অর্থনীতির ওয়ার্ক বুক

একাদশ শ্রেণি

আজাদি কা অমৃত মহোৎসব

এক ত্রিপুরা, শ্রেষ্ঠ ত্রিপুরা

প্রস্তুতকরণ

রাজ্য শিক্ষা গবেষণা ও প্রশিক্ষণ পর্ষদ, ত্রিপুরা সরকার ।

© এস সি ই আর টি, ত্রিপুরা কর্তৃক সর্বস্বত্ব সংরক্ষিত।

একাদশ শ্রেণির অর্থনীতির ওয়ার্ক বুক

প্রথম প্রকাশ- সেপ্টেম্বর, ২০২১

প্রচ্ছদ : অশোক দেব, শিক্ষক

অক্ষর বিন্যাস : এস সি ই আর টি, ত্রিপুরা,
সহযোগিতায় জেলা শিক্ষা আধিকারিকের কার্যালয়, পশ্চিম ত্রিপুরা।

মুদ্রক : সত্যযুগ এমপ্লয়িজ কো-অপারেটিভ সোসাইটি লিমিটেড
১৩ প্রফুল্ল সরকার স্ট্রিট, কলকাতা-৭২

প্রকাশক

অধিকর্তা

রাজ্য শিক্ষা গবেষণা ও প্রশিক্ষণ পর্ষদ, ত্রিপুরা।

রতন লাল নাথ
মন্ত্রী
শিক্ষা দপ্তর
ত্রিপুরা সরকার

বার্তা

শিক্ষার প্রকৃত বিকাশের জন্য, শিক্ষাকে যুগোপযোগী করে তোলার জন্য প্রয়োজন শিক্ষাসংক্রান্ত নিরন্তর গবেষণা। প্রয়োজন শিক্ষা সংশ্লিষ্ট সকলকে সময়ের সঙ্গে সঙ্গে প্রশিক্ষিত করা এবং প্রয়োজনীয় শিখন সামগ্রী, পাঠ্যক্রম ও পাঠ্যপুস্তকের বিকাশ সাধন করা। এস সি ই আর টি ত্রিপুরা রাজ্যের শিক্ষার বিকাশে এসব কাজ সুনামের সঙ্গে করে আসছে। শিক্ষার্থীর মানসিক, বৌদ্ধিক ও সামাজিক বিকাশের জন্য এস সি ই আর টি পাঠ্যক্রমকে আরো বিজ্ঞানসম্মত, নান্দনিক এবং কার্যকর করবার কাজ করে চলেছে। করা হচ্ছে সুনির্দিষ্ট পরিকল্পনার অধীনে।

এই পরিকল্পনার আওতায় পাঠ্যক্রম ও পাঠ্যপুস্তকের পাশাপাশি শিশুদের শিখন সক্ষমতা বৃদ্ধির জন্য তৈরি করা হয়েছে ওয়ার্ক বুক বা অনুশীলন পুস্তক। প্রসঙ্গত উল্লেখ্য, ছাত্র-ছাত্রীদের সমস্যার সমাধানকে সহজতর করার লক্ষ্যে এবং তাদের শিখনকে আরো সহজ ও সাবলীল করার জন্য রাজ্য সরকার একটি উদ্যোগ গ্রহণ করেছে, যার নাম 'প্রয়াস'। এই প্রকল্পের অধীনে এস সি ই আর টি এবং জেলা শিক্ষা আধিকারিকরা বিশিষ্ট শিক্ষকদের সহায়তা গ্রহণের মাধ্যমে প্রথম থেকে দ্বাদশ শ্রেণির ছাত্র-ছাত্রীদের জন্য ওয়ার্ক বুকগুলো সুচারুভাবে তৈরি করেছেন। ষষ্ঠ থেকে অষ্টম শ্রেণি পর্যন্ত বিজ্ঞান, গণিত, ইংরেজি, বাংলা ও সমাজবিদ্যার ওয়ার্ক বুক তৈরি হয়েছে। নবম দশম শ্রেণির জন্য হয়েছে গণিত, বিজ্ঞান, সমাজবিদ্যা, ইংরেজি ও বাংলা। একাদশ দ্বাদশ শ্রেণির ছাত্র-ছাত্রীদের জন্য ইংরেজি, বাংলা, হিসাবশাস্ত্র, পদার্থবিদ্যা, রসায়নবিদ্যা, অর্থনীতি এবং গণিত ইত্যাদি বিষয়ের জন্য তৈরি হয়েছে ওয়ার্ক বুক। এইসব ওয়ার্ক বুকের সাহায্যে ছাত্র-ছাত্রীরা জ্ঞানমূলক বিভিন্ন কার্য সম্পাদন করতে পারবে এবং তাদের চিন্তা প্রক্রিয়ার যে স্বাভাবিক ছন্দ রয়েছে, তাকে ব্যবহার করে বিভিন্ন সমস্যার সমাধান করতে পারবে। বাংলা ও ইংরেজি উভয় ভাষায় লিখিত এইসব অনুশীলন পুস্তক ছাত্র-ছাত্রীদের মধ্যে বিনামূল্যে বিতরণ করা হবে।

এই উদ্যোগে সকল শিক্ষার্থী অতিশয় উপকৃত হবে। আমার বিশ্বাস, আমাদের সকলের সক্রিয় এবং নিরলস অংশগ্রহণের মাধ্যমে ত্রিপুরার শিক্ষাজগতে একটি নতুন দিগন্তের উন্মেষ ঘটবে। ব্যক্তিগত ভাবে আমি চাই যথাযথ জ্ঞানের সঙ্গে সঙ্গে শিক্ষার্থীর সামগ্রিক বিকাশ ঘটুক এবং তার আলো রাজ্যের প্রতিটি কোণে ছড়িয়ে পড়ুক।

(রতন লাল নাথ)

অর্থনীতির ওয়ার্ক বুক
একাদশ শ্রেণি

পুস্তকটি তৈরি ও পরিমার্জনায়—

শ্রী চন্দন দেবনাথ, শিক্ষক
শ্রী রাকেশ ঘোষ, শিক্ষক
শ্রী সুকান্ত সাহা, শিক্ষক
শ্রী রাজেশ দত্ত, শিক্ষক
শ্রী অভিজিৎ সাহা, শিক্ষক

Class-XI

সূচিপত্র

ভাগ-I: ব্যাস্টিক অর্থনীতি

অধ্যায় - 1	:	ভূমিকা	03-13
অধ্যায় - 2	:	ভোক্তার আচরণ তত্ত্ব ও চাহিদা	14-42
অধ্যায় - 3	:	উৎপাদকের আচরণ তত্ত্ব ও যোগান	43-78
অধ্যায় - 4	:	পূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজারে ফার্মের তত্ত্ব	79-93
অধ্যায় - 5	:	বাজারের ভারসাম্য	94-106
অধ্যায় - 6	:	অপূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজার	107-119

ভাগ-II: অর্থশাস্ত্রে পরিসংখ্যান

অধ্যায় - 1	:	ভূমিকা	121-125
অধ্যায় - 2	:	রাশিতথ্য সংগ্রহ	126-135
অধ্যায় - 3	:	রাশিতথ্যের সংকলন	136-149
অধ্যায় - 4	:	রাশিতথ্য উপস্থাপনা	150-181
অধ্যায় - 5	:	কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ	182-205
অধ্যায় - 6	:	বিস্তৃতির পরিমাপ	206-232
অধ্যায় - 7	:	সহপরিবর্তন	233-246
অধ্যায় - 8	:	সূচক সংখ্যা	247-260
অধ্যায় - 9	:	পরিসংখ্যান সরঞ্জামের ব্যবহার প্রকল্প	261-262

অধ্যায়-1

ভূমিকা

তোমরা নিশ্চয়ই তোমাদের চারপাশের প্রত্যাহিক জীবনে বিভিন্ন কর্মকাণ্ড দেখে থাক, যেমন– কারখানা, দোকান, বাজার, অফিস, রাস্তাঘাট ইত্যাদি। এইসব প্রতিষ্ঠান ও সংস্থাগুলোকে একত্রিতভাবে বলা যায় একটি অর্থ ব্যবস্থা। এইসব প্রতিষ্ঠান ও সংস্থাগুলো আমাদের আয় উপার্জনে সাহায্য করে এবং একই সাথে আমাদের প্রয়োজন অনুসারে পণ্য ও পরিসেবা প্রদান করে।

তাই অর্থনীতি হল এমন একটি ব্যবস্থা যা মানুষকে কাজ করার ও জীবিকা-নির্বাহের উপায় সরবরাহ করে। এই লক্ষ্য পূরণের জন্য প্রতিটি অর্থব্যবস্থায় তিনটি প্রাথমিক অর্থনৈতিক কার্যকলাপ সংগঠিত হয়—

a) উৎপাদন

b) ভোগ

c) বিনিয়োগ / মূলধন গঠন

এই কার্যকলাপগুলো সংগঠিত হওয়ার মূলে রয়েছে 'সম্পদ'-এর প্রাপ্যতা এবং আমরা জানি সম্পদ হল এমন একটি বিষয় যা আমাদের প্রয়োজনের তুলনায় সীমিত। কিন্তু আমাদের প্রয়োজীয়তা বা চাহিদা হল অসীম এবং এই অসীম চাহিদা এই সীমিত সম্পদের মাধ্যমে পূরণ করা সম্ভব হয় না— এই জন্যই সৃষ্টি হয় অর্থনৈতিক সমস্যা।

1.1 অর্থনৈতিক সমস্যা :

অর্থনৈতিক সমস্যা হল বিকল্প ব্যবহারের সীমিত সম্পদগুলোর মাধ্যমে অসীম চাহিদা বা সন্তুষ্টির সাথে সম্পর্কিত পছন্দের সমস্যা। অর্থনৈতিক সমস্যার মূলে যেসব কারণ রয়েছে তা হল—

a) সীমিত সম্পদ : আমাদের প্রয়োজনের তুলনায় সম্পদ হল সীমিত। তাই একটি নির্দিষ্ট সময়ের মধ্যে আমাদের সমস্ত চাহিদা পূরণ করা সম্ভব নয়। এটাই অর্থনৈতিক সমস্যা সৃষ্টি করে।

b) অসীম চাহিদা : আমাদের চাহিদা শুধুমাত্র অসীমই নয় তা সর্বদাই পরিবর্তনশীল। শিক্ষা, প্রযুক্তি ইত্যাদির উন্নয়নের সাথে সাথে আমাদের চাহিদাও দিনদিন বৃদ্ধি পাচ্ছে ও পরিবর্তিত হচ্ছে। তাই সীমিত সম্পদের মাধ্যমে তা পূরণ করা সম্ভব হচ্ছে না— যা অর্থনৈতিক সমস্যা সৃষ্টি করছে।

c) বিকল্প ব্যবহার : সম্পদের বিভিন্ন বিকল্প ব্যবহার রয়েছে। যেমন— বাঁশকে আমরা কাগজ তৈরিতে, হস্তকারুজাত শিল্পে, জ্বালানি হিসাবে, খাদ্য হিসাবে (বাঁশ কুরুল), নির্মাণ কাজ ইত্যাদি কাজে ব্যবহার করতে পারে। তাই অর্থনৈতিতে প্রদত্ত সম্পদের বিভিন্ন বিকল্প ব্যবহারের মধ্যে সঠিকটিকে নির্বাচন করতে হয়, অন্যথায় সমস্যা দেখা দেয়।

1.2 অর্থনীতি :

