাজালে পাবে,

25, 28, 29, 30, 32, 33, 33, 35, 42, 45,
46, 47, 48, 51, 52, 53, 54, 60, 65, 72

তোমরা দেখতে পাবে যে এখানে মাঝে দুটি স্কোর আছে, 45 এবং 46। এই দুটি স্কোরের যৌগিক গড়ই হল নির্ণেয় মধ্যম মান।

মধ্যমমান (Median) = $\frac{45+46}{2}$ = 45.5 নম্বর।

মধ্যম মানের হিসাব করতে গেলে মধ্যমমানের অবস্থান সম্পর্কে জানা খুব জরুরি অর্থাৎ যে পদ বা পদগুলোতে মধ্যমমান অবস্থানরত। মধ্যম মানের অবস্থান সম্পর্কে জানতে নিচের সূত্রটি প্রয়োগ করা যেতে পারে।

মধ্যম মানের অবস্থান = $\left(\frac{N+1}{2}\right)$ তম পদ বা স্কোর।

যেখানে N = স্কোরের সংখ্যা।

তোমরা লক্ষ্য করে থাকবে যে উপরের সূত্রটি একটি নির্দিষ্ট বিন্যাসের ক্ষেত্রে মধ্যমমানের অবস্থান নির্দেশ করে, কিন্তু মধ্যমমানকে নয়। মধ্যমমান নির্ণয়ের সূত্রটি হল -

মধ্যম মান = $\left(\frac{N+1}{2}\right)$ তম পদের পরিমাপ।

বিচ্ছিন্ন সারি (Discrete Series)

বিচ্ছিন্ন সারির ক্ষেত্রে মধ্যমমানের অবস্থান অর্থাৎ $\left(\frac{N+1}{2}\right)$ তম পদের অবস্থান ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার মাধ্যমে নির্ধারণ করা যায়। এই অবস্থানের অনুরূপ মানটি হল নির্ণেয় মধ্যম মান।

উদাহরণ - 7

একটি পরিসংখ্যা বিভাজনে মানুষের সংখ্যাও আয়ের তথ্য দেওয়া হয়েছে। আয়ের মধ্যম মান নির্ণয় করো।

আয় (টাকাতে)	10	20	30	40
ব্যক্তির সংখ্যা	2	4	10	4

আয়ের মধ্যমমান নির্ণয়ের জন্য তোমাকে একটি পরিসংখ্যা বিভাজন ছক তৈরি করতে হবে, যা নীচে দেওয়া হল।

সারণি - 5.5

বিচ্ছিন্ন সারির মধ্যম মানের হিসাব

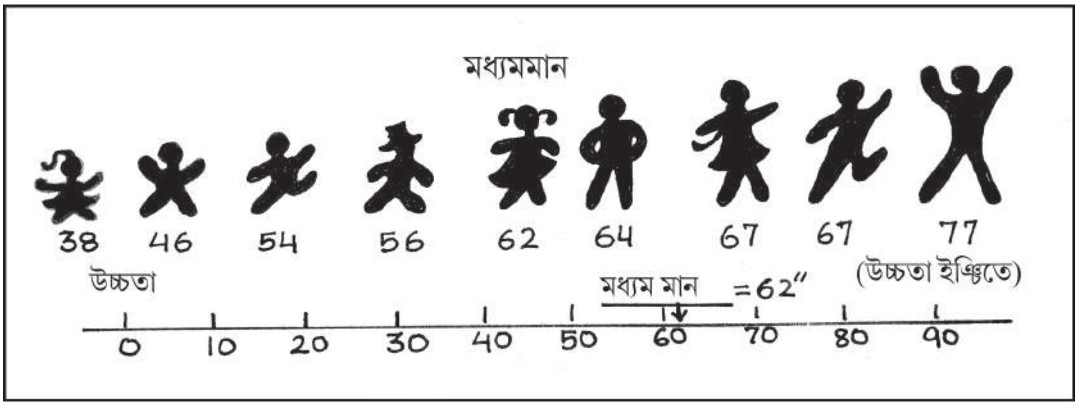
আয় (টাকাতে)	ব্যক্তির সংখ্যা (F)	ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা(cf)
10	2	2
20	4	6
30	10	16
40	4	20

মধ্যম মান অবস্থিত (N+1)/2 = (20+1)/2 = 10.5 তম পদে। এটা ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা থেকে সহজেই বের করা যায়। 10.5 তম পদ ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (cf)16 তে অবস্থান করছে। এর অনুরূপ আয় হচ্ছে 30 টাকা। সুতরাং আয়ের মধ্যমমান 30 টাকা।

অবিচ্ছিন্ন সারি (Continues Series)

অবিচ্ছিন্ন সারির ক্ষেত্রে তোমাকে মধ্যমমান শ্রেণীকে চিহ্নিত করতে হবে যেখানে N/2 তম পদ [(N+1)/2 তম পদ নয়] বর্তমান। তাই নিচের সূত্র থেকে মধ্যমমান পাওয়া যাবে।

মধ্যমমান = $L+\frac{(N/2-c.f.)}{f}\times h$



যেখানে, L = যে শ্রেণিতে মধ্যম মান আছে সেই শ্রেণির নিম্ন সীমা।

c.f. = যে শ্রেণিতে মধ্যমমান আছে তার আগের শ্রেণির ক্রম যৌগিক পরিসংখ্যা।

f = যে শ্রেণিতে মধ্যমমান আছে সেই শ্রেণির পরিসংখ্যা।

h = যে শ্রেণিতে মধ্যমমান আছে সেই শ্রেণীর শ্রেণি ব্যবধান।

যদি পরিসংখ্যার আকার বা আয়তন অসমান থাকে তবে কোনো প্রকার সমন্বয় সাধনের (adjustment) প্রয়োজন নেই।

উদাহরণ -৪

একটি কারখানায় কর্মরত শ্রমিকদের দৈনিক মজুরীর তথ্য নিচে দেয়া হল। দৈনিক মজুরীর মধ্যম মান বের কর।

দৈনিক মজুরী (টাকায়) :

55-60 50-55 45-50 40-45 35-40
30-35 25-30 20-25

শ্রমিক সংখ্যা :

7 13 15 20 30 33
28 14

তথ্যগুলোকে এখানে মানের নিম্নক্রম অনুসারে সাজানো হয়েছে।

এই উদাহরণটিতে মধ্যম মান শ্রেণি হল (N/2) তম পদ (অর্থাৎ 160/2)=80 তম পদের শ্রেণি যাহা 35-40 শ্রেণি ব্যবধানে বর্তমান। মধ্যম মানের সুত্র প্রয়োগ করে পাওয়া যায়।

সারণি 5.6

অবিচ্ছিন্ন সারির ক্ষেত্রে মধ্যম মানের গণনা বা হিসাব

দৈনিক মজুরী (টাকায়)	শ্রমিক সংখ্যা (f)	ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (cf)
20–25	14	14
25–30	28	42
30–35	33	75
35–40	30	105
40–45	20	125
45–50	15	140
50–55	13	153
55–60	7	160

$$\text{মধ্যম মান} = L + \frac{(N/2 - c.f.)}{f} \times h$$

$$= 35 + \frac{80-75}{30} \times (40-35)$$

= 35.83 টাকা।

সুতরাং, দৈনিক মজুরীর মধ্যম মান হল 35.83 টাকা।

এর অর্থ হল 50% শ্রমিক 35.83 টাকার সমান বা তার

চেয়ে কম মজুরী পায় এবং 50 শ্রমিক 35.83 টাকার সমান বা তার চেয়ে বেশী মজুরী পায়।

তোমাদের মনে রাখা উচিত, কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ হিসাবে মধ্যমমান সারি বা সিরিজের সকল মানের ক্ষেত্রে সংবেদনশীল নয়। এটা রাশিতথ্যের বা সারির সর্বমধ্য পদটির মানকে প্রকাশ করে।

চতুর্থক (Quartiles)

চতুর্থক হল এমন একটি পরিমাপ, যা রাশিতথ্য মালাকে সমান চারটি ভাগে ভাগ করে এবং প্রত্যেক ভাগে সমান সংখ্যক পর্যবেক্ষণ থাকে। চতুর্থক তিন প্রকারের হয়। প্রথম চতুর্থক (Q_1 অক্ষর দ্বারা প্রকাশ করা হয়) বা নিম্ন চতুর্থক যাতে বন্টনের 25% পদ (items) এর নিচে থাকে এবং 75% পদ এর চেয়ে অধিক দ্বিতীয় (Q_2 অক্ষর দ্বারা প্রকাশ করা হয়) মান মধ্যমমানের সমান হয় যেখানে, 50% পদ এরনিচে এবং 50% এর উপরে থাকে। তৃতীয় চতুর্থক (Q_3 দ্বারা প্রকাশ করা হয়) বা উচ্চ চতুর্থক যাতে বণ্টনের 75% পদ এর নিচে থাকে এবং 25% এর উপরে থাকে। সুতরাং, Q_1 এবং Q_3 দুটি সীমাকে (limits) নির্দেশ করে

এদের মাঝখানে বণ্টনের মাঝের 50% তথ্য বা পর্যবেক্ষণ অবস্থান করে।

শততমক (Percentiles)

শততমকে বন্টনকে সমান 100 টি ভাগে ভাগ করে। সুতরাং তোমরা এক্ষেত্রে 99 টি ভাগের উপস্থিতি পাবে। এই ভাগগুলোকে P_1, P_2, P_3,.........., P_{99} দ্বারা নির্দেশ করা হয় এখানে P_{50} হল মধ্যমমান। যদি তুমি কোনো ম্যানেজমেন্ট প্রবেশিকা পরীক্ষার 82 শততমক (82 percentile) স্কোর কর তবে এর অর্থ হল সমস্ত পরীক্ষার্থীদের মধ্যে তোমার স্থান 18 শতাংশের নীচে আছে। যদি ঐ পরীক্ষায় মোট এক লাখ পরীক্ষার্থী বসে, তবে তোমার অবস্থান কি হবে ?

চতুর্থকের পরিমাপ (Calculation of Quartiles)

স্বতন্ত্র ও বিচ্ছিন্ন সারির ক্ষেত্রে চতুর্থকের অবস্থান জানার পদ্ধতি হল মধ্যমান নির্ণয়ের পদ্ধতির অনুরূপ। কোনো ক্রমবদ্ধ সারির ক্ষেত্রে Q_1 এবং Q_3 এর মান নিম্নলিখিত সূত্রের সাহায্যে পাওয়া যেতে পারে। যেখানে N হল মোট পর্যবেক্ষণ (observations) সংখ্যা।

$$Q_1 = \frac{(N+1)}{4} \text{ তম পদের আকার।}$$

$$Q_3 = \frac{3(N+1)}{4} \text{ তম পদের আকার।}$$

উদাহরণ - 9

একটি পরীক্ষার 10 জন ছাত্রের প্রাপ্ত নম্বরের তথ্য থেকে নিম্নে চতুর্থকের (lower quantiles) মান নির্ণয় কর।

22, 26, 14, 30, 18, 11, 35, 41, 12, 42

তথ্যগুলিকে মানের উর্ধ্বক্রম অনুসারে সাজানো হল -

11, 12, 14, 18, 22, 26, 30, 32, 35, 41

$$Q_1 = \frac{(N+1)}{4} \text{ তম পদের আকার।}$$

$$= \frac{(10+1)}{4} \text{ তম পদের আকার ।}$$

$$= 2.75 \text{ তম পদের আকার।}$$

= দ্বিতীয় পদ + 0.75 (তৃতীয় পদ - দ্বিতীয় পদ)
= 12 + 0.75 (14 -12)
= 13.5 নম্বর।

কাজ

* নিজে Q_3 এর মান বের কর।

5. সংখ্যাগুরু মান (Mode)

কখনো-কখনো কোনো সারির খুব আর্দশ বা প্রতীকস্বরুপ মান অথবা এমন কোনো মান যার আশে পাশে অন্যান্য মানগুলোর কেন্দ্রীভূত অধিক থাকে তা জানতে তোমরা আগ্রহী হতে পার। উদাহরণস্বরুপ, একজন নির্মাতা বা উৎপাদক কোন আকৃতির জুতোর চাহিদা সবচেয়ে বেশি অথবা কোন স্টাইলের শার্ট এর চাহিদা ধারাবাহিক ভাবে অধিক সেটা জানতে চায়।এখানে সংখ্যাগুরু (mode) মানই হল যথাযথ পরিমাপ। Mode শব্দটি French শব্দ "la mode" থেকে এসেছে যেটা সূচিত করে বা উল্লেখ করে কোনো বণ্টনের সবচেয়ে সুরুচি সম্পন্ন (fashionable) মানকে কারণ সারিতে এর অধিক সংখ্যায় পুনরাবৃত্তি ঘটে। সংখ্যাগুরুমান (mode) হল সবচেয়ে বেশি পুনরাবৃত্ত তথ্যের মান। এটাকে M_0 দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

সংখ্যাগুরু মানের গণনা (Computation of Mode)

বিচ্ছিন্ন সারি (Discrete Series)

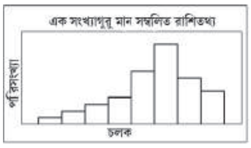
মনে করো একটি রাশিতথ্য - 1, 2 , 3, 4, 4, 5, এখানে সংখ্যাগুরু মান হল 4 কারণ 4 রাশি তথ্যে সর্বাধিকবার (দুইবার) পুনরাবৃত্ত হয়।

উদাহরণ - 10

নিচের বিচ্ছিন্ন সারিটি লক্ষ্য কর -

চলক :	10	20	30	40	50
পরিসংখ্যা:	2	8	20	10	5

এখানে তোমরা দেখতে পাচ্ছ যে, পরিসংখ্যা 20 হল সর্বাধিক, সুতরাং সংখ্যাগুরু মান হল 30। এক্ষেত্রে যেহেতু সংখ্যাগুরু মান একটি তাই রাশি তথ্যটি এক সংখ্যাগুরু মান সম্বলিত (unimodal)। কিন্তু সংখ্যাগুরু মান যৌগিক গড় এবং মধ্যমমানের মত সবসময় একটি হবে এমনটা আবশ্যকীয় নয়। তোমরা কোনো রাশি তথ্যে সংখ্যাগুরু মান দুটি (bi- model) বা দুইয়ের অধিক (multi-model) পেতে পার। এমনও হতে পারে যে কোন বণ্টনে সংখ্যাগুরু মান নেই কারণ কোনো মানই ধারাবাহিক ভাবে অন্য মান গুলো থেকে বেশি বার নেই। উদাহরণস্বরুপ, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, এই সারিতে কোনো সংখ্যাগুরু মান নেই।



এক সংখ্যাগুরু মান সম্বলিত রাশিতথ্য

দুই সংখ্যাগুরু মান সম্বলিত রাশিতথ্য।

অবিচ্ছিন্ন সারি (Contineous Series) - অবিচ্ছিন্ন পরিসংখ্যা বিভাজনের ক্ষেত্রে, যে শ্রেণির পরিসংখ্যা সর্বোচ্চ সেটাই হল সংখ্যাগুরু মানের শ্রেণি (modal class)। নীচের সূত্রটি ব্যবহার করে সংখ্যাগুরু মান নির্ণয় করা যায়।

$$M_o = L + \frac{D_1}{D_1 + D_2} \times h$$

যেখানে, L = সংখ্যাগুরু মানের শ্রেণির নিম্ন সীমা

D_1 = সংখ্যাগুরু মানের শ্রেণির পরিসংখ্যা এবং ঐ শ্রেণীর পূর্বের শ্রেণির পরিসংখ্যার অন্তরফল (মানের চিহ্ন উপেক্ষা করে)।

D_2 = সংখ্যাগুরু মানের শ্রেণির পরিসংখ্যা এবং ঐ শ্রেণীর

পরবর্তী শ্রেণির পরিসংখ্যার অন্তরফল (মানের চিহ্ন উপেক্ষা করে)।

h = বণ্টনের শ্রেণি ব্যবধান।

তোমরা লক্ষ্য করবে যে অবিচ্ছিন্ন সারির ক্ষেত্রে সংখ্যাগুরু মান নির্ণয় করতে শ্রেণ ব্যবধান গুলো যেন সমান হয় এবং সারিগুলো যেন বর্হিভুক্ত হয়। যদি মধ্য বিন্দু দেওয়া থাকে তবে শ্রেণী ব্যবধানগুলো বের করতে হবে।

উদাহরণ - 11

নিচের তথ্যগুলো থেকে গড়পড়তা শ্রমিকদের পারিবারিক মাসিক আয়ের সংখ্যাগুরু মান নির্ণয় কর ।

সারণি - 5.7

মাসিক আয়ের (হাজার টাকায়) স্তম্ভে চলকের মানগুলোর নীচ হতে ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বিভাজন।

মাসিক আয় (হাজার টাকায়)	ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা
50 এর কম	97
45 এর কম	95
40 এর কম	90
35 এর কম	80
30 এর কম	60
25 এর কম	30
20 এর কম	12
15 এর কম	4

তোমরা দেখতে পাচ্ছ, এটা হল ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বণ্টনের একটি ঘটনা। তোমাদের এটাকে বর্হিভুক্ত সারিতে পরিবর্তিত করতে হবে। এই উদাহরণটিতে সারিটি নিম্নক্রমানুসারে আছে। সংখ্যাগুরু শ্রেণি নির্ধারনের জন্য, এই সারণিটিকে একটি সাধারণ পরিসংখ্যা বিভাজন (সারণি 5.7) পরিবর্তিত করতে হবে।

আয় বিভাগ ('000 টাকায়)	পরিসংখ্যা
45–50	97 – 95 = 2
40–45	95 – 90 = 5
35–40	90 – 80 = 10
30–35	80 – 60 = 20
25–30	60 – 30 = 30
20–25	30 – 12 = 18
15–20	12 – 4 = 8
10–15	4

সংখ্যাগরু মান,25-30 এই শ্রেণি ব্যবধানের মধ্যে নিহিত আছে। পর্যবেক্ষণ করেও এটা দেখা যায় যে, এটাই হল সংখ্যাগুরু মানের শ্রেণি।

এখন,

$L=25, D_1=(30-18)=12, D_2=(30-20)=10, h=5$

সূত্র ব্যবহার করে, তোমরা এভাবে সংখ্যাগুরু মান নির্ণয় করতে পার :

Mo ('000 টাকায়)

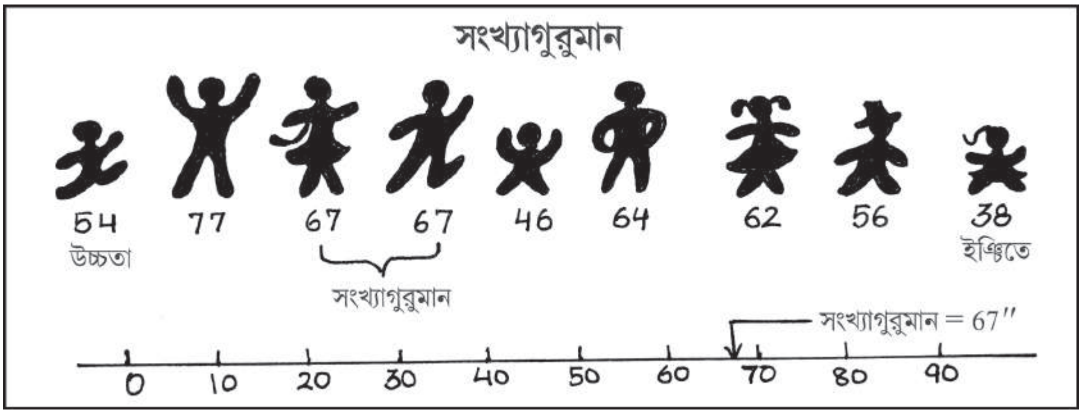
$$M_o = L + \frac{D_1}{D_1 + D_2} \times h$$

$$= 25 + \frac{12}{12 + 10} \times 5 = 27.273$$

সুতরাং, গড়পড়তা পরিবারের মাসিক আয়ের সংখ্যাগুরু মান হল 27.273

কাজ

- প্রাপ্ত বয়স্কের জন্য জুতা প্রস্তুত কারক একটি কোম্পানি বহুল ব্যবহৃত জুতার মাপ জানতে ইচ্ছুক। কোম্পানির জন্য কোন গড়টি নির্ণয় যথার্থ হবে।



* নীচের দ্রব্যগুলোর উৎপাদনকারী কোম্পানিগুলোর জন্য কোন গড়টি সবচেয়ে বেশী যথাযথ হবে ? কেন ?
  1) দুগ্ধজাত দ্রব্য এবং খাতা
  2) বিদ্যালয়ের ব্যাগ
  3) জিন্স এবং টি-শার্ট

* ছাত্র-ছাত্রীদের চাইনিজ খাবারের প্রতি আসক্তি জানার জন্য তোমরা শ্রেণীকক্ষে একটি ছোট সমীক্ষা (survey) করতে কেন্দ্রীয় প্রবণতা পরিমাপের উদ্দেশ্য সাধন পদ্ধতি প্রয়োগ কর।

* সংখ্যাগুরু মানের অবস্থান কি লেখচিত্রে স্থাপন করা যায় ?

6. যৌগিক গড়, মধ্যম মান এবং সংখ্যাগুরু মানের আপেক্ষিক অবস্থান (Relative position of Arithmetic Mean, Median and Mode)

ধর,

যৌগিক গড় $= M_e$

মধ্যম মান $= M_i$

সংখ্যাগুরু মান $= M_o$

এই তিনটির আপেক্ষিক মাত্রা হল me > mi > mo অথবা me < mi < mo (প্রত্যয় বা suffixe গুলো ইংরেজী বর্ণমালার ক্রম অনুসারে আছে) মধ্যম মান সবসময় যৌগিক গড় এবং সংখ্যাগুরু মানের মাঝখানে অবস্থান করে।

7. উপসংহার (Conclusion)

কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপগুলো বা গড়গুলি রাশি তথ্য গুলোকে সংক্ষিপ্ত করার জন্য ব্যবহার করা হয়। এটা রাশি তথ্যের সেট্‌কে বর্ণনা করার জন্য একটি একক প্রতিনিধি মূলক মানকে নির্দিষ্ট করে। যৌগিক বা গাণিতিক গড়ের ব্যাপক প্রয়োগ পরিসংখ্যানে দেখা যায়। ইহা খুব সহজে নির্ণয় করা যায় এবং এটা নির্ণয় কালে রাশিমালার প্রতিটি পর্যবেক্ষণই ব্যবহৃত হয়। রাশিতথ্য মালায় যা একটি বা দুইটি পর্যবেক্ষণের মান অতি উচ্চ বা অতি নিম্ন হয় তবে এগুলোর দ্বারা যৌগিক গড়ের মান বিশেষভাবে প্রভাবিত হয়। এই প্রকার রাশিতথ্যের জন্য মধ্যমমান একটি ভাল সংক্ষিপ্তকরণ প্রণালী। সংখ্যাগুরুমান সাধারণত গুনগত তথ্য বর্ণনার ক্ষেত্রে ব্যবহৃত হয়। মধ্যমমান এবং সংখ্যাগুরুমানকে লেখচিত্রের সাহয্যে সহজেই নির্ধারণ করা যায়। মুক্ত বণ্টনের ক্ষেত্রেও এগুলো সহজেই হিসাব করা যায়। সুতরাং তথ্যরাশির বিশ্লেষনের উদ্দেশ্য এবং তথ্যরাশির বণ্টনের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে একটি যথাযথ গড় নির্বাচন করা অত্যন্ত জরুরী।

সংক্ষিপ্ত বৃত্তি (Recap)

- কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ রাশি তথ্যকে একটি একক মানে সংক্ষিপ্ত করে, যা সম্পূর্ণ রাশি তথ্যের প্রতিনিধিত্ব করে।
- যৌগিক গড়ের সংজ্ঞা, সমস্ত পর্যবেক্ষণ গুলোর মানের সমষ্টিকে মোট পর্যবেক্ষণ সংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে যেটা পাওয়া যায় সেটাকে নির্দেশ করে।
- যৌগিক গড় থেকে পর্যবেক্ষণ গুলোর বিচ্যুতির মোট যোগফল সবসময় শূন্য হয়।
- কখনো কখনো, কতগুলো পদের ভার তাদের প্রয়োজনীয়তা অনুসারে নিযুক্ত করার প্রয়োজন হয়।
- মধ্যমমান হল বণ্টনের মধ্যবর্তী মান এটা এই অর্থে বলা হয় কারণ মধ্যমমানের চেয়ে কম মানগুলির সংখ্যা এবং মধ্যমমানের চেয়ে বেশি মানগুলোর সংখ্যা পরস্পর সমান হয়।
- চতুর্থকগুলোর মানগুলোর সম্পূর্ণ সেট্‌কে চারটি সমান ভাগে ভাগ করে।
- সংখ্যাগুরুমান হল সেই মান যা সবচেয়ে বেশি বার পুনরাবৃত্ত হয়।

অনুশীলনী

1. নিচের প্রতিটি ক্ষেত্রে কোন গড়টি যথাযথ হবে ?
   ক) তৈয়ারি পোশাকের গড় সাইজ।
   খ) একটি শ্রেণীতে শিক্ষার্থীদের গড় বুদ্ধি।
   গ) একটি কারখানায় প্রতি শিফটের (shift) গড় উৎপাদন।
   ঘ) একটি শিল্পসংস্থার গড় মজুরি।
   ঙ) যখন গড় থেকে চরম বিচ্যুতি গুলোর যোগফল নিম্নতম হয়।
   চ) যখন চলকের মাত্রাগুলো অনুপাতে থাকে।
   ছ) মুক্ত পরিসংখ্যা বিভাজনের ক্ষেত্রে।

2. নিচের বিকল্পগুলোর মধ্যে যে বিকল্পটি সঠিক সেটি চিহ্নিত কর।
   (i) গুনগত পরিমাপের জন্য সবচেয়ে উপযুক্ত গড় হল
   ক) যৌগিক গড় খ) মধ্যম মান গ) সংখ্যাগুরু মান
   ঘ) গুনোত্তর গড় ঙ) উপরের কোনটিই নয়
   (ii) চরম পদ বা মানের উপস্থিতি কোন গড়কে ভীষনভাবে প্রভাবিত করে।
   ক) মধ্যম মান খ) সংখ্যাগুরু মান
   গ) যৌগিক গড় ঘ) উপরের কোনটিই নয়

(iii) যৌগিক গড় থেকে n সংখ্যক মানের একটি সেটের বিচ্যুতির বীজগাণিতিক যোগফল হল-

ক) n খ) 0

গ) 1 ঘ) উপরের কোনটিই নয়।

[উত্তর :(i) b (ii)c (iiid

3. নীচের বক্তব্যগুলো 'সত্য' না 'মিথ্যা' বলো।

i) মধ্যমমান থেকে পদগুলোর বিচ্যুতির যোগফল শুন্য হয়।

ii) সারি গুলোর তুলনা করতে একটি গড় একা যথেষ্ট নয়।

iii) যৌগিক গড় একটি অবস্থানগত মান।

iv) উচ্চ চতুর্থক হলো শীর্ষ 25% পদের নিম্নতম মানচ।

v) মধ্যমমান চরম মানগুলির দ্বারা অসঙ্গতভাবে প্রভাবিত হয়।

[উত্তর : (i) মিথ্যা (ii) সত্য (iii) মিথ্যা (iv) সত্য (v) মিথ্যা]

4. যদি নীচের দেওয়া তথ্যগুলির যৌগিক গড় 28 হয়, তবে (a) অনুপস্থিত পরিসংখ্যা এবং (b) সারির মধ্যমমান নির্ণয় করো :

প্রতি খুচরো দোকানে মুনাফা (টাকাতে):	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
খুচরো দোকানের সংখ্যা :	12	18	27	-	17	6

[উত্তর : অনুপস্থিত পরিসংখ্যার মান 20 এবং মধ্যমমান হল 27.41]

5. নীচের সারণিটি একটি কারখানার দশ জন শ্রমিকের দৈনিক আয়ের তথ্য দেওয়া হল। যৌগিক গড় নির্ণয় করো।

শ্রমিক :	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
দৈনিক আয় (টাকায়) :	120	150	180	200	250	300	220	350	370	260

[উত্তর : 240 টাকা]

6. নীচে 150 টি পরিবারের দৈনিক আয় সম্পর্কিত তথ্য দেওয়া হল। যৌগিক গড় নির্ণয় কর।

আয় (টাকায়)	পরিবারের সংখ্যা
75 এর বেশি	150
85 "	140
95 "	115
105 "	95
115 "	70
125 "	60
135 "	40
145 "	25

[উত্তর : 116.3 টাকা]

7. একটি গ্রামে 380 টি পরিবারের জোত জমির পরিমানের তথ্য নিচে দেওয়া হল। জমির পরিমানের মধ্যমমান নির্ণয় কর।

জমির পরিমাণ (একরে)	100 এর কম	100-200	200-300	300-400	400 এর বেশি
পরিবারের সংখ্যা	40	89	148	64	39

[উত্তর : 241.22 একক]

8. নিচের সারিটি একটি ফার্মে নিযুক্ত শ্রমিকদের দৈনিক আয়ের তথ্য দেওয়া হয়েছে। নির্ণয় করতে হবে -
(a) নিম্নতম 50% শ্রমিকের উচ্চতম আয়
(b) শীর্ষ 25% শ্রমিক দ্বারা অর্জিত নিম্নতম আয়
(c) নিম্নতম 25% শ্রমিক দ্বারা অর্জিত উচ্চতম আয়

দৈনিক আয় (টাকাতে) :	10-14	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39
শ্রমিক সংখ্যা :	5	10	15	20	10	5

(ইঙ্গিত : মধ্যমমান বের কর, নিম্ন চতুর্থক ও উচ্চ চতুর্থক বের কর)
[উত্তর : (a) 25.11 টাকা (b) 19.92 টাকা (c) 29.19 টাকা]

9. নিচের সারণিতে একটি গ্রামের 150 টি খামারে গমের হেক্টর প্রতি ফলনের তথ্য দেওয়া হল। যৌগিক গড় মধ্যমমান এবং সংখ্যাগুরুমান নির্ণয় কংরো।

উৎপাদিত ফসল : *(kg প্রতি হেক্টরে)*	50-53	53-56	56-59	59-62	62-65	65-68	68-71	71-74	74-77
খামারের সংখ্যা :	3	8	14	30	36	28	16	10	5

[উত্তর : যৌগিক গড় = 63.82 kg প্রতি হেক্টর, মধ্যমমান = 63.67 kg প্রতি হেক্টর, সংখ্যাগুরুমান= 63.29 kg প্রতি হেক্টর]

বিস্তৃতির পরিমাপ
Measures of Dispersion

অধ্যায়
6

> *এই অধ্যায় পাঠ করে তোমরা সক্ষম হবে:*
> - গড়গুলোর সীমাবদ্ধতা সম্বন্ধে জানতে;
> - বিস্তৃতির বিভিন্ন পরিমাপের গণনা করতে;
> - বিস্তৃতির পরিমাপের প্রয়োজনীয়তা উপলব্ধি করতে;
> - পরিমাপগুলোর গণনা এবং তাদের মধ্যে তুলনা করতে;
> - চরম এবং আপেক্ষিক পরিমাপগুলোর মধ্যে পার্থক্য বোঝাতে।

1. ভূমিকা (Introduction)

পূর্বের অধ্যায়ে তোমরা পড়েছ কীভাবে রাশিতথ্যগুলোকে একক প্রতিনিধিত্বমূলক মানে সংক্ষিপ্তকরণ করা হয়। কিন্তু রাশিসমূহের মানগুলো এদের গড়ের চতুস্পার্শ্বে কীভাবে বিস্তৃত অথবা এদের পরস্পরের মধ্যে মানের পার্থক্য কীরূপ তা জানা যায় না। এই অধ্যায়ে তোমরা গড় হতে রাশি তথ্যমালার মানসমূহের পার্থক্য বা ভেদকে মেপে তাকে সংখ্যায় প্রকাশ পদ্ধতি শিখবে।

তিন বন্ধু রাম, রহিম এবং মারিয়া চা পান করতে করতে গল্প করছিল। নিজেদের মধ্যে গল্প চলাকালীন তারা তাদের পারিবারিক আয় সম্পর্কে কথা বলা শুরু করল। রাম বলতে লাগল যে তাদের পরিবারে চার জন সদস্য আছে এবং প্রত্যেক সদ্যস্যের গড় আয় 15,000 টাকা । রহিম বলল তার পরিবারের সদস্যদেরও গড় আয় একই রকম, যদিও তার পরিবারের সদস্য সংখ্যা হচ্ছে ছয় জন। মারিয়া বলল যে তার পরিবারের পাঁচ জন সদস্য আছে, যাদের মধ্যে এক জন কোনো কাজ করেনা। সে হিসাব করে দেখল যে তার পরিবারে সদস্যদের গড় আয়ও ওই একই রকম ভাবে 15,000 টাকা। তারা খুব অবাক হল, যেহেতু তারা জানে যে মারিয়ার বাবার আয় অনেক বেশি। তারা বিস্তারিত খোঁজ খবর নেওয়ার পর নিম্নলিখিত

পরিবারের আয়			
ক্রম	রাম	রহিম	মারিয়া
1.	12,000	7,000	0
2.	14,000	10,000	7,000
3.	16,000	14,000	8,000
4.	18,000	17,000	10,000
5.	......	20,000	50,000
6.	......	22,000	......
মোট আয়	60,000	90,000	75,000
গড় আয়	15,000	15,000	15,000

তথ্যগুলো একত্রিত করল :

তুমি কি লক্ষ করেছ যে যদিও সবার গড় আয় একই রকম, কিন্তু ব্যক্তিগত আয়ের ক্ষেত্রে অনেক পার্থক্য আছে?

ইহা স্পষ্ট যে গড় আয়ের সংখ্যাগুলো শুধু মাত্র একটি দিক দর্শায়, অর্থাৎ আয়ের রাশিগুলোর একটি প্রতিনিধির আকার বোঝায়। এটিকে আরো ভালোভাবে বুঝতে গেলে তোমাকে মানগুলোর পরস্পরের মধ্যে পার্থক্য সম্পর্কেও জানার প্রয়োজন হবে। তুমি লক্ষ করে দেখবে যে, রামের পরিবারে আয়ের বৈষম্য তুলনামূলকভাবে কম। রহিমের পরিবারে বৈষ্যম্য একটু বেশি এবং মরিয়ার পরিবারে বৈষম্য সবচেয়ে বেশি। তাই কেবলমাত্র গড় সম্পর্কে ধারণাই যথেস্ট নয়। যদি তুমি এমন কোনো মান সম্পর্কে জান, যা আয়গুলোর মধ্যে

পরিবতর্নের পরিমাণ বা মাত্রাকে প্রদর্শিত করে, তবে বণ্টন সম্পর্কে তোমাদের ধারণা আরও স্পষ্ট হবে।

উদাহরনস্বরূপ, মাথাপিছু আয় শুধু গড় আয়ের ধারণা দেয়। বিস্তৃতির পরিমাপগুলো তোমাকে আয় বৈষ্যম্য সম্পর্কে বলতে পারে। এটা সমাজের বিভিন্ন শ্রেণির লোকদের আপেক্ষিক জীবনযাত্রার মান সম্পর্কে তোমার জ্ঞান বৃদ্ধি করবে।

গড় হতে রাশিতথ্যমালার মানসমূহের পার্থক্য বা ভেদ পরিমাপক সংখ্যাকে বিস্তৃতি (Dispersion) বলে। অন্যভাবে বলা যায়, সে সংখ্যাগত পরিমাপের সাহায্যে কোনো পরিসংখ্যা বণ্টন বা রাশিতথ্যমালার মানসমূহ এদের পরিসংখ্যান গড়ের চারদিকে কীভাবে বিস্তৃত অথবা মান সমূহের সহিত পরিসংখ্যা গড়ের পার্থক্য বা ভেদ প্রকাশ করা হয় তাকে বিস্তৃতির পরিমাপ বলে।

বহুল ব্যবহৃত বিস্তৃতির পরম পরিমাপকগুলো হল -

(i) প্রসার (Range)

(ii) চতুর্থক বিচ্যুতি (Quartile Deviation)

(iii) গড় বিচ্যুতি (Mean Deviation)

(iv) সমক পার্থক্য বা আদর্শ বিচ্যুতি (Standard Deviation)

উল্লিখিত পরিমাপগুলো ছাড়াও বিস্তৃতির পরিমাপের ক্ষেত্রে লেখচিত্রগত পদ্ধতিও প্রচলিত আছে।

প্রসার এবং চতুর্থক বিচ্যুতি দ্বারা বিস্তৃতির পরিমাপ করতে মান বা স্কোরগুলোর মধ্যবর্তী বিস্তার গণনা করা হয়। গড় বিচ্যুতি এবং আদর্শ বিচ্যুতির ক্ষেত্রে, মান বা স্কোরগুলোর গড় থেকে ওই মানগুলোর পার্থক্যের বিস্তার পরিমাপ করা হয়।

2.মানগুলোর বিস্তারের উপর ভিত্তি করে পরিমাপসমূহ (Measures based upon spread of values)

প্রসার : প্রসার (R) হল একটি বণ্টনের উচ্চতম (L) এবং নিম্নতম (S) মানের পার্থক্য।

সুতরাং, $R = L - S$

কাজ

নীচের মানগুলো দেখো :

20, 30, 40, 50, 200

- প্রসার নির্ণয় করো।
- যদি রাশি তথ্যের সেটে 200 মানটি না থাকে তাহলে প্রসার কত হবে?
- যদি মান 50 - এর জায়গায় 150 করা হয় তবে প্রসার কত হবে?

প্রসার : মতামত

প্রসার চরম মান দ্বারা বিশেষভাবে প্রভাবিত হয়। এর মান নির্ণয়ে রাশিমালার প্রত্যেকটি পদ ব্যবহৃত হয় না যদি উচ্চ এবং নিম্ন মান অপরিবর্তিত থাকে, তবে অন্যান্য মানগুলোর পরিবর্তন প্রসারকে প্রভাবিত করতে পারে না। প্রান্তীয় শ্রেণিবিভাগ মুক্ত হলে প্রসারের মান নির্ণয় করা যায় না।

প্রসারের অধিক বা উচ্চ মান অধিক বা উচ্চ বিস্তৃতিকে নির্দেশিত করে, এর বিপরীতে কম বা নিম্ন মান কম বা নিম্ন বিস্তৃতিকে নির্দেশিত করে।

কিছু সীমাবদ্ধতা থাকা সত্ত্বেও প্রসারকে সহজ হিসাব করা যায়। তাই এর বহুল ব্যবহার দেখা যায়। উদাহরণস্বরূপ, আমরা প্রায় প্রতিদিন টেলিভিশনের পর্দায় বিভিন্ন শহরের

মুক্ত-প্রান্তীয় বণ্টন হল সেগুলো যেখানে নিম্ন শ্রেণির নিম্ন সীমা অথবা উচ্চ শ্রেণির উচ্চসীমা অথবা এই দুটিই নির্দিষ্ট থাকে না।

কাজ

- একটি সংবাদপত্র থেকে 10 টি কোম্পানির 52 সপ্তাহের শেয়ারের উচ্চ/নিম্ন দামের তথ্য সংগ্রহ করো। শেয়ারের দামের প্রসার নির্ণয় কর। কোন্ কোম্পানির শেয়ারের দাম খুব পরিবর্তনশীল এবং কোন্টি খুব স্থিতিশীল?

উচ্চ এবং নিম্ন তাপমাত্রা দেখে থাকি এবং তাদের তাপমাত্রা এই তারতম্যের উপর ভিত্তি করেই আবহাওয়ার একটি ধারণা জন্মায়।

চতুর্থক বিচ্যুতি (Quartile Deviation)

কোনো বন্টনে প্রান্তীয় উচ্চ বা নিম্ন মানের আধিক্য থাকলে বিস্তৃতির পরিমাপ হিসেবে প্রসারের উপযোগিতা কমে যায়। এক্ষেত্রে এমন একটি পরিমাপের প্রয়োজন হয় যা বণ্টনের প্রান্তীয় উচ্চ বা নিম্ন মানের দ্বারা প্রভাবিত হয় না।

এই পরিস্থিতিতে, যদি সমস্ত রাশিতথ্যগুলোকে চারটি সমান ভাগে ভাগ করা হয়, প্রত্যেক ভাগে 25% করে মান থেকে থাকে, তবে আমরা চতুর্থকগুলোর মান এবং মধ্যম মান পেতে পারি। (তোমরা পঞ্চম অধ্যায়ে এ বিষয়ে পড়েছ)।

উচ্চ এবং নিম্ন চতুর্থক (Q_3 এবং Q_1) চতুর্থক পার্থক্যের হিসাবের জন্য ব্যবহৃত হয় যা হল Q_3-Q_1। চর্তুথক পার্থক্যের মান একটি বণ্টনের মধ্যবর্তী 50% মানের উপর নির্ভরশীল এবং কোনো প্রান্তীয় মান দ্বারা প্রভাবিত হয় না। চর্তুথক পার্থক্যের মানের অর্ধেককে চতুর্থক বিচ্যুতি (Quartile Deviation বা Q.D) বলে। সুতরাং,

$$Q.D. = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

চতুর্থক বিচ্যুতিকে (Q.D) অর্ধ-আন্ত চর্তুথক (Semi - inter Quartile) পার্থক্যও বলা হয়।

অবিন্যস্ত রাশিতথ্যের (Ungrouped data) ক্ষেত্রে প্রসার এবং চতুর্থক বিচ্যুতির পরিমাপ :

উদাহরণ - 1

নীচের পর্যবেক্ষণগুলো থেকে প্রসার এবং চতুর্থক বিচ্যুতির পরিমাপ করো।

20, 25, 29, 30, 35, 39, 41, 48, 51, 60 এবং 70

Q_1 হল $\frac{n+1}{4}$ তম পদের মান।

n এর মান 11 হলে, Q_1 হল তৃতীয়তম পদের মান। যেহেতু মান বা পর্যবেক্ষণগুলো আগে থেকেই মানের উর্ধ্বক্রম অনুসারে সাজানো আছে, এখানে স্পষ্ট দেখা যায় যে Q_1, তৃতীয়তম মান, যা হল 29। (যদি পর্যবেক্ষণগুলো মানের ক্রম অনুসারে সাজানো না থাকে তবে তোমরা কী করবে?)।

একইভাবে, $Q_3 = \frac{3(n+1)}{4}$ তম পদের মান অর্থাৎ নবমতম পদের মান, যা হল 51, সুতরাং $Q_3 = 51$

চর্তুথক বিচ্যুতি

$$(Q.D.) = \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{51-29}{2} = 11$$

তোমরা কী লক্ষ করেছ যে চতুর্থক বিচ্যুতি হল মধ্যমান থেকে চর্তুথক গুলোর পার্থক্যের গড় ?

কাজ

- মধ্যমমান নির্ণয় করে উপরের বক্তব্যটির সত্যতা যাচাই করো।

পরিসংখ্যা বিভাজনের ক্ষেত্রে প্রসার এবং চতুর্থক বিচ্যুতি নির্ণয় করো

উদাহরণ - 2

নীচে দেওয়া একটি শ্রেণির 40 জন ছাত্রের প্রাপ্ত নম্বরের বিভাজন থেকে প্রসার এবং চর্তুথক বিচ্যুতি নির্ণয় করো।

সারণি 6.1

শ্রেণি ব্যবধান CI	ব্যবধান ছাত্র সংখ্যা (F)
0-10	5
10-20	8
20-40	16
40-60	7
60-90	4
	40

প্রসার হল উচ্চ শ্রেণির উচ্চসীমা এবং নিম্ন শ্রেণির নিম্ন সীমার পার্থক্য শুধুমাত্র। সুতরাং এখানে প্রসার হল 90 - 0 = 90. চতুর্থক বিচ্যুতির জন্য প্রথমে (নিম্নে প্রদত্ত) ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বিভাজন করতে হবে:

শ্রেণি ব্যবধান CI	পরিসংখ্যা (f)	ক্রমযৌগক পরিসংখ্যা (C.f.)
0-10	5	05
10 - 20	8	13
20 - 40	16	29
40 - 60	7	36
60 - 90	4	40
	n = 40	

অবিচ্ছিন্ন সারিতে Q_1 হল $\frac{n}{4}$ তম পদের মান। সুতরাং এটা হল 10 তম পদের মান। 10 তম পদের মানযুক্ত শ্রেণি হল 10 - 20। এখানে Q_1 এই 10 - 20 শ্রেণির মধ্যেই অবস্থানরত। এখন Q_1 এর মান নির্ভুলভাবে নির্ণয় করতে নীচের সূত্রটি ব্যবহার করা যেতে পারে।

$$Q_1 = L + \frac{\frac{n}{4} - cf}{f} \times i$$

যেখানে L = 10 (চর্তুথক সম্পর্কিত শ্রেণির নিম্নসীমা)
c.f.= 5 (চর্তুথক সম্পর্কিত শ্রেণির আগের শ্রেণির c.f.)
i = 10 (চর্তুথক সম্পর্কিত শ্রেণির ব্যবধান), এবং
f = 8 (চর্তুথক সম্পর্কিত শ্রেণির পরিসংখ্যা)

সুতরাং, $Q_1 = 10 + \frac{10-5}{8} \times 10 = 16.25$

একইভাবে, Q_3 হল $\frac{3n}{4}$ তম পদের মান অর্থাৎ

30 তম পদের মান যা 40-60 শ্রেণির মধ্যে অবস্থান করছে। এখন Q_3এর সূত্র প্রয়োগ করে এর মান নীচে নির্ণয় করা হল :

$$Q_3 = L + \frac{\frac{3n}{4} - c.f}{f} \times i$$

$$Q_3 = 40 + \frac{30-29}{7} \times 20$$

$$Q_3 = 42.87$$

$$Q.D = \frac{42.87 - 16.25}{2} = 13.31$$

> স্বতন্ত্র এবং বিচ্ছিন্ন সারিতে, Q_1 হল $\frac{n+1}{4}$ তম পদের মান, কিন্তু অবিচ্ছিন্ন বণ্টনে এটা $\frac{n}{4}$ তম পদের মান একইভাবে, Q_3এবং মধ্যমানের জন্যও (n + 1) এর পরিবর্তে n ব্যবহৃত হয়।

যদি সম্পূর্ণ গ্রুপটিকে 2 টি সমান ভাগে ভাগ করা হয় এবং প্রত্যেক ভাগের মধ্যমমান নির্ণয় করা হয়, তবে তোমরা ভাল ছাত্রদের মধ্যমমান এবং দুর্বল ছাত্রদের মধ্যমান পাবে। এই মধ্যমমানগুলোর সম্পূর্ণ গ্রুপের মধ্যম মান থেকে পার্থক্য হবে গড়ে 13.31 একইভাবে, ধরো তোমার কাছে একটি শহরের লোকেদের আয় সম্পর্কিত তথ্য আছে। সমস্ত লোকের আয়ের মধ্যম মান নির্ণয় করা যেতে পারে। এখন যদি সমস্ত লোককে ধনী এবং দরিদ্র এই দুটি সমান গ্রুপে ভাগ করা হয়, তবে ওই দুটি গ্রুপের মধ্যম মানও নির্ণয় করা যেতে পারে। চর্তুথক বিচ্যুতি তোমাকে বলে দেবে সম্পূর্ণ গ্রুপের মধ্যম মান থেকে ধনী গ্রুপ এবং দরিদ্র গ্রুপের মধ্যম মানগুলোর পার্থক্যের গড় হিসাব।

চর্তুথক বিচ্যুতি (Q.D.) সাধারণত অমুক্ত বণ্টনের ক্ষেত্রে পরিমাপ করা হয়ে থাকে এবং এটা চরম মান দ্বারা অযথা প্রভাবিত হয় না।

3. গড় থেকে বিস্তৃতির পরিমাপ

(Measures of Dispersion from Average)

তোমাদের হয়তো মনে আছে যে বিস্তৃতি বলতে বোঝায় কোন বণ্টনের বিভিন্ন মানগুলো বণ্টনের গড় মান থেকে কতটা দূরে রয়েছে। প্রসার এবং চতুর্থক বিচ্যুতি মানগুলো তাদের গড় থেকে কত দূরে অবস্থান করছে তার পরিমাপ করার ক্ষেত্রে উপযোগী নয়। তথাপি প্রসার ও চর্তুথক বিচ্যুতির মানগুলোর ক্ষেত্রে পার্থক্যের পরিমাপের দ্বারা বিস্তৃতি সম্বন্ধে একটি ধারণা দিতে পারে। গড় বিচ্যুতি এবং আদর্শ বিচ্যুতি বা সমক পার্থক্য হল এমন দুটি পরিমাণ পদ্ধতি। যেখানে তথ্যসারির প্রতিটি মানের গড় হতে ব্যবধান পরিমাপ করে।

গড় হল একটি কেন্দ্রীয় মান, একটি তথ্যসারির প্রতিটি মান থেকে কেন্দ্রীয় মান বিয়োগ করে যে ব্যবধান পাওয়া যায় তা ধনাত্মক বা ঋণাত্মক মান সম্পন্ন হয়। এখন যদি এগুলোকে যোগ করা হয় তবে যোগফল থেকে কোনো মান বের হবে না। বাস্তবে যৌগিক গড় থেকে মানগুলোর বিচ্যুতি বা পার্থক্যগুলোর যোগফল সর্বদা শূন্য হবে। নীচের দুইটি সেটের মানগুলো লক্ষ করো:

সেট A : 5, 9, 16

সেট B : 1, 9, 20

তুমি লক্ষ করে দেখো যে সেট B তে মানগুলো তাদের গড় মান থেকে অনেক দূরে অবস্থান করেছে। এক্ষেত্রে সেট - A এর মানগুলোর তুলনায় সেট - B - এর মানগুলো অনেকটাই বিচ্ছুরিত বা বিক্ষিপ্ত। মানগুলোর যৌগিক গড় থেকে তাদের বিচ্যুতিগুলোর পরিমাপ করো এবং সবগুলোকে যোগ করো। তুমি কী দেখতে পাচ্ছ? একই রকমভাবে মধ্যম মানের জন্যে পুনরাবৃত্তি করো। তুমি কি এই গননাকৃত মানগুলো থেকে পরিবর্তনের পরিমাণের উপর ভিত্তি করে তোমার মতামত ব্যক্ত করতে পারো? গড় বিচ্যুতি, বিচ্যুতিগুলোর গাণিতিক চিহ্নগুলোকে উপেক্ষা করে এই সমস্যা সমাধানের চেষ্টা করে। অর্থাৎ এটা সবগুলো বিচ্যুতির মানকে ধনাত্মক হিসেবে গণ্য করে। সমক

পার্থক্যের ক্ষেত্রে বিচ্যুতিগুলোকে বর্গ করে তাদের গড় নেওয়া হয় এবং পরে এই গড়কে বর্গমূল করা হয়। আমরা এখন এদের সম্পর্কে বিস্তারিত ভাবে আলোচনা করব।

গড় বিচ্যুতি (Mean Deviation)

মনে করো, পাঁচটি শহর A, B, C, D, এবং E এর ছাত্রছাত্রীদের জন্য একটি কলেজ স্থাপনের প্রস্তাব পেশ করা হয়েছে। শহরগুলো একটি রাস্তার উপরে ক্রমানুসারে অবস্থিত। A- শহর থেকে অন্যান্য শহরগুলোর দূরত্ব (কিলোমিটারে) এবং এই শহরগুলোর ছাত্রছাত্রী সংখ্যা নীচে দেয়া হল :

শহর	A-শহর থেকে দূরত্ব	ছাত্রছাত্রী সংখ্যা
A	0	90
B	2	150
C	6	100
D	14	200
E	18	80
	620	

এখন, যদি কলেজটি A-শহরে স্থাপিত হয়, তবে B-শহরের 150 জন ছাত্রছাত্রীর প্রত্যেকে 2 কিমি করে দূরত্ব অতিক্রম করতে হবে (মোট 300 কিমি) কলেজটিতে পৌঁছানোর জন্য। এখানে মূল উদ্দেশ্য হল এমন একটি অবস্থান খুঁজে বের করা যাতে ছাত্রছাত্রীদের দূরত্ব অতিক্রম করার গড় নূন্যতম হয়।

তুমি লক্ষ করে দেখবে যে যদি কলেজটি A বা E শহরে অবস্থিত হয় তবে ছাত্রছাত্রীদেরকে গড়ে বেশি দূরত্ব অতিক্রম করতে হবে। অন্যদিকে যদি এটা মধ্যবর্তী কোনো স্থানে হয় তবে তাদেরকে অপেক্ষাকৃত কম দূরত্ব অতিক্রম করতে হবে। গড় বিচ্যুতি হল ছাত্রছাত্রীদের দূরত্ব অতিক্রমের গড় পরিমাপ করার একটি উপযুক্ত পরিসংখ্যানগত পদ্ধতি। গড় বিচ্যুতি হল মানগুলোর গড় থেকে তাদের বিচ্যুতি বা পার্থক্যের যৌগিক গড়। এখানে মানগুলোর গড় হিসাবে যৌগিক গড় বা মধ্যম মান নেওয়া হতে পারে।

(যেহেতু সংখ্যাগুরুমান একটি স্থায়ী গড় নয়, তাই এটা গড় বিচ্যুতির পরিমাপে ব্যাবহৃত হয় না।)

কাজ

- যদি কলেজটি শহর A, শহর C বা শহর E - তে স্থাপিত হয় তবে ছাত্রছাত্রীদের অতিক্রান্ত মোট দূরত্ব পরিমাপ করো। কলেজটি যদি শহর A এবং E এর ঠিক মাঝখানে অবস্থিত হয় তবে মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব কত হবে?
- তোমাদের মতামত বলো, যদি প্রতি শহরে একজন করে ছাত্র / ছাত্রী থাকে তবে কলেজটি কোথায় স্থাপিত হওয়া উচিত? এর ফলে কি তোমাদের উত্তর বদলে যাবে?

অবিন্যস্ত রাশি তথ্যের ক্ষেত্রে যৌগিক গড় থেকে গড় বিচ্যুতির পরিমাপ (Calculation of Mean Deviation from Arithmetic Mean for ungrouped data)

প্রত্যক্ষ পদ্ধতি :

ধাপসমূহ :

(i) মানগুলোর যৌগিক গড় (AM) পরিমাপ করতে হবে।

(ii) যৌগিক গড় (AM)এবং প্রত্যেকটি মানের পার্থক্য পরিমাপ করতে হবে। সবগুলো পার্থক্য মানকে ধনত্মক হিসাবে গণ্য করতে হবে। এগুলো $|d|$ চিহ্ন দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

(iii) এই পার্থক্য মান গুলোর যৌগিক গড়ই (AM) হল গড় বিচ্যুতি (M.D.)

অর্থাৎ $MD = \frac{\Sigma|d|}{n}$

উদাহরণ - 3

নীচের দেয়া মানগুলোর গড় বিচ্যুতি পরিমাপ করো:

2, 4, 7, 8, এবং 9

এখানে যৌগিক গড় $(AM) = \frac{\Sigma X}{n} = 6$

X	$\|d\|$
2	4
4	2
7	1
8	2
9	3
	12

গড় বিচ্যুতি বা $M.D._{(\bar{x})} = \frac{12}{5} = 2.4$

অবিন্যস্ত রাশি তথ্যের ক্ষেত্রে মধ্যম মান থেকে গড় বিচ্যুতির পরিমাপ (Mean Deviation from Median for ungrouped data)

● **পদ্ধতি : -**

উদাহরণ - 3 এর মানগুলো ব্যবহার করে, মধ্যম মান থেকে গড় বিচ্যুতি (M.D.) নিম্নলিখিত ভাবে পরিমাপ করা যেতেপারে।

(i) মধ্যম মান পরিমাপ করো যা হল 7।

(ii) মধ্যম মান থেকে মানগুলোর চূড়ান্ত পার্থক্য পরিমাপ করো এবং তাদেরকে $|d|$ দ্বারা প্রকাশ করো।

(iii) এই চূড়ান্তপার্থক্যের মানগুলোর গড় বের করো। এটাই হল গড় বিচ্যুতি

উদাহরণ - 5

X	d = X - মধ্যম মান
2	5
4	3
7	0
8	1
9	2
	11

সুতরাং, মধ্যম মান থেকে গড় বিচ্যুতি (M.D.) হল

$$\text{M.D. (মধ্যম মান)} = \frac{\Sigma|d|}{n} = \frac{11}{5} = 2.2$$

অবিচ্ছিন্ন বন্টনের ক্ষেত্রে যৌগিক গড় থেকে গড় বিচ্যুতি (Mean Deviation from Mean for Continuous distribution)

সারনি 6.2

কোম্পানির মুনাফা (লাখ টাকাতে) শ্রেণি ব্যবধান	কোম্পানির সংখ্যা
10 - 20	5
20 - 30	8
30 - 50	16
50 - 70	8
70 - 80	3
	40

ধাপ :

(i) বন্টনটির যৌগিক গড় নির্ণয় করো।

(ii) যৌগিক গড় থেকে শ্রেণি মধ্যবিন্দুর পার্থক্য $|d|$ নির্ণয় করো।

(iii) প্রতিটি $|d|$ এর মানকে তার নিজস্ব বা অনুরূপ (Corresponding) পরিসংখ্যা (f) দিয়ে গুণ করে $f.|d|$ নির্ণয় করো। প্রতিটি $f|d|$ যোগ করে $\Sigma f|d|$ বের করো।

(iv) নীচের সূত্রটি প্রয়োগ করো।

$$M.D._{\bar{x}} = \frac{\Sigma f|d|}{\Sigma f}$$

সারনি 6.2 -এ প্রদর্শিত বন্টনটির গড় বিচ্যুতি নীচে পরিমাপ করে দেখানো হল

উদাহরণ - 6

শ্রেণি ব্যবধান C.I.	পরিসংখ্যা (f)	শ্রেণি মধ্যবিন্দু (M.P.)	$\|d\|$	$f\|d\|$
10-20	5	15	25.5	127.5
20-30	8	25	15.5	124.0
30-50	16	40	0.5	8.0
50-70	8	60	19.5	156.0
70-80	3	75	34.5	103.5
	40			519.0

$$M.D._{(\bar{x})} = \frac{\Sigma f|d|}{\Sigma f} = \frac{519}{40} = 12.975$$

মধ্যম মান থেকে গড় বিচ্যুতি
(Mean Deviation from Median)

সারণি - 6.3

শ্রেণি ব্যবধান	পরিসংখ্যা
20 - 30	5
30 - 40	10
40 - 60	20
60 - 80	9
80 - 90	6
	50

মধ্যম মান থেকে গড় বিচ্যুতি পরিমাপ করার পদ্ধতি যৌগিক গড় থেকে গড় বিচ্যুতি পরিমিাপের অনুরূপ। এখানে শুধু ব্যাতিক্রম হল, বিচ্যুতি বা পার্থক্যগুলো মধ্যম মান থেকে নিতে হবে, যা নীচে দেখানো হল।

উদাহরণ - 7

C.I	(f)	(m.p.)	$\lvert d\rvert$	$f\lvert d\rvert$
20 - 30	5	25	25	125
30 - 40	10	35	15	150
40 - 60	20	50	0	0
60 - 80	9	70	20	180
80 - 90	6	85	35	210
	50			665

$$\text{M.D. (মধ্যম মান)} = \frac{\Sigma f|d|}{\Sigma f} = \frac{665}{50} = 13.3$$

গড় বিচ্যুতি : মতামত

গড় বিচ্যুতির পরিমাপ সকল মানের উপর ভিত্তি করে হয়। যে কোনো একটি মানের পরিবর্তনেও এর উপর প্রভাব পড়ে ইহা যেমন মধ্যমমান থেকে পরিমাপে করা হয় তখন এর মান সর্বনিম্ন হয় অর্থাৎ যৌগিক গড় থেকে পরিমাপ করলে তুলনামূলক বেশি হয়। বিচ্যুতি বা পার্থক্যগুলোর গাণিতিক চিহ্নগুলো উপেক্ষা করা হয় এবং মুক্ত বণ্টনের ক্ষেত্রে এটা পরিমাপ করা যায় না।

সমক পার্থক্য বা আদর্শ বিচ্যুতি (Standard Deviation) সমক পার্থক্য হল বিচ্যুতির সর্বাপেক্ষা গুরুত্বপূর্ণ পরম পরিমাপক এবং এর মান রাশিতথ্যমালার যৌগিক গড় হতে রাশিসমূহের পার্থক্যগুলোর বর্গসমূহের যৌগিক গড়ের ধনাত্মক বর্গমূলের সমান। সুতরাং, যদি এখানে X_1, X_2, X_3, X_4 এবং X_5 এই পাঁচটি মান থাকে তবে প্রথমে তাদের যৌগিক গড় পরিমাপ করতে হবে। তারপর যৌগিক গড় থেকে রাশিসমূহের পার্থক্য গুলোর মান বের করতে হবে। এই পার্থক্যের মানগুলোর বর্গ করতে হবে। রাশিতথ্যমালার যৌগিক গড় থেকে রাশিগুলোর পার্থক্যের বর্গের সমষ্টিকে মোট রাশিসংখ্যা দ্বারা ভাগ করলে যে মান পাওয়া যায় তাকে ভেদমান (Variance) বলে। এই ভেদমানের ধনাত্মক বর্গমূল হল সমক পার্থক্য (মনে রাখবে যে সমক পার্থক্য শুধুমাত্র যৌগিক গড়ের উপর ভিত্তি করে করা হয়)।

অবিন্যস্ত রাশিতথ্যের ক্ষেত্রে সমক পার্থক্য নির্ণয়
(Calculation of Standard Deviation for ungrouped data)

স্বতন্ত্র মানের পার্থক্য পরিমাপ করার চারটি বিকল্প পদ্ধতি আছে। সবগুলো পদ্ধতি সমক পার্থক্যের সমান পরিণাম দেয়। এই বিকল্পগুলো হল -

(i) প্রকৃত গড় পদ্ধতি (Actual Mean Method)
(ii) কল্পিত গড় পদ্ধতি (Assumed Mean Method)
(iii) প্রত্যক্ষ পদ্ধতি (Direct Method)
(iv) ধাপ-বিচ্যুতি পদ্ধতি (Step-Deviation Method)

প্রকৃত গড় পদ্ধতি

মনে করো তোমাকে নীচের মানগুলোর সমক পার্থক্য নির্ণয় করতে হবে। 5,10,25,30,50

প্রথম ধাপ হলো গড় $(\bar{X})$ পরিমাপ করা

$$\bar{X} = \frac{5+10+25+30+50}{5} = \frac{120}{5} = 24$$

উদাহরণ - ৪

x	d(x-$\bar{x}$)	d^2
5	-19	361
10	-14	196
25	+1	1
30	+6	36
50	+26	676
	0	1270

নীচের সূত্রটি ব্যবহার করো:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n}}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma(x-\bar{x})^2}{n}}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1270}{5}} = \sqrt{254} = 15.937$$

তুমি কি লক্ষ করেছ, উপরের উদাহরণে কোন্ মান থেকে বিচ্যুতিগুলো পরিমাপ করা হয়েছে? এটা কি প্রকৃত গড়?

কল্পিত গড় পদ্ধতি

অনুরূপ মানগুলোর ক্ষেত্রে, বিচ্যুতি বা পার্থক্যগুলো যে-কোন অবাধ মান (arbitary value) $A\bar{x}$ থেকে পরিমাপ করা হয় অর্থাৎ $d = X - A\bar{x}$ ।এখানে $A\bar{x} = 25$ ধরো। সমক পার্থক্যের হিসাবটি নীচে দেখানো হল:

উদাহরণ - 9

x	d = (x-A$\bar{x}$)	d^2
5	-20	400
10	-15	225
25	0	0
30	+5	25
50	+25	625
	-5	1275

সমক পার্থক্যের সূত্রটি হল -

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n} - \left\{\frac{\sum d}{n}\right\}^2}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1275}{5} - \left\{\frac{-5}{5}\right\}^2} = \sqrt{254} = 15.937$$

লক্ষ করে দেখো যে প্রকৃত গড় ছাড়া অন্য যে কোনো মান থেকে প্রাপ্ত বিচ্যুতি গুলোর মোট যোগফল শূন্যের (0) সমান হয় না। সমক পার্থক্যের একটি গুরুত্বপূর্ণ বৈশিষ্ট্য হল যে কোনো চলকের মানসমূহের প্রত্যেকের সহিত যদি একটি ধ্রুবক রাশি যোগ করা হয় বা প্রত্যেকটি থেকে একটি ধ্রুবক রাশি বিয়োগ করা হয়, তবে চলরাশির সমক পার্থক্যের মানের কোনো পরিবর্তন হয় না। তাই সমক পার্থক্য মূলবিন্দুর অবস্থানের উপর নির্ভরশীল নয়।

প্রত্যক্ষ পদ্ধতি (Direct Method)

এই পদ্ধতিতে মানগুলো থেকে সরাসরি সমক পার্থক্য নির্ণয় করা যায়; এখানে বিচ্যুতিকে গণনায় আনা হয় না। একটি উদাহরণের সাহায্য নেওয়া হল -

উদাহরণ - 10

X	X^2
5	25
10	100
25	625
30	900
50	2500
120	4150

(এই বিচ্যুতিগুলো শূন্য থেকে নেওয়া হয়েছে ধরে নেওয়া যায়)

নীচের সূত্রটি ব্যবহার কার হল -

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum X^2}{n} - (\bar{X})^2}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{4150}{5} - (24)^2} = \sqrt{254} = 15.937$$

ধাপ বিচ্যুতি পদ্ধতি

যদি কোনো বণ্টনের মানগুলো কোনো সাধারণ গুণনীয়ক দ্বারা বিভাজ্য হয়, তবে এগুলোকে ভাগ করা যায় এবং এই ভাগফলগুলো থেকে সমক পার্থক্য পরিমাপ করা যায়। ঘটনাটি নীচে দেখানো হল :

উদাহরণ - 11

যেহেতু সবগুলো মান একটি সাধারণ উৎপাদক 5 দ্বারা বিভাজ্য। সুতরাং আমরা 5 দিয়ে ভাগ করে নীচের মানগুলো পাই:

x	x′	d′(X′-x′)	d'^2
5	1	-3.8	14.44
10	2	-2.8	7.84
25	5	+0.2	0.04
30	6	+1.2	1.44
50	10	+5.2	27.04
		0	50.80

উপরোক্ত সারণিতে, $x' = \frac{x}{c}$

যেখানে C = সাধারণ উৎপাদক

গণনার প্রথম পদক্ষেপটি হল -

$$\overline{X}' = \frac{1+2+5+6+10}{5} = \frac{24}{5} = 4.8$$

সমক পার্থক্য নির্ণয় করতে নীচের সূত্রটি প্রয়োগ করা হল

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma d'^2}{n}} \times c$$

মানগুলো প্রতিস্থাপন করে পাই -

$$\sigma = \sqrt{\frac{50.80}{5}} \times 5$$

$$\sigma = \sqrt{10.16} \times 5$$

$$\sigma = 15.937$$

অনুরূপভাবে, মানগুলোকে একটি সাধারণ উৎপাদক দ্বারা ভাগ করার পরিবর্তে বিচ্যুতিগুলোকে একটি সাধারণ গণনীয়ক দ্বারা ভাগ করা যেতে পারে। সম্যক পার্থক্যের পরিমাপ নীচে দেখানো হল:

উদাহরণ - 12

X	d = (x − 25)	d′=(d/5)	d'^2
5	-20	-4	16
10	-15	-3	9
25	0	0	0
30	+5	+1	1
50	+25	+5	+25
		-1	51

একটি অবাধ মান 25 থেকে বিচ্যুতি বা পার্থক্যগুলো পরিমাপ করা হয়েছে। বিচ্যুতিগুলোকে ভাগ করার জন্য সাধারন উৎপাদক 5 নেওয়া হয়েছে।

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma d'^2}{n} - \left(\frac{\Sigma d'}{n}\right)^2} \times c$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{51}{5} - \left(\frac{-1}{2}\right)^2} \times c$$

$$\sigma = \sqrt{10.16} \times 5 = 15.937$$

সমক পার্থক্য স্কেল নিরপেক্ষ নয়। সুতরাং, যদি মান বা বিচ্যুতিগুলোকে কোনো সাধারণ উৎপাদক দিয়ে ভাগ করা হয়, তবে ওই সাধারণ উৎপাদককে সম্যক পার্থক্যের মান বের করার সময় সূত্রে ব্যবহার করা হয়।

অবিচ্ছিন্ন পরিসংখ্যা বিভাজনের ক্ষেত্রে সমক পার্থক্য : (Standard Deviation in Continuous frequency distribution)

অবিন্যস্ত রাশি তথ্যের মতো, বিন্যস্ত রাশি তথ্যের ক্ষেত্রেও সমক পার্থক্য নীচের যে-কোনো একটি পদ্ধতিতে নির্ণয় করা যায়।

(i) প্রকৃত গড় পদ্ধতি (Actual Mean Method)

(ii) কল্পিত গড় পদ্ধতি (Assumes Mean Method)

(iii) ধাপ বিচ্যুতি পদ্ধতি (Step Deviation Method)

প্রকৃত গড় পদ্ধতি :

সারণি 6.2 এর মানগুলো থেকে সমক পার্থ্যক্যের পরিমাপ নীচে দেখানো হল।

উদাহরণ - 13

(1) CI	*(2) f*	*(3) m*	*(4) fm*	*(5) d*	*(6) fd*	*(7) fd^2*
10-20	5	15	75	-25.5	-127.5	3251.25
20-30	8	25	200	-15.5	-124.0	1922.00
30-50	16	40	640	-0.5	-8.0	4.00
50-70	8	60	480	+19.5	+156.0	3042.00
70-80	3	75	225	+34.5	+103.5	3570.75
	40		*1620*		*0*	*11790.00*