অর্থনীতি হল সম্পদের দুস্প্রাপ্যতার মধ্যেও সঠিক পছন্দের নির্বাচন। অর্থনীতিতে মানুষের আচরণকে সম্পদ ও চাহিদার মধ্যে সম্পর্কের অধ্যয়ন করা হয়।

অর্থনীতি হল সমাজ বিজ্ঞানের একটি শাখা যা একটি সমাজ তার সীমিত সংস্থান সমূহের (যা বিকল্প হিসেবে ব্যবহার সম্ভব)

ব্যবহার করে পণ্য ও পরিসেবা উৎপাদন করে এবং বিভিন্ন শ্রেণির জনগণের মধ্যে তা বিতরণ করার পদ্ধতি নিয়ে অধ্যায়ন করে।

1.2.1 ইতিবাচক ও নীতিবাচক অর্থনীতি :

a) ইতিবাচক অর্থনীতি বিশ্লেষণে বিভিন্ন কার্য পদ্ধতিগুলো কিভাবে কাজ করে তা নিয়ে আলোচনা করা হয়। এটি প্রকৃত তথ্য বা গাণিতিক তথ্যের উপর ভিত্তি করে যাচাই করা যায়। এটি কোনো মূল্যবোধের পক্ষে কাজ করে না— যা সঠিক তাই উপস্থাপন করে। যেমন— ভারতের মাথাপিছু আয় উন্নত দেশগুলোর তুলনায় কম।

b) নীতিবাচক অর্থনীতি বিশ্লেষণে বিভিন্ন কার্যপদ্ধতিগুলো অর্থব্যবস্থার জন্য সঠিক কিনা তা বোঝার চেষ্টা করা হয়। তা প্রকৃত তথ্য বা গাণিতিক তথ্যের উপর ভিত্তি করে যাচাই করা যায় না। এই বিশ্লেষণগুলো মূল্যবোধের পক্ষে কাজ করে— যা সঠিক তা উপস্থাপন নাও করতে পারে। যেমন— ভারতের মুদ্রাস্ফীতি বৃদ্ধির হারকে নিয়ন্ত্রণ করা দরকার, ভারতের আয় ও সম্পদের বণ্টনের বৈষম্যকে কমানো প্রয়োজন।

1.2.2 ব্যাস্টিক ও সমষ্টিক অর্থনীতি :

অর্থনীতির বিষয়বস্তুগুলোকে দুটি প্রধান শাখায় বিশ্লেষণ ও অধ্যায়ন করা হয়।, যা হল—

a) ব্যাস্টিক অর্থনীতি : ব্যাস্টিক অর্থনীতি হল অর্থনীতির সেই শাখা, যেখানে অর্থনীতির স্বতন্ত্র (individual) পরিবর্তনশীল উপাদানগুলোকে অধ্যয়ন করা হয়। এর মূল লক্ষ্য হল ভারসাম্য দাম নির্ধারণ এবং তা নির্ধারণের জন্য যে দুটি উপাদান ব্যবহার করা হয় তা হল— চাহিদা ও যোগান। এক্ষেত্রে আংশিক ভারসাম্য বিশ্লেষণ অধিক ব্যবহৃত হয়। এর অপর নাম 'মূল্যতত্ত্ব'। যেমন— একজন ভোক্তার চাহিদা, একটি ফার্মের উৎপাদন ইত্যাদি।

b) সামষ্টিক অর্থনীতি : সামষ্টিক অর্থনীতি হল অর্থনীতির সেই শাখা যেখানে অর্থনীতির সামগ্রিক পরিবর্তনশীল উপাদানগুলোকে অধ্যয়ন ও বিশ্লেষণ করা হয়। এর মূল লক্ষ্য হল— ভারসাম্য জাতীয় আয় ও নিয়োগস্তর নির্ধারণ এবং তা নির্ধারণের জন্য যে দুটি উপাদান ব্যবহার করা হয়, তা হল— সামগ্রিক চাহিদা ও সামগ্রিক যোগান। এক্ষেত্রে সামগ্রিক ভারসাম্য বিশ্লেষণ ব্যবহার হয়। সামষ্টিক অর্থনীতির অপর নাম 'আয় ও নিয়োগ তত্ত্ব'। উদাহরণ : জাতীয় আয়, অর্থ, ব্যাংক ব্যবস্থা ইত্যাদি।

1.3 অর্থ ব্যবস্থার কেন্দ্রীয় সমস্যা :

যে-কোনো অর্থনৈতিক ব্যবস্থার তিনটি মৌলিক ও পরস্পর নির্ভরশীল সমস্যা রয়েছে— 'কি', 'কিভাবে' এবং 'কার জন্য'— যাদের একত্রে বলা হয় সম্পদের বণ্টন।

a) "কি" উৎপাদন করা হবে : উপলব্দ সম্পদ ও প্রযুক্তির মাধ্যমে কোন পণ্য কি পরিমাণে উৎপাদন করা হবে এটাই হল "কি" উৎপাদন হবে সমস্যাটি। অর্থনীতিকে সিদ্ধান্ত নিতে হয় কোন কোন ভোগ্যপণ্য (চাল, কাপড় ইত্যাদি) এবং মূলধনী পণ্য (মেশিন ইত্যাদি) উৎপাদন করতে হবে এবং কি পরিমাণে উৎপাদন করতে হবে। সিদ্ধান্ত এমনভাবেই নিতে হয় যাতে সর্বোচ্চ সামগ্রিক সন্তোষ্টি পাওয়া যায়।

b) 'কিভাবে' উৎপাদন হবে : 'কিভাবে' উৎপাদন হবে সমস্যাটি হল প্রয়োজনীয় পণ্য ও পরিসেবা উৎপাদনের জন্য উৎপাদন প্রযুক্তি নির্বাচন করা। সাধারণত দুই ধরনের প্রযুক্তি রয়েছে—

   i) শ্রম নির্ভর উৎপাদন কৌশল যেখানে অধিক শ্রম ও স্বল্প মূলধন ব্যবহার করে উৎপাদন করা হয়।

   ii) মূলধন নির্ভর উৎপাদন কৌশল, যেখানে অধিক মূলধন (মেশিন ইত্যাদি) ও স্বল্প শ্রম ব্যবহার করে উৎপাদন করা হয়। ভারতের ন্যায় শ্রম প্রাচুর্যের দেশে শ্রম নির্ভর উৎপাদন কৌশল ব্যবহার হয়, যেখানে আমেরিকার মতো শ্রম স্বল্পতার দেশে পুঁজি বা মূলধন নির্ভর উৎপাদন কৌশল ব্যবহার করা হয়।

c) 'কাদের' জন্য উৎপাদন হবে : 'কাদের' জন্য উৎপাদন হবে সমস্যাটি বণ্টন ব্যবস্থার সাথে সম্পর্কযুক্ত কারণ নাগরিকরা যারা হল দেশের ভোক্তা, তারা অর্থনৈতিকভাবে সবল বা দুর্বল হতে পারে। এই সমস্যাটি দুই ভাগে ভাগ করা হয়—

i) ব্যক্তিগত বণ্টন : এর অর্থ হল কিভাবে একটি অর্থনীতিতে জাতীয় আয় মানুষের বিভিন্ন গোষ্ঠীর মধ্যে বিতরণ / বণ্টন করা হয়।

ii) কার্যকরী বণ্টন : একটি দেশের মোট জাতীয় পণ্য উৎপাদনে বিভিন্ন উপকরণ কিভাবে বণ্টন হবে এর সাথে সম্পর্কিত সিদ্ধান্তই হল কার্যকর বণ্টন।

1.4 উৎপাদন সম্ভাবনা রেখা (Production Possibolity Curve-PPC)

উৎপাদন সম্ভাবনা রেখা (PPC) হল এমন একটি রেখা যা দেশের প্রদত্ত সম্পদ ও প্রযুক্তির ব্যবহারের মাধ্যমে দুটি পণ্যের যেসব বিভিন্ন উৎপাদন সম্ভব তার সঞ্চার পথকে নির্দেশ করে।

PPC যেসব অনুমানের উপর নির্ভরশীল তা হল—

a) দেশে সম্পদ সীমিত ও উৎপাদন কৌশল নির্দিষ্ট

b) দুটি মাত্র পণ্য (X ও Y) উৎপাদন করা হয়

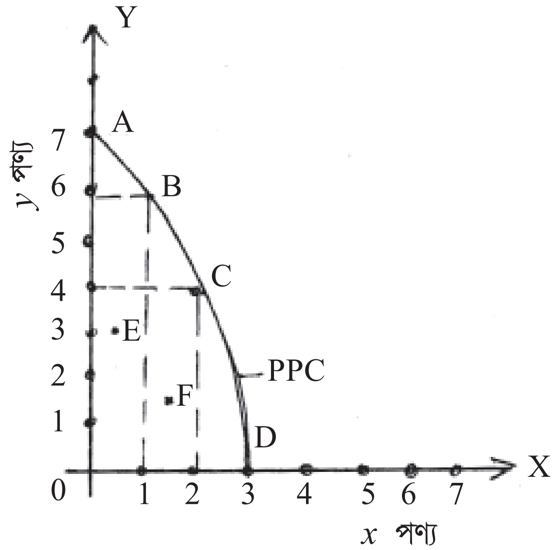
c) সম্পদগুলোর পূর্ণ ব্যবহার ও দক্ষ ব্যবহার হয়

d) সম্পদ/উপকরণগুলো সমজাতীয় এবং তা এক পণ্যের উৎপাদন হতে অন্য পণ্য উৎপাদনে স্থানান্তর সম্ভব।

ধরা যাক, X ও Y পণ্যের উৎপাদন সম্ভাবনাগুলো নিম্নরূপ :

উৎপাদন সম্ভাবনা	x এর উৎপাদন (একক)	y এর উৎপাদন (একক)
A	7	0
B	6	1
C	4	2
D	0	3

এখন আমরা যদি এই উৎপাদন সম্ভাবনাগুলো লেখচিত্রাকারে প্রকাশ করি, যেখানে x পণ্যকে X অক্ষে ও y পণ্যকে অক্ষে Y অক্ষে গণনা করে, তবে যে অবতল আকৃতির রেখাটি পাওয়া যাবে সেটাই হল উৎপাদন সম্ভাবনা রেখা (PPC)।



পাশের PPC হতে নিম্নলিখিত বিষয়গুলো বোঝা যায়

a) PPC এর উপরের বিন্দুগুলো (A,B,C,D) সম্পদের পূর্ণ ব্যবহার নির্দেশ করে।

b) PPC এর অভ্যন্তরের বিন্দুগুলো (E,F) সম্পদের অপূর্ণ ব্যবহার নির্দেশ করে।

c) যেহেতু সম্পদ সীমিত, তাই দুটি পণ্যের উৎপাদন একত্রে বৃদ্ধি করা সম্ভব নয়।

d) একটি পণ্যের উৎপাদন বৃদ্ধি করলে অন্য পণ্যের উৎপাদন হ্রাস করতে হবে।

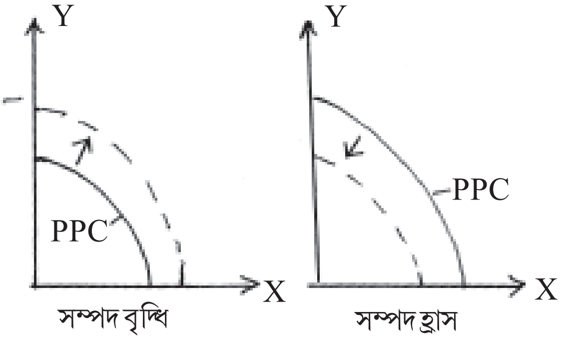
1.4.1 উৎপাদন সম্ভাবনা রেখার ধর্মাবলি :

a) PPC বামদিক হতে ডানদিকে নিম্নমুখী ঢাল যুক্ত।

b) PPC সাধারণত মূল বিন্দুর দিকে অবতলাকৃতি থাকে (উত্তল বা সরলরৈখিকও হতে পারে)।

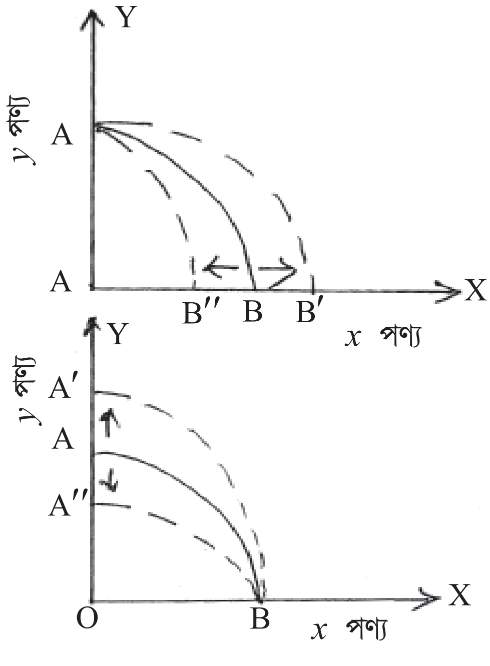
1.4.2 উৎপাদন সম্ভাবনা রেখার স্থানান্তর :

সম্পদ বা প্রযুক্তির পরিবর্তন হলে PPC স্থানান্তরীত হয়। যদি সম্পদ বৃদ্ধি পায় বা প্রযুক্তির উন্নয়ন হয় তবে PPC ডানদিকে স্থানান্তরিত হয়। আবার যদি সম্পদ হ্রাস পায় বা প্রযুক্তির অবক্ষয় হয় তবে PPC বাঁদিকে স্থানান্তরিত হয়।



1.4.3 উৎপাদন সম্ভাবনা রেখার ঘূর্ণন :

PPC এর ঘূর্ণন ঘটে যখন কোন একটি পণ্যের উৎপাদন ক্ষমতার পরিবর্তন হয়



a) যদি x পণ্যের প্রযুক্তির উন্নয়ন হয় বা উৎপাদনের উপকরণ বৃদ্ধি পায় তবে PPC-এর x অক্ষ বরাবর ডানদিকে ঘূর্ণন হবে। অন্যদিকে যদি x পণ্যের প্রযুক্তির অবক্ষয় হয় বা উপকরণ হ্রাস পায় তবে PPC-এর x অক্ষ বরাবর বাঁদিকে ঘূর্ণন হবে।

b) যদি y পণ্যের প্রযুক্তির উন্নয়ন হয় বা y পণ্যের উৎপাদনের উপকরণ বৃদ্ধি পায় তবে PPC-এর y অক্ষ বরাবর উপরদিকে ঘূর্ণন হবে। আবার যদি y পণ্যের প্রযুক্তির অবক্ষয় হয় বা উপকরণ হ্রাস পায় তবে PPC-এর y অক্ষ বরাবর নীচের দিকে ঘূর্ণন হবে।

1.5 সুযোগ ব্যয় (Opportunity Cost) :

কোনো উপকরণের নিকটতম সর্বোত্তম বিকল্প নিয়োগ (next best alternative) হতে প্রাপ্ত আয় যা অন্য উৎপাদনের জন্য ছেড়ে দেওয়া হয় তাকে বলে সুযোগ ব্যয়।

যেমন— ধরা যাক একজন ব্যক্তি দুটি চাকরির জন্য নিয়োগ প্রস্তাব পেয়েছে। —যার একটিতে তাকে মাসিক 10000 টাকা বেতন দেওয়া হবে ও অন্যটিতে তাকে মাসিক বেতন 8000 টাকা দেওয়া হবে। যদি সে 10000 টাকা বেতনের চাকরিটি বেছে নেয় তবে তার সুযোগ ব্যয় হল 8000 টাকা বেতনের চাকরি যেটা সে ছেড়ে দিয়েছে।

1.6 প্রান্তিক ব্যয় (Marginal Opportunity Cost–MOC) :

কোনো একটি পণ্যের এক একক অতিরিক্ত উৎপাদনের জন্য অন্য একটি পণ্যের উৎপাদন যে পরিমাণ হ্রাস করতে হয় তাকে বলে প্রান্তিক সুযোগ ব্যয়।

$$\text{প্রান্তিক সুযোগ ব্যয় (MOC)} = \frac{\Delta\,\text{একক ক্ষতির পরিমাণ}}{\Delta\,\text{একক লাভের পরিমাণ}}$$

উদাহরণ : ধরা যাক্, ধানের উৎপাদন 100 কেজি হতে 120 কেজি-তে বৃদ্ধি করতে একজন কৃষক গমের উৎপাদন 500 কেজি হতে 400 কেজি-তে হ্রাস ঘটায়, তবে তার—

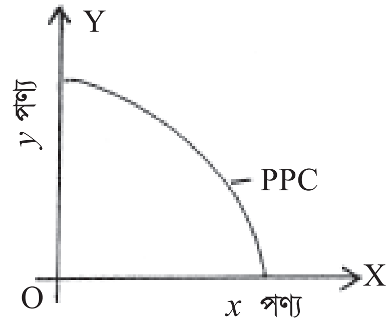
$$\text{প্রান্তিক সুযোগ ব্যয় (MOC)} = \frac{\Delta\,\text{একক ক্ষতি}}{\Delta\,\text{একক লাভ}} = \frac{500-400}{120-100} = \frac{100}{20} = 5$$

1.6.1 প্রান্তিক সুযোগ ব্যয় ও উৎপাদন সম্ভাবনা রেখা :

উৎপাদন সম্ভাবনা রেখার (PPC) আকৃতি নির্ভর করে প্রান্তিক সুযোগ ব্যয় এর উপর।

a) অবতল PPC : প্রান্তিক সুযোগ ব্যয়ের বৃদ্ধির প্রবণতার জন্য PPC রেখা অবতলাকৃতি হয়। প্রান্তিক সুযোগ ব্যয় বৃদ্ধি পাওয়ার কারণ হল— যখন কোনো একটি পণ্যের উৎপাদন ক্রমে বৃদ্ধি করা হয়, তখন ঐ পণ্য উৎপাদনে ব্যবহৃত উপকরণগুলোর উৎপাদনশীলতা ক্রমে হ্রাস পায়। ফলে পণ্যটির একক প্রতি উৎপাদন বৃদ্ধির জন্য অন্য পণ্যের উৎপাদন বেশি হারে হ্রাস করতে হয়। অর্থাৎ দ্বিতীয় পণ্যের উৎপাদন হ্রাসের হার ১ম পণ্যের উৎপাদন বৃদ্ধির হারের চেয়ে বেশি হয়। তাই প্রান্তিক সুযোগ ব্যয় ক্রমে বৃদ্ধি পায় ও PPC অবতলাকৃত হয়।

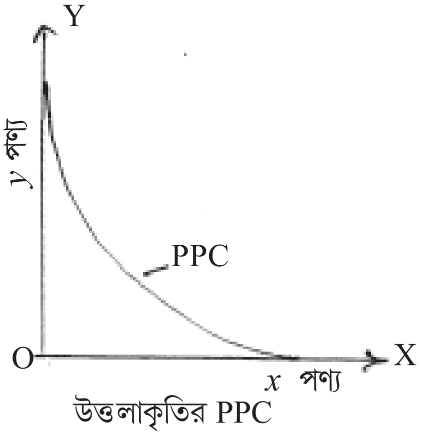
x পণ্যের উৎপাদন (একক)	y পণ্যের উৎপাদন (একক)	Δ ক্ষতি	Δ লাভ	MOC $\left(\frac{\Delta\,\text{ক্ষতি}}{\Delta\,\text{লাভ}}\right)$
20	1	–	–	–
18	2	2	1	2
12	3	6	1	6
0	4	12	1	12



অবতলাকৃতির PPC

a) উত্তল PPC : যখন প্রান্তিক সুযোগ ব্যয় হ্রাস পায়, PPC – উত্তলাকৃতির হয়

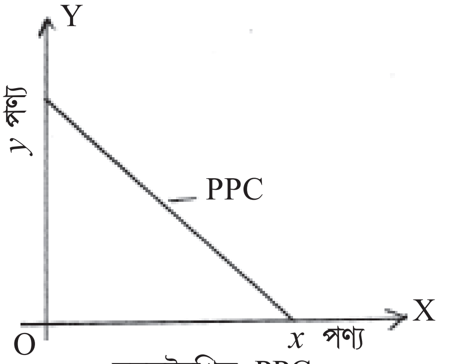
x পণ্যের উৎপাদন (একক)	y পণ্যের উৎপাদন (একক)	Δ ক্ষতি	Δ লাভ	MOC $\left(\frac{\Delta\,\text{ক্ষতি}}{\Delta\,\text{লাভ}}\right)$
20	1	–	–	–
10	2	10	1	10
4	3	6	1	6
0	4	4	1	4



উত্তলাকৃতির PPC

c) সরলাকৃতির PPC : যখন প্রান্তিক সুযোগ ব্যয় -এর পরিবর্তন ধ্রুবক থাকে, PPC – সরলরৈখিক হয়

x পণ্যের উৎপাদন (একক)	y পণ্যের উৎপাদন (একক)	Δ ক্ষতি	Δ লাভ	MOC $\left(\frac{\Delta \text{ ক্ষতি}}{\Delta \text{ লাভ}}\right)$
20	1	–	–	–
15	2	5	1	5
10	3	5	1	5
5	4	5	1	5



সরলরৈখিক PPC

অনুশীলনী

সত্য/মিথ্যা লিখো :

1. 'মূলতত্ত্বে' উপকরণ ও উৎপাদনের দাম নিয়ে অধ্যয়ণ করা হয়।
2. অসীম সম্পদের জন্য অর্থনৈতিক সমস্যা দেখা দেয়।
3. উৎপাদন সম্ভাবনারেখা (PPC) নিম্নমুখী ঢাল যুক্ত।
4. ভূকম্প দেখা দিলে, PPC ভিতরের দিকে স্থানান্তরিত হবে।
5. PPC এর ডানদিকে স্থানান্তর মানে প্রযুক্তির বিকাশ।
6. 'কিভাবে' উৎপাদন হবে সমস্যাটি বণ্টন তত্ত্বের সাথে যুক্ত।
7. PPC এর আকৃতি উত্তল বা অবতল হতে পারে।
8. যদি অত্যধিক বৈদেশিক মূলধনের আগমন ঘটে তবে PPC পেছন দিকে স্থানান্তরিত হবে।

শূন্যস্থান পূরণ করো :

1. অর্থনৈতিক সমস্যার মূলকরণ হল———
2. PPC ডানদিকে স্থানান্তরিত হয় যখন সম্পদ ——— পায়।
3. ব্যাস্টিক অর্থনীতিতে ——— এককের অর্থনৈতিক বৈশিষ্ট্য নিয়ে অধ্যয়ন করা হয়।
4. PPC এর উপরের সমস্ত বিন্দু সম্পদের ——— ব্যবহার ইঙ্গিত করে।
5. 'কিভাবে' উৎপাদন হবে সমস্যাটি ——— পছন্দ নিয়ে চর্চা করে।

সঠিক উত্তর নির্বাচন করো :