প্রয়োজনীয় ধাপগুলো লক্ষ্য করো :

1. বণ্টনটির যৌগিক গড় নির্ণয় করো।

$$\bar{x} = \frac{\Sigma fm}{\Sigma f} = \frac{1620}{40} = 40.5$$

2. যৌগিক গড় থেকে মধ্যবিন্দু গুলোর বিচ্যুতি নির্ণয় করো।

3.‘fd’ এর মান (স্তম্ভ - 6) পাওয়ার জন্য বিচ্যুতি গুলোকে তাদের নিজস্ব বা অনুরূপ পরিসংখ্যা দিয়ে গুণ করতে হবে। [মনে রাখবে $\Sigma fd = 0$]

4. ‘fd’ এর মানগুলোর সঙ্গো ‘d’ এর মানগুলো গুন করে ‘fd^2’এর মান (স্তম্ভ-7) নির্ণয় করো। এগুলোকে যোগ করে Σfd^2 নির্ণয় করো।

5. নীচে সূত্রটি প্রয়োগ করা হল -

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{n}} = \sqrt{\frac{11790}{40}} = 17.168$$

কল্পিত গড় পদ্ধতি :

উদাহরণ 13 এর মানগুলোর ক্ষেত্রে, একটি কল্পিত গড় (ধরো 40) থেকে বিচ্যুতিগুলো নিয়ে সমক পার্থক্যের পরিমাপ নীচে দেখানো হল।

উদাহরণ - 14

(1) CI	*(2) f*	*(3) m*	*(4) d*	*(5) fd*	*(6) fd^2*
10-20	5	15	-25	-125	3125
20-30	8	25	-15	-120	1800
30-50	16	40	0	0	0
50-70	8	60	+20	160	3200
70-80	3	75	+35	105	3675
	40			*+20*	*11800*

প্রয়োজনীয় ধাপগুলো লক্ষ কর -

1. শ্রেণি গুলোর মধ্যবিন্দু নির্ণয় করো (স্তম্ভ - 3)
2. একটি কল্পিত গড় থেকে মধ্যবিন্দু গুলোর বিচ্যুতি নির্নয় কর যেন d=m-A হয় (স্তম্ভ-4)। কল্পিত গড় = 40
3. ‘fd’ পাওয়ার জন্য ‘d’ এর মান গুলোকে তাদের নিজস্ব বা অনুরূপ পরিসংখ্যা দিয়ে গুণ করতে হবে (স্তম্ভ -5)। [লক্ষ্য রাখবে যে এই স্তম্ভের মানগুলোর যোগফল শূন্য হবে না। কারণ বিচ্যুতিগুলো একটি কল্পিত গড় থেকে নেওয়া হয়েছে।
4. fd^2 এর মান (স্তম্ভ - 6) পাওয়ার জন্য fd এর মানগুলোকে (স্তম্ভ-5)‘d’- এর মানের সঙ্গো (স্তম্ভ -4) গুণ করতে হবে। Σfd^2 নির্ণয় করো।
5. নীচের সূত্রটির সাহায্যে সমক পার্থক্য নির্ণয় করা হল।

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{n} - \left(\frac{\Sigma fd}{n}\right)^2}$$

$$\text{or} \quad \sigma = \sqrt{\frac{11800}{40} - \left(\frac{20}{40}\right)^2}$$

$$\text{or} \ \sigma = \sqrt{294.75} = 17.168$$

ধাপ বিচ্যুতি পদ্ধতি যদি বিচ্যুতির মানগুলো একটি সাধারণ উৎপাদক দ্বারা ভাগ করা হয়, তবে ধাপ বিচ্যুতি পদ্ধতির সাহায্যে সহজভাবে এর (σ) পরিমাপ করা যায়। নীচের উদাহরণটি লক্ষ করো।

উদাহরণ - 15

(1) CI	(2) f	(3) m	(4) d	(5) d′	(6) fd′	(7) fd′²
10 - 20	5	15	-25	-5	-25	125
20 - 30	8	25	-15	-3	-24	72
30 - 50	16	40	0	0	0	0
50 - 70	8	60	+20	+4	+32	128
70 - 80	3	75	+35	+7	+21	147
	40				+4	472

প্রয়োজনীয় ধাপগুলো লক্ষ করো -

1. শ্রেণি মধ্যবিন্দু (স্তম্ভ-3) নির্ণয় করো এবং অবাধ নির্বাচিত কোনো মান থেকে বিচ্যুতিগুলো বের করো, একেবারে কল্পিত গড় পদ্ধতির অনুরূপে। এই উদাহরণে একটি মান - 40 থেকে বিচ্যুতিগুলো নেওয়া হয়েছে (স্তম্ভ - 4)।

2. বিচ্যুতি গুলোকে একটি সাধারণ উদপাদক ‘C’ দ্বারা ভাগ করো। উপরের উদাহরণে C = 5 ধরা হয়েছে। এর পরে যে মানগুলো পাওয়া গেল সেগুলোকে ‘d’ ধরা হল (স্তম্ভ- 5)।

3. এই ‘d’ এর মানগুলোকে তাদের নিজস্ব পরিসংখ্যা বা f এর মান (স্তম্ভ - 2) দ্বারা গুণ করে ‘fd’ এর মানগুলো (স্তম্ভ - 6) বের করা হল।

4. ‘fd'^2’ এর মান পেতে (স্তম্ভ -7) ‘fd’ এর মানগুলোকে ‘d'’ এর মানগুলো দ্বারা গুণ করা হল।

5. স্তম্ভ - 6 এবং স্তম্ভ - 7 এর মানগুলোকে যোগ করে যথাক্রমে $\Sigma fd'$ এবং $\Sigma fd'^2$ এর মান পাওয়া গেল।

6. নীচের সূত্রটি প্রয়োগ করা হল :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd'^2}{\Sigma f} - \left(\frac{\Sigma fd'}{\Sigma f}\right)^2} \times c$$

$$\text{or} \quad \sigma = \sqrt{\frac{472}{40} - \left(\frac{4}{40}\right)^2} \times 5$$

$$\text{or} \quad \sigma = \sqrt{11.8 - 0.01} \times 5$$

$$\text{or} \quad \sigma = \sqrt{11.79} \times 5$$

$$\sigma = 17.168$$

সমক পার্থক্য : মতামত

সমক পার্থক্য বিস্তৃতির পরিমাপে বহুল প্রচলিত পদ্ধতি। কারন এখানে সবগুলো মানকে গণনায় এনে পরিমাপ করা হয়। সুতরাং যে-কোনো একটি মানের পরিবর্তন সমক পার্থক্যের মানের উপর প্রভাব বিস্তার করে। এটা উৎস নিরপেক্ষ কিন্তু স্কেল্ নিরপেক্ষ নয়।

এটা জটিল ও উন্নত পরিসংখ্যানগত সমস্যার ক্ষেত্রে খুব কার্যকরী।

4. বিস্তৃতির পরম এবং আপেক্ষিক পরিমাপ (Absolute and Relative Measures of Dispersion)

এখন পর্যন্ত আলোচিত সকল পরিমাপ পদ্ধতিগুলো ছিল বিস্তৃতির পরম পরিমাপ। এর এমন একটি মান পরিমাপ করে যা কখনো কখনো ব্যাখ্যা করা কঠিন হয়ে পড়ে। উদাহরণস্বরূপ, নীচের রাশিতথ্যের দুটি সেট ভালোভাবে লক্ষ করো:

সেট - A : 500 700 1000

সেট - B : 1,00,000 1,20,000 1,30,000

মনে করো সেট - A এর মানগুলো হল একজন আইস্ক্রিম বিক্রেতার দৈনিক বিক্রির হিসাব, অন্যদিকে সেট - B এর মানগুলো একটি বড় ডিপার্টমেন্টাল স্টোরের দৈনিক বিক্রির রেকর্ড। সেট - A এর ক্ষেত্রে প্রসার হল 500 যেখানে সেট - B এর ক্ষেত্রে সেটা 30,000। সেট - B এর ক্ষেত্রে প্রসারের মান অনেক বেশি। তুমি কি এটা বলতে পারো যে ডিপার্টমেন্টাল স্টোরের বিক্রিতে পরিবর্তনের হার প্রসারণ অধিক ?এটা খুব স্পষ্ট ভাবে প্রদর্শিত হয় যে সেট - A এর সর্বোচ্চ মানটি সর্বনিম্ন মানের দ্বিগুণ, কিন্তু সেট - Bএ শুধুমাত্র সেটা 30% বেশি। সুতরাং, বিস্তৃতির পরম মান বিস্তৃতির পরিবর্তনের প্রসারণ সম্বন্ধীয় অনুমানকে ভুল পথে চালিত করতে পারে। বিশেষ করে যখন গড়গুলোর মধ্যে উল্লেখযোগ্যভাবে পার্থক্য দেখা যায়।

পরম মান পরিমাপের ক্ষেত্রে আরেকটি দুর্বলতা হল যে তারা উত্তরগুলোকে এককে প্রকাশ করে যেভাবে বাস্তবিক মানগুলো ব্যাখ্যা করা হয়েছে। ফলস্বরূপ, যদি মানগুলোকে কিলোমিটারে প্রকাশ করা হয়ে থাকে তবে বিস্তৃতি ও কিলোমিটারে প্রকাশ করা হবে। কিন্তু যদি সেই মানগুলো মিটারে ব্যক্ত করা থাকে তবে পরম মানের পরিমাপও মিটারে হবে এবং বিস্তৃতির মান 1000 গুণ আকারে প্রদর্শিত হবে।

এই সমস্যার সমাধানের জন্য বিস্তৃতির আপেক্ষিক পরিমাণ ব্যবহার করা যেতে পারে। প্রত্যেক পরম মানের একটি আপেক্ষিক প্রতিরূপ আছে। যেমন প্রসারের জন্য প্রসার গুণাঙ্ক (Coefficient of Range) আছে। প্রসার গুণাঙ্ক নীচের পদ্ধতিতে পরিমাপ করা হয়।

$$\text{প্রসার গুণাঙ্ক} = \frac{L-S}{L+S}$$

যেখানে L = সর্বোচ্চ মান

S = সর্বনিম্ন মান

একইভাবে চতুর্থক বিচ্যুতির জন্য, এটা চতুর্থক বিচ্যুতি গুণাঙ্ক হয় যা নীচের পদ্ধতিতে পরিমাপ করা হয়।

চতুর্থক বিচ্যুতি গুণাঙ্ক (Coefficient of Quartile Deviation)

$$= \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$ যেখানে Q_3 = তৃতীয় চতুর্থক

Q_1 = প্রথম চতুর্থক

গড় বিচুত্যির জন্য গড় বিচ্যুতি গুণাঙ্কের পরিমাপ করা হয়। গড় বিচ্যুতি গুণাঙ্ক -

$$= \frac{M.D.(\bar{X})}{\bar{X}} \text{ অথবা } \frac{M.D.(Median)}{Median}$$

এক্ষেত্রে যদি গড় মানের উপর ভিত্তি করে গড় বিচ্যুতি পরিমান করা হয় তবে একে গড় মান দ্বারা ভাগ করা হয়। যদি গড় বিচ্যুতির পরিমাপে মধ্যম মানের ব্যবহার হয় তবে এক মধ্যম মান দ্বারা ভাগ করা হয়।

সমক পার্থক্যের জন্য, আপেক্ষিক পরিমাপকে বলা হয় ভেদাঙ্ক (Coefficient of Varition) এটা নীচের পদ্ধতিতে পরিমাপ করা হয়।

$$\text{ভেদাঙ্ক} = \frac{\text{সমক পার্থক্য}}{\text{যৌগিক গড়}} \times 100$$

এটাকে সাধারণত শতাংশের হিসাবে ব্যাখ্যা করা হয় এবং বিস্তৃতির আপেক্ষিক পরিমাপে সর্বাধিকভাবে ব্যবহৃত হয়। যেহেতু আপেক্ষিক মান একক মুক্ত হয়, তাই তাদেরকে বিভিন্ন গ্রুপের সঙ্গেও তুলনা করা যেতে পারে, (এই গ্রুপগুলির স্কোর বা মানের একক ভিন্ন হয়)।

5. লরেনজ রেখা (Lorenz Curve)

এখন পর্যন্ত বিস্তৃতির পরিমাপের আলোচনায় বিস্তৃতির একটি সংখ্যাগত মান পাওয়া গেছে। বিস্তৃতির পরিমাপের আর একটি রেখাচিত্র গত পদ্ধতি রয়েছে একে লরেনজরেখা বলে। তুমি হয়তো প্রায়শই এই কথাটি শুনতে পাও যে, দেশের উচ্চ আয়স্তরের 10% লোক জাতীয় আয়ের 50% উপার্জন করে যেখানে একই আয়স্তরের 20% লোকের আয় জাতীয় আয়ের 80%। এই সংখ্যাগুলো থেকে আয় বৈষম্যের একটি স্পষ্ট চিত্র পাওয়া যায়। বৈষম্যের মাত্রাকে নিরূপণ করার জন্য লরেনজ রেখা ব্যবহার করা হয়।

ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার তথ্য ব্যবহার করে এই রেখা অঙ্কন করা হয়। উদাহরণস্বরূপ, আয়ের ক্ষেত্রে লরেঞ্জ রেখা দেখায় জনসংখ্যার কত শতাংশের হাতে মোট আয়ের কত শতাংশ রয়েছে। এটা বিশেষভাবে ব্যবহৃত হয় দুই বা ততোধিক বণ্টনের পরিবর্তনশীলতাকে তুলনা করার জন্য। তাই একই অক্ষে দুই বা ততোধিক লরেঞ্জ রেখা অঙ্কন করা হয়।

লরেঞ্জ রেখার গঠন
(Construction of the Lorenz curve)

নিম্নের ধাপগুলো প্রয়োজনীয় -

১) সারনি 6.4 এ স্তম্ভ (2) পেতে শ্রেণি মধ্যবিন্দু বের করো।

২) প্রতিটি শ্রেণির মধ্যবিন্দু কে ঐ শ্রেণির পরিসংখ্যা দিয়ে গুণ করে প্রতিটি শ্রেণির কর্মচারীদের মোট আয় নির্ণয় করো। সারণি 6.4, স্তম্ভ (4) - এ তা দেখানো হল।

৩) মোট পরিসংখ্যার শতকরা রূপে প্রতিটি শ্রেণির পরিসংখ্যাকে প্রকাশ করো। যা সারণি 6.4 স্তম্ভ (5)-এ পাওয়া যায়।

৪) প্রতিটি শ্রেণির মোট আয়কেও সার্বিক মোট আয়ের শতকরা রূপে প্রকাশ করো। যা সারণি 6.4 স্তম্ভ (6) - এ পাওয়া যায়।

৫) অপেক্ষাকৃত কম ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা এবং ক্রমযৌগিক আয় নির্ণয় করো। সারণি 6.5 এ দেখানো হল।

৬) সারণি 6.5 স্তম্ভ (2) এ কর্মচারীদের ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা দেখানো হল।

৭) সারণি 6.5, স্তম্ভ (3) -এ কর্মচারীদের ক্রমযৌগিক আয় দেখানো হলো।

৮) স্থানাঙ্ক (0,0) এবং (100,100) যুক্ত করে একটি রেখা আঁকো। এটাকে সমবণ্টন রেখা বলে, যা চিত্র 6.1 - এ 'OE' রেখা দ্বারা দেখানো হল।

৯) কর্মচারীদের ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যাকে অনুভূমিক অক্ষে এবং কর্মচারীদের ক্রমযৌগিক আয়কে উল্লম্ব অক্ষে স্থাপন করে লরেঞ্জ রেখা পাব।

- নীচে একটি কোম্পানির কর্মচারীদের মাসিক আয় দেওয়া হলো -

সারণি - 6.4

আয় শ্রেণি	মধ্যবিন্দু (X)	পরিসংখ্যা (f)	মোট আয় (fX)	পরিসংখ্যা (শতাংশ)	মোট আয়ে ভাগ (শতাংশ)
(1)	*(2)*	*(3)*	*(4)*	*(5)*	*(6)*
0-5000	2500	5	12500	10	1.29
5000-10000	7500	10	75000	20	7.71
10000-20000	15000	18	270000	36	27.76
20000-40000	30000	10	300000	20	30.85
40000-50000	45000	7	315000	14	32.39
		50	972500	100	

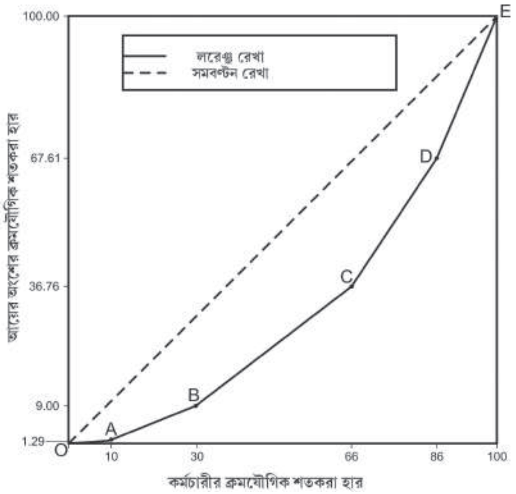
সারণি - 6.5

'অপেক্ষাকৃত কম' ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা এবং আয়

অপেক্ষাকৃত কম আয় (টাকা)	ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (শতাংশ)	ক্রমযৌগিক আয় (শতাংশ)
5,000	10	1.29
10,000	30	9.00
20,000	66	36.76
40,000	86	67.61
50,000	100	100.00

লরেঞ্জ রেখার অধ্যয়ন (Studying the Lorenz curve)

OE কে সমবণ্টন রেখা বলা হয়, যেহেতু এটা এমন একটি অবস্থা নির্দেশ করে, যেখানে শীর্ষ 20% লোক মোট আয়ের 20% উপার্জন করে এবং শীর্ষ 60% লোক মোট আয়ের 60% উপার্জন করে। OABCDE রেখা



এই রেখা (OE) থেকে যত দূরে অবস্থান করবে বণ্টনের মধ্যে অসমতা বা বৈষম্য তত বেশি হবে। যদি একই অক্ষে দুই বা ততোধিক রেখা থাকে, যে রেখাটি OE রেখা থেকে দূরবর্তী হবে সেটির ক্ষেত্রে বৈষম্য সর্বাধিক হবে।

8. উপসংহার (Conclusion)

প্রসারের সংজ্ঞা সম্পূর্ণ এবং গাণিতিক গুণাবলির উপর নির্ভরশীল। এর মান নিরূপণ সহজ।এটা অনাবশ্যকভাবে চরম মান দ্বারা প্রভাবিত হয়। চতুর্থক বিচ্যুতি (QD) চরম মান দ্বারা প্রভাবিত হয় না কারণ এর পরিমাপ রাশি তথ্যের মাঝখানের 50% এর উপর ভিত্তি করে হয়ে থাকে। যদিও, গড় বিচ্যুতি (M.D.) এবং সমক পার্থক্যকে (S.D.) ব্যাখ্যা করা খুবই কঠিন। উভয়ই, মান বা স্কোরগুলোর গড় থেকে তাদের (ওই মানগুলোর) পার্থক্যের বিস্তারের উপর নির্ভর করে। গড় বিচ্যুতি (M.D.) মানগুলোর গড় থেকে নেওয়া বিচ্যুতি গুলোর যৌগিক গড়কে বুঝায়। কিন্তু বিচ্যুতি গুলোর গানিতিক চিহ্নগুলোকে উপেক্ষা করা হয়। একারণে এটা অ-গাণিতিক রূপে প্রদর্শিত হয়। সমক পার্থক্য (S.D.) গড় থেকে প্রাপ্ত বিচ্যুতিগুলোর গড় হিসাব প্রকাশ করে গড় বিচ্যুতির মতো একেও সকল মানের উপর ভিত্তি করে পরিমাপ করা হয়। এটার ব্যবহার অধিক উন্নত পরিসংখ্যানগত সমস্যার ক্ষেত্রে করা হয়। বিস্তৃতির পরিমাপে এটা সর্বাধিক ব্যবহৃত হয়।

সংক্ষিপ্ত বৃত্তি

- বিস্তৃতি পরিমাপ কোনো অর্থনৈতিক চলকের আচরণ সম্পর্কে আমাদের জ্ঞানকে সমৃদ্ধ করে।
- প্রসার এবং চতুর্থক বিচ্যুতি মানগুলোর প্রসারণের উপর ভিত্তি করে হয়ে থাকে।
- গড় বিচ্যুতি এবং সমক পার্থক্য গড় থেকে মানগুলোর বিচ্যুতির উপর ভিত্তি করে।
- বিস্তৃতির পরিমাপ পরম বা আপেক্ষিক হতে পারে।
- পরম পরিমাপ উত্তরগুলোকে এককে প্রকাশ করে যা রাশিতথ্যগুলোকে ব্যাখ্যা করে।
- আপেক্ষিক পরিমাপগুলো এই এককগুলো থেকে মুক্ত থাকে। এদেরকে বিভিন্ন চলকগুলোর মধ্যে তুলনা করার জন্য ব্যবহার করা হয়।
- একটি জ্যামিতিক পদ্ধতি, যা বিস্তৃতিকে একটি রেখার আকারে পরিমাপ করে বা ব্যাখ্যা করে। এই রেখাকে লরেঞ্জ রেখা বলে।

অনুশীলনী

1. কোনো পরিসংখ্যা বিভাজনের বৈশিষ্ট্য সমূহের সম্বন্ধে আলোকপাতের ক্ষেত্রে বিস্তৃতি ও কেন্দ্রীয় প্রবণতা পরিমাপক পরস্পর পরস্পরের পরিপূরক। বক্তব্যটি ব্যাখ্যা করো।
2. বিস্তৃতির কোন্ পরিমাপটি সবচেয়ে ভালো এবং কেন?
3. বিস্তৃতির কিছু পরিমাপ মানগুলোর প্রসারের উপর নির্ভর করে এবং কিছু কিছু ক্ষেত্রে বিস্তৃতির পরিমাপ করা হয় কেন্দ্রীয় মান থেকে মানগুলোর পরিবর্তন উপর নির্ভর করে। তুমি কি এই বক্তব্য সমর্থন কর?
4. একটি শহরে 25% লোক 45,000 টাকার অধিক উপার্জন করে এবং 75% লোক 18,000 টাকার অধিক উপার্জন করে। বিস্তৃতির পরম মান (absolute) এবং আপেক্ষিক (relative) মান নির্ণয় করো।
5. একটি রাজ্যের তথ্য 10 টি জেলার প্রতি একর গম এবং ধান উৎপাদনের নীচে দেওয়া হল।

জেলা :	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
গম :	12	10	15	19	21	16	18	9	25	10
ধান :	22	29	12	23	18	15	12	34	18	12

প্রতিটি ফসলের ক্ষেত্রে নির্ণয় করো :

(i) প্রসার
(ii) চতুর্থক বিচ্যুতি
(iii) গড় থেকে গড় বিচ্যুতি
(iv) মধ্যমমান থেকে গড় বিচ্যুতি
(v) সমক পার্থক্য
(vi) কোন্ ফসলের ক্ষেত্রে ভিন্নতা খুব বেশি?
(vii) প্রত্যেকটি ফসলের ক্ষেত্রে বিভিন্ন পরিমাপগুলোর মানের তুলনা করো।

6. পূর্ববর্তী প্রশ্নে, পরিবর্তনের হারের আপেক্ষিক মান নির্ণয় করো এবং তোমার মতে সর্বাধিক বিশ্বাসযোগ্য মানটিকে চিহ্নিত করো।
7. একটি ক্রিকেট টিমের জন্য ব্যাটস্‌ম্যান নির্বাচন করতে হবে। 'X' এবং 'Y' এর পূর্ববর্তী পাঁচটি টেস্ট ম্যাচের

রানের (Score) ভিত্তিতে নির্বাচন করা হবে।

X : 25 85 40 80 120

Y : 50 70 65 45 80

কোনো ব্যাটস্‌ম্যানকে টিমে নির্বাচন করা উচিত হবে?

i) অধিক রান করা ব্যাটস্‌ম্যানকে।

ii) টিমের অধিক নির্ভরযোগ্য ব্যাটস্‌ম্যানকে।

8. দুইটি ব্র্যান্ডের বাল্‌বের তুলনামূলক গুণমান যাচাই করার জন্য প্রত্যেক ব্র্যান্ডের বাল্‌বের 100 টির জীবনকাল (এখানে বাল্বের জীবনকাল বলতে বোঝানো হয়েছে বাল্বটি কতটুকু জ্বলে সেই সময়টা) নীচে দেওয়া হল।

	বাল্বের সংখ্যা	
জীবনকাল (ঘন্টায়)	ব্র্যান্ড - A	ব্র্যান্ড - B
0 – 50	15	2
50 – 100	20	8
100 – 150	18	60
150 – 200	25	25
200 – 250	22	5
	100	*100*

(i) কোন ব্র্যান্ডের বাল্‌বের জীবনকাল বেশি?

(ii) কোন্ ব্র্যান্ড অধিক নির্ভরযোগ্য ?

9. একটি কারখানায় 50 জন শ্রমিকের দৈনিক গড় মজুরি 200 টাকা যার সমক পার্থক্য 40 টাকা। প্রত্যেক শ্রমিকের মজুরি 20 টাকা করে বৃদ্ধি করা হল। তাহলে নতুন মজুরির ক্ষেত্রে দৈনিক গড় এবং সমক পার্থক্য নির্ণয় করো, মজুরির ক্ষেত্রে এখন কি কম বেশি সমতা এসেছে ?

10. যদি পূর্ববর্তী প্রশ্নে, প্রত্যেক শ্রমিকের মজুরি 10% বৃদ্ধি করা হয় তবে যৌগিক গড় এবং সমক পার্থক্যের মানের উপর কী প্রভাব পড়বে?

11. নীচের বণ্টনটির ক্ষেত্রে যৌগিক গড় ব্যবহার করে গড় বিচ্যুতি এবং সমক পার্থক্য নির্ণয় করো।

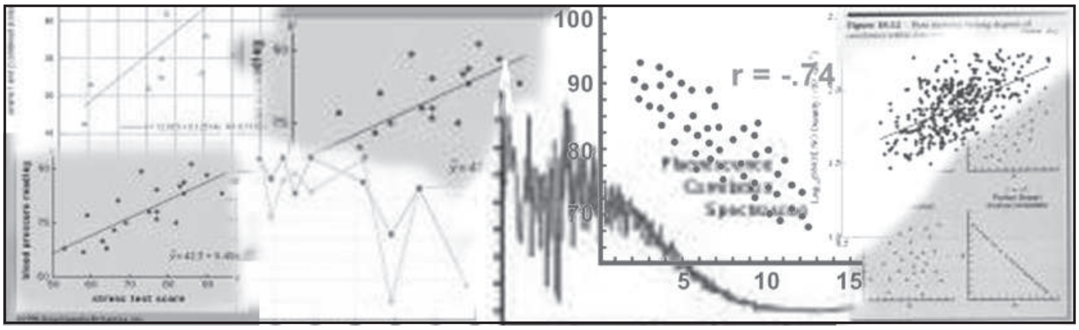
শ্রেণি	পরিসংখ্যা
20 – 40	3
40 – 80	6
80 – 100	20
100 – 120	12
120 – 140	9
	50

12. 10 টি মানের সমষ্টি 100 এবং তাদের বর্গের সমষ্টি 1090। ভেদাঙ্ক নির্ণয় করো।

অধ্যায়

7

সহপরিবর্তন
Correlation



এই অধ্যায় পাঠ করে তোমরা সক্ষম হবে-

- সহপরিবর্তন শব্দের অর্থ বুঝতে;
- দুটি চলকের মধ্যে সম্পর্কের প্রকৃতি বুঝতে;
- সহপরিবর্তনের বিভিন্ন পরিমাপ গণনা করতে;
- সম্পর্কগুলির মাত্রা ও দিক বিশ্লেষণ করতে ।

1) ভূমিকা (Introduction)

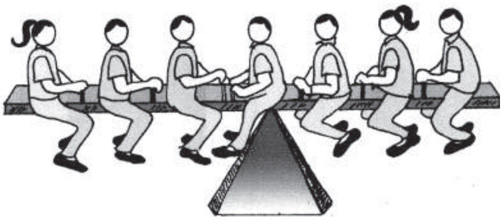
পূর্ববর্তী অধ্যায়গুলোতে তোমরা শিখেছ, কীভাবে বৃহদায়তন রাশিতথ্য এবং অনুরূপ চলকগুলোর মধ্যে পরিবর্তন থেকে সংক্ষিপ্ত পরিমাপ নির্ণয় করা যায়। এখন তোমরা শিখবে কীভাবে দুটি চলকের মধ্যে বিদ্যমান সম্পর্ক নিরূপণ করা হয়।

গ্রীষ্মের তাপদাহ যত বৃদ্ধি পায়, পাহাড়ি পর্যটন কেন্দ্রগুলোতে পর্যটকের ভিড় তত বৃদ্ধি পায়। আইসক্রিম বিক্রয়ও লাফিয়ে বাড়ে। সুতরাং উষ্ণতা, পর্যটকের সংখ্যা ও আইসক্রিম বিক্রির সাথে সম্পর্কযুক্ত। অনুরূপে, যখন টম্যাটোর যোগান তোমাদের স্থানীয় হাটে বৃদ্ধি পায় তখন এর দাম হ্রাস পায়। যখন স্থানীয় উৎপাদিত টম্যাটো বাজারে পৌঁছাতে শুরু করে, টম্যাটোর দাম 40 টাকা প্রতি কেজি থেকে 4 টাকা প্রতি কেজি বা এর চেয়েও কমে যায়। তাই, যোগানের সাথে দামের সম্পর্ক রয়েছে। এইরূপ সম্পর্কগুলোর নিয়মানুসারে পরীক্ষা করার একটি উপায় হল সহপরিবর্তন বিশ্লেষণ। এটা এইরূপ প্রশ্নগুলোর সাথে সম্পর্কিত, যেমন -

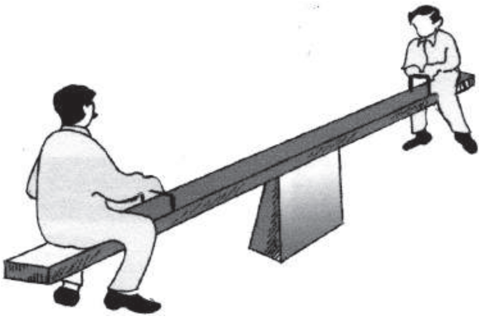
* দুটি চলকের মধ্যে কি কোনো সম্পর্ক রয়েছে?

2) সম্পর্কের প্রকারভেদ (Types of Relationship)

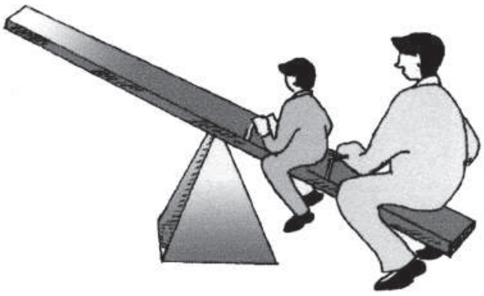
চল আমরা বিভিন্ন ধরনের সম্পর্কের দিকে লক্ষ করি।



* যদি একটি চলকের মানের পরিবর্তন হয় তবে কি অন্যটির মানের পরিবর্তন হয় ?



* দুটি চলকই কি একই দিকে ধাবিত বা চালিত হয় ?



* সম্পর্কটি কতটা শক্তিশালী ?