1. PPC সরলরৈখিক হবে, যখন প্রান্তিক সুযোগ ব্যয়—

   a) বৃদ্ধি পায় b) হ্রাস পায় c) ধ্রুবক থাকে d) কোনটিই নয়

2. 'অর্থনৈতিক' শব্দটির সাথে নিবিড়ভাবে যে শব্দটি যুক্ত তা হল—

a) মুক্ত (Free) b) দুষ্প্রাপ্যতা c) অসীম d) সীমাবদ্ধ

3. নীচের কোন কারণটির জন্য PPC স্থানান্তরিত হবে না—

a) প্রযুক্তির বিকাশ b) নতুন তেলকূপ আবিষ্কার c) বেকারত্ব d) সম্পদের বিকাশ

4. নীচের কোনটি অর্থনৈতিক সমস্যার কারণ—

a) সম্পদের দুষ্প্রাপ্যতা b) অসীম চাহিদা

c) সম্পদের বিকল্প ব্যবহার d) উপরের সবগুলোই

5. নীচের কোনটি ব্যাস্টিক অর্থনীতির সাথে যুক্ত?

a) মুদ্রাস্ফীতি b) বেকারত্ব সমস্যা c) জাতীয় আয় d) কোন পণ্যের দাম

6. উৎপাদন সম্ভাবনা রেখা (PPC) হল—

a) নিম্নমুখী ঢালযুক্ত b) মূলবিন্দুর দিকে অবতল c) (a) ও (b) উভয়ই d) হয় (a) বা (b)

7. নীচের কোনটি সমষ্টি অর্থনীতির বিষয় নয়—

a) বেকার সমস্যা b) দেশের মুদ্রাস্ফীতি

c) সামগ্রিক চাহিদা d) কোন ফার্মের উৎপাদিত পণ্যের দাম

8. যদি PPC বাদিকে স্থানান্তরিত হয় তবে তা হতে বোঝা যায়—

a) সম্পদের ধ্বংস হয়েছে b) বেকারত্ব বৃদ্ধি পেয়েছে

c) যে-কোন প্রযুক্তির ব্যবহার d) উপরের সবগুলোই

9. যদি x পণ্যের উৎপাদন 1 একক বৃদ্ধিতে y পণ্যের উৎপাদন 10 একক হতে হ্রাস পেয়ে 8 একক হয় তবে, প্রান্তিক সুযোগ ব্যয় হবে—

a) 2 b) 10 c) 8 d) 18

10. নীচের কোনটি PPC এর অনুমান নয়?

a) সম্পদ সীমিত b) উৎপাদনের কৌশল / প্রযুক্তি স্থির

c) দুইয়ের অধিক পণ্য উৎপাদন হচ্ছে d) কোনটিই নয়

অতি সংক্ষিপ্ত উত্তর দাও : (প্রতিটি প্রশ্নের মান 1)

1. সম্পদের দুষ্প্রাপ্যতা কি?
2. সম্পদের অর্থনীতি (Economising) কি?
3. অর্থনৈতিক সমস্যা কি?
4. সামগ্রিক অর্থে অর্থনীতি কি?
5. সুযোগ ব্যয় কি?

6. কখন PPC পেছনদিকে স্থানান্তরিত হয়— উদাহরণ দাও।
7. PPC সামনের দিকে স্থানান্তরিত হওয়ার উদাহরণ দাও।
8. নীতিবাচক বিবৃতির উদাহরণ দাও।
9. ইতিবাচক বিবৃতির উদাহরণ দাও।
10. PPC এর অবতলাকৃতি কিসের ইঙ্গিত করে?
11. সম্পদের বিকল্প ব্যবহার বলতে কি বোঝায়।
12. PPC রেখা ডানদিকে স্থানান্তর কিসের ইঙ্গিত করে?
13. PPC রেখা বাদিকে স্থানান্তর কিসের ইঙ্গিত করে?
14. যে সম্পদের কোন বিকল্প ব্যবহার নেই, তার ক্ষেত্রে সুযোগ ব্যয় কি হবে?
15. অর্থনীতির মূল শাখা দুটি কি কি?

সংক্ষিপ্ত উত্তর দাও : (প্রতিটি প্রশ্নের মান 3/4)

1. অর্থনৈতিক সমস্যার কারণগুলো ব্যাখ্যা করো।
2. সমষ্টিক ও ব্যাস্টিক অর্থনীতির মধ্যে পার্থক্য লিখো।
3. ধনাত্মক ও নীতিবাচক অর্থনীতির মধ্যে পার্থক্য লিখো।
4. "কি উৎপাদন হবে" সমস্যাটি উদাহরণ সহ ব্যাখ্যা করো।
5. "কীভাবে উৎপাদন হবে" সমস্যাটি উদাহরণ সহ ব্যাখ্যা করো।
6. "কার জন্য উৎপাদন হবে" সমস্যাটি উদাহরণ সহ ব্যাখ্যা করো।
7. উৎপাদন সম্ভাবনা রেখা PPC এর উপর একটি টীকা লিখো।
8. উদাহরণ সহ প্রান্তিক সুযোগ ব্যয় কি তা ব্যাখ্যা করো।
9. কেন PPC মূল বিন্দুর দিকে অবতল হয়?
10. কেন PPC নিম্নমুখী/ঋণাত্মক ঢাল যুক্ত হয়?
11. একটি PPC অংকন করে এর কোথায় সম্পদের পূর্ণ ব্যবহার , অপূর্ণ ব্যবহার হয় দেখাও।
12. চিত্রসহ PPC এর ডান ও বাদিকে স্থানান্তরের কারণ লিখো।
13. চিত্রসহ PPC এর ঘূর্ণনের কারণ লিখো।
14. PPC এর সাথে প্রান্তিক সুযোগ ব্যয় এর ধারণাটি ব্যাখ্যা করো।
15. PPC এর সাহায্যে 'কি উৎপাদন হবে' সম্যসাটি ব্যাখ্যা করো।
15. PPC এর সাহায্যে 'কিভাবে উৎপাদন হবে' সম্যসাটি ব্যাখ্যা করো।

গাণিতিক প্রশ্নাবলি :

(প্রতিটি প্রশ্নের মান 3/4)

1. A পণ্যের প্রান্তিক সুযোগ ব্যয় (MOC) নির্ণয় করো—

A পণ্য এর উৎপাদন	:	0	1	2	3	4	5
B পণ্য এর উৎপাদন	:	15	14	12	9	5	0

2. MOC নির্ণয় করো—

A পণ্য এর উৎপাদন	:	0	10	20	30	40
B পণ্য এর উৎপাদন	:	200	180	140	80	80

3. MOC নির্ণয় করো এবং এর উপর ভিত্তি করে PPC এর আকৃতি কি হবে লিখো।

x পণ্য	:	0	1	2	3	4
y পণ্য	:	10	9	7	4	0

4. নীচের সারণি হতে দেখাও PPC এর আকৃতি কিরূপ হবে?

x পণ্য	:	0	1	2	3	4
y পণ্য	:	16	12	8	4	0

উত্তর সংকেত

সত্য/মিথ্যা লিখো :

1. সত্য 2. মিথ্যা 3. সত্য 4. সত্য 5. সত্য 6. মিথ্যা 7. সত্য 8. মিথ্যা

শূন্যস্থান পূরণ করো :

1. দুষ্প্রাপ্যতা 2. প্রবৃদ্ধি 3. ব্যক্তিগত 4. সম্পূর্ণ/দক্ষ 5. প্রযুক্তি

সঠিক উত্তর নির্বাচন করো :

1. c) প্রান্তিক সুযোগ ব্যয় ধনাত্মক 2. b) দুষ্প্রাপ্যতা 3. c) প্রচণ্ড বেকারত্ব 4. d) উপরের সবগুলোই

5. d) একটি পণ্যের দাম 6. c) (a) ও (b) উভয়ই 7. d) একটি ফার্মের উৎপাদিত পণ্যের দাম

8. d) উপরের সবগুলোই 9. a) 2 10. c) দুইয়ের অধিক পণ্য উৎপাদন হচ্ছে

অতি সংক্ষিপ্ত উত্তর দাও :

1. কোন পণ্য / সম্পদের প্রয়োজনের তুলনায় যোগানের কম হওয়ার বিষয়টিকে বলা হয় দুষ্প্রাপ্যতা।

2. সম্পদের অর্থনীতি হল উপলব্ধ সম্পদের সর্বোত্তম ব্যবহার।

3. অর্থনৈতিক সমস্যা হল বিকল্প ব্যবহারের সীমিত সম্পদগুলোর মাধ্যমে অসীম চাহিদা / সন্তোষ্টির সাথে সম্পর্কিত পছন্দের সমস্যা।

4. অর্থনীতি হল সম্পদের দুষ্প্রাপ্যতার মধ্যেও সঠিক পছন্দের নির্বাচন

5. সুযোগ ব্যয় হল কোনো উপকরণের নিকটতম সর্বোত্তম বিকল্প নিয়োগ হতে প্রাপ্ত আয় যা অন্য কোনো উৎপাদনের জন্য ছেড়ে দেওয়া হয়।

6. ভূমিকম্পের ফলে সম্পদ ও জীবনের ধ্বংস।

7. প্রযুক্তির উন্নয়ন, সাক্ষরতার হার বৃদ্ধি।

8. ভারতে জন্মহার কমানো উচিত, কৃষকদের ভর্তুকি না দেওয়া উচিত।

9. ভারত হল পৃথিবীর দ্বিতীয় সর্বোচ্চ জনসংখ্যার দেশ, USA -এর তুলনায় ভারতীয়দের মাথাপিছু আয় কম।

10. প্রান্তিক সুযোগ ব্যয় বৃদ্ধি।

11. একই সম্পদ একের অধিক উৎপাদন প্রক্রিয়ায় ব্যবহারই হল সম্পদের বিকল্প ব্যবহার।

12. সম্পদের প্রবৃদ্ধি।

13. সম্পদের হ্রাস।

14. শূন্য

15. ব্যাস্টিক ও সমষ্টিক অর্থনীতি।

গাণিতিক প্রশ্নাবলির উত্তর :

1.

A পণ্য	B পণ্য	Δ ক্ষতি	Δ লাভ	প্রান্তিক সুযোগ ব্যয় (MOC) $\left(\frac{\Delta \text{ক্ষতি}}{\Delta \text{লাভ}}\right)$
0	15	–	–	–
1	14	1	1	1
2	12	2	1	2
3	9	3	1	3
4	5	4	1	4
5	0	5	1	5

2.

A পণ্য	B পণ্য	Δ ক্ষতি	Δ লাভ	MOC)
0	200	–	–	–
10	180	20	10	2
20	140	40	10	4
30	80	60	10	6
40	0	80	10	8

3.

A পণ্য	B পণ্য	Δ ক্ষতি	Δ লাভ	MOC)
0	10	–	–	–
1	9	1	1	1
2	7	2	1	2
3	4	3	1	3
4	0	4	1	4

এক্ষেত্রে PPC এর আকৃতি অবতলাকৃতির হবে, কারণ প্রান্তিক সুযোগ ব্যয় বৃদ্ধি পাচ্ছে।

4.

A পণ্য	B পণ্য	Δ ক্ষতি	Δ লাভ	MOC)
0	16	–	–	–
1	10	4	1	4
2	8	4	1	4
3	4	4	1	4
4	0	4	1	4

যেহেতু প্রান্তিক সুযোগ ব্যয় ধ্রুবক, তাই PPC সরলরৈখিক হবে।

অধ্যায়-2

ভোক্তার আচরণ তত্ত্ব ও চাহিদা

ভোক্তা হল এমন একজন ব্যক্তি যে তার সন্তুষ্টি পূরণের জন্য পণ্য ও পরিসেবা ক্রয় করে বা ভোগ করে। সে তার প্রয়োজন অনুসারে কি কি পণ্য বা পরিসেবা ক্রয় করতে হবে সেই সম্পর্কে সিদ্ধান্ত নেয়। ভোক্তার মূল লক্ষ্য হল বিভিন্ন পণ্য ও পরিসেবায় তার আয়কে খরচ করার মাধ্যমে সন্তোষ্টির সর্বোচ্চ স্তরে পৌঁছানো। যেহেতু ভোক্তার আয় বা সম্পদ সীমিত এবং তাই তার অসীম চাহিদাকে পূরণ করার জন্য এবং সর্বোচ্চ সন্তুষ্টির স্তরে পৌঁছানোর জন্য কিছু তত্ত্ব বা নিয়ম নীতির অনুসরণ করা হয়। ভোক্তার আচরণ তত্ত্ব বা ভোক্তার ভারসাম্য স্তরকে 2টি পদ্ধতিতে বিশ্লেষণ করা হয়—

a) কার্ডিনাল পদ্ধতি / উপযোগ পদ্ধতি (মার্শালের বিশ্লেষণ)

b) অর্ডিনাল পদ্ধতি / নিরপেক্ষ রেখা পদ্ধতি (হিক্‌সের পদ্ধতি)

2.1 কার্ডিনাল পদ্ধতি :

এই পদ্ধতিতে ভোক্তার সন্তুষ্টিকে বা উপযোগকে সংখ্যার মাধ্যমে পরিমাপ করা হয়।

2.1.1 উপযোগী (Utility) :

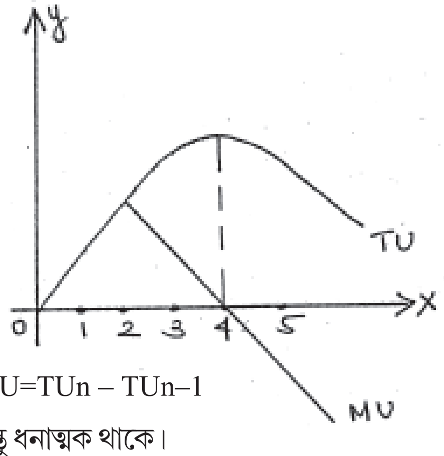
কোন দ্রব্য বা সেবার মধ্যে মানুষের অভাব পূরণ করার যে ক্ষমতা থাকে তাকে বলে উপযোগ এবং একটি দ্রব্যের বিভিন্ন একক থেকে প্রাপ্ত উপযোগের সমষ্টিকে বলে মোট উপযোগ (Total Utility)। $TU = \sum MU$ (MU= প্রান্তিক উপযোগ)।

প্রান্তিক উপযোগ বলতে কোন নির্দিষ্ট সময়ে ঐ দ্রব্য বা সেবার অতিরিক্ত এক একক ভোগের দরুন মোট উপযোগের যে বৃদ্ধি ঘটে তা বোঝানো হয়।

প্রান্তিক উপযোগ (Marginal Utility) $MU = TU_n - TU_{n-1}$ (TU=মোট উপযোগ)

2.1.2 মোট উপযোগ ও প্রান্তিক উপযোগের মধ্যে সম্পর্ক :

x পণ্যের পরিমাণ (একক)	মোট উপযোগ (TU)	প্রান্তিক উপযোগ (MU)
1	10	10
2	17	7
3	21	4
4	21	0
5	19	–2



1. প্রান্তিক উপযোগ (MU) নির্ণয় করা হয় মোট উপযোগ হবে (TU)

$MU = TU_n - TU_{n-1}$

2. মোট উপযোগ বৃদ্ধির সাথে সাথে প্রান্তিক উপযোগ ক্রমে হ্রাস পায় কিন্তু ধনাত্মক থাকে।

3. যখন মোট উপযোগ সর্বোচ্চ হয়, প্রান্তিক উপযোগের মান শূন্য হয়।

4. যখন মোট উপযোগ হ্রাস পায়, প্রান্তিক উপযোগ ঋণাত্মক হয়।

<u>সমাধানসহ গাণিতিক প্রশ্নাবলি :</u>

1. প্রান্তিক উপযোগ নির্ণয় করো :

x পণ্যের পরিমাণ (একক)	:	1	2	3	4	5	6
মোট উপযোগ (TU)	:	20	36	46	50	50	44

→ **সমাধান :**

x পণ্যের পরিমাণ	মোট উপযোগ (TU)	প্রান্তিক উপযোগ (MU) [TUn – TUn–1]
1	20	20
2	36	16
3	46	10
4	50	4
5	50	0
6	44	–6

2. নীচের সারণি হতে মোট উপযোগ নির্ণয় করো :

x পণ্যের পরিমাণ (একক)	:	1	2	3	4	5	6
প্রান্তিক উপযোগ (MU)	:	10	7	5	2	0	–3

→ **সমাধান :**

x পণ্যের পরিমাণ	প্রান্তিক উপযোগ (MU)	মোট উপযোগ (TU) = [∑MU]
1	10	10
2	7	17
3	5	22
4	2	24
5	0	0
6	–3	21

2.1.3 ক্রমহ্রাসমান প্রান্তিক উপযোগ বিধি (Law of diminishing MU) :

ক্রমহ্রাসমান প্রান্তিক উপযোগ বিধিটি হচ্ছে—

যখন ভোক্তা কোনো একটি দ্রব্যের ভোগের পরিমাণ ক্রমে বৃদ্ধি করতে থাকে, তখন প্রতি একক অতিরিক্ত ভোগ বৃদ্ধির সাথে সাথে প্রান্তিক উপযোগ ক্রমে হ্রাস থেতে থাকে।

- **অনুমান :**

1. ভোক্তা একজন স্বাভাবিক বিচক্ষণ ব্যক্তি।
2. ভোক্তার রুচি, পছন্দ ও আয় স্থির রয়েছে।

3. ভোগের সময়কালের মধ্যে কোনো বিরতি থাকে না।
4. উপযোগ টাকার অংকে পরিমাপযোগ্য।
5. ভোগ্য পণ্যটি সমজাতীয়— যা ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র অংশে বিভাজন করা যায়

- **ব্যতিক্রম :**

1. ভোক্তার রুচি, অভ্যাস, পছন্দের ক্ষেত্রে এই বিধি কার্যকর হয় না। যেমন যদি ভোক্তা একটি পণ্য ব্যবহারে অভ্যস্ত হয়ে যায় তবে ভোগ বৃদ্ধির সাথে সাথে প্রান্তিক উপযোগ বৃদ্ধি পেতে পারে। যেমন— ধূমপান ইত্যাদি।
2. দুষ্প্রাপ্য দ্রব্য সংগ্রহের ক্ষেত্রে এই বিধি কার্যকর হয় না। যেমন— ডাকটিকিট সংগ্রহ।
3. কৃপণ ব্যক্তিদের ক্ষেত্রে এই বিধি কার্যকর হয় না। কারণ অতিরিক্ত এক একক অর্থ সঞ্চয়ের সাথে সাথে তাদের প্রান্তিক উপযোগ ক্রমে বৃদ্ধি পায়।

2.1.4 ভোক্তার ভারসাম্য (Consumer's Equilibrium) :

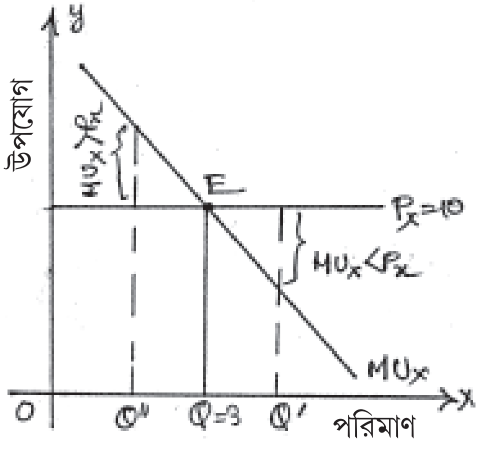
ভোক্তার ভারসাম্য অবস্থা হল সেই ভোগের স্তর যেখানে সে তার নির্দিষ্ট আয়ের মধ্যে সর্বোচ্চ উপযোগ লাভ করে। নীচে কার্ডিনাল পদ্ধতিতে ভারসাম্য অবস্থা দেখানো হলো—

Case-I : যখন ভোক্তা একটি পণ্য (x) ভোগ করে :

একটি পণ্যের ক্ষেত্রে ভোক্তার ভারসাম্য নির্ভর করে ক্রমহ্রাসমান প্রান্তিক উপযোগ বিধির উপর। এক্ষেত্রে ভারসাম্যের শর্ত হল— ভোক্তা ঐ ভোগের স্তরে ভারসাম্যে পৌঁছায় যেখানে পণ্যটি হতে প্রাপ্ত প্রান্তিক উপযোগ (MU_X) পণ্যটির দামের (P_X) সমান হয়। অর্থাৎ — $MU_X = P_X$. [x = পণ্য]

নীচের সারণি ও চিত্রে তা ব্যাখ্যা করা হল—

x পণ্যের পরিমাণ (একক)	*x* পণ্যের দাম (₹/U)	MUx
1	10	17
2	10	13
3	10	10
4	10	8
5	10	4



পাশের চিত্রে E হচ্ছে ভারসাম্য বিন্দু যেখানে MU_X ও P_X রেখা পরস্পরকে ছেদ করেছে, অর্থাৎ E বিন্দুতে $MU_X = P_X$। এবং এক্ষেত্রে ভারসাম্য ভোগের পরিমাণ OQ_3 অর্থাৎ 3 একক *x*।

এখন যদি ভোগের পরিমাণ ভারসাম্য স্তর হতে বৃদ্ধি পেয়ে OQ′ হয় তবে চিত্রে দেখা যাচ্ছে, $MU_x < P_x$। অর্থাৎ ভোক্তাকে তার প্রান্তিক উপযোগ (MU_X) বৃদ্ধি করতে হবে এবং এজন্য তাকে x পণ্যের ভোগের পরিমাণ হ্রাস করতে হবে। এই প্রক্রিয়া ততক্ষণ পর্যন্ত চলবে যতক্ষণ না পর্যন্ত তা ভারসাম্য স্তর OQ_3 স্তরে পৌঁছে যেখানে $MU_x = P_x$ ।

এখন যদি ভোগের পরিমাণ ভারসাম্য স্তর হতে হ্রাস পেয়ে OQ″ হয় তবে চিত্রে দেখা যাচ্ছে, $MU_x > P_x$। অর্থাৎ ভোক্তাকে তার প্রান্তিক উপযোগ (MU_X) হ্রাস করতে হবে যদি পুনরায় ভারসাম্য পৌঁছাতে হয় এবং এইজন্য তাকে x পণ্যের ভোগের

পরিমাণ বৃদ্ধি করতে হবে। এই প্রক্রিয়া ততক্ষণ পর্যন্ত চলবে যতক্ষণ না পর্যন্ত সে ভারসাম্য ভোগের স্তর OQ_3 তে স্তরে পৌঁছায় যেখানে $MU_x = P_x$ ।

Case-2 : যখন ভোক্তা দুটি পণ্য (x ও y) ভোগ করে

দুটি পণ্যের ভোগের ক্ষেত্রে ভোক্তার ভারসাম্য ভোগের পরিমাণ নির্ভর করে সম উপপ্রান্তিয় উপযোগ বিধির (Equi-Marginal Utility) ওপর।