চাহিদার পরিমাণের পরিবর্তন ও কোনো দ্রব্যের দামের মধ্যে সম্পর্ক, চাহিদা তত্ত্বের একটি অবিচ্ছেদ্য অংশ - যা তোমরা দ্বাদশ শ্রেনিতে পড়বে। কৃষিক্ষেত্রে স্বল্প উৎপাদনশীলতা স্বল্প বৃষ্টিপাতের সাথে সম্পর্কযুক্ত। সম্পর্কের এই উদাহরণগুলো "কারণ ও ফলাফল' ব্যাখ্যা করতে পারে। অন্যগুলো শুধুমাত্র কাকতালীয়। একটি অভয়ারণ্যে পরিযায়ী পাখিদের আগমন এবং ওই অঞ্চলের জন্মহারের মধ্যে সম্পর্ক 'কারণ ও ফলাফল' ব্যাখ্যা করতে পারে না। এই সম্পর্কগুলো সাধারণত পরস্পর সম্বন্ধহীন সম্পর্ক। জুতোর মাপ ও তোমার পকেটের টাকার পরিমাণের মধ্যে সম্পর্কটিও এরূপ পরস্পর সম্বন্ধহীন। এদের সম্পর্ক ব্যাখ্যা করা কঠিন।

অন্য একটি উদাহরণে, দুটি চলকের উপর তৃতীয় একটি চলকের প্রভাবে ওই চলক দুটির মধ্যে সম্পর্কের বৃদ্ধি ঘটতে পারে। আইসক্রিমের অতুলনীয় বিক্রয় হয়তো জলে ডুবে মৃত্যুর সংখ্যাধিক্যের সাথে সম্পর্কিত হতে পারে। আইসক্রিম খাওয়ার জন্য ওই হতভাগ্যরা জলে ডুবে মারা যায়নি। উষ্ণতার বৃদ্ধি আইসক্রিমের বিক্রয়ের পরিমাণ বৃদ্ধিতে সাহায্য করে। সাথে সাথে, গরমের হাত থেকে রেহাই পেতে সুইমিং পুলে যাওয়া শুরু করে। এই কারনে হয়তো জলে ডুবে মৃত্যুর সংখ্যা বৃদ্ধি পেতে পারে। সুতরাং আইসক্রিম বিক্রয় ও জলেডুবে মৃত্যুর মধ্যে উচ্চ সহপরিবর্তনের পেছনে যে কারণ রয়েছে তা হল তাপমাত্রা বৃদ্ধি।

সহপরিবর্তন কী পরিমাপ করে ?
(What does Correlation Measure)

পরিসংখ্যানে সহপরিবর্তন বলতে চলকগুলোর মধ্যে পারস্পরিক সম্বন্ধের প্রকৃতি নির্ধারণ এবং সংক্ষিপ্ত আকারে ওই সম্বন্ধের প্রকাশকে বোঝায়। সহপরিবর্তন সহভেদাঙ্ক পরিমাপ করে, কার্যকারণ সম্বন্ধ নয়। সহপরিবর্তনকে কখনোই সম্পর্কের অর্থবহ 'কারণ ও ফলাফল' এর হিসাবে ব্যাখ্যা করা উচিত নয়। দুটি চলক X ও Y এর মধ্যে সহপরিবর্তন আছে বলতে সহজে বোঝায়, যখন একটি চলকের মান কোনো এক দিকে পরিবর্তিত হয়, অন্য চলকটির মানও একই দিকে (ধনাত্মক পরিবর্তন) বা বিপরীত দিকে (ঋণাত্মক পরিবর্তন) পরিবর্তিত হতে দেখা যায়; কিন্তু একটি নির্দিষ্ট দিকে পরিবর্তন হয়। ঘটনাটি সহজভাবে উপস্থাপনের জন্য আমরা ধরে নিচ্ছি, সহপরিবর্তন হল রৈখিক (linear)।

দুইটি চলকের সহপরিবর্তনের মান রৈখিক বলা হবে যদি একটি রাশির মান যে পরিমানে পরিবর্তিত হয় তাহার সাথে অপর রাশির মান যে পরিমানে পরিবর্তিত হয় তাহার অনুপাত সর্বদা নির্দিষ্ট হয়। এরূপ ক্ষেত্রে ছক কাগজে চলক দ্বয়ের লেখচিত্র অঙ্কন করলে একটি সরলরেখা পাওয়া যাবে।

সহপরিবর্তনের প্রকারভেদ (Types of Correlation)

সহপরিবর্তনকে সাধারণত ধনাত্মক ও ঋণাত্মক সহপরিবর্তন এই দুই ভাগে ভাগ করা হয়। সহপরিবর্তনকে ধনাত্মক বলা হয় যখন চলকগুলো একই সাথে একই দিকে পরিবর্তিত হয়। যখন আয় বৃদ্ধি পায়, ভোগও বৃদ্ধি পায়। যখন আয় হ্রাসপায় ভোগও হ্রাস পায়। আইসক্রিমের বিক্রয় ও তাপমাত্রা একই দিকে পরিবর্তিত হয়। সহপরিবর্তন ঋণাত্মক হয় যখন চলকগুলো পরস্পর বিপরীত দিকে পরিবর্তিত হয়। যখন আপেলের দাম হ্রাস পায়, এর চাহিদা বৃদ্ধি পায়। যখন দাম বৃদ্ধি পায়, চাহিদা হ্রাস পায়। যখন তোমরা পঠনপাঠনে বেশি সময় ব্যয় কর, তখন ব্যর্থতার সম্ভাবনা হ্রাস পায়। যখন তোমরা পঠনপাঠনে কম সময় ব্যয় কর, কম নম্বর/ গ্রেড পাওয়ার সম্ভাবনাও বৃদ্ধি পায়। এইগুলো হল ঋণাত্মক সহপরিবতর্নের উদাহরণ। চলকগুলো পরস্পরের বিপরীতদিকে পরিবর্তিত হয়।

3) সহপরিবর্তন পরিমাপণের কৌশল (Techniques for measuring Correlation)

সহপরিবর্তন পরিমাণের জন্য তিনটি গুরুত্বপূর্ণ পরিসংখ্যানগত হাতিয়ার হল - বিক্ষিপ্তচিত্র, কার্ল পিয়ারসনের সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক (Karl Pearson's Coefficient of Correlation) এবং স্পিয়ারম্যানের অনুক্রমিক সহপরিবর্তন (Spearman's Rank Correlation)

একটি বিক্ষিপ্ত চিত্র কোনো নির্দিষ্ট সংখ্যাগত মান ছাড়াই দৃশ্যত দলবদ্ধ প্রকৃতি উপস্থাপন করে। কার্লপিয়ারসনের সহপরিবর্তন গণাঙ্ক পদ্ধতিতে দুটি চলকের মধ্যে একটি সংখ্যাগত পরিমাণের সরলরৈখিক সম্পর্ক দেখানো হয়। একটি সম্পর্ককে সরলরৈখিক বলা হবে যখন তাকে সরলরেখার মাধ্যমে উপস্থাপন করা যায়। স্পিয়ারম্যানের সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক স্বতন্ত্র পদগুলোর উপর বৈশিষ্ট্য বা গুণাবলি অনুসারে বরাদ্দ অনুক্রমের মধ্যে সরলরৈখিক অনুসঙ্গ পারিমাপ করে। গুণাবলি হল সেইসব চলক যা সংখ্যাসূচক পদ্ধতিতে পরিমাপ করা যায় না যেমন মানুষের বুদ্ধিমত্তা, শারীরিক চেহারা, সততা ইত্যাদি।

বিক্ষিপ্ত চিত্র (Scatter diagram) :

দ্বিচলক সম্পর্কিত তথ্যের মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয়ের জন্য পরিসংখ্যানে অনেক সময় বিক্ষিপ্ত চিত্রের সহায়তা নেওয়া হয়। এই পদ্ধতিতে, ছক কাগজে দুটি চলকের মানগুলো বিন্দু আকারে স্থাপন করা হয়। একটি বিক্ষিপ্ত চিত্র থেকে সম্পর্কের প্রকৃতি সম্পর্কে একজন ব্যক্তি মোটামুটি ভালো ধারণা করতে পারেন। একটি বিক্ষিপ্ত চিত্রে, বিক্ষিপ্ত বিন্দুগুলোর নিবিড়তার মাত্রা এর সামগ্রিক দিক আমাদের সম্পর্ক পরীক্ষা করতে পারদর্শী করে। যদি সবগুলো বিন্দু একটি সরলরেখায় থাকে তবে সহপরিবর্তনটি পূর্ণ (Perfect) হয় এবং তাকে একক সহপরিবর্তন সম্পন্ন বলা হয়। যদি বিক্ষিপ্ত বিন্দুগুলো ব্যাপকভাবে একটি রেখার চারদিকে ছড়িয়ে ছিটিয়ে থাকে, তবে সহপরিবর্তনটি দুর্বল হয়। সহপরিবর্তনটিকে সরলরৈখিক বলা হয় যদি বিক্ষিপ্ত বিন্দুগুলো একটি রেখার খুব কাছে পতিত হয় বা রেখার উপর পতিত হয়।

7.1 হতে 7.5 নং চিত্রে, প্রসারিত বিক্ষিপ্ত চিত্রগুলো দুটি চলকের মধ্যে সম্পর্কের ধারণা দেয়। 7.1 নং চিত্রে

একটি ঊর্ধ্বমুখী রেখার চারদিকে বিক্ষিপ্ত বিন্দুগুলো একই দিকে চলকগুলির পরিবর্তনকে নির্দেশ করে। যখন X বৃদ্ধি পায় Y ও বৃদ্ধি পায়। এটা হল ধনাত্মক সহপরিবর্তন। 7.2 নং চিত্রে বিন্দুগুলো একটি নিম্নমুখী রেখার চারদিকে বিক্ষিপ্তভাবে রয়েছে। এই ক্ষেত্রে চলকগুলো বিপরীত দিকে পরিবর্তিত হয়। যখন X বৃদ্ধি পায় Y হ্রাস পায় এবং তা বিপরীত ভাবেও সত্য। এটা হল ঋণাত্মক সহপরিবর্তন। 7.3 নং চিত্রে বিন্দুগুলো কোনো ঊর্ধ্বমুখী বা নিম্নমুখী রেখার চারদিকে বিক্ষিপ্ত ভাবে নেই। এটা হল শূন্য সহপরিবর্তনের উদাহরণ। 7.4 ও 7.5 নং চিত্রে, বিন্দুগুলি কোনো ঊর্ধ্বমুখী বা নিম্নমুখী রেখার চারদিকে বিক্ষিপ্তভাবে নেই। বিন্দুগুলো নিজেরাই একটি রেখার উপর পতিত, এগুলোকে বলা হয় যথাক্রমে পূর্ণ ধনাত্মক ও পূর্ণ ঋণাত্মক সহপরিবর্তন।

কাজ

তোমার শ্রেণির শিক্ষার্থীদের যে কোন দুটি বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বর, তাদের উচ্চতা ও ওজনের রাশিতথ্য সংগ্রহ করো। একসাথে যে-কোনো দুটি চলকের উপর ভিত্তি করে একটি বিক্ষিপ্ত চিত্র অঙ্কন করো। তোমরা কী ধরণের সম্পর্ক পেলে?

একটি বিক্ষিপ্ত চিত্রের যত্নসহকারে পর্যবেক্ষণ করলে সম্পর্কের প্রকৃতি ও সম্পর্কের পরিবর্তনের মাত্রা কতটুকু সে সম্পর্কে ধারণা পাওয়া যায়।

কার্ল পিয়ারসনের সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক (Karl Pearson's Coefficient of Correlation)

এটাকে গুণফল ক্ষণিক (Product Moment) সহপরিবর্তন বা সাধারণ সহপরিবর্তনীয় গুণাঙ্কও বলা হয়। এটা x ও y চলকের মধ্যে সরলরৈখিক সম্পর্কের মাত্রার একটি যথাযথ গাণিতিক মান প্রদান করে। এটা উল্লেখ করা জরুরি যে একমাত্র চলকের মধ্যে সরলরৈখিক সম্পর্ক থাকলেই কার্ল পিয়ারসনের সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক ব্যবহার করা উচিত। যখন X ও Y এর মধ্যে অসরলরৈখিক সম্পর্ক থাকে তখন কার্ল পিয়ারসন গুণাঙ্কের গণনা বিভ্রান্তিকর হতে পারে। তাই সত্যিকারের সম্পর্ক যদি সরলরৈখিক হয়, যেমনভাবে বিক্ষিপ্ত চিত্রের মাধ্যমে রেখাচিত্র 7.1 , 7.4 ও 7.5 এ দেখানো হয়েছে, তখন কার্ল পিয়ারসনের সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক নির্ণয় করা উচিত যা চলকগুলোর মধ্যে সম্পর্কের গতিপথ ও মাত্রা সম্বন্ধে ধারণা দেবে। কিন্তু সত্যিকারের সহপরির্বতন যদি বিক্ষিপ্ত চিত্রের রেখাচিত্র 7.6 অথবা 7.7 -এ ধরনের হয়, তখন তা X ও Y এর মধ্যে অ-সরলরৈখিক সম্পর্ককে সূচিত করে এবং এক্ষেত্রে আমাদের কার্ল পিয়ারসনের সহপরির্বতন গুণাঙ্ক ব্যবহারের চেষ্টা করা ঠিক হবে না।

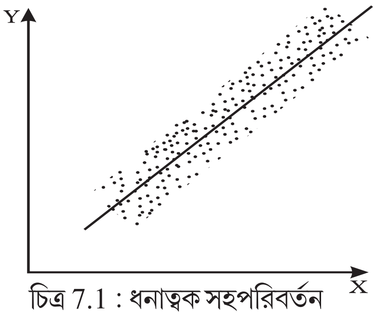
সুতরাং, কার্ল পিয়ারসনের সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক নির্ণয়ের আগে প্রথমে চলকগুলোর মধ্যে সম্পর্কের বিক্ষিপ্ত চিত্রটি পরীক্ষা করে দেখা সমীচীন হবে। ধরা যাক, X এর N সংখ্যক মান হল $X_1, X_2 ... X_N$ এবং Y এর N সংখ্যক মান হল $Y_1, Y_2 ... Y_N$ । পরবর্তী উপস্থাপনায় সরলতার জন্য একক নির্দেশকারী (Subscript) গুলো বাদ দেওয়া হয়। X এবং Y এর যৌগিক গড় - হল

$$\overline{X} = \frac{\Sigma X}{N}; \quad \overline{Y} = \frac{\Sigma Y}{N}$$

এবং তাদের ভেদমান (Variances) গুলো হল নিম্নরূপ

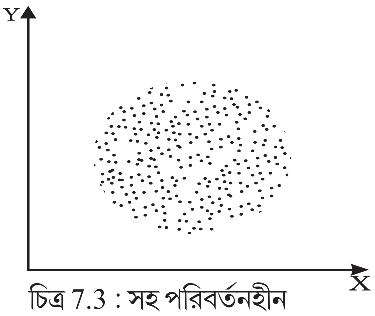
$$\sigma_x^{\,2} = \frac{\Sigma\left(X-\overline{X}\right)^2}{N} = \frac{\Sigma X^2}{N} - \overline{X}^2$$

এবং $$\sigma_Y^{\,2} = \frac{\Sigma\left(Y-\overline{Y}\right)^2}{N} = \frac{\Sigma Y^2}{N} - \overline{Y}^2$$

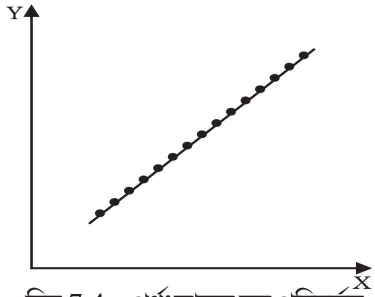


চিত্র 7.1 : ধনাত্বক সহপরিবর্তন

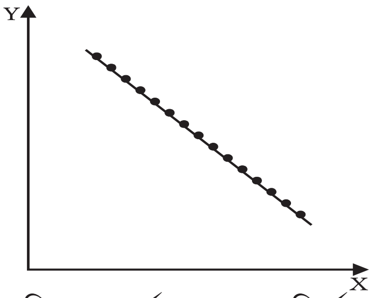
চিত্র 7.2 : ঋণাত্বক সহপরিবর্তন



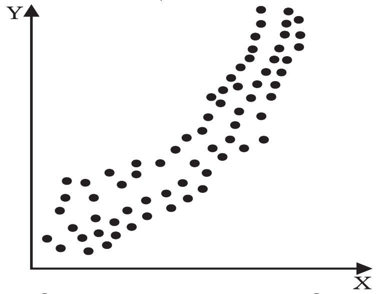
চিত্র 7.3 : সহ পরিবর্তনহীন



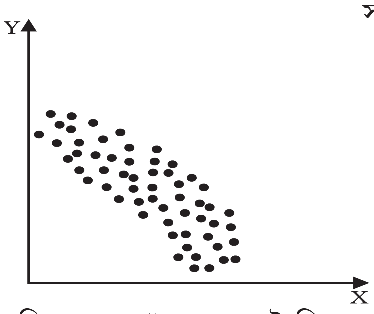
চিত্র 7.4 : পূর্ণধনাত্বক সহ পরিবর্তন



চিত্র 7.5 : পূর্ণ ঋণাত্বক সহপরিবর্তন



চিত্র 7.6 : ধনাত্বক অসরলরৈখিক সম্পর্ক



চিত্র 7.7 : ঋণাত্মক অসরলরৈখিক সম্পর্ক

X এবং Y এর সমক পার্থক্য হল যথাক্রমে তাদের ভেদমানের বর্গমূলের ধনাত্মকমান। সহভেদমান হল

$$\text{Cov}(x,y) = \frac{\sum (X-\overline{X})(Y-\overline{Y})}{N} = \frac{\sum xy}{N}$$

যেখানে, $x = X - \overline{X}$ এবং $y = Y - \overline{Y}$ হল X ও Y এর গড় মান হতে যথাক্রমে x ও y এর i তম মানের পার্থক্য।

X ও Y এর মধ্যে ভেদমান এর চিহ্ন সহপরিবর্তন সহগের গুণাঙ্কের চিহ্ন নির্ধারণ করে। সমক পার্থক্য সর্বদাই ধনাত্বক হয়। যদি সহভেদমান শূন্য হয় তবে সহপরিবর্তনের সহগ সর্বদাই শূন্য হবে। গুণফল ক্ষণিক সহপরিবর্তন বা কার্ল পিয়ারসনের সহপরিবর্তনের পরিমাপ হল -

$$r = {}^{\Sigma xy}/ N\sigma_x\sigma_y \qquad ...(1)$$

বা,

$$r = \frac{\sum (X-\overline{X})(Y-\overline{Y})}{\sqrt{\sum (X-\overline{X})^2}\sqrt{\sum (Y-\overline{Y})^2}} \qquad ...(2)$$

$$r = \frac{\dfrac{\sum (XY-(\Sigma X)(\Sigma Y)}{N}}{\sqrt{\sum X^2 - \dfrac{(\Sigma X)^2}{N}}\sqrt{\sum Y^2 - \dfrac{(\Sigma Y)^2}{N}}} \qquad ...(3)$$

বা,

$$r = \frac{N\Sigma XY \quad (\Sigma X)(\Sigma Y)}{\sqrt{N\Sigma X^2 \quad (\Sigma X)^2} \bullet \sqrt{N\Sigma Y^2 \quad (\Sigma Y)^2}} \qquad ...(4)$$

সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক/সহগের ধর্ম (Properties of Correlation Coefficient)

চল এবার আমরা সহপরির্বতন সহগের ধর্ম আলোচনা করি।

* r এর কোন একক নেই। এটি একটি বিশুদ্ধ সংখ্যা। অর্থাৎ পরিমাপের একক r এর অংশ নয়। উদাহরণ স্বরূপ, উচ্চতা (ফুটে) এবং ওজন (কেজিতে) এর মধ্যে r এর মান 0.7 হতে পারে।
* r এর ঋণাত্বক মান বিপরীত সম্পর্কেকে নির্দেশ করে। একটি চলকের পরিবর্তন অন্য চলকের বিপরীতমুখী পরিবর্তনের সাপেক্ষ সম্পর্কযুক্ত। একটি দ্রব্যের যখন দাম বৃদ্ধি পায়, এর চাহিদা হ্রাস পায়। যখন সুদের হার বৃদ্ধি পায়, ঋণের চাহিদা হ্রাস পায়। কারণ হল এখন ঋণ ব্যয়বহুল হয়েছে।
* যদি r এর মান ধনাত্বক হয়, চলক দুটি একই দিকে পরিবর্তিত হয়। যখন চায়ের পরিবর্ত দ্রব্য কফি এর দাম বৃদ্ধি পায়, চায়ের চাহিদাও বৃদ্ধি পায়। জলসেচ ব্যবস্থার উন্নতি উচ্চফলনের সাথে সম্পর্কযুক্ত। তাপমাত্রা যখন বৃদ্ধি পায়, আইসক্রিমের বিক্রি দ্রুত (Brisk) হয়।

* সহপরিবর্তন সহগের মান -1 হতে +1 হয়ে থাকে, $-1 \leq r \leq 1$ যদি কোন ক্ষেত্রে r এর মান এই সীমার বাইরে থাকে তবে তা গননায় ভুল নির্দেশ করে।
* উৎস এবং পাল্লার পরিবর্তনে r এর তীব্রতার কোন পরিবর্তন হয় না। চলো, প্রদত্ত X ও Y এর চলকদুটি হতে দুটি নতুন চলক নির্ধারণ করা যাক।

$$U = \frac{X-A}{B}; V = \frac{Y-C}{D}$$

যেখানে A ও B হল যথাক্রমে X ও Y এর কল্পিত গড়। B ও D হল একই চিহ্নযুক্ত সাধারণ গুণনীয়ক। তাহলে

$$r_{xy} = r_{uv}$$

এই ধর্ম, ধাপ বিচ্যুতি পদ্ধতির (Step deviation method) মতো, সহপরিবর্তন নির্ধারণে খুব সরলীকৃত উপায়ে ব্যবহৃত হয়।

যদি r = 0 হয়, তবে চলকদুটি সম্পর্কহীন (Uncorrelated)। তাদের মধ্যে কোনো সরলরৈখিক সম্পর্ক নেই। যদিও অন্য ধরনের সম্পর্ক থাকতে পারে।

* যদি r =1 অথবা r = -1হয়, তবে সহপরিবর্তনটি সম্পূর্ণ হয় এবং সেখানে যথাযথ সরলরৈখিক সম্পর্ক থাকে।
* r এর উচ্চমান একটি সুদৃঢ় সরলরৈখিক সম্পর্ককে নির্দেশ করে। এর মানটিকে উচ্চ বলা হয় যখন এর মান +1 বা -1 এর কাছাকাছি থাকে।
* r এর নিম্নমান (0 এর কাছাকাছি), একটি দুর্বল সরলরৈখিক সম্পর্কে বোঝায় কিন্তু সেখানে একটি অসরলরৈখিক সম্পর্কও থাকতে পারে।

তোমরা প্রথম অধ্যায়ে পড়েছ, পরিসংখ্যান পদ্ধতি সাধারণ জ্ঞানের বিকল্প নয়। এক্ষেত্রে অন্য একটি উদাহরণ দেওয়া হল যা সহপরিবর্তন গণনা ও ব্যাখ্যার পূর্বে রাশিতথ্যকে সঠিকভাবে বোঝার উপর আলোকপাত করে। কয়েকটি গ্রামে একটি মহামারি বিস্তার লাভ করে এবং প্রভাবিত এলাকায় সরকার ডাক্তারদের একটি দল পাঠায়। মৃত্যুর সংখ্যা ও গ্রামে পাঠানো ডাক্তারের সংখ্যার মধ্যে সহপরিবর্তন ধনাত্মক পাওয়া গেল। সাধারণত, আশা করা হয় যে ডাক্তারদের প্রদেয় স্বাস্থ্য সুরক্ষার সুবিধা মৃত্যুর সংখ্যা হ্রাস করে যা ধনাত্মক সহগ সম্পর্ক দেখায়। তা ঘটে অন্য কারণে। রাশিতথ্য একটি নির্দিষ্ট সময়সীমার সাথে সম্পর্কিত। নথিগুলো নির্দিষ্ট সময়সীমার সাথে সম্পর্কিত। নথিবদ্ধ মৃত্যুর অনেকগুলো প্রান্তিক ক্ষেত্রে হতে পারে যেখানে ডাক্তারদের বিশেষ কিছু করার ছিল না। উপরন্তু, একমাত্র কিছু সময় পর ডাক্তারদের উপস্থিতির উপকারিতা লক্ষ করা যায়। এমনও হতে পারে যে নথিবদ্ধ মৃত্যুগুলো মহামারির কারণে হয়নি। হঠাৎ করে সুনামি রাজ্যকে আঘাত করে এবং মৃত্যুর হার বৃদ্ধি পায়।

চলো, কৃষকদের বিদ্যালয় শিক্ষার সময়কাল (Year of Schooling) এবং একর প্রতি উৎপাদনের মধ্যে সম্পর্কের ভিত্তিতে 'r' এর মান পরিমাপের উদাহরণ সহ আলোচনা করি।

উদাহরণ -1 :

কৃষকদের বিদ্যালয় শিক্ষা (বছর)	একর প্রতি বাৎসরিক ফলন ('০০০)(টাকায়)
0	4
2	4
4	6
6	10
8	10
10	8
12	7

1 নং সূত্রে $\Sigma Xy, \sigma_X, \sigma_y$ এর মানের প্রয়োজনীয়তা রয়েছে।

7.1 নং সারণি হতে আমরা পাই,

$$\sum XY = 42,$$

$$\sigma_X = \sqrt{\frac{\Sigma(X-\bar{X})^2}{N}} = \sqrt{\frac{112}{7}},$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\Sigma(Y-\bar{Y})^2}{N}} = \sqrt{\frac{38}{7}}$$

(১) নং সূত্রে এই মানগুলো প্রতিস্থাপন করে পাই,

$$r = \frac{42}{7\sqrt{\frac{112}{7}}\sqrt{\frac{38}{7}}} = 0.644$$

(2) নং সূত্র হতেও একই মান পাওয়া যাবে

$$r = \frac{\sum(X-\bar{X})\ (Y-\bar{Y})}{\sqrt{\sum(X-\bar{X})^2}\ \sqrt{\sum(Y-\bar{Y})^2}} \qquad ...(2)$$

$$r = \frac{42}{\sqrt{112}\ \sqrt{38}} = 0.644$$

সুতরাং, কৃষকদের শিক্ষাগ্রহণের সময়কাল এবং একর প্রতি বাৎসরিক উৎপাদন ধনাত্মক ভাবে সম্পর্কিত। r এর মানও বৃহৎ। এটা ব্যাখ্যা করে যে কৃষকেরা যতবেশি সময়কাল শিক্ষাক্ষেত্রে ব্যয় করে, একর প্রতি উৎপাদনও বৃদ্ধি পায়। এটি কৃষকের শিক্ষার উপর গুরুত্ব আরোপ করে।

(3) নং সূত্র ব্যবহার করতে হলে

$$r = \frac{\sum XY - \frac{(\sum X)(\sum Y)}{N}}{\sqrt{\sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{N}}\sqrt{\sum Y^2 - \frac{(\sum Y)^2}{N}}} \qquad ...(3)$$

নিম্নোক্ত রাশিমালাগুলোর মান গণনা করতে হবে, অর্থাৎ $\sum XY, \sum X^2, \sum Y^2$.

এখন (৩) নং সূত্র ব্যবহার করে এর মান নির্ণয় কর।

চলো, r এর বিভিন্ন মানের ব্যাখ্যা জানা যাক। ইংরেজি ও রাশিবিজ্ঞানে প্রাপ্ত নম্বরের মধ্যে সহপরিবর্তনের সহগ/ গুনাঙ্ক ধরা যাক 0.1। এর মানে হল ওই দুই বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বর ধনাত্মকভাবে সম্পর্কিত হলেও এই সম্পর্কের বাঁধন দুর্বল। ইংরেজিতে বেশি নম্বর পাওয়া শিক্ষার্থীরা হয়তো বা রাশিবিজ্ঞানে তুলনামূলক ভাবে কম নম্বর পাচ্ছে। যদি বলা হত যে r এর মান 0.9, তবে ইংরেজিতে বেশি নম্বর পাওয়া শিক্ষার্থীরা রাশিবিজ্ঞানেও বেশি নম্বর পায়।

ঋনাত্মক সহপরিবর্তনের একটি উদাহরণ হল স্থানীয় বাজারে শাকসবজির যোগান ও শাকসবজির দামের মধ্যে সম্পর্ক। এক্ষেত্রে ঋনাত্মক সহপরিবর্তন গুণাঙ্কের অর্থাৎ r এর মান -0.1 থেকে -1 এর মধ্যে হতে পারে। এখন যদি r এর মান 0.9 হয়, যা -1 এর খুব কাছে রয়েছে, তবে স্থানীয় হাটে শাকসবজির যোগান বৃদ্ধি ও শাকসবজির নিম্ন দামের মধ্যে দৃঢ় ঋনাত্মক সম্পর্ক হবে। এর অর্থ হল শাকসবজির যোগান বাড়লে শাকসবজির দামের হ্রাস প্রায় সমানুপাতিক হারে হবে। যোগানের বৃদ্ধির সাথে সাথে দামে ধস নামতে থাকবে। এবার যদি r এর মান 0.1 হয়, এমন শাকসবজির যোগান ও শাকসবজির দামের মধ্যে আংশিক ঋণাত্মক সম্পর্ক হবে। এক্ষেত্রেও বাজারে শাকসজির যোগান বাড়লে শাকসবজির দাম কমবে। কিন্তু

সারণি 7.1

কৃষকদের বিদ্যালয় শিক্ষার বছর ও বাৎসরিক উৎপাদনের মধ্যে r এর গণনা বা মান নির্ণয়

শিক্ষার বছর (X)	$(X-\bar{X})$	$(X-\bar{X})^2$	একর প্রতি বার্ষিক উৎপাদন (Y)	$(Y-\bar{Y})$	$(Y-\bar{Y})^2$	$(X-\bar{X})(Y-\bar{Y})$
0	–6	36	4	–3	9	18
2	–4	16	4	–3	9	12
4	–2	4	6	–1	1	2
6	0	0	10	3	9	0
8	2	4	10	3	9	6
10	4	16	8	1	1	4
12	6	36	7	0	0	0
$\sum X=42$		$\sum(X-\bar{X})^2=112$	$\sum Y=49$		$\sum(Y-\bar{Y})^2=38$	$\sum(X-\bar{X})(Y-\bar{Y})=42$

r এর মান - 0.9 হলে যতটা কম এখানে তার চাইতে কম কমবে। অর্থাৎ যোগান বৃদ্ধিতে দাম কতটা কমবে তা r এর মানের উপর নির্ভর করবে। যদি r এর মান শূন্য হত তবে বাজারে অধিক যোগান হলেও দামের কোনো পতন হত না। এই রূপ একটা সম্ভাবনাও আছে যে ভালো পরিবহণ ব্যবস্থার মাধ্যমে বর্ধিত যোগান অন্য বাজারে সরবরাহ করা হবে।

কাজ

নীচের সারণিটি লক্ষ করো। চলতি দামস্তরে জাতীয় আয়ের বার্ষিক বৃদ্ধি ও GDP এর শতকরা অনুপাতে মোট দেশীয় সঞ্চয় এর মধ্যে r এর মান নির্ণয় করো।

ধাপ বিচ্যুতি পদ্ধতিতে সহপরিবর্তনের সহগ/গুনাঙ্ক নির্ণয়

যখন চলকগুলোর মান বড়ো হয় তখন r এর একটি ধর্মকে কাজ লাগিয়ে তার মান নির্ণয়ের বোঝা যথেষ্ট পরিমাণে কমানো যায়। এই ধর্মটি হল r মূল বিন্দু ও পাল্লার পরিবর্তন নিরপেক্ষ। এটাকে ধাপ বিচ্যুতি পদ্ধতিও বলা হয়। এটা x ও y চলকের রূপান্তরের সাথে যুক্ত যা নিম্নরূপ :

সারণি 7.2

বছর	জাতীয় আয়ের বার্ষিক বৃদ্ধি	GDP- এর শতকরা হিসাবে মোট দেশীয় সঞ্চয়
1992 - 93	14	24
1993 - 94	17	23
1994 - 95	18	26
1995 - 96	17	27
1996 - 97	16	25
1997 - 98	12	25
1998 - 99	16	23
1999 - 00	11	25
2000 - 01	08	24
2001 - 02	10	23

উৎস : অর্থনৈতিক সমীক্ষা, (2004 - 05) পৃষ্ঠা 8,9

$$U = \frac{X - A}{B}; V = \frac{Y - C}{D}$$

যেখানে, A এবং B হল কল্পিত গড়, h এবং k হল একই চিহ্ন যুক্ত সাধারণ উৎপাদক।

তাহলে $r_{uv} = r_{xy}$

দাম সূচক ও অর্থের যোগানের মধ্যে সহপরিবর্তনের বিশ্লেষন উদাহরণ সহ করা হল।

উদাহরণ -2 :

দামসূচক (X)	120	150	190	220	230
অর্থের যোগান (y)	1800	2000	2500	2700	3000

(কোটি টাকাতে)

ধাপ বিচ্যুতি পদ্ধতিতে সরলীকরণের প্রক্রিয়া নীচে দেখানো হল।

ধরা যাক,

A = 100, h = 10, B = 1700, এবং K = 100

রূপান্তরিত চলক সারনি নীচে দেখানো হল ঃ

দামসূচক ও অর্থের যোগান এর মধ্যে ধাপ বিচ্যুতি পদ্ধতিতে r এর মান র্নিণয়-

সারণি 7.3

U $\left(\frac{X-100}{10}\right)$	V $\left(\frac{Y-1700}{100}\right)$	U^2	V^2	UV
2	1	4	1	2
5	3	25	9	15
9	8	81	64	72
12	10	144	100	120
13	13	169	169	169

$\Sigma U = 41 \quad \Sigma V = 35 \quad \Sigma U^2 = 423$

$\Sigma V^2 = 343 \quad \Sigma UV = 378$

(3) নং সূত্রে এই মানগুলো প্রতিস্থাপন করে পাওয়া যায়

$$r = \frac{\Sigma UV - \frac{(\Sigma U)(\Sigma U)}{N}}{\sqrt{\Sigma U^2 - \frac{(\Sigma U)^2}{N}}\sqrt{\Sigma V^2 - \frac{(\Sigma V)^2}{N}}}$$

$$= \frac{378 - \frac{41 \times 35}{5}}{\sqrt{423 - \frac{(41)^2}{5}}\sqrt{343 - \frac{(35)^2}{5}}}$$

$= 0.98$

মূল্যসূচক ও অর্থের সরবরাহের মধ্যে শক্তিশালী ধনাত্মক সহপরিবর্তন, মুদ্রানীতির একটা গুরুত্বপূর্ণ প্রেক্ষাপট। এখানে অর্থের যোগান বৃদ্ধি পেলে মূল্যসূচক বৃদ্ধি পায়।

কাজ

ধাপ বিচ্যুতি পদ্ধতিতে ভারতের জনসংখ্যা ও জাতীয় আয়ের রাশিতথ্যের উপর ভিত্তি করে তাদের মধ্যে সহপরিবর্তন নির্ণয় করো।

স্পীয়ারম্যানের অনুক্রমিক সহপরিবর্তন (Spearman's rank correlation)

স্পিয়ারম্যানের অনুক্রমিক সহপরিবর্তনের উদ্ভাবন করেছিলেন বৃটিশ মনোবিদ সি,ই স্পিয়ারম্যান (C.E. Spearman) নিম্নলিখিতপরিস্থিতিতে এটা ব্যবহৃত হয়।

1. ধরা যাক, আমরা এমন একটি প্রত্যন্ত গ্রামের ছাত্রছাত্রীদের উচ্চতা ও ওজনের মধ্যে সহপরিবর্তন হিসাব করার চেস্টা করছি যেখানে না পরিমাপ দণ্ড আছে , না আছে ওজন মাপক যন্ত্র। এই ধরনের পরিস্থিতিতে আমরা উচ্চতা কিংবা ওজন পরিমাপ করতে পারব না; কিন্তু আমরা নিশ্চিতভাবে ছাত্রছাত্রীদের ওজন ও উচ্চতা অনুযায়ী ক্রম নির্বাচন করতে পারি। পরিবর্তে এই অনুক্রম (Rank) স্পিয়ারম্যানের অনুক্রমিক সহপরিবর্তন গুনাঙ্ক নির্ণয়ে ব্যবহার করা যেতে পারে।
2. ধরা যাক, আমরা এমন কতগুলো গুণবাচক বৈশিষ্ট্য নিয়ে কাজ করছি যেমন - সৌন্দর্য, সততা বা মাধুর্য। এগুলো আমরা যেভাবে আয়, ওজন বা উচ্চতা পরিমাপ করি, ঠিক একই পদ্ধতিতে পরিমাপ করা যাবে না। সর্বোচ্চ এগুলোকে আপেক্ষিকভাবে বা তুলনামূলকভাবে পরিমাপ করা যেতে পারে । উদাহরণ হিসাবে আমরা মানুষের সৌন্দর্য অনুযায়ী ক্রম নির্ধারণ করতে পারি। (কিছু লোক যুক্তি দেখাবে যে এটিও সম্ভব নয় কারণ সৌন্দর্যের অনুমাপক বা নির্ণায়ক ব্যক্তিবিশেষে ও সংস্কৃতি ভেদে ভিন্ন হতে পারে। যদি তুমি চলকগুলোর মধ্যে সম্পর্ক নির্ধারণ করতে চাও, কমপক্ষে এদের মধ্যে একটি গুণবাচক হয় তখন স্পিয়ারম্যানের অনুক্রমিক সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক ব্যবহার করা হয়।
3. স্পিয়ারম্যানের অনুক্রমিক সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক কিছু ক্ষেত্রে ব্যবহার করা যেতে পারে যেখানে একটি সম্পর্ক থাকবে যার গতিপথ হবে স্পস্ট কিন্তু যা অসরলরৈখিক, যেমনটা দেখানো হয়েছে বিক্ষিপ্ত চিত্রের 7.6 ও 7.7 চিত্রে।
4. স্পিয়ারম্যানের সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক চরম মানের দ্বারা পরিবর্তিত হয় না। এক্ষেত্রে এটা কার্ল পিয়ারসনের সহপরিবর্তন গুনাঙ্ক থেকে তুলনামূলকভাবে ভালো। তাই রাশিতথ্যের মধ্যে যদি কিছু চরমমান (extreme values) থাকে, তবে স্পিয়ারম্যানের সহপরিবর্তন গুনাঙ্কের ব্যবহার খুব বেশি উপযোগী হবে।