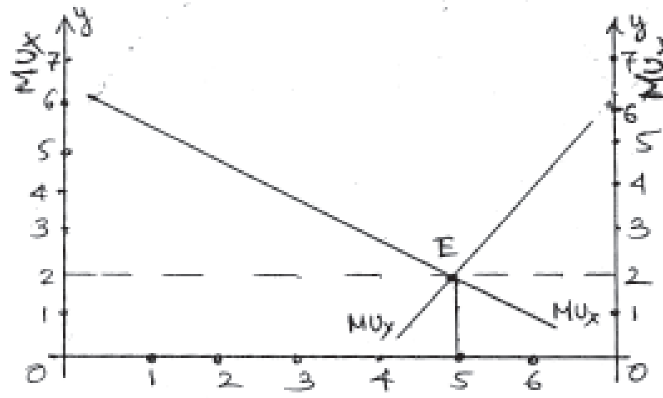
দুটি পণ্যের ভোগের ক্ষেত্রে ভোক্তা সেই স্তরেই ভারসাম্যে পৌঁছায় যেখানে পণ্য দুটোর থেকে প্রাপ্ত প্রান্তিক উপযোগ এর অনুপাত পণ্য দুটির দামের অনুপাতের সমান হয়। এক্ষেত্রে নিচের শর্ত দুটি পূরণ হতে হয়—

1. $\frac{MU_x}{P_x} = \frac{MU_y}{P_y}$ →প্রয়োজনীয় শর্ত

2. $X.P_x + Y.P_y = M$ →যথেষ্ট শর্ত

যেখানে,

M = ভোক্তার বাজেট
P_x = x পণ্যের প্রতি একক দাম
P_x = y পণ্যের প্রতি একক দাম
MU_x = x এর প্রান্তিক উপযোগ
MU_x= y এর প্রান্তিক উপযোগ



→ x পণ্যের পরিমাণ →
6 5 4 3 2 1
← y পণ্যের পরিমাণ ←

পাশের চিত্রে দেখা যাচ্ছে—E হচ্ছে ভারসাম্য বিন্দু যেখানে MU_x এবং MU_y রেখা পরস্পরকে ছেদ করেছে অর্থাৎ E বিন্দুতে $MU_x=MU_y=2$

এক্ষেত্রে ভোক্তা 5 একক x পণ্য ও 2 একক y পণ্য ক্রয় করে ভারসাম্যে পৌঁছবে।

- এখন যদি $\frac{MU_x}{P_x} > \frac{MU_y}{P_y}$ হয় তবে পুনরায় ভারসাম্যে পৌঁছতে তাকে MU_x এর পরিমাণ হ্রাস করতে হবে এবং এইজন্য তাকে x এর ভোগের পরিমাণ ক্রমে বৃদ্ধি করতে হবে। এই প্রক্রিয়া ততক্ষণ পর্যন্ত চলবে যতক্ষণ না পর্যন্ত $\frac{MU_x}{P_x} = \frac{MU_y}{P_y}$ হয়, অর্থাৎ ভারসাম্য অবস্থা পৌঁছায়।

- আবার যদি $\frac{MU_x}{P_x} < \frac{MU_y}{P_y}$ হয় তবে পুনরায় ভারসাম্যে পৌঁছতে তাকে y পণ্যের ভোগের পরিমাণ ক্রমে বৃদ্ধি করে MU_y কে হ্রাস করতে হবে। এই প্রক্রিয়া ততক্ষণ পর্যন্ত চলবে যতক্ষণ না পর্যন্ত সে ভারসাম্য অবস্থা পৌঁছায় যেখানে $\frac{MU_x}{P_x} = \frac{MU_y}{P_y}$ ।

কার্ডিনাল পদ্ধতি / উপযোগ পদ্ধতির অনুমান :

1. উপযোগকে টাকার অংকে পরিমাপ করা যায়।
2. ভোক্তার আয় স্থির,
3. পণ্যগুলোর দাম স্থির,
4. টাকার প্রান্তিক উপযোগ স্থির।

2.2 অর্ডিনাল / নিরপেক্ষ রেখা পদ্ধতি :

এই পদ্ধতিতে ভোক্তার উপযোগ বা সন্তুষ্টিকে গুণগত পদ্ধতিতে ক্রমের (Rank) মাধ্যমে প্রকাশ করা হয়, কোন সংখ্যার সাহায্য নেওয়া হয় না। যেমন— কোন ভোক্তা আপেলের তুলনায় আমকে বেশি পছন্দ করে, তবে সে আমকে ১ম পছন্দের ক্রম ও আপেলকে ২য় পছন্দের ক্রম দেয়। তাই অর্ডিনা পদ্ধতিতে ক্রমের মাধ্যমে উপযোগকে বর্ণনা করা হয়।

2.2.1 নিরপেক্ষ সেট :

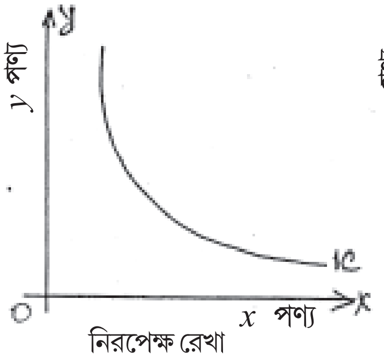
নিরপেক্ষ সেট (Indifference set) হল দুটি পণ্যের বিভিন্ন সমাহার / সমন্বয় যেগুলো হতে ভোক্তা একইরূপ উপযোগ পায় বা ভোক্তার কাছে সমভাবে পছন্দসই।

নিরপেক্ষ সেটের লেখচিত্রাকার উপস্থাপনাই হল নিরপেক্ষ রেখা যা দুটি পণ্যের সেইসব সমন্বয়কে চিহ্নিত করে যা হতে ভোক্তা সম উপযোগ লাভ করে।

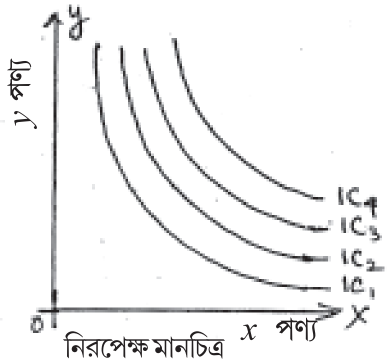
অনেকগুলো নিরপেক্ষ রেখার সমন্বয়কে বলে নিরপেক্ষ মানচিত্র (Map)।

<u>নিরেপক্ষ সারণি / সেট</u>

x ও y পণ্যের সমন্বয়	x পণ্য (একক)	y পণ্য (একক)
A	1	15
B	2	10
C	3	6
D	4	3



নিরপেক্ষ রেখা



নিরপেক্ষ মানচিত্র

2.2.2 নিরপেক্ষ রেখার ধর্ম :

a) নিরপেক্ষ রেখা মূলবিন্দুর দিকে অবতল (Convex) হয়।
b) নিরপেক্ষ রেখা ঋণাত্মক ঢালযুক্ত হয়।
c) নিরপেক্ষ রেখার প্রতিটি বিন্দু একই উপযোগ স্তরের নির্দেশ করে।
d) দুটি নিরপেক্ষ রেখা কখনো পরস্পরকে স্পর্শ বা ছেদ করে না।
e) উচ্চ নিরপেক্ষ রেখা উচ্চ উপযোগের স্থর নির্দেশ করে।

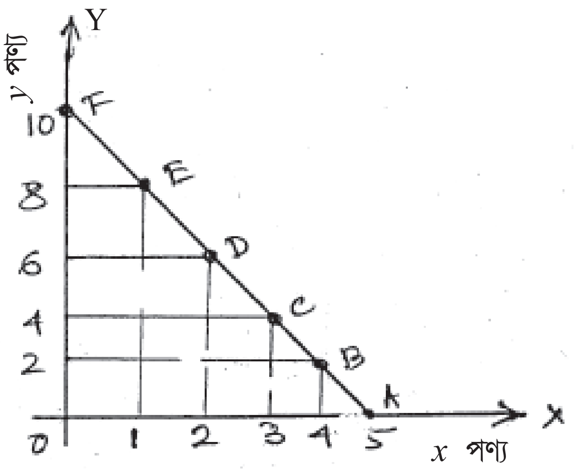
2.2.3 বাজেট সারণি (Budget Set) :

বাজেট সেট / সারণি হচ্ছে দুটি পণ্যের সকল সম্ভাব্য সমাহার যেগুলো ভোক্তা তার প্রদত্ত আয় ও পণ্যদ্বয়ের প্রদত্ত দামের মধ্যে ক্রয় করতে সক্ষম হয়।

বাজেট রেখা হচ্ছে বাজেট সেটের লেখচিত্রাকার উপস্থাপন যা হতে দুটি পণ্যের সম্ভাব্য সব সমন্বয় পাওয়া যায় যেগুলো ভোক্তা তার প্রদত্ত আয় (Budget) এবং পণ্যদ্বয়ের প্রদত্ত দামের মধ্যে ক্রয় করতে সামর্থ্য হয়।

বাজেট সারণি : ধরা যাক ভোক্তার আয় 100 টাকা এবং দুটি পণ্য x ও y এর দাম যথাক্রমে 20 টাকা ও 10 টাকা। তবে বাজেট সেট হবে—

পণ্যদ্বয়ের সমন্বয়	x পণ্য (₹20/U)	y পণ্য (₹10/U)
A	5	0
B	4	2
C	3	4
D	2	6
E	1	8
F	0	10



বাজেট রেখা

বাজেট রেখার বৈশিষ্ট্য :

a) বাজেট রেখা বাদিক হতে ডানদিকে নিম্নগামী হয় অর্থাৎ ঋণাত্মক ঢাল যুক্ত হয়।

b) বাজেট রেখার ঢাল দুটি পণ্যের দামের অনুপাত $\left(-\frac{P_x}{P_y}\right)$ নির্দেশ করে।

c) বাজেট রেখার ঢাল সব বিন্দুতে সমান থাকে তাই তা সরলরৈখিক হয়।

d) বাজেট রেখা প্রতিটি বিন্দু ভোক্তার সমান ক্রয় ক্ষমতা নির্দেশ করে।

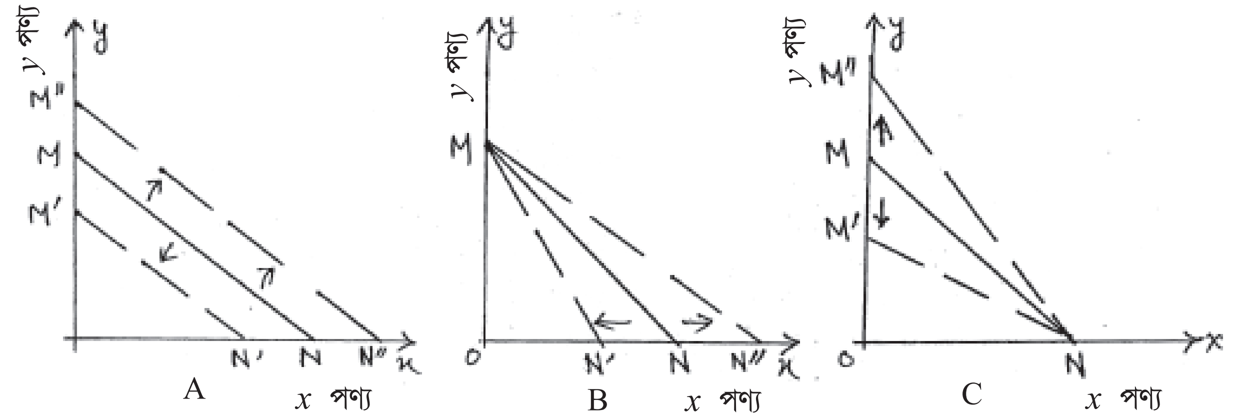
e) বাজেট রেখার সমীকরণ— $X.P_x + Y.P_y = M$ [যেখানে, M=বাজেট, X= x পণ্যের পরিমাণ, Y= y পণ্যের পরিমাণ]

(P_x= x পণ্যের দাম, P_y= y পণ্যের দাম)

2.2.4 বাজেট রেখার স্থানান্তর (Shifting of Budget Line) :

ভোক্তার আয় বা বাজেট পরিবর্তনের জন্য বাজেট রেখা স্থানান্তরী, হয়। যদি আয় বৃদ্ধি পায় তবে দুটি পণ্যই সে বেশি পরিমাণে কিনতে পারে, তখন বাজেট রেখা ডানদিকে স্থানান্তরিত হয় (MN হতে M″ N″)। এবং বাজেট হ্রাস

পেলে বাজেট রেখা বাদিকে স্থানান্তরিত হয় (MN হতে M″N″)।



আবার যদি x ও y উভয় পণ্যের দাম বৃদ্ধি পায় তবে দুটি পণ্যই সে কম পরিমাণে কিনতে পারবে তখন বাজেট রেখা বাদিকে (MN হতে M″N″) স্থানান্তরিত হবে এবং যদি পণ্য দুটির দাম হ্রাস পায় তবে বাজেট রেখা ডানদিকে স্থানান্তরিত হবে (MN হতে M″N″)। (A চিত্র)

যদি শুধুমাত্র একটি পণ্যের দামের পরিবর্তন হয় তবে বাজেট রেখা এক বিন্দুতে স্থির থেকে অন্য বিন্দু বরাবর স্থানান্তরিত হয়। যদি x পণ্যের দাম হ্রাস পায় তবে সে y পণ্যের পরিবর্তন না করেও x বেশি কিনতে পারবে তখন বাজেট রেখা MN হতে MN″ এ স্থানান্তরিত হবে (B চিত্র)। x এর দাম বৃধি পেলে MN হতে MN′-এ স্থানান্তরি হবে।

যদি শুধু y এর দাম হ্রাস পায় তবে বাজেট রেখা MN হতে M′ N-এ এবং y এর দাম বৃদ্ধি পেলে MN হতে M″ N-এ স্থানান্তরিত হবে (C চিত্র)

2.2.5 নিরপেক্ষরেখার সাহায্যে ভোক্তার ভারসাম্য নির্ণয় (অর্ডিনাল পদ্ধতি) :

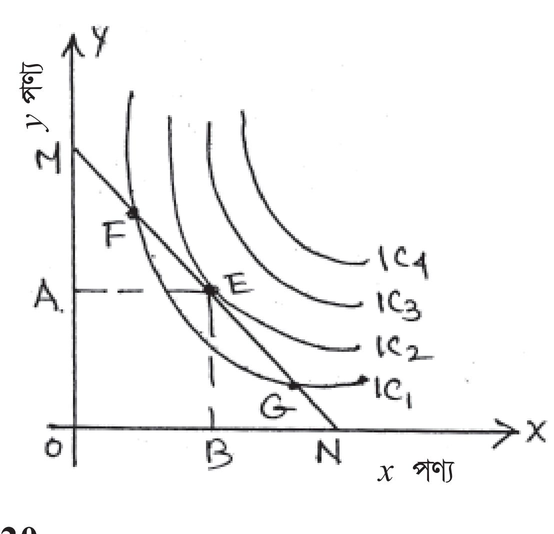
অর্ডিনাল পদ্ধতিতে ভোক্তা সেই বিন্দুতে ভারসাম্যে পৌঁছায় যেখানে তার বাজেট রেখা নিরপেক্ষ রেখার সাথে স্পর্শক হয়। এক্ষেত্রে নিম্নলখিত শর্ত দুটি অবশ্যই পূরণ হতে হয়—

a) ভারসাম্য বিন্দুতে নিরপেক্ষ রেখার ঢাল (MRS_{xy}) এবং বাজের রেখার ঢাল $\left(\frac{P_x}{P_y}\right)$ সমান হতে হবে।
   অর্থাৎ $MRS_{xy}=\frac{P_x}{P_y}$ ।

b) নিরপেক্ষ রেখাটি ভারসাম্য বিন্দুতে অবশ্যই মূলবিন্দুর দিকে উত্তল হতে হবে, অর্থাৎ MRS ক্রমাগতভাবে হ্রাস পেতে হবে।

পাশের চিত্রে তা ব্যাখ্যা করা হল— চিত্রে E হল ভারসাম্য বিন্দু যেখানে MN বাজেট রেখা নিরপেক্ষ রেখা IC_2 এর সাথে স্পর্শক হয়েছে। অর্থাৎ E বিন্দুতে,

$$MRS_{xy}=\frac{P_x}{P_y}$$



E বিন্দু ছাড়া বাজেট রেখার অন্য যেকোনো বিন্দু (যেমন– F,G) যদিও ভোক্তার ক্রয় ক্ষমতার মধ্যে রয়েছে কিন্তু সে ভারসাম্যে পৌঁছবে শুধুমাত্র E বিন্দুতে কারণ বাকি বিন্দুগুলো নিম্নতর নিরপেক্ষ রেখায় রয়েছে। অর্থাৎ তার বাজেটের মধ্যে শুধুমাত্র E তেই সে সর্বোচ্চ উপযোগ লাভ করবে এবং OA ও OB পরিমাণে যথাক্রমে y এবং x পরিমাণ পণ্য ক্রয় করে ভারসাম্যে পৌঁছবে।

- এখন যদি $MRS_{xy} > \frac{P_x}{P_y}$ হয়, তবে বোঝা যায় যে এক একক অতিরিক্ত x পেতে ভোক্তা বেশি একক পরিমাণ y ছাড়তে রাজি রয়েছে। ফলে সে আরো বেশি পরিমাণে x কিনতে পারবে এবং এর ফলে MRS ক্রমে হ্রাস পাবে। এই প্রক্রিয়া ততক্ষণ পর্যন্ত চলতে থাকবে যতক্ষণ না পর্যন্ত সে ভারসাম্য পৌঁছায় যেখানে $MRS = \frac{P_x}{P_y}$ ।
- বিপরীত ক্রমে যদি, $MRS_{xy} < \frac{P_x}{P_y}$ হয় তবে বোঝা যায় যে এক একক অতিরিক্ত y পেতে সে বেশি একক পরিমাণ x ছাড়তে রাজি রয়েছে। ফলে সে আরো বেশি পরিমাণে y কিনতে থাকবে এবং এর ফলে MRS ক্রমে বৃদ্ধি পাবে। এই প্রক্রিয়া ততক্ষণ পর্যন্ত চলতে থাকবে যতক্ষণ না পর্যন্ত সে ভারসাম্য পৌঁছায় যেখানে $MRS = \frac{P_x}{P_y}$ ।

পাঠ সহায়িকা

"নিরপেক্ষরেখা ঋণাত্মক ঢালযুক্ত / নিম্নমুখী ঢাল যুক্ত"— কেন?

নিরপেক্ষরেখা ঋণাত্মক ঢালযুক্ত হওয়ার কারণ হল ভোক্তার "একঘেয়ে পছন্দ" (Monotonic Preference)।

একঘেয়ে পছন্দ হল— একজন বিচক্ষণ ভোক্তা সর্বদাই বেশি চায়– অর্থাৎ দুটি পণ্যের ক্ষেত্রে সে সর্বদা দুটি পণ্যই বেশি পরিমাণে চায় বা অন্ততপক্ষে একটি পণ্য বেশি চায় অন্যটি হ্রাস না করে। তাই সমপরিমাণ উপযোগ স্থির রাখতে হলে তাকে একটি পণ্যের ভোগ বৃদ্ধি করতে হলে অন্যটির ভোগ হ্রাস করতে হয়। অর্থাৎ পণ্য দুটির ভোগের পরিমাণের মধ্যে একটি ঋণাত্মক সম্পর্ক রয়েছে। তাই নিরপেক্ষ রেখাটি ঋণাত্মক ঢাল যুক্ত হয় বা নিম্নমুখী ঢাল যুক্ত হয়।

"নিরপেক্ষরেখা মূলবিন্দুর দিকে উত্তল হয়"— কেন?

নিরপেক্ষরেখা মূলবিন্দুর দিকে উত্তল হওয়ার কারণ হল— ক্রমহ্রাসমান প্রান্তিক প্রতিস্থাপনের হার [Marginal rate of Substitution (MRS)]

প্রান্তিক প্রতিস্থাপনের হার (MRS) হল– অতিরিক্ত এক একক কোন পণ্যের ভোগ বৃদ্ধির জন্য অন্য পণ্যটির ভোগ যে হারে হ্রাস করতে হয় তার পরিমাণ। অর্থাৎ $MRS_{xy} = \frac{y \text{ পণ্যের ভোগ হ্রাসের পরিমাণ} (\Delta y)}{x \text{ পণ্যের ভোগ বৃদ্ধির পরিমাণ} (\Delta x)}$

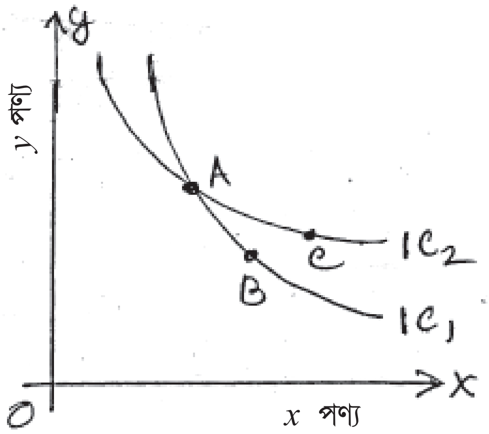
প্রান্তিক প্রতিস্থাপনের হার (MRS_{xy}) ক্রমে হ্রাস পাওয়ার কারণ হল— ভোক্তা যখন x পণ্যের ভোগের পরিমাণ ক্রমে বৃদ্ধি করে তখন সে y পণ্যের ভোগের পরিমাণ কম হারে হ্রাস করতে চায়— কারণ তার একঘেয়ে পছন্দের বৈশিষ্ট্য। অর্থাৎ x পণ্যের ভোগ বৃদ্ধির সাথে সাথে $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ এর পরিমাণ ক্রমে হ্রাস পায় যেহেতু Δx এর বৃদ্ধির তুলনায় Δy এর হ্রাস কম হারে হয়। তাই MRS_{xy} ক্রমে হ্রাস পায় এবং নিরপেক্ষ রেখা উত্তলাকৃতির হয়।

"দুটি নিরপেক্ষরেখা কখনো পরস্পরকে স্পর্শ বা ছেদ করে না"— কেন ?