অনুক্রমিক সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক এবং সাধারণ সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক এর একই ধরনের ব্যাখ্যা রয়েছে। এর সূত্র সাধারণ সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক হতে নির্ণয় করা

হয়েছে যেখানে স্বতন্ত্র মানগুলোকে অনুক্রমিকের দ্বারা প্রতিস্থাপিত করা হয়েছে। এই ক্রমগুলো সহপরির্বতন নির্ণয় করতে ব্যবহৃত হয়। এই সহগ এককগুলোর জন্য নির্ধারিত ক্রমগুলোর মধ্যে একটিরৈখিক সংযুক্তির পরিমাপ প্রদান করে - তাদের মান নয়। স্পিয়ারম্যানের অনুক্রম সহগতি পরিবর্তনের সূত্রটি হল-

$$r_a = 1 - \frac{6\sum D^2}{n^3 - n} \quad \bullet \ ......(4)$$

যেখানে, n হল পর্যবেক্ষণের সংখ্যা,D হল, অন্যান্য চলক থেকে নির্বাচিত একটি চলকের জন্য নির্ধারিত ক্রমের অন্যান্য চলকগুলোর জন্য নির্ধারিত ক্রম থেকে বিচ্যুতি।

সকল পরিবর্তন গুণাঙ্কের সমস্ত বৈশিষ্ট্য এক্ষেত্রে প্রযোজ্য। পিয়ারসনের সহপরিবর্তন গুণাঙ্কের মতোই, এর মানও -1 ও +1 এর মধ্যবর্তী হয়। যদিও, তা সাধারণ পদ্ধতির মতো ততটা যথাযথ নয়। এর কারণ হল, রাশিতথ্যের সাথে সম্পর্কিত সব তথ্য এক্ষেত্রে ব্যবহার করা হয় না।

প্রথম পার্থক্যটি হল, পরপর মানগুলোর মধ্যে পার্থক্য। মাত্রা অনুযায়ী সাজানো সারির পদগুলোর মানের প্রথম পার্থক্যটি প্রায় কখনও ধ্রুবক হয় না। সাধারণত, কম পার্থক্যযুক্ত কেন্দ্রীয় মানের চারদিকের তথ্যগুচ্ছ সারণির মাঝখানে থাকে।

যদি প্রথম পার্থক্যগুলো ধ্রুবক হত, তবে r এবং r_k অভিন্ন ফলাফল দিত। সাধারণভাবে, r_k, r এর সমান অথবা কম হয়।

অনুক্রমিক সহপরিবর্তন গুনাঙ্ক নির্ণয় (Calculation of rank correlation coefficient)

অনুক্রমিক সহপরিবর্তন নির্ণয় তিনটি পরিস্থিতির সাপেক্ষে উদাহরণ সহ দেখানো যাবে -

1) ক্রম প্রদত্ত।

2) ক্রম প্রদত্ত নয়। রাশিতথ্য থেকে তাদের নির্ণয় করতে হবে।

3) ক্রমগুলো পুনরাবৃত্ত হয়।

ঘটনা 1 (Case 1) : যখন ক্রম প্রদত্ত।

উদাহরণ - 3:

একটি সৌন্দর্য প্রতিযোগিতায় 5 জন লোককে 3 জন বিচারক মূল্যায়ন করছে। আমাদের নির্ধারণ করতে হবে যে, কোনো বিচারক - যুগলের মূল্যায়ন সৌন্দর্যের সাধারণ ধারণাগুলোর সবচেয়ে কাছাকাছি পৌঁছেছে।

প্রতিযোগী

বিচারক	1	2	3	4	5
A	1	2	3	4	5
B	2	4	1	5	3
C	1	3	5	2	4

এক্ষেত্রে তিন জোড়া বিচারকের হিসাবে তিনবার অনুক্রমিক সহপরিবর্তন নির্ণয় করা প্রয়োজন। 4 নং সূত্র ব্যবহার করা হবে।

$$r_s = 1 - \frac{6\Sigma D^2}{n^3 - n} \quad ...(4)$$

A এবং B এর মধ্যে অনুক্রমিক সহপরিবর্তন নিম্নোক্তভাবে নির্ণয় করা হয় : -

A	B	D	D^2
1	2	-1	1
2	4	-2	4
3		2	4
4	5	-1	1
5	3	2	4
মোট			14

(4) নং সূত্রে এর মান প্রতিস্থাপন করে পাওয়া যায়

$$r_s = 1 - \frac{6\Sigma D^2}{n^3 - n}$$

$$= 1 - \frac{6 \times 14}{5^3 - 5} = 1 - \frac{84}{120} = 1 - 0.7 = 0.3$$

A এবং C এর মধ্যে অনুক্রমিক সহপরিবর্তন নিম্নলিখিতভাবে নির্ণয় করা হয় :

A	C	D	D^2
1	1	0	0
2	3	-1	1
3	5	-2	4
4	2	2	4
5	4	1	1
মোট			10

(4) নং সূত্রে এর মান প্রতিস্থাপন করে অনুক্রমিক সহপরির্তনের মান পাওয়া যায় 0.5। অনুরূপে বিচারক B ও C এর প্রদত্তক্রমের মধ্যে অনুক্রমিক সহপরিবর্তন এর মান হয় 0.9। তাই, বিচারক A ও C এর ধারণা হচ্ছে সবচেয়ে নিকটতম। বিচারক B ও C এর ধারণা খুবই ভিন্নতর।

ঘটনা - 2 (Case 2) : যখন ক্রম প্রদত্ত নয়

উদাহরণ - 4 :

5 জন শিক্ষার্থীর অর্থনীতি ও রাশি বিজ্ঞানে প্রাপ্ত শতকরা নম্বর আমাদেরকে দেওয়া হল। এখন ক্রম নির্ধারণ করতে হবে এবং অনুক্রমিক সহপরিবর্তন নির্ণয় করতে হবে।

শিক্ষার্থী	রাশিবিজ্ঞানে প্রাপ্ত নম্বর (X)	অর্থনীতিতে প্রাপ্ত নম্বর (Y)
A	85	60
B	60	48
C	55	49
D	65	50
E	75	55

শিক্ষার্থী	রাশিবিজ্ঞান এর ক্রম (R_x)	অর্থনীতি এর ক্রম (R_y)
A	1	1
B	4	5
C	5	4
D	3	3
E	2	2

একবার ক্রম নির্ধারণ হওয়ার পর (4) নং সূত্র ব্যবহার করে সারিবদ্ধ সহপরিবর্তন গণনা করা হয়।

ঘটনা-3 (Case - 3): যখন পুনরাবৃত্তক্রম থাকে প্রদত্ত নয়।

উদাহরণ -5 :

X ও Y এর মান দেওয়া হল

X	Y
1200	75
1150	65
1000	50
990	100
800	90
780	85
760	90
750	40
730	50
700	60
620	50
600	75

অনুক্রমিক সহপরিবর্তন নির্ধারণের জন্য মানগুলোর ক্রম বের করা হয়। পুনরাবৃত্ত বিষয়গুলোতে সাধারণ ক্রম দেওয়া হয়। সাধারণ ক্রম হল ক্রমগুলোর গড় যা এ পদগুলোর কল্পনা করে নিতে পারত যদি তারা একে অপরের ক্ষেত্রে খুব কম পার্থক্যযুক্ত হয়। পরবর্তী বিষয়টির ক্রম নির্ধারিত হবে ইতোমধ্যেই কল্পিত ক্রমের পরিবর্তে।

এখানে, y এর মান 50 রয়েছে যথাক্রমে 3তম, 9তম ও 11তম ক্রমে, তাই এই তিনটিকে গড় ক্রম অর্থাৎ 10 দেওয়া হল।

X এর ক্রম	Y এর ক্রম	ক্রমের বিচ্যুতি (D)	D^2
1	5.5	-4.5	20.25
2	7	-5	25.00
3	10	-7	49.00
4	1	3	9.00
5	2.5	2.5	6.25
6	4	2	4.00
7	2.5	4.5	20.25
8	12	-4	16.00
9	10	-1	1.00
10	8	2	4.00
11	10	1	1.00
12	5.5	6.5	42.25
			198.00

যখন ক্রমগুলো পুনরাবৃত্ত হয়, স্পিয়ারম্যানের অনুক্রমিক সহপরিবর্তন গুণাঙ্কের সূত্র হল -

$$r_s = 1 - \frac{6\left[\Sigma D^2 + \frac{(m_1^3 - m_1)}{12} + \frac{(m_2^3 - m_2)}{12} + \ldots\right]}{n(n^2 - 1)}$$

যেখানে, m_1, m_2 হল ক্রমের পুনরাবৃত্তির সংখ্যা এবং $\frac{m^3_1 - m_1}{12}$ ...,হল তাদের অনুরূপ সংশোধন গুণক (Correction factor)। এই তথ্যের জন্য প্রয়োজনীয় সংশোধন এইরূপ -

$$\frac{3^3\text{-}3}{12} + \frac{2^3\text{-}2}{12} = \frac{30}{12} = 2.5$$

এই রাশিমালার মান প্রতিস্থাপিত করে পাওয়া যায় -

$$r_s = 1 - \frac{6(198 + 2.5)}{12^3\text{-}12} = (1\text{-}0.70) = 0.30$$

সুতরাং X ও Y এর মধ্যে ধনাত্মক অনুক্রমিক সহপরিবর্তন রয়েছে। X এবং Y উভয়ই একই দিকে পরিবর্তিত হয়। যদিও, সম্পর্কটিকে শক্তিশালী হিসেবে ব্যাখ্যা করা যায় না।

কাজ

তোমাদের সহপাঠী 10 জনের নবম ও দশম শ্রেণিতে প্রাপ্ত নম্বর সংগ্রহ করো। তাদের মধ্যে অনুক্রমিক সহপরিবর্তন গুনাঙ্ক নির্ণয় করো। যদি তোমাদের রাশি তথ্যের মধ্যে কোনো পুনরাবৃত্তিনা থাকে, তবে পুনরাবৃত্ত ক্রমযুক্ত রাশিতথ্য সারি নিয়ে পুনরায় অনুক্রমিক সহপরিবর্তনের গুণাঙ্ক নির্ণয় করো। কোন্ পরিস্থিতিতে অনুক্রমিক সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক সাধারণ সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক হতে বেশি পছন্দের হবে? যদি যথাযথভাবে রাশিতথ্য পরিমাপ করা হয় তখনও কি তোমরা অনুক্রমিক সহপরিবর্তন গুণাঙ্ককে সাধারণ সহপরিবর্তন হতে বেশি পছন্দ করবে? কখন তোমরা পদ্ধতি নির্বাচনের ক্ষেত্রে নিরপেক্ষ থাকবে? সহপাঠীদের সাথে শ্রেণিকক্ষে আলোচনা করো।

4) উপসংহার (Conclusion) - দুটি চলকের মধ্যে সম্পর্ক অধ্যয়নের জন্য আমরা বিভিন্ন কৌশল আলোচনা করেছি, বিশেষ করে সরলরৈখিক সম্পর্ক। বিক্ষিপ্ত চিত্র সম্পর্কের একটি দৃশ্যমান উপস্থাপনা প্রদান করে এবং তা রৈখিক সম্পর্কের মধ্যে সীমাবদ্ধ নয়। কার্ল পিয়ার্সনের সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক ও স্পিয়ারম্যানের অনুক্রমিক সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক চলকগুলোর মধ্যে রৈখিক সম্পর্ক পরিমাপ করে। যখন চলকগুলোর সঠিকভাবে পরিমাণ করা যায় না, তখন অনুক্রমিক সহপরিবর্তন পদ্ধতি ব্যবহার করা যায়। যদিও এই পরিমাপ কার্যকারণ সম্বন্ধ বোঝায় না। যখন সম্পর্কযুক্ত চলকগুলোর পরিবতর্ন হয়, তখন সহপরিবর্তনের জ্ঞান হতে ওই চলকগুলো পরিবর্তনের দিক ও মাত্রা সম্পর্কে আমরা ধারণা পাই।

সংক্ষিপ্ত বৃত্তি

- সহপরির্বতন বিশ্লেষণ দুটি চলকের মধ্যে সম্পর্ক অধ্যয়ন করে।
- দুটি চলকের মধ্যে সম্পর্কের প্রকৃতি বিশ্লেষণে বিক্ষিপ্ত চিত্র একটি দৃশ্যমান উপস্থাপনা প্রদান করে।
- কার্ল পিয়ারসনের সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক 'r' দুটি চলকের মধ্যে শুধুমাত্র গাণিতিক রৈখিক সম্পর্ক পরিমাপ করা। r এর মান -1 এবং +1 এর মধ্যে থাকে।
- যখন চলকগুলোকে সঠিকভাবে পরিমাপ করা যায় না, তখন স্পিয়ারম্যানের অনুক্রমিক সহপরিবর্তন ব্যবহার করে গাণিতিকভাবে রৈখিক সম্পর্ক পরিমাপ করা যায়।
- পুনরাবৃত্ত ক্রমের ক্ষেত্রে সংশোধন উৎপাদক (factor) প্রয়োজন।
- সহপরিবর্তন কার্যকারণ সম্বন্ধ বোঝায় না। এটা শুধুমাত্র সহভেদাঙ্ক বোঝায়।

অনুশীলনী

1) উচ্চতা (ফুটে) এবং ওজন (কেজিতে) এর মধ্যে সহপরিবর্তনের গুণাঙ্ক একক হল -
   অ) কেজি / ফুট
   আ) শতকরা মান
   ই) বিদ্যমান নয় (Non - existent)
2) সাধারণ সহপরিবর্তন গুণাঙ্কের প্রসার হল -
   অ) শূন্য হতে অসীম
   আ) (-1) হতে (+1)
   ই) ঋনাত্মক অসীম হতে অসীম ($-\infty$ হতে ∞)
3) r_{xy} ধণাত্মক হবে যখন X ও Y এর মধ্যে সম্পর্ক হবে -
   অ) যখন Y বৃদ্ধি পায়, X বৃদ্ধি পায়।
   আ) যখন Y হ্রাস পায়, X বৃদ্ধি পায়।
   ই) যখন Y বৃদ্ধি পায়, X অপরিবর্তনীয় থাকে।
4) যদি $r_{xy} = 0$ হয়, X ও Y চলক দুটি -
   অ) সরল রৈখিক ভাবে সম্পর্কিত
   আ) সরলরৈখিক ভাবে সম্পর্কিত নয়।
   ই) স্বাধীন।
5) নীচের তিনটি পরিমাপের মধ্যে কোন্‌টি যে-কোনো ধরনের সম্পর্ক পরিমাপ করতে পারে?
   অ) কার্ল পিয়ারসনের সহপরিবর্তন গুনাঙ্ক;
   আ) স্পিয়ারম্যানের অনুক্রমিক সহপরিবর্তন;
   ই) বিক্ষিপ্ত চিত্র;
6) যদি সঠিকভাবে পরিমিত রাশিতথ্য পাওয়া যায়, তবে সাধারণ সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক হল -
   অ) অনুক্রমিক সহপরিবর্তন গুণাঙ্কের তুলনায় অনেক বেশি সঠিক;
   আ) অনুক্রমিক সহপরিবর্তন গুণাঙ্কের তুলনায় কম সঠিক;
   ই) অনুক্রমিক সহপরিবর্তন গুণাঙ্কের মতোই সমপরিমাণ সঠিক;
7) একটি জোটের (Association) পরিমাপের ক্ষেত্রে ‘r’ কেন সহভেদাঙ্ক (Covariance) হিসাব পছন্দ করা হয়?
8) রাশিতথ্যের ধরনের উপর ভিত্তি করে ‘r’ এর মান কি (-1) এবং (+1) সীমার বাইরে থাকতে পারে?
9) সহপরিবর্তন কি কার্যকারণ সম্বন্ধ বোঝায়?
10) কখন অনুক্রমিক সহপরিবর্তন সাধারন সহপরিবর্তন সহগ হতে বেশি যথাযথ ?
11) শূন্য সহপরিবর্তন কি চলকগুলোর স্বাধীনতা বোঝায়?
12) সাধারণ সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক কি যে -কোনো প্রকার সম্পর্ক পরিমাণ করতে পারে?
13) এক সপ্তাহের জন্য তোমাদের স্থানীয় বাজার হতে পাঁচটি সবজির প্রাত্যহিক দাম সংগ্রহ করো। তাদের

সহপরিবর্তনের গুণাঙ্ক নির্ণয় করো। এর ফলাফল ব্যাখ্যা করো।

14) তোমার সহপাঠীদের উচ্চতা পরিমাপ করো। তাদের আসনসঙ্গীদের উচ্চতা জিজ্ঞাসা করো। এই দুই প্রকার চলকের সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক নির্ণয় করো। এই ফলাফল ব্যাখ্যা করো।

15) কিছু চলকের তালিকা তৈরি করো যেখানে সঠিক পরিমাপ খুব কঠিন।

16) r এর মান 1,-1, এবং 0 কেন হয় - তা ব্যাখ্যা করো।

17) কেন অনুক্রমিক সহপরিবর্তন সহগ, পিয়ারসনের সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক হতে ভিন্ন ?

18) পিতা (x) ও পুত্রের (y) উচ্চতার (ইঞ্চিতে) সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক নির্ণয় করো।

X	65	66	57	67	68	69	70	72
Y	67	56	65	68	72	72	69	71

(উত্তর : r = 0.603)

19) X ও Y এর মধ্য সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক নির্ণয় করো এবং তাদের সম্পর্কের উপর মন্তব্য করো।

X	-3	-2	-1	1	2	3
Y	9	4	1	1	4	9

(উত্তর : r = 0)

20) X ও Y এর মধ্যে সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক নির্ণয় করো এবং তাদের সম্পর্কের উপর মন্তব্য করো।

X	1	3	4	5	7	8
Y	2	6	8	10	14	16

(উত্তর : r = 1)

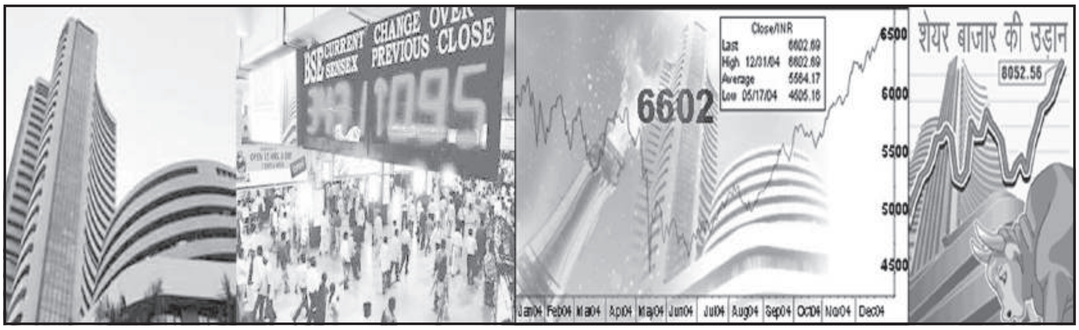
কাজ

* কমপক্ষে ১০ টি মান নিয়ে ভারতের জাতীয় আয় ও রপ্তানির মধ্যে r নির্ণয় করো এবং এক্ষেত্রে এই অধ্যায়ে ব্যবহৃত সব সূত্র ব্যবহার করো।

অধ্যায়

৪

সূচক সংখ্যা (Index Number)



এই অধ্যায় পাঠ করে তোমরা সক্ষম হবে :

- সূচক সংখ্যা শব্দটির অর্থ বুঝতে;
- ব্যাপকভাবে ব্যবহৃত সূচক সংখ্যাগুলোর সঙ্গো সুপরিচিত হতে;
- সূচক সংখ্যা গণনা করতে;
- সূচক সংখ্যার সীমাবদ্ধতা উপলব্ধি করতে।

1. ভূমিকা (Introduction) :

পূর্ববর্তী অধ্যায়গুলো থেকে তোমরা শিখেছ অনেকগুলো রাশিতথ্যকে কীভাবে সংক্ষিপ্তকরণ করা যায়। এখন তোমরা শিখবে পরস্পর সম্পর্কিত চলকগোষ্ঠীর পরিবর্তন করে কীভাবে সংক্ষিপ্ত পরিমাপ (Saummary measures) করা যায়।

অনেক দিন পর রবি বাজারে যায়। সে দেখে যে অধিকাংশ দ্রব্যেরই দাম পরিবর্তিত হয়েছে, কিন্তু কিছু দ্রব্য মহার্ঘ হয়ে গেছে। আবার কিছু দ্রব্য সস্তাও হয়ে গেছে। বাজার থেকে বাড়িতে ফিরে সে যা যা কিনেছে তাদের প্রত্যেকটি দ্রব্যের দামের পরিবর্তনের কথা তাঁর বাবাকে বলে। দামের এই পরিবর্তনে উভয়েই অবাক হয়ে যায়।

শিল্পক্ষেত্র অনেকগুলো উপক্ষেত্র নিয়ে গঠিত। তাদের প্রত্যেকেই পরিবর্তনশীল। কিছু কিছু উপক্ষেত্রের উৎপাদন বাড়ছে। আবার কিছু কিছু উপক্ষেত্রের উৎপাদন কমছে। পরিবর্তনগুলো একই রকমের হয় না। তাই নির্দিষ্ট একটি ক্ষেত্রের পরিবর্তনের হারকে বোঝা কঠিন হয়। কেবল মাত্র একটি সংখ্যাই কি এই পরিবর্তনগুলোকে সংক্ষিপ্ত আকারে প্রকাশ করতে পারে? নিম্নলিখিত ঘটনা গুলো লক্ষ করো।

ঘটনা - ১

একজন শিল্পশ্রমিক 1982 সালে 1000 টাকা বেতন পেতেন। আজ তিনি 12000 টাকা উপর্জন করেন।

এটা কি বলা যেতে পারে যে, এই সময় কালের মধ্যে তাঁর জীবন যাত্রার মান 12 গুণ বৃদ্ধি পেয়েছে? তাঁর বেতন এখন কতটুকু বাড়ানো গেলে সে পূর্বের জীবন ধারণের মানকে বজায় রাখতে পারবে?

ঘটনা - ২

তুমি সংবাদপত্রে অবশ্যই সেনসেক্স (Sensex) সম্পর্কে পড়ে থাকবে। সেনসেক্স 8000 পয়েন্ট অতিক্রম করলে অবশ্যই তা অর্থনীতির সুখকর অবস্থা নির্দেশ করে। সম্প্রতি সেনসেক্সের যখন 6000 পয়েন্ট পতন হয় তখন বিনিয়োগকারীরা 1,53,690 কোটি টাকা ক্ষতির মুখদেখে। প্রকৃত অর্থে সেনসেক্স কী?

ঘটনা - ৩

সরকার বলে যে পেট্রোলিয়ামজাত দ্রব্যের দাম বাড়ার ফলে মুদ্রাস্ফীতির হার বাড়বে না। মুদ্রাস্ফীতি কীভাবে পরিমাপ করা হয়?

এগুলো হচ্ছে কয়েকটি নমুনা প্রশ্ন যেগুলোর সাথে তুমি তোমার প্রাত্যহিক জীবনের মুখোমুখি হও। সূচক সংখ্যা সম্পর্কে অধ্যয়ন এই প্রশ্নগুলো বিশ্লেষণ করতে সাহায্য করবে।

2) সূচকসংখ্যা কী ?
(What is an Index Number)

সূচকসংখ্যা হল একটি পরিসংখ্যান সংক্রান্ত কৌশল যা পরস্পর সম্পর্কিত চলরাশির মানের পরিবর্তনকে পরিমাপ করে। এটা অপসৃত অনুপাতের সাধারণ প্রবণতাটি বনর্না করে; যার থেকে এটা গণনা করা হয়। সূচকসংখ্যা দুই ভিন্ন পরিস্থিতিতে প্রাসঙ্গিক চলকের একটি গ্রুপের গড় পরিবর্তনের পরিমাণ করে। এই তুলনা বিভিন্ন বিভাগের মধ্যে যেমন ব্যক্তি, বিদ্যালয়, হাসপাতাল ইত্যাদির ক্ষেত্রে হতে পারে। একটি সূচকসংখ্যা চলকের মানের পরিবর্তনকেও পরিমাণ করে যেমন - নির্দিষ্ট তালিকাভুক্ত দ্রব্যের দাম, একটি শিল্পের বিভিন্ন ক্ষেত্রের উৎপাদনের পরিমাণ, বিভিন্ন কৃষিজাত শস্যের উৎপাদন, জীবিকা নির্বাহের ব্যয় ইত্যাদি।

প্রচলিতভাবে সূচকসংখ্যা শতকরা হিসাবে প্রচলন করা হয়। দুটি সময়কালের মধ্যে, যে সময়কালের সঙ্গে তুলনা করা হয়, তা ভিত্তি সময়কাল নামে পরিচিত। সূচক সংখ্যার ভিত্তি সময়কালের মান 100 দেওয়া হয়। যদি তুমি জানতে চাও 1990 সালের তুলনায় 2005 সালে দামের কতটুকু পরিবর্তন হয়েছিল, তাহলে 1990 সাল হবে ভিত্তি সময়কাল। কোনো সময়কালের সূচকসংখ্যা এর ভিত্তির সাথে সমানুপাতে থাকে। অতএব 250 একটি সূচক সংখ্যা ইঙ্গিত করে যে - মানটি ভিত্তি সময়কালের মানের আড়াই গুন হয়েছে।

দাম সূচক সংখ্যা কিছু নির্দিষ্ট দ্রব্যের দামের পরিমাপ করে এবং তাদের দামের তুলনা করে। পরিমাণগত সূচক সংখ্যা উৎপাদনের ভৌতিক মাত্রা, নির্মাণ বা কর্মসংস্থানের পরিবর্তনকে পরিমাপ করে। যদিও দাম সূচক সংখ্যা ব্যাপক হারে ব্যবহার করা হয়, তথাপি উৎপাদন সূচকও অর্থব্যবস্থায় উৎপাদনের স্তরের একটি গুরুত্বপূর্ণ নির্দেশক।

3. সূচক সংখ্যা গঠন

(Construction of an Index Number)

নীচের অংশে, উদাহরণের সাহায্যে সূচক সংখ্যা গঠনের নিয়ম দাম সূচক সংখ্যার মাধ্যমে ব্যাখ্যা করা হবে। চলো আমরা নীচের উদাহরণটি লক্ষ করি -

উদাহরন -1

সরল সমষ্টিগত দাম সূচক (Calculation of Simple aggregative price index) নির্ণয়।

সারণি- 8.1

দ্রব্য	ভিত্তি সময়কালের দাম (টাকায়)	চলতি সময়কালের দাম (টাকায়)	শতকরা পরিবর্তন
A	2	4	100
B	5	6	20
C	4	5	25
D	2	3	50

এই উদাহরণে তুমি লক্ষ করেছ, প্রত্যেকটি দ্রব্যের শতকরা পরিবর্তন ভিন্ন ভিন্ন হয়েছে। চারটি দ্রব্যের শতকরা পরিবর্তন যদি একই রকম হয়, তাহলে এই পরিবর্তন বর্ণনা করতে একটি পদ্ধতি ই যথেষ্ঠ। কিন্তু শতকরা পরিবর্তন বিভিন্ন হলে প্রত্যেকটি দ্রব্যের শতকরা পরিবর্তনের বিবরণ বোধগম্য হবে না। এটা তখনই হবে যখন দ্রব্যের সংখ্যা অনেক হয়, যেটা প্রকৃত বাজার পরিস্থিতিতে সচরাচর ঘটে থাকে। দাম সূচকটি একক সংখ্যা সূচক পরিমাপ দ্বারা এই পরিবতর্নকে বণর্না করে। একটি সূচক সংখ্যা তৈরি করার দুটি পদ্ধতি আছে।এগুলো হল, সমষ্টিগত পদ্ধতি এবং গড় নির্ণীত আপেক্ষিক পদ্ধতি।

সমষ্টিগত পদ্ধতি

(The Aggregative Method)

সরল সমষ্টিগত দাম সূচকের সূত্রটি হল

$$P_{01} = \frac{\sum P_1}{\sum p_0} \times 100$$

যেখানে, P_1 এবং P_0 হচ্ছে যথাক্রমে চলতি সময়কালের এবং ভিত্তি সময়কালের দ্রব্যের দাম, উদাহরণ 1- এর রাশিতথ্যগুলো ব্যবহার করলে সরল সমষ্টিগত দাম সূচক হবে -

$$P_{01} = \frac{4+6+5+3}{2+5+4+2} \times 100 = 138.5$$

এখানে দাম 38.5 শতাংশ বৃদ্ধি পেয়েছে বলা যেতে পারে।

তুমি কি জান যে এই ধরনের সূচক সংখ্যার ব্যবহার সীমিত? এর কারণ হচ্ছে যে-বিভিন্ন দ্রব্যের দামের পরিমাপের একক এক নয়, এটা ভারযুক্ত নয়, কারণ দ্রব্যগুলোর আপেক্ষিক গুরুত্ব যথাযথভাবে প্রতিফলিত হয় নি। দ্রব্যগুলোর সমান গুরুত্ব বা ভার আছে বলে গন্য করা হয়। কিন্তু বাস্তবে কি ঘটে ? প্রকৃতপক্ষে যে দ্রব্যগুলো কেনা হয় তাদের গুরুত্ব আলাদা আলাদা হয় খাদ্যসামগ্রী আমাদের ব্যয়ের একটি বৃহৎ অংশ দখল করে আছে। সে ক্ষেত্রে, বেশি ভারযুক্ত একটি দ্রব্যের এবং কম ভারযুক্ত একটি দ্রব্যের দামের সমান বৃদ্ধি দাম সূচকের সামগ্রিক পরিবর্তনের উপর পৃথক প্রভাব ফেলে।

ভারযুক্ত সমষ্টিগত দামসূচকের সূত্রটি হল

$$P_{01} = \frac{\Sigma P_1 q_0}{\Sigma P_0 q_0} \times 100$$

একটি সূচক সংখ্যা ভারযুক্ত সূচকে পরিণত হয়, যখন পণ্যগুলোর আপেক্ষিক গুরুত্বকে হিসেবে টেনে আনা হয়।

এখানে ভার হচ্ছে পরিমাণগত ভার। ভারযুক্ত সমষ্টিগত সূচক তৈরি করার জন্য সুনির্দিষ্টভাবে কিছু বিশেষ দ্রব্য সামগ্রীর ঝুড়ি (well - Specified basket of commodities) নেওয়া হয় এবং এর মূল্যকে প্রতিবছর গণনা করা হয়। এইভাবে, এটা নির্দিষ্ট সমষ্টিবন্ধ দ্রব্যের মূল্যের পরিবর্তনকে পরিমাপ করে। যেহেতু একটি নির্দিষ্ট ঝুড়ির মোট মূল্য পরিবর্তন হচ্ছে, সেহেতু এই পরিবর্তিত হল দাম পরিবর্তনের ফল। ভারযুক্ত সমষ্টিগত সূচক গণনা করার বিভিন্ন পদ্ধতিতে বিভিন্ন দ্রব্যের ঝুড়ি ব্যবহার করা হয়। সময়ের প্রেক্ষিতে এই দ্রব্য ঝুড়িও পরিবর্তন করা হয়।

উদাহরণ - 2

ভারযুক্ত সমষ্টিগত দাম সূচকের গণনা

সারণি - 8.2

দ্রব্য	ভিত্তিসময়কাল দাম p_o	পরিমাণ q_o	চলতি সময়কাল দাম p_1	পরিমাণ q_1
A	2	10	4	5
B	5	12	6	10
C	4	20	5	15
D	2	15	3	10

$$P_{01} = \frac{\Sigma P_1 q_1}{\Sigma P_0 q_1} \times 100$$

$$= \frac{4\times10+6\times12+5\times20+3\times15}{2\times10+5\times12+4\times20+2\times15} \times 100$$

$$= \frac{257}{190} \times 100 = 135.3$$

এই পদ্ধতিতে ভিত্তি সময়কালের পরিমাণকে ভার হিসাবে ব্যবহার করা হয়েছে। একটি ভারযুক্ত সমষ্টিগত দাম সূচকে ভিত্তি বছরের পরিমানকে ভার হিসাবে ব্যবহার করলে তাকে লাসপ্যায়ারের দাম সূচক বলা হয়। এটা এই উত্তর দিতে সাহায্য করে। যদি দ্রব্যের ঝুড়ির উপর ভিত্তি সময়কালের ব্যয় হত 100 টাকা, তবে চলতি সময়কালে একই রকম পন্যের ঝুড়ির উপর কত টাকা ব্যয় হবে? তুমি এখানে দেখতে পাচ্ছো যে, দাম বাড়ার ফলে, ভিত্তি সময়কালের পরিমানের মূল্য 35.3 শতাংশ বৃদ্ধি পেয়েছে। ভিত্তি সময়কালের পরিমাণকে ভার হিসাবে ব্যবহার করলে বলা যাবে 35.3 শতাংশ বৃদ্ধি পেয়েছে।

যেহেতু চলতি সময়কালের পরিমাণগুলো ভিত্তি সময়কালের পরিমাণগুলো থেকে আলাদা হয়, তাই চলতি সময়কালের ভার ব্যবহৃত সূচকসংখ্যা, সূচকসংখ্যার বিভিন্ন মান দেয়।

$$P_{01} = \frac{\Sigma P_1 q_1}{\Sigma P_0 q_1} \times 100$$

$$= \frac{4\times5+6\times10+5\times15+3\times10}{2\times5+5\times10+4\times15+2\times10} \times 100$$

$$= \frac{185}{140} \times 100 = 132.1$$

এটা চলতি সময় কালের পরিমাণকে ভার হিসাবে ব্যবহার করেছে। একটি ভারযুক্ত সমষ্টিগত দাম সূচক যখন চলতি সময়কালের পরিমাণকে ভার (Weight) হিসাবে ব্যবহার কর তখন তা প্যাসির দাম সূচক নামে পরিচিত হয়। এটা

এই প্রশ্নের উত্তর দিতে সাহায্যে করে সে যদি চলতি সময়কালের দ্রব্যগুলোর ঝুড়িকে ভিত্তি সময়কালে ভাগ করা হত এবং আমরা এর উপর 100 টাকা ব্যয় করতম, তবে এইরকম ঝুড়িশুদ্ধ দ্রব্যগুলোর উপর কত ব্যয় করা হত? প্যাসির দামসূচক 132.1 কে এই ভাবে ব্যাখ্যা করা যায় যে, দাম 32.1 শতাংশ হারে বৃদ্ধি পেয়েছে। চলতি সময়কালকে ভার হিসাবে ব্যবহার করলে, দাম 32.1 শতাংশ বৃদ্ধি পেয়েছে বলা যেতে পারে।

গড় নির্ণীত আপেক্ষিক পদ্ধতি

(Method of Averaging Relatives)

যখন শুধুমাত্র একটি দ্রব্য থাকে, তখন দাম সূচক হচ্ছে চলতি সময়কাল ও ভিত্তি সময়কালে দ্রব্যটির দামের অনুপাত, যা সাধারণত শতাংশের আকারে প্রকাশ করা হয়। গড় নির্ণীত আপেক্ষিক পদ্ধতি এই আপেক্ষিকগুলোর গড় নেয় যখন দ্রব্যের সংখ্যা অধিক হয়। দাম আপেক্ষিক ব্যবহার করে দাম সূচক সংখ্যাকে (price index number) নিম্নলিখিত ভাবে লেখা যায়-

$$P_{01} = \frac{1}{n}\Sigma\frac{p_1}{p_0}\times 100$$

যেখানে P_1 এবং P_0 যথাক্রমে চলতি এবং ভিত্তি সময়কালের i তম দ্রব্যের দাম নির্দেশ করে। $(P_1/P_0)\times 100$ এই অনুপাতটি দ্রব্যের আপেক্ষিক দাম নির্দেশ করে। 'n' হচ্ছে দ্রব্যেগুলোর সংখ্যা। চলতি উদাহরণে

$$P_{01} = \frac{1}{4}\left(\frac{4}{2}+\frac{6}{5}+\frac{5}{4}+\frac{3}{2}\right)\times 100 = 149$$

সুতরাং, দ্রব্যের দাম 49 শতাংশ বৃদ্ধি পেয়েছে।

ভারযুক্ত দাম আপেক্ষিকের সূচক (weighted index of price relatives) হচ্ছে ভারযুক্ত যৌগিক গড় নির্ণীত (Weighted arithmetic mean of price relatives) দাম আপেক্ষিক যা নিম্নলিখিত ভাবে সূত্রায়িত করা হয় -

$$P_{01} = \frac{\sum_{i=1}^{n} W_i\left(\frac{P_{1i}}{P_{0i}}\times 100\right)}{\sum_{i=1}^{n} W_i}$$

যেখানে w = ভার (weight)

ভারযুক্ত দাম আপেক্ষিক সূচকে ভিত্তি বছরের মোট ব্যয়ের সাথে ঐ দ্রব্যগুলোর উপর ব্যয়ের অনুপাত বা শতাংশ দ্বারা ভার নির্ধারন করা যেতে পারে। এই সূত্র ব্যবহার করে চলতি সময় কালের সঙ্গে সম্পর্কযুক্ত করা যায় এইগুলো, মূলত, মোট ব্যয়ের মধ্যে বিভিন্ন দ্রব্যসামগ্রীর মূল্যের অংশ। সাধারণত, ভিত্তি সময়কালের ভারকে চলতি সময়কালের ভার থেকে বেশি পছন্দ করা হয়। এটার কারণ হল যে, প্রতি বছর ভার গননা করা অসুবিধাজনক হয়। এটা বিভিন্ন ঝুড়ির (basket) পরিবর্তিত মূল্যকেও নির্দেশ করে। এগুলো তুলনাযোগ্য নয়। ভারযুক্ত দাম সূচক গণনা করার জন্য প্রয়োজনীয় তথ্যের ধরন 3 নং উদাহরণে দেখানো হয়েছে।

উদাহরণ - 3

ভারযুক্ত দাম আপেক্ষিক সূচকের (Calculation of weighted price Relatives index) নির্ণয় :

সারণি - 8.3

দ্রব্য	ভার (শতাংশ)	ভিত্তি বছরের দাম	চলতি বছরের দাম (টাকায়)	দাম আপেক্ষিক (টাকায়)
A	40	2	4	200
B	30	5	6	120
C	20	4	5	125
D	10	2	3	150

ভারযুক্ত দাম সূচক হল

$$P_{01} = \frac{\sum_{i=1}^{n} W_i \left(\frac{P_{1i}}{P_{0i}} \times 100 \right)}{\sum_{i=1}^{n} W_i}$$

$$= \frac{40 \times 200 + 30 \times 120 + 20 \times 125 + 10 \times 150}{100}$$

= 156

ভারযুক্ত দাম সূচক হচ্ছে 156। দাম সূচক 56 শতাংশ বৃদ্ধি পেয়েছে। ভারহীন দাম সূচক এবং ভারযুক্ত দাম সূচক এর মানের পার্থক্য রয়েছে। উদাহরণ 3-এ অতি গুরুত্বপূর্ণ দ্রব্য A দ্বিগুণ বৃদ্ধির কারণে ভারযুক্ত সূচক অনেকটা বেড়েছে।

কাজ

উদাহরণ 2- এ প্রদত্ত রাশিতথ্যকে চলতি সময়কালের মূল্য থেকে ভিত্তি সময়কালের মূল্যে রূপান্তর করো। লাসপ্যায়রের এবং প্যাসির সূত্র ব্যবহার করে দাম সূচক গণনা কর। পূর্ববর্তী উদাহরণের সাথে তোমরা কী পার্থক্য লক্ষ্য কর?

4) কিছু গুরুত্বপূর্ণ সূচক সংখ্যা (Some Important Index Numbers)

ভোগ্যপণ্যের দামসূচক (Consumer price Index)

ভোগ্যপণ্যের দামসূচক (CPI), জীবিকা নির্বাহের ব্যয় সূচক (cost of living index) নামেও পরিচিত যা খুচরো দামের গড় পরিবর্তনকে পরিমাপ করে। শিল্প শ্রমিকদের জন্য ভোগপণ্যের দাম সূচককে (CPI) সাধারন মুদ্রাস্ফীতির সঠিক নির্ধারক হিসাবে ধরে নেওয়া হয়। এটি সাধারন লোকের জীবন ধারণের ব্যয়ের উপর দাম বৃদ্ধির প্রভাব দেখায়। মনে করো, 2014-এর ডিসেম্বরে শিল্প শ্রমিকদের (2001 = 100) জন্য ভোক্তার দাম সূচক (CPI) হল 277 এই বক্তব্যের অর্থ কী? এর অর্থ হচ্ছে যে, যদি শিল্প শ্রমিকরা 2001 - এ দ্রব্যসামগ্রীর বিশেষ ঝুড়ির (basket) জন্য 100 টাকা ব্যয় করে তা হলে ডিসেম্বর 2014 তে একইপরিমাণ দ্রব্যসামগ্রীপূর্ণ ঝুড়ি (Basket) কিনতে তার 277 টাকার প্রয়োজন হবে। এটা জানা প্রয়োজনীয় না যে ব্যক্তি ঝুড়িটি কিনবে কিনা। গুরুত্বপূর্ণ বিষয় হল যে, তার সব জিনিস ক্রয় করার ক্ষমতা আছে কিনা।

উদাহরণ - 4

ভোক্তার দামসূচক সংখ্যা গঠন

$$CPI = \frac{\Sigma WR}{\Sigma W} = \frac{9786.85}{100} = 97.86$$

এই প্রক্রিয়া দেখায় যে, জীবিকা নির্বাহের ব্যয় 2.14 শতাংশ কমেছে। 100 থেকে বেশি সূচক সংখ্যা কী ইঙ্গিত করে? এর অর্থ হল, জীবনযাত্রার উচ্চতর খরচের জন্য মজুরি ও বেতনের উর্দ্ধমুখী সামঞ্জস্যের প্রয়োজন পড়ে। বৃদ্ধিটি 100 এর পরে বাড়তি পরিমাণের সমান হয়। সূচকের

সারণি - 8.4

পদ	ভার (শতাংশ) w	ভিত্তি সময় কালের দাম (টাকায়)	চলতি সময় কালের দাম (টাকায়)	$R = \frac{P_1}{P_0} \times 100$ (শতাংশ)	W.R
খাদ্য	35	150	145	96.67	3383.45
জ্বালানি	10	25	23	92.00	920.00
কাপর	20	75	65	86.00	1733.40
বাড়ি ভাড়া	15	30	30	100.00	1500.00
অন্যান্য	20	40	45	112.50	2250.00
					9786.85

মান 150 হলে 50 শতাংশ উর্দ্ধমুখী সামঞ্জস্যের প্রয়োজন হয়। এই ক্ষেত্রে কর্মচারীর বেতন 50 শতাংশ বৃদ্ধি করা প্রয়োজন।

ভোক্তার দাম সূচকসংখ্যা (Consumer Price Index Number)

ভারতের সরকারি সংস্থাগুলো বৃহৎ সংখ্যক ভোক্তার দাম সূচক সংখ্যা প্রস্তুত করে এদের মধ্যে কয়েকটি নিম্নে দেওয়া হল।

- শিল্পশ্রমিকদের ক্ষেত্রে ভিত্তি বছর 2001 হিসাবে ভোক্তার দামসূচক সংখ্যা 100। 2017 সালের May মাসে এই সূচকের মান ছিল 278.
- কৃষি শ্রমিকদের ক্ষেত্রে ভিত্তি বছর 1986 - 87 হিসাবে ভোক্তার দামসূচক সংখ্যা 100। 2017 সালের May মাসে এই সূচকের মান ছিল 872।
- গ্রামীণ শ্রমিকদের জন্য ভিত্তিবছর 1986 - 87 হিসাবে সর্বভারতীয় ভোক্তার দাম সূচকসংখ্যা 100। 2017 সালের May মাসে এই সূচকের মান ছিল 878।
- গ্রামীণ ভোক্তার দাম সূচক ভিত্তি বছর 2012 হিসাবে সর্বভারতীয় মান হল 100। 2017 সালের May মাসে এই সূচকের মান ছিল 133.3
- ভিত্তি বছর 2012 হিসাবে সর্বভারতীয় শহরের ভোক্তার দাম সূচক সংখ্যা 100। 2017 সালের May মাসে এই সূচকের মান ছিল 129.3
- ভিত্তি বছর 2012 হিসাবে সর্বভারতীয় সম্মিলিত ভোক্তার দামসূচক 100। 2017 সালের May মাসে এই সূচকের মান 131.4 ছিল।

অধিকন্তু এই সূচকগুলো আবার রাজ্য স্তরেও পাওয়া যায়। উক্ত সূচকসংখ্যাগুলোর বিস্তৃত হিসাব পদ্ধতি বিভিন্ন হয় এবং এই ধরনের বিস্তৃত বিবরণের প্রয়োজন নেই।

ভোগকারীর দামের কীভাবে পরিবর্তন হচ্ছে তার প্রধান পরিমাপক হিসাবে ভারতীয় রিজার্ভ ব্যাংক সর্বভারতীয় সম্মিলিত ভোক্তার দামসূচক (All - India combined consumer price Index) ব্যবহার করছে।

সেইজন্য এই সূচক সম্পর্কে কিছু বিশদ বিবরণের প্রয়োজন আছে। ভিত্তি বছর 2012 = 100 হিসাবে এখন এই সূচক তৈরি করা হচ্ছে এবং আর্ন্তজাতিক মানের প্রেক্ষিতে এই সূচকের উন্নতি সাধনা করা হয়েছে। জাতীয় নমুনা সমীক্ষার (2011-12) 68 তম রাউন্ডে ভোক্তার ব্যয় সার্ভের সংশোধিত মিশ্র সম্বন্ধ সময়কালের (Modified Mixed Reference Period) পরিবেশিত তথ্য ব্যবহার করে দ্রব্যের ঝুড়ি ও ভার নীচে পেশ করা হল:

মুখ্য গ্রুপ	ভার
খাদ্য এবং পানীয়	45.86
পান, তামাক এবং মাদক দ্রব্য	2.38
বস্ত্র এবং জুতা	6.53
বাড়ি ভাড়া	10.07
জ্বালানি এবং আলো	6.84
বিবিধ গ্রুপ	28.32
সাধারণ	100.00

উৎস : *অর্থনৈতিক সমীক্ষা, 2014 - 15, ভারত সরকার।*

এখানে প্রত্যেক প্রধান গ্রুপগুলোর এবং উপগ্রুপগুলোর প্রতিবছরের পরিবর্তনের হারের তথ্য দেওয়া হল। তাই আমরা প্রদত্ত তথ্য থেকে যেসকল দ্রব্যের দামের অধিক বৃদ্ধি হচ্ছে এবং মুদ্রাস্ফীতিতে তাদের প্রভাব সহজে বের করতে পারি।

ভোক্তার খাদ্য দাম সূচক (Consumer Food Price Index, CFPI) খাদ্য ও পানীয় এর জন্য ভোক্তার দাম সূচক (Consumer Price Index for Food and Beverages) এর অনুরূপ হয়। তবে CFPI -এর হিসাবের মধ্যে সুরা প্রস্তুতকৃত খাদ্য, জলখাবার, মিষ্টি, ইত্যাদি বাদ দেওয়া হয়।

পাইকারি দাম সূচক (Wholesale Price Index)

পাইকারি দাম সূচক সংখ্যা সাধারণ দামস্তরের পরিবর্তনকে নির্দেশকরে। CPI এর ন্যায় পাইকারি দামসূচকে ভোক্তার

কোন ধরনের শ্রেণি বিভাজন করা হয় না। কয়েকটি সেবামূলক কাজ যেমন - নাপিতের মূল্য, মেরামতির খরচ ইত্যাদি এর মধ্যে অন্তর্ভুক্ত করা হয় না।

'2004 - 05 কে ভিত্তি বছর ধরে, 2014 সালের অক্টোবর মাসে পাইকারি দাম সূচক হচ্ছে 253' এই বক্তব্যের অর্থ কি? এর অর্থ হচ্ছে, এই সময়কালে সাধারণ দামস্তর 153 শতাংশ হারে বৃদ্ধি পেয়েছে।

এমন এই পাইকারি দামসূচক প্রস্তুত করতে ভিত্তি বছর 2011-12 =100 ধরা হয়। 2017 সালের May মাসে এই সূচকের মান ছিল 112.8। এই সূচকে পাইকারি স্তরে যে দাম বিদ্যমান, সেই দামকেই ব্যবহার করে। শুধুমাত্র দ্রব্যগুলোর দামই অন্তর্ভুক্ত করা হয়। নিম্নে দ্রব্যগুলোর মুখ্যভাগগুলো এবং তাদের ভার দেওয়া হল :

মুখ্য ভাগসমূহ	ভার
প্রাথমিক পণ্যসমূহ	22.62
জ্বালানি এবং শক্তি	13.15
কারখানায় উৎপাদিত দ্রব্য	64.23
মুদ্রাস্ফীতির শিরোনামের সকল দ্রব্যগুলি	100.00
WPI খাদ্যসূচক	24.23

উৎস: *পরিসংখ্যান এবং প্রকল্প রূপায়ণ মন্ত্রক 2016-17*

স্বভাবতই পাইকারি দামের তথ্য সহজেই পাওয়া যায়। মুদ্রাস্ফীতির শিরোনামে 'সকল দ্রব্যের মুদ্রাস্ফীতির হার' কথাটি প্রায়শই উল্লেখ করা হয়। কখনো খাদ্যদ্রব্যের দামের উপর আলোকপাত করা হয় যার ভার মোট ভারের 24.23% এই খাদ্যসূচক তৈরি করা হয় প্রাথমিক দ্রব্য সমূহের গ্রুপ থেকে খাদ্য সামগ্রী এবং কারখানায় উৎপাদিত দ্রব্য সমূহের গ্রুপ থেকে খাদ্যদ্রব্য ব্যবহার করে। অন্যান্য অর্থনীতিবিদরা উৎপাদিত দ্রব্যের পাইকারি দামগুলোর উপর নজর দেয় (খাদ্যসামগ্রী ছাড়া এবং জ্বালানি বাদে)। এইজন্য অনেকে মূল মুদ্রাস্ফীতিকে (core Inflation)অধ্যয়ন করে, যেটি পাইকারি দামসূচকের 55% মোট ভারের কাছাকাছি।

শিল্পদ্রব্যের উৎপাদন সূচক
(Index of Industrial Production)

পাইকারি দাম সূচক বা ভোক্তার দাম সূচক থেকে শিল্পদ্রব্যের উৎপাদন সূচক আলাদা হয়। শিল্প দ্রব্যের উৎপাদন সূচক হল এমন একটি সূচক যেটি উৎপাদনের পরিমাণ হিসাবের চেস্টা করে। 2017 সালের এপ্রিল থেকে পরবর্তী সময়ের প্রভাব দেখা হয় 2011-12=100 ভিত্তি বছর ধরে। ভিত্তি বছর দ্রুত পরিবর্তনের কারণ হল প্রত্যেক বছরেই কারখানার উৎপাদিত দ্রব্যের বৃহৎ অংশের হয়তো উৎপাদন বন্ধ হয়ে যাচ্ছে অথবা তুচ্ছ হিসাবে পরিগণিত হচ্ছে, যেখানে আবার ভিন্ন কিছু নতুন দ্রব্যের উৎপাদন শুরু হচ্ছে।

দাম সূচকগুলো হল ভার যুক্ত গড় নির্ণীত দাম অপেক্ষক আর শিল্প দ্রব্যের উৎপাদন সূচক হল ভারযুক্ত যৌগিক গড় নির্ণীত আপেক্ষিক পরিমাণ। আপেক্ষিক পরিমাণটি হল ঐ ভার যেটি দামের অনুপাতে কারখানার উৎপাদিত বিভিন্ন দ্রব্যের মধ্যে বণ্টিত হয়। এই ভিত্তি বছর ব্যবহার করে লাসপ্যায়ারের সূত্র:

$$IIP_{01} = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_{1i} W_i}{\sum_{i=1}^{n} W_i} \times 100$$

যেখানে IIP_{01} হলো সূচক, q_{1i} হল প্রথম বছরের আপেক্ষিক পরিমাণ, শূন্য (0) ভিত্তি বছরের i তম দ্রব্যের জন্য, wi হল i- তম দ্রব্যের জন্য বণ্টিত ভার, n হল এই উৎপাদন সূচকের দ্রব্যের সংখ্যা।

শিল্প দ্রব্যের উৎপাদন সূচক শিল্পক্ষেত্র এবং শিল্পের বিভিন্ন উপক্ষেত্রে পাওয়া যায়। এই ক্ষেত্রের মুখ্য অংশ গুলো হলো - খনি, শিল্পসংস্থা এবং বিদুৎ। অনেক সময় আমাদের দৃষ্টি আকৃস্ট হয় 'মূল' (core) শিল্পক্ষেত্র শব্দটির উপর। মূল শিল্পক্ষেত্র বলতে আটটি শিল্পকে একত্রে বোঝায় এগুলো হল কয়লা, অপরিশোধিত তেল, প্রকৃতিক গ্যাস, শোধনাগার পণ্য, রাসায়নিক সার, ইস্পাত, সিমেন্ট এবং

বিদুৎ। IIP তে আটটি মূল শিল্পের সম্মিলিত ভার হল 40.27 শতাংশ।

সারণি 8.5

IIP এর ভারের ধরন শিল্পজাত দ্রব্যের উৎপাদনের ক্ষেত্রে

ক্ষেত্র	ভার
খনি	14.4
কারখানাজাত	77.6
বিদ্যুৎ	8.0
সাধারণ সূচক	100.0

উৎস : *পরিসংখ্যান এবং প্রকল্প রূপায়ণ মন্ত্রক 2016-17*

দ্রব্যের ব্যবহারের ওপর নির্ভর করেও শিল্প দ্রব্যের উৎপাদন সূচক সহজে পাওয়া যায়। উদাহরণ হিসাবে বলা যেতে পারে - প্রাথমিক দ্রব্য এবং স্থায়ী ভোগ্য দ্রব্য (Consumer Durables) ইত্যাদি।

সারণি - 8.6

IIP এর ভারের ধরন (ব্যবহার ভিত্তিক গ্রুপ)

গ্রুপ	ভার
প্রাথমিক	34.1
মূলধনী দ্রব্য	8.2
অন্তবর্তী দ্রব্য	17.2
পরিকাঠামোগত / নির্মাণগত দ্রব্য	12.3
স্থায়ী ভোগ্য দ্রব্য	12.8
অস্থায়ী ভোগ্য দ্রব্য	15.3
সাধারন সূচক	100.00

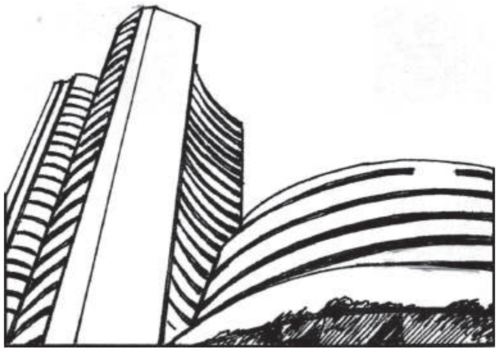
উৎস : *পরিসংখ্যা এবং প্রকল্প রূপায়ণ মন্ত্রক 2016 - 17*

মানব উন্নয়ন সূচক (Human Development Index)

তুমি অন্য একটি বহুল ব্যবহৃত সূচক সম্পর্কে দশম শ্রেনিতে হয়তো পড়ে থাকবে যেটি একটি দেশের উন্নয়নকে নির্দেশ করে। এই সূচকটির নাম হল - মানব উন্নয়ন সূচক (HDI)।

সেনসেক্স (Sensex)

সেনসেক্স হচ্ছে বোম্বে স্টক এক্সচেঞ্জ সংবেদন শীল সূচকের (Bombay Stock exchange Sensitivie Index) সংক্ষিপ্ত রূপ। এই সূচকের ক্ষেত্রে ভিত্তি বছর হচ্ছে 1978 - 79 সেনসেক্সের মান ওই সময়ের নিরিখে নির্ধারণ করা হয়।



এটি ভারতীয় শেয়ার বাজার (Indian stock market) মুখ্য নির্দেশক চিহ্ন (bench mank) সূচক। এটি 30 টি স্টক নিয়ে গঠিত যা অর্থনীতির 13টি ক্ষেত্রকে প্রতিনিধিত্ব করে এবং তালিকাভুক্ত কোম্পানিগুলো তাদের নিজ নিজ শিল্প ক্ষেত্রের নেতৃত্ব দেয়।

সেনসেক্সের উত্থান হলে বাজারের তেজি অবস্থার ইঙ্গিত পাওয়া যায়। তখন বিনিয়োগকারীরা কোম্পানিগুলোর কাছ থেকে বাড়তি আয়ের প্রত্যাশা করে। অর্থনীতির এই

স্বাস্থ্যকর অবস্থায় বিনিয়োগকারীদের মধ্যেও আস্থা বাড়তে থাকে।

5. সূচক সংখ্যা গঠনকারী বিষয় সমূহ
(Issues In The Construction of An Index Number)

সূচক সংখ্যা গঠন করার সময় কিছু গুরুত্বপূর্ণ বিষয় তোমাদের মনে রাখতে হবে।

- তোমাদের সূচকের উদ্দেশ্য সম্পর্কে স্পষ্ট ধারণা থাকা দরকার। যখন কারোর মূল্য সূচকের প্রয়োজন পরে তখন পরিমাণ সূচকের গণনা অনুপযুক্ত হবে।
- তাছাড়া, যখন ভোক্তার দাম সূচক গঠন করা হয় তখন বিভিন্ন শ্রেণির ভোক্তাদের ক্ষেত্রে দ্রব্যগুলোর সমান গুরুত্ব দেওয়া হয় না। পেট্রোলের দাম বৃদ্ধি গরিব কৃষি শ্রমিকদের জীবনযাত্রার ধরনের উপর কোনো প্রত্যক্ষ প্রভাব নাও ফেলতে পারে। এজন্য কোনো সূচকে দ্রব্যগুলোর অন্তর্ভুক্ত করতে হলে সাবধানের সহিত নির্বাচন করতে হবে যাতে যতদূর সম্ভব এই দ্রব্যগুলো প্রতিনিধিত্ব করতে পারে। তখনই তুমি পরিবর্তনটির একটি অর্থবহ ধারণা পাবে।

* প্রত্যেক সূচকের একটি ভিত্তি বৎসর সূচক থাকা দরকার । লক্ষ্য রাখতে হবে ভিত্তি বছর যেন স্বাভাবিক হয়। অর্থাৎ ওই সময়ে সামগ্রীর দামের মধ্যে যেন কোনো অস্বাভাবিকতা না থাকে। সুদূর অতীতের কোনো বছরকেও ভিত্তি বছর ধরা উচিত নয়। 1993 এবং 2005 সাল এর মধ্যে তুলনা,1960 এবং 2005 সালের মধ্যে তুলনার চেয়ে অধিক অর্থপূর্ণ হবে। 1960 - এর বিশিষ্ট ভোগ্য দ্রব্যের ঝুড়ি থেকে অনেক দ্রব্য বর্তমান কালে অদৃশ্য হয়ে গেছে। এর জন্য যে-কোনো সূচক সংখ্যার ভিত্তি বছরকে নিয়মিতভাবে পরিবর্তন করার প্রয়োজন হয়।

- সূচক সংখ্যার মান নির্ণয়ে বিভিন্ন পদ্ধতি বা সূত্র প্রয়োগ করা যায়। উদ্দেশ্য ও প্রয়োগের কথা মাথায় রেখে যথোপযুক্ত পদ্ধতির সাহায্যে সূচক সংখ্যার মান নির্ণয় করতে হয়। অন্যথায় সূচক সংখ্যা ত্রুটিপূর্ণ হওয়ার সম্ভাবনা থাকে। ল্যাসপায়ার সূচক ও প্যাসি সূচকের মধ্যে কেবলমাত্র একটি পার্থক্য রয়েছে তা হল সূচক নির্মাণে ব্যবহৃত ভারের ভিন্নতা।
- তাছাড়া রাশিতথ্যের উৎসগুলোও বিশ্বাসযোগ্য হতে হবে। কম বিশ্বাসযোগ্য রাশিতথ্যগুলো বিভ্রান্তকর ফলাফল দেবে । অতএব রাশিতথ্য সংগ্রহ করার ক্ষেত্রে অধিক সতর্কতা অবলম্বন করা উচিত। যদি প্রাথমিক রাশিতথ্য ব্যবহার করা না হয় তবে অ-প্রাথমিক রাশিতথ্য অধিক বিশ্বাসযোগ্য উৎস থেকে নির্বাচন করা উচিত।

কাজ

স্থানীয় সবজি বাজার থেকে 10 টি জিনিসের 1 সপ্তাহের রাশিতথ্য সংগ্রহ কর। সপ্তাহের প্রত্যেক দিনের দাম সূচক গঠন করতে চেষ্টা কর। উভয় পদ্ধতিতে দাম সূচক গঠন করতে গিয়ে তোমরা কী ধরনের সমস্যার সম্মুখীন হও ?

6. অর্থনীতিতে সূচকসংখ্যা
(Index Number In Economics)

সূচকসংখ্যা ব্যবহার করা আমাদের কেন প্রয়োজন? পাইকারি দামসূচক (WPI), ভোক্তার দাম সূচক (CPI) এবং শিল্প উৎপাদনের সূচক (IPI) নীতি রূপায়ণের জন্য ব্যাপকভাবে ব্যবহার করা হয়।

- মজুরির হার নির্ধারণ করতে, আয় নীতি তৈরি করতে, দাম নীতি, ভাড়া নিয়ন্ত্রণ, করকাঠামো এবং সাধারণ অর্থনৈতিক নীতি রূপায়ণ করতে ভোক্তার দাম সূচক (CPI)ব্যবহার করা হয়।
- জাতীয় আয়, মূলধন গঠন ইত্যাদির মতো সমকরের ক্ষেত্রে দামের পরিবর্তনের প্রভাব দূর করার জন্য পাইকারি দাম সূচক (WPI) ব্যবহার করা হয়।
- মুদ্রাস্ফীতির হার পরিমাপ করতে WPI ব্যাপকভাবে ব্যবহার করা হয়। মুদ্রাস্ফীতি হচ্ছে দামের ধারাবাহিক বৃদ্ধি, বিনিময়ের মাধ্যম ও হিসেবের একক রূপে ব্যবহার হল টাকার দুইটি চিরাচরিত কাজ । মুদ্রাস্ফীতির হার খুব চড়া

হলে টাকা এই কাজ করার ক্ষমতা হারিয়ে ফেলতে পারে। এর প্রাথমিক কারণ হল টাকার মূল্যহ্রাস পাওয়া। সাপ্তাহিক মুদ্রাস্ফীতির হার নীচে দেওয়া হল :

$$\frac{X_t - X_{t-1}}{X_{t-1}} \times 100$$

যেখানে X_t এবং X_{t-1}, t তম এবং (t - 1) তম সপ্তাহের WPI নির্দেশ করে।

- CPI টাকার ক্রয়ক্ষমতা এবং প্রকৃত মজুরির হিসেব করতে ব্যবহার করা হয়

i) টাকার ক্রয়ক্ষমতা (Purchasing Power of Money) $= \dfrac{1}{\text{জীবিকা নির্বাহের ব্যয় সূচক}}$

ii) প্রকৃত মজুরী (Real wage) $= \dfrac{\text{আর্থিক মজুরী}}{\text{জীবিকা নির্বাহের ব্যয় সূচক}} \times 100$

যদি জানুয়ারি 2005 এ CPI (1982 = 100) 526 তাহলে জানুয়ারি 2005 এ, এক টাকার সমতুল্য হবে $\frac{100}{526} = 0.19$ টাকা। এর অর্থ, 2005 সালে জানুয়ারি মাসে 1 টাকার মূল্য 1982 সালের 19 পয়সার সমান। অন্যভাবে বলা যায়, ভোক্তার আর্থিক মজুরি 10,000 টাকা হলে তার প্রকৃত মজুরি হবে, $10000 \times \frac{100}{526}$ টাকা = 1901 টাকা এর অর্থ দাঁড়ায় 1982 সালে 1901 টাকার ক্রয়ক্ষমতা যা ছিল সেটা 2005 সালের জানুয়ারি মাসে 10,000 টাকার ক্রয় ক্ষমতার সমান হবে। যদি সে 2005 সালে 3000 টাকা পেত তাহলে দাম বৃদ্ধির জন্য সে খারাপ অবস্থায় থাকত। 1982 সালের জীবনযাত্রার মান বজায় রাখার জন্য এখন বেতন বাড়িয়ে 15,780 টাকা করা প্রয়োজন। এই অঙ্কটা ভিত্তি বছরের বেতনকে $\frac{526}{100}$ গুণক দ্বারা গুণ করে পাওয়া গেছে।

- শিল্প উৎপাদন সূচক আমাদের শিল্পক্ষেত্রের উৎপাদনের পরিবর্তনের একটি পরিমাণ বাচক সংখ্যা প্রকাশ করে।
- কৃষি উৎপাদন সূচক থেকে দেশের কৃষিক্ষেত্রের অগ্রগতির চটজলদি হদিশ পাওয়া যায়।
- শেয়ার বাজারে বিনিয়োগকারীদের জন্য সেনসেক্স একটি প্রয়োজনীয় নির্দেশক। যদি সেনসেক্স বাড়ে তবে বিনিয়োগকারীরা ভবিষ্যত অর্থনীতির পারদর্শিতা সম্পর্কে আশাবাদী হয়। বিনিয়োগকারীদের নিকট এটা বিনিয়োগের জন উপযুক্ত সময়।

আমরা এই সূচক সংখ্যাগুলো কোথায় পেতে পারি? (Where can we get these index Numbers?)

ব্যাপক ভাবে ব্যবহৃত সূচক সংখ্যার কিছু যেমন WPI, CPI প্রধান শস্যের উৎপাদন সূচক সংখ্যা (Index Number of yield of Principal crops) বৈদেশিক বানিজ্য সূচক (Index of Foreign trade) যা আর্থিক সমীক্ষায় (Economic Survey) পাওয়া যায়।

কাজ

- সংবাদপত্র থেকে 10 টি পর্যবেক্ষণ নিয়ে সেনসেক্সের একটি কালীন সারি (time series) তৈরি করো, যখন ভোক্তার দাম সূচকের ভিত্তি 1982 থেকে 2000 সালে পরিবর্তিত হবে তখন কী হবে?

7. উপসংহার (Conclusion)

সূচক সংখ্যার পরিমাপ তোমাকে বিরাট সংখ্যক সামগ্রীর গড় মানের এক পরিবর্তন নির্ণয় করতে সাহায্য করে। দাম, পরিমান, আয়তন ইত্যাদির জন্য সূচক সংখ্যা নির্ণয় করা যেতে পারে।

সূত্রগুলো থেকে এটাও হয় যে, সূচক সংখ্যাগুলো সবধানে ব্যাখ্যা করা প্রয়োজন কোন্ কোন্ দ্রব্য অর্ন্তভুক্ত করা হবে এবং কোন্ বছরকে ভিত্তি বছর হিসাবে ধরা হবে তাও গুরুত্বপূর্ণ। সূচক সংখ্যার প্রায়োগিক দিক থেকে জানা যায় যে, এটা নীতি নির্ধারণের জন্য অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ।

সংক্ষিপ্ত বৃত্তি (Recap)

- একটি সূচক সংখ্যা হল অনেকগুলো দ্রব্যের মধ্যে আপেক্ষিক পরিবর্তন পরিমাপের জন্য একটি পরিসংখ্যান কৌশল।
- একটি সূচক সংখ্যা নিয়ে কাজ করার জন্য অনেকগুলো সূত্র আছে এবং প্রত্যেকটি সূত্রকে সতর্কভাবে রূপায়িত করা প্রয়োজন।
- সূত্রের নির্বাচন বেশির ভাগ ক্ষেত্রে প্রশ্নের প্রায়োগিক দিকের উপর নির্ভর করে।
- ব্যাপকভাবে ব্যবহৃত সূচক সংখ্যাগুলো হল- পাইকারি দামসূচক, ভোক্তার দাম সূচক, শিল্প উৎপাদন সূচক, কৃষি উৎপাদন সূচক এবং সেনসেক্স।
- অর্থনৈতিক নীতি নির্ধারণে সূচক সংখ্যা অপরিহার্য।

অনুশীলনী

1. যে সূচক সংখ্যাটি পণ্যের আপেক্ষিক গুরুত্ব পরিমাপ করে তাকে বলে -
   i) ভারযুক্ত সূচক ii) সরল যৌগিক সূচক iii) সরল আপেক্ষিক গড়
2. অধিকাংশ ভারযুক্ত সূচক সংখ্যায় ভার তার সাথে সম্পর্কিত
   i) ভিত্তি বছর ii) চলতি বছর iii) ভিত্তি এবং চলতি বছর দুই-ই।
3. সূচকে কম ভারযুক্ত দ্রব্যের দামের পরিবর্তনের প্রভাব হবে -
   i) কম ii) বেশি iii) অনিশ্চিত
4. ভোক্তার দাম সূচক কোন্ পরিবর্তনকে পরিমাপ করে?
   i) খুচরা দাম ii) পাইকারি দাম iii) উৎপাদকের দাম
5. শিল্প শ্রমিকদের জন্য ভোক্তার দাম সূচকে যে পণ্যের উপর সবচেয়ে বেশি ভার দেওয়া হয় তা হল -
   i) খাদ্য ii) বাসস্থান iii) বস্ত্র
6. সাধারনত মুদ্রাস্ফীতি গণনা করতে ব্যবহৃত হয়-
   i) পাইকারি দাম সূচক ii) ভোক্তার দাম সূচক iii) উৎপাদকের দাম সূচক
7. আমাদের সূচক সংখ্যা কেন প্রয়োজন হয়?
8. ভিত্তি বছরের কাঙ্ক্ষিত বৈশিষ্ট্যগুলো কী কী?

9. বিভিন্ন প্রকারের ভোগকারীর জন্য ভিন্ন ভিন্ন CPI প্রয়োজন কেন?

10. শিল্প শ্রমিকদের জন্য ভোক্তার দাম সূচক কী পরিমাপ করে?

11. দাম সূচক এবং পরিমাপ সূচকের মধ্যে পার্থক্য কী?

12. দামের কোনোও পরিবর্তন কি দাম সূচক সংখ্যায় প্রতিফলিত হয়?

13. শহরের অ-কায়িক (non-manual) শ্রমিকদের জন্য CPI ভারতের রাষ্ট্রপতির জীবনযাত্রার ব্যয়ের পরিবর্তনের প্রতিনিধিত্ব করতে পারে কি?

14. নিম্নলিখিত উপকরণসমূহের জন্য একটি শিল্পনগরীর শ্রমিকদের 1980 এবং 2005 সালের মাসিক মাথাপিছু খরচ নীচে দেওয়া হয়েছে। এই উপকরণসমূহের ভার হল যথাক্রমে 75, 10, 5, 6 এবং 4। 1980 সালকে ভিত্তি বছর ধরে 2005 সালের জন্য জীবিকা নির্বাহের ব্যয়ের ভারযুক্ত সূচক সংখ্যা প্রস্তুত করো।

বিষয়	1980 সালের দাম	2005 সালের দাম
খাদ্য	100	200
বস্ত্র	20	25
জ্বালানি এবং আলো	15	20
বাড়ি ভাড়া	30	40
অন্যান্য	35	65

15. নীচের সারণিটি যত্নসহকারে পড়ো এবং তোমার মতামত দাও।

শিল্প উৎপাদন সূচক ভিত্তি বছর 1993 - 94

শিল্প	ভার (শতাংশ)	1996-97	2003 - 2004
সাধারণ সূচক	100	130.8	189.0
খনি এবং খননকার্য	10.73	118.2	146.9
নির্মাণ শিল্প	79.58	133.6	196.6
বিদুৎ	10.69	122.0	172.6

16. তোমার পরিবারের গুরুত্বপূর্ণ ভোগ্যদ্রব্যের তালিকা তৈরি করার চেষ্টা করো।

17. ভিত্তি বছরে যদি একজন ব্যক্তির বাৎসরিক বেতন 4000 টাকা হয় এবং চলতি বছরের বেতন 6000 টাকা হয় তাহলে তার জীবনযাত্রার মান একই রকম রাখতে হলে তার বেতন কতটুকু বাড়ানো উচিত যদি ভোক্তার দাম সূচক 400 হয়।

18. জুন 2005 এ ভোক্তার দাম সূচক ছিল 125। খাদ্য সূচক ছিল 120 এবং অন্যান্য দ্রব্যের সূচক ছিল 135, মোট ভারের কত শতাংশ খাদ্যের উপর দেওয়া হয়?

19. একটি নির্দিষ্ট শহরের মধ্যবিত্ত পরিবারগুলোর বাজেট অনুসন্ধান করে নিম্নলিখিত তথ্যগুলো পাওয়া যায় :

উপকরণের জন্য ব্যয়	খাদ্য	জ্বালানি	বস্ত্র	ভাড়া	অন্যান্য
	35%	10%	20%	15%	20%
2004 সালের দাম (টাকায়)	1500	250	750	300	400
1995 সালের দাম (টাকায়)	1400	200	500	200	250

1995 সালের তুলনায় 2004 সালে জীবিকা নির্বাহের ব্যয় সূচকের মান কত হবে?

20. তোমার পরিবারের দুই সপ্তাহের দৈনিক ব্যয়, দৈনিক ক্রয়ের পরিমাণ এবং দৈনিক ক্রয়ের প্রতি একক দামের নথি লিপিবদ্ধ করো। দ্রব্যের দামের পরিবর্তন তোমার পরিবারকে কীভাবে প্রভাবিত করেছে?

21. নিম্নলিখিত রাশিতথ্য দেওয়া হল :

বছর	শিল্প শ্রমিকদের CPI (1982 = 100)	কৃষি শ্রমিকদের CPI (1986 - 87 = 100)	WPI (1993-94 =100)
1995 - 96	313	234	121.6
1996 - 97	342	256	127.2
1997 - 98	366	264	132.8
1998 - 99	414	293	140.7
1999 - 00	428	306	145.3
2000 - 01	444	306	155.7
2001 - 02	463	309	161.3
2002 - 03	482	319	166.8
2003 - 04	500	331	175.9

উৎস : *অর্থনৈতিক সমীক্ষা, 2004 - 2005, ভারত সরকার।*

i) সূচক সংখ্যার আপেক্ষিক মূল্যের উপর মতামত ব্যক্ত কর।

ii) এগুলো কি তুলনাযোগ্য?

22) একটি পরিবারের কিছু গুরুত্বপূর্ণ দ্রব্যের উপর মাসিক ব্যয় (টাকায়) এবং দ্রব্য ও পরিসেবা করের (GST) হার যা এসব দ্রব্যের উপর প্রযোজ্য তা নিম্নে দেওয়া হল:

পন্য	মাসিক ব্যয় (টাকায়)	GST হার %
দানাশস্য	1500	0
ডিম	250	0
মাছ, মাংস	250	0
ঔষধ	50	5
বায়োগ্যাস	50	5
পরিবহণ	100	5
মাখন	50	12
টম্যাটো সস্	40	12
বাবুল	10	12
বিস্কুট	75	18
কেকস্, পেসট্রিস্	25	18
ব্রান্ডেড পোশাক	100	18
ভ্যাকুয়াম ক্লিনার, গাড়ি	1000	28

উক্ত পরিবারের সাপেক্ষে গড় করের হার নির্ণয় করো।

গড় দ্রব্য ও পরিসেবা করের (GST) হার নির্ণয়ের জন্য ভারযুক্ত গড় সূত্র ব্যবহার করো। এই ক্ষেত্রের ভার হল প্রত্যেক দ্রব্যের উপর ব্যয়ের অংশ। এখানে মোট ভার ঐ পরিবারের মোট ব্যয়-এর সমান এবং চলক গুলো হল দ্রব্য ও পরিসেবা করের হার

বিভাগ	ব্যয়ভার (w)	GST হার	Wx
বিভাগ 1	2000	0	
বিভাগ 2	200	0.05	10
বিভাগ 3	100.	0.12	12
বিভাগ 4	200	0.18	36
বিভাগ 5	1000	0.28	280
	3500		338

এই পরিবারের ক্ষেত্রে গড় GST হার (Mean GST Rate) হল 338 / 3500 = 0.966 অর্থাৎ 9.66%

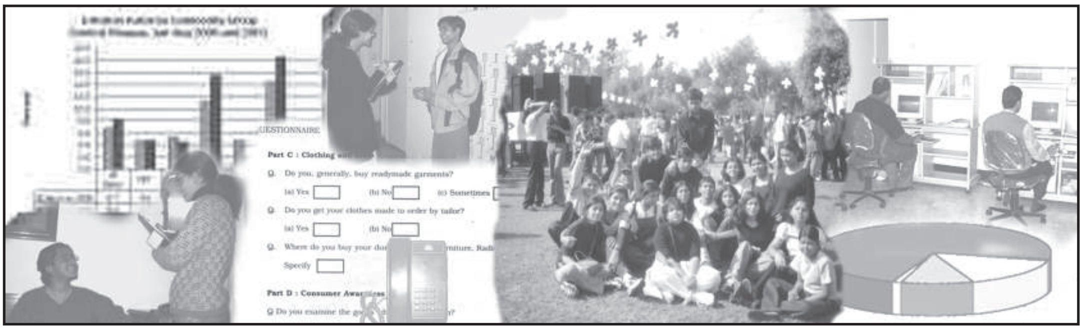
কাজ

- ব্যাপকভাবে ব্যবহৃত সূচক সংখ্যার একটি তালিকা তৈরি করার জন্য তোমার শ্রণি শিক্ষকের সঙ্গে আলোচনা কর। উৎস নির্দেশ করে সাম্প্রতিক কালের রাশিতথ্য সংগ্রহ করো। একটি সূচক সংখ্যার একক কি হবে তুমি কি তা বলতে পার?
- গত দশ বছরের শিল্প শ্রমিকদের ভোক্তার দাম সূচকের একটি সারণি তৈরি করো এবং টাকার ক্রয়ক্ষমতা হিসাব করো। কীভাবে ক্রয়ক্ষমতা পরিবর্তিত হচ্ছে?

অধ্যায়

9

পরিসংখ্যান সরঞ্জামের ব্যবহার
(Use of Statistical Tools)



এই অধ্যায় পাঠ করে তোমরা সক্ষম হবে—

- একটি প্রকল্পের নকশা তৈরির বিভিন্ন ধাপসমূহ সম্বন্ধে পরিচিত হতে;
- একটি সমস্যা বিশ্লেষণে বিভিন্ন পরিসংখ্যান হাতিয়ারকে প্রয়োগ করতে ।

1. ভূমিকা (Introduction) তোমরা বিভিন্ন পরিসংখ্যান হাতিয়ার সম্পর্কে অধ্যয়ন করেছ। এই হাতিয়ারগুলো আমাদের প্রাত্যহিক জীবনে গুরুত্বপূর্ণ এবং বিভিন্ন অর্থনৈতিক কার্যক্রম যেমন উৎপাদন, ভোগ,বণ্টন, ব্যাংকিং ও বিমা, ব্যবসা-বাণিজ্য, পরিবহণ ইত্যাদি সম্পর্কিত রাশিতথ্য বিশ্লেষণে ব্যবহার করা হয়। এই অধ্যায়ে একটি প্রকল্প কীভাবে সংগঠিত করা হয় তা তোমরা শিখবে। বিভিন্ন প্রকার বিশ্লেষণে কীভাবে পরিসংখ্যানকে ব্যবহার করা যায় তা এই অধ্যায় বুঝতে সাহায্য করবে। উদাহরণস্বরূপ, তোমাদেরকে ভোক্তার ব্যবহৃত একটি পণ্যের তথ্য সংগ্রহ করতে বা উৎপাদনকারী বাজারে একটি নতুন দ্রব্য বা সেবা বাজারজাত করতে চাইছে, এই পরিপ্রেক্ষিতে বাজারের হালচাল সম্পর্কে তথ্য সংগ্রহ করতে বা বিদ্যালয় স্তরে তথ্যপ্রযুক্তির প্রসার সম্পর্কিত তথ্য বিশ্লেষণ করতে হবে। এই ধরনের আরও অনেক তথ্য সংগ্রহ করতে হতে পারে। একটি প্রকল্প রূপায়ণের মধ্য দিয়ে এই ধরনের সমীক্ষা বা সার্ভে পরিচালনা করা হয়। সাথে সাথে দ্রব্যের গুণমান, উন্নয়নের বা উৎপাদন প্রক্রিয়ার উন্নতি সাধনে সুপারিশ করা যায় এই ধরনের গবেষণামূলক সমীক্ষার সাহায্যে।

একটি প্রকল্প প্রস্তুতির বিভিন্ন ধাপ
(Steps towards making a project)

একটি সমস্যা বা একটি অধ্যয়নের এলাকা শনাক্তকরণ
(Identifying a problem or an area of study)

প্রথমেই সমীক্ষার বিষয় নির্বাচনের জন্য একটি অঞ্চলগত সমস্যা সম্পর্কে চিহ্নিত করতে হবে। শুরুতেই তোমাদের এই ব্যাপারে স্পষ্ট লক্ষ্য স্থির করতে হবে যে, তোমরা

কী অনুসন্ধান করতে চাইছ ? তোমাদের অনুসন্ধানের বা গবেষণার উদ্দেশ্যের উপর ভিত্তি করে তোমাদেরকে রাশিতথ্য সংগ্রহ করতে হবে এবং তার প্রক্রিয়াকরণের দিকে অগ্রসর হতে হবে। উদাহরণস্বরূপ, তোমাদের কাছে কোনো দ্রব্যের উৎপাদন বা বিক্রয় যেমন গাড়ি, মোবাইল ফোন, জুতোর কালি, স্নানের সাবান বা কাপর কাঁচার সাবান ইত্যাদি আকর্ষণীয় ক্ষেত্র হতে পারে। তোমরা হয়তো কোনো নির্দিষ্ট এলাকার পানীয় জল বা বিদ্যুতের সমস্যার উপর মন্তব্য করতে চাইছ। তোমরা হয়তো পরিবারের গ্রাহক সচেতনতা সম্পর্কে অধ্যয়ন করতে চাও যেমন, ভোক্তা অধিকার সম্পর্কে সচেতনতা।

নির্দিষ্ট গোষ্ঠীর বাছাই প্রক্রিয়া (Choice of Target Group)

পরীক্ষায় সুনির্দিষ্ট প্রশ্নমালার মাধ্যমে সরাসরি প্রশ্ন জিজ্ঞাসা করে তথ্য সংগ্রহ করতে হয়। প্রশ্নপত্রের প্রশ্নগুলোকে সঠিকভাবে লিপিবদ্ধ করতে অনুসন্ধানের লক্ষ্যভুক্ত গোষ্ঠীকে (Terget Group) শনাক্তকরণ করা খুবই জরুরি। যদি তোমাদের প্রকল্পটি গাড়ির সাথে সম্পর্কিত হয়, তবে তোমাদের লক্ষ্যগোষ্ঠী হতে হবে মূলত মধ্য আয় বা উচ্চ আয়ের ব্যক্তিবর্গ। যদি তোমাদের প্রকল্পের বস্তু হয় গ্রাহক দ্রব্য, যেমন সাবান, তবে তোমাদেরকে সমস্ত গ্রামীণ ও শহরের ক্রেতাদের লক্ষ্যগোষ্ঠীতে আনতে হবে। সুরক্ষিত পানীয় জল প্রাপ্যতার ক্ষেত্রে লক্ষ্যগোষ্ঠী হতে পারে গ্রামীণ ও শহরের জনগণ উভয়ই। প্রকল্প প্রতিবেদন তৈরির জন্য লক্ষ্যগোষ্ঠী নির্বাচনের সময় ওই লোকগুলোকে নির্বাচন খুবই গুরুত্বপূর্ণ যাদের উপর তোমরা আলোকপাত করতে চাও।

রাশিতথ্য সংগ্রহ (Collection of Data)

সমীক্ষার লক্ষ্য বা উদ্দেশ্য তোমাদেরকে সাহায্য করবে যে, কোন্ পদ্ধতি তে তোমরা রাশিতথ্য সংগ্রহ করবে। প্রাথমিক (Primary) পদ্ধতি,অ-প্রাথমিক বা মাধ্যমিক (Secondary)পদ্ধতি, না কি উভয়ই পদ্ধতি। তোমরা দ্বিতীয় অধ্যায়ে পড়েছ যে প্রাথমিক পদ্ধতিতে প্রশ্নমালা ব্যবহার করে বা সাক্ষাৎকার পদ্ধতিতে প্রাথমিক রাশিতথ্য সংগ্রহ করা হয়। এখানে বিভিন্ন পদ্ধতিগুলো হল— ব্যক্তিগত সাক্ষাৎকার, ডাক ও তার মাধ্যমে সমীক্ষা, ফোন বা ই-মেইলের মাধ্যমে সমীক্ষা ইত্যাদি। ডাক পদ্ধতিতে পাঠানো প্রশ্নমালার ক্ষেত্রে একটি আচ্ছাদিত খাম থাকে যাতে সমীক্ষার উদ্দেশ্য বিশদে বর্ণনা করা থাকে। তোমাদের উদ্দেশ্য হবে উদ্দিষ্ট গোষ্ঠীর আকৃতি ও বৈশিষ্ট্য নির্ধারণ করা । উদাহরণস্বরূপ, প্রাথমিক ও মাধ্যমিক স্তরের মহিলা স্বাক্ষরতা বা একটি নির্দিষ্ট ব্র্যান্ডের সাবানের ব্যবহারের উপর সমীক্ষা করতে হলে তথ্য সংগ্রহের জন্য তোমাদের প্রতিটি ব্যক্তির বা পরিবারের কাছে যেতে হবে। অর্থাৎ তোমাদেরকে প্রাথমিক তথ্য সংগ্রহ করতে হবে। যদি তোমরা নমুনা চয়ন (Sampling) করে রাশিতথ্য সংগ্রহ কর তবে নমুনা চয়ন পদ্ধতির প্রয়োগ সম্পর্কে যত্নবান হতে হবে।

তোমাদের প্রয়োজনের উপর ভিত্তি করে মাধ্যমিক রাশিতথ্যও ব্যবহার করতে পারো । মাধ্যমিক বা গৌণ রাশিতথ্য সাধারণত ব্যবহার করা হয় যখন সময়, অর্থ, মানব সম্পদের স্বল্পতা থাকে এবং রাশিতথ্যের সহজ-প্রাপ্ততা থাকে।

রাশিতথ্য সংকলন ও উপস্থাপন (Organisation and Presentation of Data)

রাশিতথ্য সংগ্রহের পর তোমাদেরকে সারণি বদ্ধকরণ এবং উপযুক্ত রাশিচক্রের মাধ্যমে রাশিতথ্যকে সংকলন ও উপস্থাপন করতে হবে। যেমন দণ্ডচিত্র, পাইচিত্র ইত্যাদি যা তোমরা তৃতীয় ও চতুর্থ অধ্যায়ে পড়েছ।

বিশ্লেষণ ও ব্যাখ্যা (Analysis and Interpretation)

কেন্দ্রীয় প্রবণতার বিভিন্ন পরিমাপ (যেমন গড়), বিস্তৃতির পরিমাপ (যেমন সমক পার্থক্য) এবং সহ-পরিবর্তন তোমাদেরকে গড়, পরিবর্তনশীলতা এবং সম্পর্ক গণনা করতে সাহায্য করবে, যখন তা চলকগুলোর মধ্যে বিদ্যমান থাকবে। তোমরা পঞ্চম, ষষ্ঠ ও সপ্তম অধ্যায়ে উপরিউক্ত বিষয়গুলোর উপর জ্ঞান অর্জন করেছ।

উপসংহার (Conclusion)

ফলাফল বিশ্লেষণ ও ব্যাখ্যার পর সবশেষ কাজ হল অর্থবহ উপসংহারে পৌঁছানো। যদি সম্ভব হয় তবে তোমরা অবশ্যই ভবিষ্যত সম্ভাবনাগুলোর অনুমান করতে চেষ্টা করবে এবং সংগৃহীত তথ্যের ভিত্তিতে উন্নয়ন ও সরকারি নীতি ইত্যাদি বিষয়ে পরামর্শ দিতে চেষ্টা করবে।

গ্রন্থপঞ্জি (Bibliography)

এই বিভাগে রাশিতথ্যের গৌণ উৎসগুলোর খুঁটিনাটি উল্লেখ করবে, যেমন ম্যাগাজিন, সংবাদপত্র, গবেষণাপত্র ইত্যাদি যা প্রকল্প রূপায়ণে ব্যবহৃত হয়েছে।

2. প্রকল্পের প্রস্তাবিত তালিকা

(Suggested List of Project)

এখানে কিছু প্রস্তাবিত প্রকল্প দেওয়া হয়েছে। তুমি স্বাধীনভাবে যে-কোনো বিষয় নির্বাচন করতে পারো যা কোনো একটি অর্থনৈতিক বিষয়ের সাথে যুক্ত।

1. তুমি নিজেকে পরিবহণ মন্ত্রীর একজন উপদেষ্টা হিসাবে বিবেচনা করো। মন্ত্রীর লক্ষ্য হল ভালো এবং সমন্বয়পূর্ণ পরিবহণ ব্যবস্থা চালু করা। এই বিষয়ে একটি প্রকল্প প্রতিবেদন প্রস্তুত করো।

2. তুমি হয়তো গ্রামীণ কুটির শিল্পে কর্মরত রয়েছ। এই শিল্পে হয়তো ধূপ, ধূপকাঠি, মোমবাতি, পাঠজাত দ্রব্য ইত্যাদি তৈরি করে থাক। তুমি নিজের মালিকানায় একটি নতুন ইউনিট শুরু করতে চাও।
ব্যাংক ঋণের জন্য একটি প্রকল্প প্রতিবেদন প্রস্তুত করো।

3 ম্যানেজার এবং সম্প্রতি তোমার কোম্পানির উৎপাদিত ভোগ্য দ্রব্যের একটি বিজ্ঞাপন দেওয়া হয়েছে। দ্রব্যের বিক্রির উপর বিজ্ঞাপনের কী প্রভাব তার উপর একটি প্রতিবেদন প্রস্তুত করো।

4. ধরো, তুমি একজন ভালো শিক্ষা আধিকারিক। তুমি শিক্ষার হার পরিমাপ করতে ও বিদ্যালয়ে শিশুদের বিদ্যালয় ছুটের (Drop out) কারণ নির্ধারণ করতে চাও। একটি প্রতিবেদন প্রস্তুত করো।

5. ধরো, তুমি একটি অঞ্চলের ভিজিল্যান্স দপ্তরের কর্মকর্তা এবং তোমার কাছে অভিযোগ রয়েছে যে ব্যবসায়ীরা পণ্য সামগ্রীর অতিরিক্ত দাম নিচ্ছে। অর্থাৎ সর্বোচ্চ বিক্রয়মূল্যের (MRP) চেয়ে বেশি মূল্য ধার্য করছে। কিছু দোকান পরিদর্শন করে এবং এই অভিযোগের উপর একটি প্রতিবেদন প্রস্তুত করো।

6. তুমি নিজেকে একটি গ্রামের গ্রামপ্রধানরূপে বিবেচনা করো। তুমি গ্রামের সুযোগসুবিধার সম্প্রসারণ করতে চাও, যেমন গ্রামবাসীদের জন্য বিশুদ্ধ পানীয় জল। প্রতিবেদনের আকারে তোমার সমস্যাগুলো উল্লেখ করো।

7. স্থানীয় সরকারের একজন প্রতিনিধি হিসাবে তুমি তোমার এলাকার বিভিন্ন কর্মসংস্থান প্রকল্পে মহিলাদের অংশ গ্রহণের হার পরিমাপ করতে চাও। একটি প্রকল্প প্রস্তুত করো।

8. তুমি একটি গ্রামীণ ব্লকের মুখ্য স্বাস্থ্যআধিকারিক। একটি প্রকল্পের মাধ্যমে সমস্যাগুলো চিহ্নিত করো যেগুলোর সমাধান প্রয়োজন। এর মধ্যে স্বাস্থ্য ও পয়:প্রণালীর সমস্যাও থাকতে পারে।

9. খাদ্য ও গণসরবরাহ দপ্তরের মুখ্য-পরিদর্শক হিসাবে তুমি তোমার কর্তব্যরত এলকায় খাদ্যে ভেজালের একটি অভিযোগ পেয়েছ, এই সমস্যার ব্যাপকতা নিরূপণের জন্য একটি সমীক্ষা করো।

10. একটি নির্দিষ্ট এলাকায় পলিও টীকাকরণের উপর একটি প্রতিবেদন প্রস্তুত করো।
11. তুমি একজন ব্যাংক আধিকারিক এবং জনগণের আয় ও ব্যয়ের উপর ভিত্তি করে তাদের সঞ্চয় প্রবণতার উপর একটি সমীক্ষা করতে চাও। একটিপ্রতিবেদন প্রস্তুত করো।
12. ধরা যাক, তুমি একদল ছাত্রের মধ্যে রয়েছ যারা একটি গ্রামের চাষ ব্যবস্থা ও কৃষকদের সমস্যার উপর সমীক্ষা করতে চায়। একটি প্রকল্প প্রতিবেদন প্রস্তুত করো।

3. নমুনা প্রকল্প (Sample Project)

তোমাদের সহায়তার জন্য এখানে একটি নমুনা প্রকল্প দেওয়া হল। এখানে যে সমীক্ষা পদ্ধতি ব্যবহার করা হয়েছে তার সঙ্গে তোমার সমীক্ষা পদ্ধতি এক নাও হতে পারে, কারণ তোমার বিষয়বস্তু আলাদা।

প্রকল্প (Project)

X একজন যুবা উদ্যোগপতি। সে টুথপেস্ট (Tooth peste) উৎপাদনের জন্য একটি নতুন কারখানা প্রতিষ্ঠা করতে চায়। সে কীভাবে উৎপাদন করবে এর পরামর্শ দিতে তোমাকে বলা হয়েছে।

এখানে প্রথমে তোমরা ভোক্তাদের টুথপেস্ট পছন্দ, টুথপেস্টের উপর তাদের মাসিক ব্যয় এবং অন্যান্য প্রাসঙ্গিক তথ্য নিয়ে একটি সমীক্ষা করতে পারো। এর জন্য তোমরা প্রথমিক তথ্য সংগ্রহের সিদ্ধান্ত নিতে পারো।

প্রশ্নমালার সাহায্যে তোমাদেরকে রাশিতথ্য সংগ্রহ করতে হবে। এই যে প্রশ্নমালা তোমরা ব্যবহার করবে তা অবশ্যই তোমাদের সমীক্ষার প্রয়োজনীয় তথ্য প্রদান করবে। ধরো, তোমরা সিদ্ধান্ত নিয়েছে যে,তোমার সমীক্ষার জন্য প্রয়োজনীয় তথ্যগুলো নিম্নরূপ—

- টুথপেস্টের জন্য মাসিক গড় ব্যয়।
- বাজারে বর্তমানে চাহিদা রয়েছে এমন টুথপেস্টের ব্র্যান্ডগুলো।
- এই ব্র্যান্ডগুলোর প্রতি ক্রেতাদের দৃষ্টিভঙ্গি।
- টুথপেস্টে ব্যবহৃত উপকরণগুলোর প্রতি ক্রেতাদের পছন্দ।
- টুথপেস্টের চাহিদার উপর প্রধান প্রধান প্রচার মাধ্যমের প্রভাব।
- ভোক্তার আয়ের সঙ্গে উপরের উল্লিখিত উপাদানসমূহের সম্পর্ক।

যদি তোমরা এমন একটা প্রশ্নমালা পেয়ে থাক যা ইতোমধ্যে প্রয়োগ করা হয়েছে এবং পরীক্ষিত হয়েছে তবে তোমরা এটিকে তোমাদের প্রয়োজনমতো পরিমার্জিত করে ব্যবহার করতে পারো। নতুবা তোমাদেরকে নিজে একটি প্রশ্নমালা তৈরি করতে হবে। তবে নিশ্চিত হতে হবে যে, সব প্রয়োজনীয় তথ্য এই প্রশ্নমালায় জিজ্ঞাসা করা হয়েছে।

প্রকল্প প্রতিবেদনে (Project Report) ব্যবহৃত প্রশ্নমালার নমুনা

1. নাম
2. লিঙ্গ
3. পরিবারের সদস্যদের বয়স (বছর)
   ....
   ....
4. পরিবারের মোট সদস্য সংখ্যা
5. মাসিক পারিবারিক আয়
6. বাসস্থানের অবস্থান শহরে (Urban) ☐ গ্রামীণ (Rural) ☐
7. পরিবারের প্রধান উপার্জনকারীর মুখ্য পেশা
   i. চাকুরি ☐
   ii. পেশাদারি ☐
   iii. প্রস্তুতকারক ☐
   iv. ব্যবসায়ী ☐
   v. অন্যান্য (দয়া করে উল্লেখ করুন) ☐
8. আপনার পরিবার কি দাঁত মাজার জন্য টুথপেস্ট ব্যবহার করে ? হ্যাঁ ☐ না ☐
9. যদি হ্যাঁ হয়, তবে তোমার মতে একটি ভালো টুথপেস্টের প্রয়োজনীয় গুণাবলিগুলো কী কী ? (তুমি একের বেশি বিকল্পে টিক দিতে পারো)
   i. সাধারণ টুথপেস্ট ☐
   ii. জেল টুথপেস্ট ☐
   iii. এন্টিসেপ্টিক টুথপেস্ট ☐
   iv. স্বাদযুক্ত টুথপেস্ট ☐
   v. প্রতিরক্ষামূলক টুথপেস্ট ☐
   vi. ফ্লোরাইড টুথপেস্ট ☐
   vii. অন্যান্য ☐
10. আপনার পরিবার কি কোনো নির্দিষ্ট ব্র্যান্ডের টুথপেস্ট ব্যবহার করেন ?
    হ্যাঁ ☐ না ☐
11. যদি হ্যাঁ, তবে কোন্ ব্র্যান্ডের টুথপেস্ট ব্যবহার করেন ?
12. প্রতিমাসে এই টুথপেস্টের 100gm গ্রামের প্যাকেট কয়টি ব্যবহার করা হয় ?
13. আপনি কি এই টুথপেস্ট ব্যবহার করে সন্তুষ্ট ?
    হ্যাঁ ☐ না ☐
14. আপনি কি একটি নতুন টুথপেস্ট ব্যবহারের কথা ভাবছেন ?
15. যদি হ্যাঁ, তবে আপনার নতুন টুথপেস্টের বৈশিষ্ট্যগুলো কী হবে ? (একের বেশি বিকল্প টিক করতে পারে)
    i. সাধারণ টুথপেস্ট ☐
    ii. জেল টুথপেস্ট ☐
    iii. এন্টিসেপ্টিক টুথপেস্ট ☐
    iv. স্বাদযুক্ত টুথপেস্ট ☐
    v. প্রতিরক্ষামূলক টুথপেস্ট ☐
    vi. ফ্লোরাইড টুথপেস্ট ☐
    vii. অন্যান্য ☐
16. আপনার টুথপেস্টের সম্পর্কিত তথ্যগুলোর উৎসগুলো কী ?
    i. সিনেমা ☐
    ii. প্রদর্শণি ☐
    iii. ইন্টারনেট ☐
    iv. ম্যাগাজিন ☐
    v. খবরের কাগজ ☐
    vi. রেডিয়ো ☐
    vii. বিক্রয় প্রতিনিধি ☐
    viii. টেলিভিশন ☐
    ix. অন্যান্য ☐

রাশিতথ্য বিশ্লেষণ ও ব্যাখ্যা (Data Analysis and Interpretation)

প্রয়োজনীয় তথ্য সংগ্রহের পর তোমাকে প্রাপ্ত রাশি তথ্যকে সংগঠিত ও বিশ্লেষণ করতে হবে।

চূড়ান্ত প্রতিবেদনটি (Final Report) এই রকম হতে পারে :

1. মোট নমুনার আকার

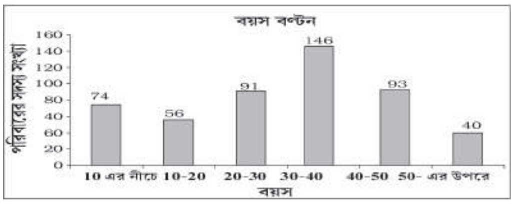
(Total Sample Size) : 100 টি পরিবার

2. অঞ্চল: শহুরে 67%
গ্রামীণ 33%

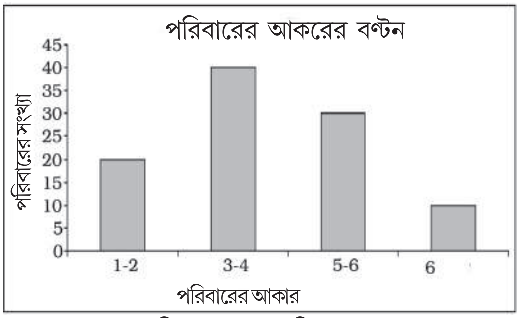
পর্যবেক্ষণ : অধিকাংশ ভোক্তা শহুরে এলাকার অন্তর্ভুক্ত।

i) বয়স বণ্টন (Age Distribution)

বয়স (বছরে)	লোকসংখ্যা
10 এর নীচে	74
10-20	56
20-30	91
30-40	146
40-50	93
50- এর উপর	40
মোট	500



চিত্র 9.1 : দণ্ডচিত্র



চিত্র 9.2 : দণ্ড চিত্র

পর্যবেক্ষণ : সমীক্ষায় বেশিরভাগ পরিবারের লোকসংখ্যা 3-6 এর মধ্যে।

iii) পরিবারের মাসিক আয়ের অবস্থা (Monthly Family Income Status)

আয়	পরিবারের সংখ্যা
0 - 10,000	20
10,000 - 20,000	40
20,000 - 30,000	30
30,000 - 40,000	10

পরিবারের মাসিক পরিসংখ্যা বিভাজন এবং গড় আয় ও সমক বিচ্যুতির গণনা

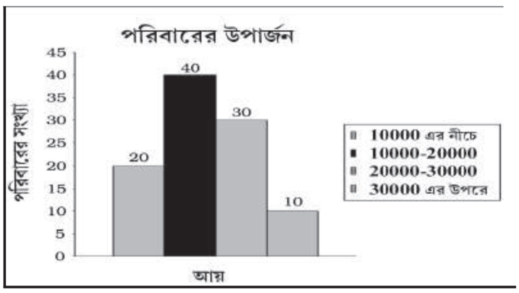
আয় শ্রেণি (1)	মধ্যবিন্দু (2)	পরিসংখ্যা (f) (3)	$d' = (X\text{-}20000)/500$ (4)	fd' (5)	$f'd'^2$ (6)
0-10000	5000	20	-3	-60	180
10000-20000	15000	40	-1	-40	40
20000-30000	25000	30	1	30	30
30000-40000	35000	10	3	30	90
		100		-40	340

পর্যবেক্ষণ : সমীক্ষায় বেশিরভাগ লোক 20-50 বয়স সীমার অন্তর্ভুক্ত।

ii) পরিবারের আকার (Family Size)

পরিবারের আকার	পরিবারের সংখ্যা
1-2	20
3-4	40
5-6	30
6 -এর অধিক	10
মোট	100

এই তথ্যের আয়তলেখ নিম্নে দেওয়া হল :



চিত্র 9.3 : আয়তলেখ

পর্যবেক্ষণ : সমীক্ষায় বেশিরভাগ পরিবারের মাসিক আয় 10000-30000 টাকার মধ্যে।

$$\bar{X}=A+\frac{\Sigma fd'}{\Sigma f}\times c=20000+\frac{(-40)}{100}\times 5000$$

$$=20000-2000=18000$$

$$\sigma=\sqrt{\frac{\Sigma fd'^2}{\Sigma f}-\left(\frac{\Sigma fd'}{\Sigma f}\right)^2}\times c$$

$$\sigma=\sqrt{\frac{340}{100}-\left(\frac{-40}{100}\right)^2}\times c$$

$$=\sqrt{3.40-0.16}\times 5000$$

$$=\sqrt{3.24}\times 5000$$

$$=1.8\times 5000$$

$$=9000$$

পরিবারের গড় আয় 18000 টাকা এবং সমক বিচ্যুতি 9000 টাকা

iv) টুথপেস্টের জন্য পরিবারের মাসিক ব্যয় (Monthly Family Expenditure on Tooth paste)

প্রতি পরিবারের প্রতি মাসে টুথপেস্টের জন্য ব্যয় Rs.104 টাকা এবং সম্যক বিচ্যুতি Rs.35.60 টাকা।

$$\bar{X}=A+\frac{\Sigma fd'}{\Sigma f}\times c$$

$$=100+\frac{10}{100}\times 40$$

$$=104$$

$$\sigma=\sqrt{\frac{\Sigma fd'^2}{\Sigma f}-\left(\frac{\Sigma fd'}{\Sigma f}\right)^2}\times c$$

$$\sigma=\sqrt{\frac{80}{100}-\left(\frac{10}{100}\right)^2}\times 40$$

$$=\sqrt{0.8-0.01}\times 40$$

$$=\sqrt{0.79}\times 40$$

$$=0.89\times 40$$

$$=35.60$$

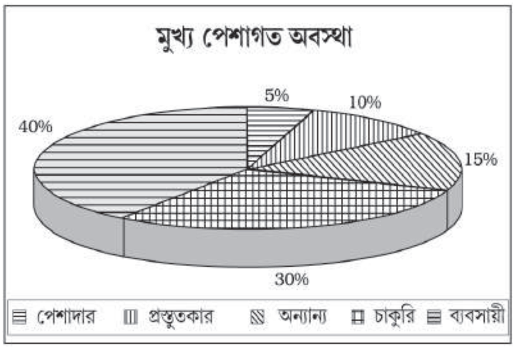
টুথপেস্টের জন্য পরিবারের মাসিক ব্যয়ের বিভাজন এবং গড় ব্যয় ও সমক বিচ্যুতির গণনা :

আয়শ্রেণি (1)	মধ্যবিন্দু x (2)	পরিসংখ্যা (f) (3)	$d'=(X-100)/40$ (4)	fd' (5)	fd'^2 (6)
0-40	20	5	-2	-10	20
40-80	60	20	-1	-20	20
80-120	100	40	0	0	0
120-160	140	30	1	30	30
160-200	180	5	2	10	20
		100		10	90

(v) মুখ্য পেশাগত অবস্থা *(Major Occupational Status)*

পারিবারিক পেশা	পরিবারের সংখ্যা
চাকুরি	30
পেশাদার	5
প্রস্তুতকারক	10
ব্যবসায়ী	40
অন্যান্য	15

9.4 চিত্র: পাই চিত্র



পর্যবেক্ষণ: সমীক্ষায় বেশিরভাগ পরিবার চাকুরি শ্রেণিভুক্ত বা ব্যবসায়ী।

(vi) পছন্দসই টুথপেস্টের ব্যবহার (Preferred Use of Toothpeste)

ব্র্যান্ড	পরিমাণ	ব্রান্ড	পরিমাণ
অ্যাকুয়াফ্রেশ	5	এনকর	4
সিবাকা	9	বাবুল	3
ক্লোজ-আপ	12	প্রোমিস	3
কোলগেট	18	মেসওয়াক	5
পেপসোডেন্ট	20	ওরাল-বি	7
পার্ল	4	সেনসোডাইন	7
অন্যান্য	3		

পর্যবেক্ষণ: কোলগেট,পেপসোডেন্ট এবং ক্লোজআপ হল সবচেয়ে পছন্দসই ব্রান্ড।

vii) নির্বাচনের ভিত্তি (Basis of Selection)

বৈশিষ্ট্য	পরিবারের সদস্য
বিজ্ঞাপন	15
দন্ত চিকিসকের পরামর্শ	5
দাম	35
গুণমান	45
স্বাদ	20
উপকরণ	10
উন্নত বাজারজাতকরণ	50
নতুন পণ্য ব্যবহারের চেস্টা	10
কোম্পানীর ব্রাণ্ড নাম	35

পর্যবেক্ষণ : বেশিরভাগ লোক টুথপেস্ট নির্বাচন করেন উন্নত বাজারজাতকরণ, গুণমান, দাম ও কোম্পানির ব্রাণ্ড নামের ভিত্তি।

viii) স্বাদ ও পছন্দ (Teste and Preferences)

ব্রান্ড	সন্তুষ্টি	অসন্তুষ্টি
অ্যাকুয়াফ্রেশ	2	3
সিবাকা	5	4
ক্লোজ-আপ	10	2
কোলগেট	16	2
মেসওয়াক	3	2
পেপসোডেন্ট	18	2
এনকর	2	2
বাবুল	2	1
প্রোমিস	2	1
ওরাল-বি	4	3
সেনসোডাইন	5	2
পার্ল	2	2

পর্যবেক্ষণ: বেশিরভাগ টুথপেস্টের ব্যবহারের ক্ষেত্রে অসন্তুষ্টির শতকরা হার তুলনামূলকভাবে কম।

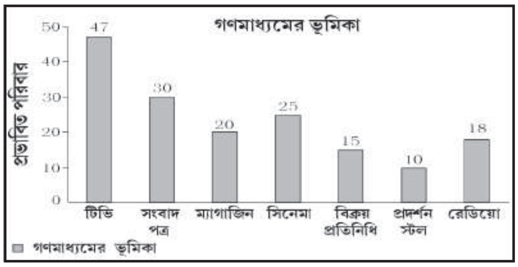
(ix)পছন্দের উপকরণগুলো (Ingredient Preference)

সাধারণ	40
জেল	70
এন্টিসেপটিক	80
স্বাদযুক্ত	50
প্রতিরক্ষামূলক	30
ফ্লোরাইড	10

পর্যবেক্ষণ: বেশিরভাগ লোক জেল ও এন্টিসেপটিক টুথপেস্ট পছন্দ করেন।

x) গণমাধ্যমের প্রভাব (Media Influence)

বিজ্ঞাপন	প্রভাবিত পরিবার
টেলিভিশন	47
সংবাদপত্র	30
ম্যাগাজিন	20
সিনেমা	25
বিক্রয় প্রতিনিধি	15
প্রদর্শন স্টল	10
রেডিয়ো	18



চিত্র-9.5 : দণ্ড চিত্র

পর্যবেক্ষণ : বেশিরভাগ লোক হয় টেলিভিশান নয় সংবাদপত্র থেকে দ্রব্যটি সম্পর্কে জেনেছে।

প্রকল্প প্রতিবেদনের সমাপ্তি রিপোর্ট (Concluding Note of the Project Report)

অধিকাংশ ভোক্তা শহরের বাসিন্দা। যে সমস্ত লোকদের মধ্যে সমীক্ষা পরিচালিত হয়েছিল তাদের মধ্যে বেশির ভাগের বয়স 25 থেকে 50 বছরের মধ্যে এবং গড়ে প্রতি পরিবারের মোট সদস্য সংখ্যা 3 থেকে 6 জন। ওই সব পরিবারের মাসিক আয় 10,000 থেকে 30,000 টাকার মধ্যে এবং তাদের মূল পেশা হল চাকুরি ও ব্যবসা । প্রতিটি পরিবার টুথপেস্টের জন্য প্রতি মাসে প্রায় 104 টাকা ব্যয় করেন। সমীক্ষায় অন্তর্ভুক্ত পরিবারগুলোর মধ্যে পছন্দের - ব্র্যান্ড হল পেপসুডেন্ট, কোলগেট ও ক্লোজআপ। জনগণ ওই সব ব্র্যান্ড-এর টুথপেস্ট পছন্দ করে যেগুলো জেল বা এন্টিস্েপটিক গুণাগুণ রয়েছে। একটা বিরাট অংশের লোক বিজ্ঞাপন দ্বারা প্রভাবিত হয় এবং টেলিভিশন হচ্ছে সবচেয়ে জনপ্রিয় মাধ্যম যার দ্বারা জনগণের কাছে পৌঁছানো যায়।

সংক্ষিপ্ত বৃত্তি

- গবেষণার উদ্দেশ্য স্পষ্টভাবে চিহ্নিত করা উচিত।
- সমগ্রক ও নমুনা সাবধানে নির্বাচন করা উচিত।
- সমীক্ষার উদ্দেশ্যই নির্দেশ করবে যে কী ধরনের রাশিতথ্য ব্যবহার করা যেতে পারে।
- একটি প্রশ্নমালা/সাক্ষাতের তালিকা প্রস্তুত করা হয়।
- বিভিন্ন পরিসংখ্যান সরঞ্জাম ব্যবহার করে সংগৃহীত রাশিতথ্য বিশ্লেষণ করা যেতে পারে।
- অর্থবহ সিদ্ধান্তের মাধ্যমে ফলাফল ব্যাখ্যা করা হয়।

পরিশিষ্ট — ক

পরিসংখ্যান শাস্ত্রের শব্দকোশ

(GLOSSARY OF STATISTICAL TERMS)

বিশ্লেষণ (Analysis) : কোনো অর্থনৈতিক সমস্যার পেছনে যে বিভিন্ন কারণগুলো রয়েছে তা বুঝতে পারা এবং ব্যাখ্যা করা।

কল্পিত গড় (Assumed Mean) : পরিসংখ্যানগত হিসাবকে সরলীকরণের স্বার্থে ব্যবহৃত সম্ভাব্য বা কল্পিত মান।

গুণ বা বৈশিষ্ট্য (Attribute): রাশি বিজ্ঞানে তথ্যের যে গুণগত বৈশিষ্ট্য সংখ্যাগতভাবেপরিমাপ করা যায় না।

দ্বিসংখ্যা গুরুমান বিশিষ্ট বণ্টন (Bimodal Distribution) : একটি পরিসংখ্যা বণ্টন, যেখানে দুটি সংখ্যাগুরু মান বর্তমান।

দ্বিচলবিশিষ্ট বণ্টন (Bivariate Distribution) : দুটি চলকের পরিসংখ্যাগত বণ্টন।

আদমশুমারি বা পূর্ণ তদন্ত পদ্ধতি (Census Method): গবেষণার তথ্য সংগ্রহের জন্য আদমশুমারি পদ্ধতি ব্যবহার করা হলে সমগ্রকের অন্তর্ভুক্ত সকল সমগ্রক এককের কাছ থেকে তথ্য সংগ্রহ করা হয়।

সময়ানুপাতিক শ্রেণিবিন্যাস (Chronological Classification) : সময়ের ভিত্তিতে কোনো তথ্যমালার বিভাজন।

শ্রেণি পরিসংখ্যা (Class Frequency) : কোনো শ্রেণির অন্তর্ভুক্ত পর্যবেক্ষণ সংখ্যা।

শ্রেণিব্যবধান (Class Interval) : কোনো প্রদত্ত শ্রেণির উর্ধ্বসীমা ও নিম্নসীমার মধ্যে পার্থক্য।

শ্রেণি চিহ্ন (Class Mark) : শ্রেণির মধ্যবিন্দু।

শ্রেণি মধ্যবিন্দু (Class Midpoint) : শ্রেণির মধ্যবিন্দু হচ্ছে কোনো একটি শ্রেণির মধ্যমান। এটা কোনো প্রদত্ত শ্রেণির বিভিন্ন পর্যবেক্ষণগুলোর প্রতিনিধিস্থানীয় মান।

শ্রেণি মধ্যবিন্দু = উর্ধ্বসীমা + নিম্নসীমা /2

শ্রেণি বিন্যাস (Classification) : সমজাতীয় জিনিসকে দলে বা শ্রেণিতে অন্তর্ভূক্তীকরণ।

ভোক্তা বা ভোগকারী (Consumer) : যে ব্যক্তি নিজের ব্যক্তিগত প্রয়োজনে বা পরিবারের প্রয়োজনে বা কাউকে উপহার দেওয়ার জন্য দামের বিনিময়ে বাজার থেকে দ্রব্য বা সেবাকার্য ক্রয় করে।

ধ্রুবক (Constant) : ধ্রুবক একটি পরিমাণ যা কোনো একটি গুণ বা বৈশিষ্ট্যকে বর্ণনা করার ক্ষেত্রে ব্যবহৃত হয়, কিন্তু এই সংখ্যার কোনো পরিবর্তন হয় না।

অবিচ্ছিন্ন চলক (Continueous Variable): কোনো পরিমাণগত চলক যা যে-কোনো সম্ভাব্য মান গ্রহণ করতে পারে।

আবর্তনশীলতা (Cyclicity) : এক বছরের অধিক সময়ের ক্ষেত্রে রাশিতথ্যের পরিবর্তন ও পর্যায়ক্রমিকতা ।

দশমক (Decile) : যে বিভাজনের মান তথ্যসারিকে দশটি সমান অংশে বিভাজনের মাধ্যমে নির্ধারিত হয়।

বিচ্ছিন্ন মানগ্রাহী চলক (Discrete Variable) : একটি চলক যা শুধুমাত্র কয়েকটি নির্দিষ্ট মান গ্রহণ করতে পারে। এটি একটি মান থেকে অপর একটি মানে একটি পরিমিত লাফের মাধ্যমে পরিবর্তিত হয়। ইহা কোনো ভগ্নাংশ মান গ্রহণ করে না।

অর্থশাস্ত্র (Economics) : সম্পদের সর্বোৎকৃষ্ট উৎপাদনবিধি, সর্বোত্তম ব্যবহার ও কাম্য বণ্টন নিয়ে যুক্তিসিদ্ধ আলোচনাই অর্থবিদ্যার বিষয়বস্তু।

কর্মচারী (Employee) : যে ব্যক্তি কাজের জন্য টাকা পায় বা টাকার বিনিময়ে অন্যের জন্য কাজ করে।

নিয়োগকর্তা (Employer) : যে অন্য ব্যক্তিকে কাজের জন্য টাকা দেয়।

গণনাকারী (Enumerator) : যে ব্যক্তি রাশিতথ্য সংগ্রহ করে।

বহির্ভূত পদ্ধতি (Exclusive Method) : যে পদ্ধতিতে কোনো একটি পর্যবেক্ষণকে, যা কোনো শ্রেণির ঊর্ধ্বসীমা বা নিম্নসীমার সমান, তাকে ওই শ্রেণির পূর্ববর্তী বা পরবর্তী শ্রেণিতে অন্তর্ভুক্ত করা হয়।

পরিসংখ্যান (Frequency Array) : কাঁচা রাশিতথ্যে একটি পর্যবেক্ষণ কতবার রয়েছে তার সংখ্যা। একটি পরিসংখ্যা বিভাজনের ক্ষেত্রে পরিসংখ্যা বলতে বোঝায় কোনো একটি শ্রেণিতে অন্তর্ভুক্ত পর্যবেক্ষণগুলোর সংখ্যা।

পরিসংখ্যা রেখা (Frequency Curve) : ছকভিত্তিক পরিসংখ্যা বিভাজনকে লেখচিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপন করা যেখানে শ্রেণি পরিসংখ্যাগুলোকে y- অক্ষে এবং শ্রেণি চিহ্নগুলোকে x- অক্ষে চিহ্নিত করা হয়।

পরিসংখ্যা বিভাজন (Frequency Distribution) : একটি পরিসংখ্যানগত চলকের শ্রেণি বিভাজন পদ্ধতি যেখানে চলকের বিভিন্ন মানগুলো তাদের অনুরূপ শ্রেণির পরিসংখ্যার সঙ্গে কীভাবে বিভিন্ন শ্রেণিতে বণ্টিত হয় তা উপস্থাপন করে।

অন্তর্ভুক্ত পদ্ধতি (Inclusive Method) : এই পদ্ধতিতে কোনো একটি পর্যবেক্ষণকে, যা কোনো শ্রেণির ঊর্ধ্বসীমা বা নিম্নসীমার সমান, তাকে ওই শ্রেণির অন্তর্ভুক্ত করা হয়।

তথ্যদাতা (Informant) : যে ব্যক্তি বা একক থেকে কাঙ্ক্ষিত তথ্য পাওয়া যায়।

বহু সংখ্যাগুরু মানযুক্ত বিভাজন (Multi Modal Distribution) : যে পরিসংখ্যান বিভাজনের ক্ষেত্রে দুই-এর অধিক সংখ্যাগুরু মান থাকে।

অনুমনাগত ত্রুটি (Non-Sampling Error) : তথ্য সংগ্রহে অনুমনাগত ত্রুটি দেখা যায় নিম্নলিখিত কারণগুলির জন্য-

i. পক্ষপাতযুক্ত নমুনা,

ii. মৌন থাকা,

iii. তথ্য নথীভুক্তকরণ বা তথ্য লিপিবদ্ধকরণগত ত্রুটির কারণে।

পর্যবেক্ষণ (Observation) : কাঁচা রাশিতথ্যের একক।

শতমক (Percentiles) : যে বিভাজন মান তথ্যসারিকে একশটি সমান অংশে বিভাজন করে যার মধ্যে 99 টি শতমক থাকে।

নীতি (Policy) : অর্থনৈতিক বা অন্য কোনো সমস্যা সমাধানের উপায় বা পদ্ধতি।

সমগ্রক (Population) : সমগ্রক বলতে বোঝায় সকল ব্যক্তিদের বা এককসমূহকে যাদের থেকে তথ্য সংগ্রহ করা হবে ।

গুণভিত্তিক শ্রেণিবিন্যাস (Qualitative Classification) : কোনো গুণ বা বৈশিষ্ট্যের ভিত্তিতে প্রাপ্ত তথ্যের বিভক্তিকরণ। উদাহরণ— লিঙ্গ, বিবাহিত বা অবিবাহিত ইত্যাদি।

গুণগত তথ্য (Qualitative Data) : গুণের ভিত্তিতে প্রাপ্ত রাশি বা তথ্যমালা।

পরিমাণগত তথ্য (Quantitative Data) : একটি সংখ্যার সেট (যা প্রায়শ বৃহৎ হয়) যাকে বিষয়ভিত্তিক তথ্যের আকারে প্রকাশের জন্য নিয়মানুসারে সাজানো হয়, যা ভালোভাবে বুঝতে বা সিদ্ধান্ত গ্রহণ করতে সাহায্য করে।

প্রশ্নমালা (Questionnaire) : রাশি বিজ্ঞাণে তথ্য সংগ্রহার্থে প্রস্তুতকৃত প্রশ্নের তালিকা যা গণনাকারী বিষয়ভিত্তিক অনুসন্ধান কাজে ব্যবহার করে। উত্তরদাতার প্রশ্নগুলোর উত্তর দেওয়া প্রয়োজন।

নির্বিচারি নমুনায়ন (Random Sampling) : এই নমুনায়ন পদ্ধতিতে সমগ্রকের প্রতিটি এককের নমুনায় অন্তর্ভুক্ত হবার সমান সুযোগ ও সম্ভাবনা থাকে। এখানে পক্ষপাতের কোনো সুযোগ থাকে না।

প্রসার (Range) : চলকের সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মানের অন্তর বা বিয়োগফল হল প্রসার।

আপেক্ষিক পরিসংখ্যা (Relative Frequency) : কোনো শ্রেণির পরিসংখ্যা ও মোট পরিসংখ্যার অনুপাত বা শতাংশ।

নমুনা সমীক্ষা পদ্ধতি (Sample Survey Method) : সমগ্রক থেকে বাছাইকৃত একক কিংবা সমগ্রকের ক্ষুদ্র একক থেকে তথ্য সংগ্রহ করার পদ্ধতি।

নমুনাগত ত্রুটি (Sampling Error) : স্থিতিমাপের (Parameter) অনুমিত মান (Estimate) এবং প্রকৃত মানের মধ্যে সংখ্যাগত পার্থক্য বা ব্যবধান।

দুস্প্রাপ্যতা (Scarcity) : প্রয়োজনের তুলনায় কম পাওয়া যায়।

ঋতুধর্মিতা (Seasonality) : এক বছরের কম সয়মকালে তথ্যের পরিবর্তন বা ভিন্নতা ।

বিক্রেতা (Seller) : যে ব্যক্তি মুনাফা লাভের উদ্দেশ্যে দ্রব্য ও সেবাকার্য বিক্রয় করেন।

সেবাদানকারী (Service Provider) : যিনি অর্থের বিনিময়ে অন্যকে সেবা দান করেন।

স্থানগত শ্রেণিবিন্যাস (Spatial Classification) : ভৌগোলিক অবস্থানের ভিত্তিতে শ্রেণিবিন্যাস।

রাশিবিজ্ঞান বা পরিসংখ্যান বা সংখ্যতত্ত্ব (Statistics) : পরিসংখ্যান বলতে বিভিন্ন রকমের পদ্ধতি ও কৌশল বোঝায় যেগুলো তথ্যসংগ্রহ, সজ্জা, বিশ্লেষণ এবং ব্যাখ্যার জন্য ব্যবহৃত হয়। পুনরায় একে তথ্য বা তথ্যরাশিও (Statistics) বলা হয়।

কাঠামোগত প্রশ্নপত্র (Structural Questionaire) : এধরনের প্রশ্নপত্রে প্রশ্নের উত্তরের আকার আবদ্ধ হয় যা দেওয়া বিকল্পগুলো থেকে বেছে নিতে হয়।

টালি চিহ্নিতকরণ (Tally Marking) : কোনো শ্রেণির অন্তর্ভুক্ত পর্যবেক্ষণগুলো গণনার জন্য টালিচিহ্ন (/)ব্যবহৃত হয়। প্রতি পাঁচটি টালিমার্কের এক একটি গুচ্ছ তৈরি করা হয়।

কালীন সারি (Time Series) : রাশি তথ্য যখন কালনুক্রমিক ভাবে সাজানো থাকে অথবা রাশিতথ্য যখন দ্বি-চলক বিশিষ্ট হয়, যেখানে একটি চলক হল সময়।

একক চল বিশিষ্ট পরিসংখ্যা বিভাজন (Univariate Distribution) : একচল বিশিষ্ট পরিসংখ্যা বিভাজন।

চলক (Variable) : চলক কোনো পরিমাপযোগ্য বৈশিষ্ট্যকে (যেমন,ওজন,উচ্চতা, সংখ্যা ইত্যাদি) সংখ্যার আকারে প্রকাশ করে। বিভিন্ন পারিস্থিতিতে চলকের মান ভিন্ন হয়।

ভারযুক্ত গড় (Weighted Average) : ভারযুক্ত গড় হিসেবের সময় বিভিন্ন মানের উপযুক্ত ভার হিসেবে তাদের পরিসংখ্যাকে গ্রহণ করা হয়।

TABLE OF TWO-DIGIT RANDOM NUMBERS

03 47 43 73 86	36 96 47 36 61	46 98 63 71 62	33 26 16 80 45	60 11 14 10 95
97 74 24 67 62	42 81 14 57 20	42 53 32 37 32	27 07 36 07 51	24 51 79 89 73
16 76 62 27 66	56 50 26 71 07	32 90 79 78 53	13 55 38 58 59	88 97 54 14 10
12 56 85 99 26	96 96 68 27 31	05 03 72 93 15	57 12 10 14 21	88 26 49 81 76
55 59 56 35 64	38 54 82 46 22	31 62 43 09 90	06 18 44 32 53	23 83 01 30 30
16 22 77 94 39	49 54 43 54 82	17 37 93 23 78	87 35 20 96 43	84 26 34 91 64
84 42 17 53 31	57 24 55 06 88	77 04 74 47 67	21 76 33 50 25	83 92 12 06 76
63 01 63 78 59	16 95 55 67 19	98 10 50 71 75	12 86 73 58 07	44 39 52 38 79
33 21 12 34 29	78 64 56 07 82	52 42 07 44 38	15 51 00 13 42	99 66 02 79 54
57 60 86 32 44	09 47 27 96 54	49 17 46 09 62	90 52 84 77 27	08 02 73 43 28
18 18 07 92 46	44 17 16 58 09	79 83 86 19 62	06 76 50 03 10	55 23 64 05 05
26 62 38 97 75	84 16 07 44 99	83 11 46 32 24	20 14 85 88 45	10 93 72 88 71
23 42 40 64 74	82 97 77 77 81	07 45 32 14 08	32 98 94 07 72	93 85 79 10 75
52 36 28 19 95	50 92 26 11 97	00 56 76 31 38	80 22 02 53 53	86 60 42 04 53
37 85 94 35 12	83 39 50 08 30	42 34 07 96 88	54 42 06 87 98	35 85 29 48 39
70 29 17 12 13	40 33 20 38 26	13 89 51 03 74	17 76 37 13 04	07 74 21 19 30
56 62 18 37 35	96 83 50 87 75	97 12 25 93 47	70 33 24 03 54	97 77 46 44 80
99 49 57 22 77	88 42 95 45 72	16 64 36 16 00	04 43 18 66 79	94 77 24 21 90
16 08 15 04 72	33 27 14 34 09	45 59 34 68 49	12 72 07 34 45	99 27 72 95 14
31 16 93 32 43	50 27 89 87 19	20 15 37 00 49	52 85 66 60 44	38 68 88 11 80
68 34 30 13 70	55 74 30 77 40	44 22 78 84 26	04 33 46 09 52	68 07 97 06 57
74 57 25 65 76	59 29 97 68 60	71 91 38 67 54	13 58 18 24 76	15 54 55 95 52
27 42 37 86 53	48 55 90 65 72	96 57 69 36 10	96 46 92 42 45	97 60 49 04 91
00 39 68 29 61	66 37 32 20 30	77 84 57 03 29	10 45 65 04 26	11 04 96 67 24
29 94 98 94 24	68 49 69 10 82	53 75 91 93 30	34 25 20 57 27	40 48 73 51 92
16 90 82 66 59	83 62 64 11 12	67 19 00 71 74	60 47 21 29 68	02 02 37 03 31
11 27 94 75 06	06 09 19 74 66	02 94 37 34 02	76 70 90 30 86	38 45 94 30 38
35 24 10 16 20	33 32 51 26 38	79 78 45 04 91	16 92 53 56 16	02 75 50 95 98
38 23 16 86 38	42 38 97 01 50	87 75 66 81 41	40 01 74 91 62	48 51 84 08 32
31 96 25 91 47	96 44 33 49 13	34 86 82 53 91	00 52 43 48 85	27 55 26 89 62
66 67 40 67 14	64 05 71 95 86	11 05 65 09 68	76 83 20 37 90	57 16 00 11 66
14 90 84 45 11	75 73 88 05 90	52 27 41 14 86	22 98 12 22 08	07 52 74 95 80
68 05 51 18 00	33 96 02 75 19	07 60 62 93 55	59 33 82 43 90	49 37 38 44 59
20 46 78 73 90	97 51 40 14 02	04 02 33 31 08	39 54 16 49 36	47 95 93 13 30
64 19 58 97 79	15 06 15 93 20	01 90 10 75 06	40 78 78 89 62	02 67 74 17 33
05 26 93 70 60	22 35 85 15 13	92 03 51 59 77	59 56 78 06 83	52 91 05 70 74
07 97 10 88 23	09 98 42 99 64	61 71 62 99 15	06 51 29 16 93	58 05 77 09 51
68 71 86 85 85	54 87 66 47 54	73 32 08 11 12	44 95 92 63 16	29 56 24 29 48
26 99 61 65 53	58 37 78 80 70	42 10 50 67 42	32 17 55 85 74	94 44 67 16 94
14 65 52 68 75	87 59 36 22 41	26 78 63 06 55	13 08 27 01 50	15 29 39 39 43

APPENDIX B (Cont.)

17 53 77 58 71	71 41 61 50 72	12 41 94 96 26	44 95 27 36 99	02 96 74 30 83
90 26 59 21 19	23 52 23 33 12	96 93 02 18 39	07 02 18 36 07	25 99 32 70 23
41 23 52 55 99	31 04 49 69 96	10 47 48 45 88	13 41 43 89 20	97 17 14 49 17
60 20 50 81 69	31 99 73 68 68	35 81 33 03 76	24 30 12 48 60	18 99 10 72 34
91 25 38 05 90	94 58 28 41 36	45 37 59 03 09	90 35 57 29 12	82 62 54 65 60
34 50 57 74 37	98 80 33 00 91	09 77 93 19 82	74 94 80 04 04	45 07 31 66 49
85 22 04 39 43	73 81 53 94 79	33 62 46 86 28	08 31 54 46 31	53 94 13 38 47
09 79 13 77 48	73 82 97 22 21	05 03 27 24 83	72 89 44 05 60	35 80 39 94 88
88 75 80 18 14	22 95 75 42 49	39 32 82 22 49	02 48 07 70 37	16 04 61 67 87
90 96 23 70 00	39 00 03 06 90	55 85 78 38 36	94 37 30 69 32	90 89 00 76 33
53 74 23 99 67	61 32 28 69 84	94 62 67 86 24	98 33 41 19 95	47 53 53 38 09
63 38 06 86 54	99 00 65 26 94	02 82 90 23 07	79 62 67 80 60	75 91 12 81 19
35 30 58 21 46	06 72 17 10 94	25 21 31 75 96	49 28 24 00 49	55 65 79 78 07
63 43 36 82 69	65 51 18 37 88	61 38 44 12 45	32 92 85 88 65	54 34 81 85 35
98 25 37 55 26	01 91 82 81 46	74 71 12 94 97	24 02 71 37 07	03 92 18 66 75
02 63 21 17 69	71 50 80 89 56	38 15 70 11 48	43 40 45 86 98	00 83 26 91 03
64 55 22 21 82	48 22 28 06 00	61 54 13 43 91	82 78 12 23 29	06 66 24 12 27
85 07 26 13 89	01 10 07 82 04	59 63 69 36 03	69 11 15 83 80	13 29 54 19 28
58 54 16 24 15	51 54 44 82 00	62 61 65 04 69	38 18 65 18 97	85 72 13 49 21
34 85 27 84 87	61 48 64 56 26	90 18 48 13 26	37 70 15 42 57	65 65 80 39 07
03 92 18 27 46	57 99 16 96 56	30 33 72 85 22	84 64 38 56 98	99 01 30 98 64
62 95 30 27 59	37 75 41 66 48	86 97 80 61 45	23 53 04 01 63	45 76 08 64 27
08 45 93 15 22	60 21 75 46 91	98 77 27 85 42	28 88 61 08 84	69 62 03 42 73
07 08 55 18 40	45 44 75 13 90	24 94 96 61 02	57 55 66 83 15	73 42 37 11 61
01 85 89 95 66	51 10 19 34 88	15 84 97 19 75	12 76 39 43 78	64 63 91 08 25
72 84 71 14 35	19 11 58 49 26	50 11 17 17 76	86 31 57 20 18	95 60 78 46 75
88 78 28 16 84	13 52 53 94 53	75 45 69 30 96	73 89 65 70 31	99 17 43 48 76
45 17 75 65 57	28 40 19 72 12	25 12 74 75 67	60 40 60 81 19	24 62 01 61 16
96 76 28 12 54	22 01 11 94 25	71 96 16 16 88	68 64 36 74 45	19 59 50 88 92
43 31 67 72 30	24 02 94 08 63	38 32 36 66 02	69 36 38 25 39	48 03 45 15 22
50 44 66 44 21	66 06 58 05 62	68 15 54 35 02	42 35 48 96 32	14 52 41 52 48
22 66 22 15 86	26 63 75 41 99	58 42 36 72 24	58 37 52 18 51	03 37 18 39 11
96 24 40 14 51	23 22 30 88 57	95 67 47 29 83	94 69 40 06 07	18 16 36 78 86
31 73 91 61 19	60 20 72 93 48	98 57 07 23 69	65 95 39 69 58	56 80 30 19 44
78 60 73 99 84	43 89 94 36 45	56 69 47 07 41	90 22 91 07 12	78 35 34 08 72
84 37 90 61 56	70 10 23 98 05	85 11 34 76 60	76 48 45 34 60	01 64 18 39 96
36 67 10 08 23	98 93 35 08 86	99 29 76 29 81	33 34 91 58 93	63 14 52 32 52
07 28 59 07 48	89 64 58 89 75	83 85 62 27 89	30 14 78 56 27	86 63 59 80 02
10 15 83 87 60	79 24 31 66 56	21 48 24 06 93	91 98 94 05 49	01 47 59 38 00
55 19 68 97 65	03 73 52 16 56	00 53 55 90 27	33 42 29 38 87	22 13 88 83 34
53 81 29 13 39	35 01 20 71 34	62 33 74 82 14	53 73 19 09 03	56 54 29 56 93
51 86 32 68 92	33 98 74 66 99	40 14 71 94 58	45 94 19 38 81	14 44 99 81 07
35 91 70 29 13	80 03 54 07 27	96 94 78 32 66	50 95 52 74 33	13 80 55 62 54
37 71 67 95 13	20 02 44 95 94	64 85 04 05 72	01 32 90 76 14	53 89 74 60 41
93 66 13 83 27	92 79 64 64 72	28 54 96 53 84	48 14 52 98 94	56 07 93 89 30

তাঁদের দৃষ্টিতে পরিসংখ্যান

☞ সিদ্ধান্তে উপনীত হওয়ার জন্য পরিসংখ্যান বিকল্প হতে পারে না।

- হেনরি ক্লে।

☞ আমি গড়পড়তা শব্দটিকে ঘৃনা করি তবে স্বতন্ত্র বিষয়গুলোকে পছন্দ করি। একজন মানুষ হয়তো কোনো একদিনে ছয়টি আহার্য্য জোগাড় করতে সমর্থ হল এবং পরের দিন হয়তো পেটে দেওয়ার মতো কিছুই জোগাড় করতে পারল না। কিন্তু গড়পড়তা হিসেবে দুই দিনে তিনটি করে আহার্য্যের সংস্থান হল। তাই বলা যায় এই পদ্ধতিটি জীবন নির্বাহের প্রকৃতি চিত্র প্রকাশ করে না।

- লুইস ডি ব্র্যান্ডিস।

☞ আবহাওয়াবিদ কখনোই ভুল করেন না। ধরাযাক, উনি বললেন যে, বৃষ্টি হবার 80 শতাংশ সম্ভাবনা রয়েছে। যদি বৃষ্টি হয় তবে 80 শতাংশ আগাম আভাস ঠিক হল। আর যদি না হয় তবে 20 শতাংশ পূর্বাভাস সঠিক বলে ধরে নেওয়া যায়।

- স্যাউল ব্যারন।

☞ একজন ব্যক্তির মৃত্যু একটি হৃদয়বিদারক ঘটনা। লক্ষ লক্ষ মানুষের মৃত্যু একটি পরিসংখ্যানগত তথ্য।

- যোসেফ স্তালিন।

☞ যখন উনি আমাকে সাধারণ মানের বললেন, সে নিজেই তখন অত্যন্ত সংকীর্নতার পরিচয় দিলেন।

- মাইক ব্যাক্ম্যান।

☞ কেন একজন চিকিৎসককে একজন পরিসংখ্যানবিদের থেকে অধিক সম্মান দেওয়া হয়? একজন চিকিৎসক একটি জটিল রোগের বিশ্লেষণ করেন। অন্যদিকে একজন পরিসংখ্যানবিদ জটিল বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমাকে অসুস্থ করে ফেলবে।

- গ্যারি সি র্যামসিয়ার।