→ এই উক্তিটি প্রমাণ করার জন্য আমরা ধরে নেব যে দুটি নিরপেক্ষ IC_1 ও IC_2 পরস্পরকে A বিন্দুতে ছেদ করেছে।

আমরা জানি একটি নিরপেক্ষ রেখার প্রতিটি বিন্দু সম-উপযোগ দেখায়। তাহলে IC_1 রেখার A ও B বিন্দু উভয়ই সমপরিমাণ উপযোগ দেখাবে। অর্থাৎ A=B । অনুরূপে IC_2 তে A ও C বিন্দু উভয়ই সমপরিমাণ উপযোগ দেখাবে। অর্থাৎ A=C।

সুতরাং A=B এবং A=C অর্থাৎ B=C ,

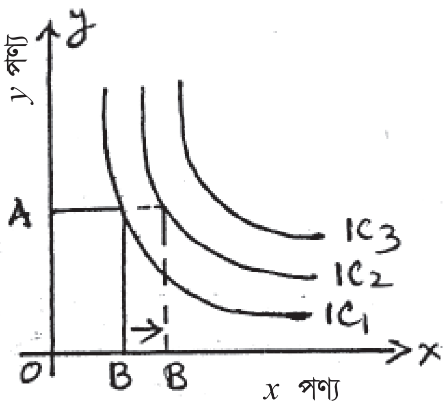


কিন্তু B ও C দুটি ভিন্ন নিরপেক্ষ রেখায় অবস্থিত এবং C উচ্চ নিরপেক্ষ IC_2 তে অবস্থিত হওয়ার C তে প্রাপ্ত উপযোগ B হতে বেশি হবে, অর্থাৎ B<C , অর্থাৎ $B \neq C$ ।

তাই আমাদের অনুমানটি ভুল ছিল— এটাই প্রমাণ করে দুটি নিরপেক্ষ রেখা পরস্পরকে ছেদ করে না।

"উচ্চতর নিরপেক্ষ রেখা উচ্চতর সন্তুষ্টির স্তর নির্দেশ করে"— কেন ?

→ উচ্চতর নিরপেক্ষ রেখা উচ্চতর সন্তুষ্টির স্থর নির্দেশের কারণ হল ভোক্তার একঘেয়ে পছন্দ (Monotonic Perference)। উচ্চ নিরপেক্ষ রেখা এক বা উভয় পণ্যই বেশি পরিমাণে প্রতিনিধিত্ব করে, তাই একটি উচ্চতর নিরপেক্ষ রেখা উচ্চতর উপযোগ/সন্তুষ্টির স্তর বোঝায়।



পাশের চিত্রে দেখা যাচ্ছে— ভোক্তা IC_1 হতে IC_2 তে স্থানান্তরিত হলে x পণ্যের ভোগের পরিমাণ OB হতে OB′ -এ বৃদ্ধি করতে পারে y পণ্যের ব্যবহার হ্রাস না করে।

পার্থক্য লিখ :

কার্ডিনাল উপযোগ	অর্ডিনাল উপযোগ
1. দ্রব্য ও সেবা হতে প্রাপ্ত উপযোগকে যখন সংখ্যার মাধ্যমে পরিমাপ করা হয় তাকে বলে কার্ডিনাল উপযোগ।	1. দ্রব্য ও সেবা হতে প্রাপ্ত উপযোগ যখন সংখ্যার মাধ্যমে পরিমাপ করা হয় না তাকে বলে অর্ডিনাল উপযোগ।

2. ইহা হল একটি পরিমাণগত পরিমাপ।	2. ইহা হল একটি গুণগত পরিমাপ।
3. এক্ষেত্রে প্রান্তিক উপযোগ (MU) বিশ্লেষণের ব্যবহার হয়।	3. এক্ষেত্রে নিরপেক্ষ রেখার বিশ্লেষণ ব্যবহার হয়।
4. ইহা পরিমাপ করা হয় Utils (উপযোগের একক) এর ভিত্তিতে	4. ইহা পরিমাপ করা হয় ক্রমের (Rank) ভিত্তিতে।

সমাধান সহ গাণিতিক প্রশ্নাবলি :

1. নীচের সারণি হতে ভোক্তার ভারসাম্য স্তর নির্ণয় করো—

ভোগের পরিমাণ (x পণ্য)	:	1	2	3	4	5	6
মোট উপযোগ (TU)	:	20	36	46	50	50	44

ধরে নাও, x পণ্যের দাম ₹ 6 প্রতি একক এবং উপযোগকে Utils এর ভিত্তিতে পরিমাপ করা হয় যেখানে 1 Util = ₹ 1 ।

→ **সমাধান :**

ভোগের পরিমাণ	:	1	2	3	4	5	6
মোট উপযোগ	:	10	18	25	31	34	34
প্রান্তিক উপযোগ	:	10	8	7	6	3	0

সুতরাং, ভোক্তার ভারসাম্য ভোগের স্থর হচ্ছে 4 একক x পণ্য যেখানে তার প্রান্তিক উপযোগ (MU_x) এবং x এর একক প্রতি দাম (P_x= 6) সমান হয়।

2. যদি x ও y দুটি পণ্যের দামই একক প্রতি 1 টাকা হয় এবং ভোক্তার বাজেট 8 টাকা হয় তবে নীচের সারণি হতে ভারসাম্য স্থর নির্ণয় করো।

ভোগের পরিমাণ	:	1	2	3	4	5	6	7	8
MU_x	:	11	10	9	8	7	6	5	4
MU_y	:	10	17	15	13	12	10	8	6

→ **সমাধান :**

পরিমাণ	MU_x	MU_y	$\frac{MU_x}{P_x}$	$\frac{MU_y}{P_y}$
1	11	19	11	19
2	10	17	10	17
3	09	15	09	15
4	08	13	08	13
5	07	12	07	12

6	06	10	06	10
7	05	08	05	08
8	04	06	04	06

যেখানে,

$P_x = x$ পণ্যের দাম = ₹ 1

$P_y = y$ পণ্যের দাম = ₹ 1

এক্ষেত্রে সে 2 একক x ও 6 একক y পণ্য ক্রয় করে ভারসাম্য স্ততে পৌঁছবে কারণ এই স্তরে তার

$$\frac{MU_x}{P_x} = \frac{MU_y}{P_y} = 10$$

এবং $X.P_X + Y.P_Y = 2 \times 1 + 6 \times 1 = 8$ বাজেট। অর্থাৎ ভারসাম্য অবস্থার দুটি শর্তই পূরণ হচ্ছে।

2.3 চাহিদা :

কোনো একটি পণ্যের বিভিন্ন পরিমাণ যা ভোক্তা ঐ পণ্যটির বিভিন্ন দাম একটি নির্দিষ্ট সময় অন্তরের মধ্যে ও একটি নির্দিষ্ট স্থানে ভোগ করতে বা ক্রয় করতে ইচ্ছুক থাকে তাকে ঐ পণ্যটির চাহিদা বলা হয়।

আবার একটি নির্দিষ্ট দামে কোনো পণ্যের যে নির্দিষ্ট পরিমাণ একজন ভোক্তার একটি নির্দিষ্ট সময়ে ক্রয় করতে বা ভোগ করতে ইচ্ছুক থাকে তাকে বলে চাহিদার পরিমাণ (Quantity demanded)।

কোনো পণ্যের চাহিদাকে দুইভাগে ভাগ করা যায়—

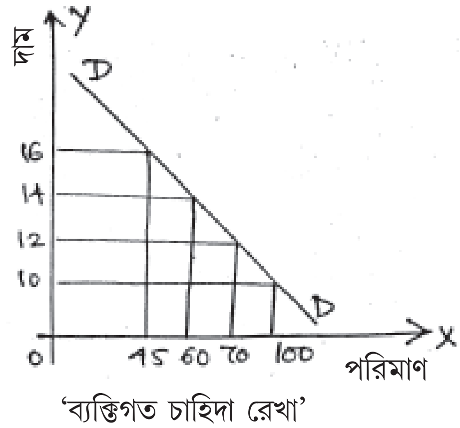
a) ব্যক্তিগত চাহিদা :

একটি নির্দিষ্ট দামে কোনো একটি পণ্যের যে পরিমাণ একজন ভোক্তা ভোগ/ক্রয় করতে ইচ্ছুক থাকে, তাকে বলে ব্যক্তিগত চাহিদা। যখন বিভিন্ন দামে পণ্যটির যে বিভিন্ন পরিমাণ ভোক্তা ক্রয় করতে ইচ্ছুক থাকে তাকে তালিকাবদ্ধ আকারে প্রকাশ করা হয়, তাকে বলা হয় ব্যক্তিগত চাহিদা তালিকা।

আবার যদি ব্যক্তিগত চাহিদা তালিকাকে লেখচিত্রাকারে প্রকাশ করা হয়, তাকে বলা হয় ব্যক্তিগত চাহিদা রেখা— যা থেকে বোঝা যায় ভোক্তা বিভিন্ন দামে কি পরিমাণে ক্রয় করতে চায়।

ব্যক্তিগত চাহিদা তালিকার সারণি :

x পণ্যের দাম (₹/U)	x পণ্যের চাহিদা (Units)
10	100
12	70
14	60
16	45



'ব্যক্তিগত চাহিদা রেখা'

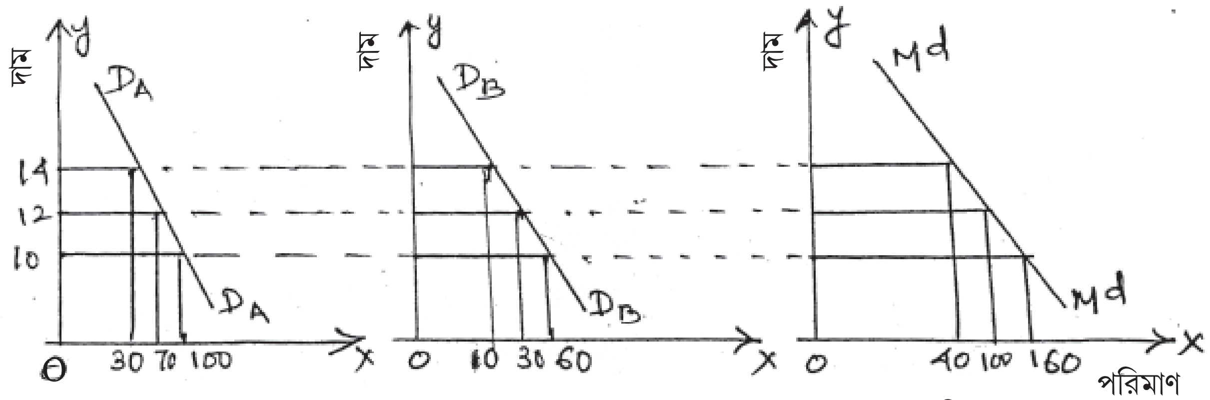
b) বাজার চাহিদা :

একটি নির্দিষ্ট দামে কোনো পণ্যের মোট যে পরিমাণ একটি বাজারের সমস্ত ভোক্তা ভোগ/ক্রয় করতে ইচ্ছুক

থাকে তাকে বলে বাজার চাহিদা। যখন বিভিন্ন দামে পণ্যটির যে বিভিন্ন পরিমাণ বাজারের ভোক্তারা ক্রয় করতে চায় তাকে যদি তালিকার আকারে প্রকাশ করা হয়, তাকে বলে বাজার চাহিদা তালিকা।

আবার যদি বাজার চাহিদা তালিকাকে লেখচিত্রাকারে প্রকাশ করা হয় তবে তাকে বলা হয় বাজার চাহিদা রেখা, — যা হতে বোঝা যায় ভোক্তারা বিভিন্ন দামে পণ্যটির মোট কি পরিমাণ ক্রয় করতে চায়।

x পণ্যের দাম (₹/U)	A ক্রেতার চাহিদা (Units)	B ক্রেতার চাহিদা (Units)	বাজার চাহিদা (Units)
10	100	60	160
12	70	30	100
14	30	10	40



'বাজার চাহিদা রেখা'

2.4 চাহিদা অপেক্ষক :

কোনো পণ্যের চাহিদার সাথে ঐ পণ্যের চাহিদা নির্ধারক বিষয়গুলোর আপেক্ষিক সম্পর্ককে বলে চাহিদা অপেক্ষক। সাংকেতিক ভাবে লেখা যায়—

$$D_x = f(P_x, P_r, P_e, Y, T, N, D_n)$$

যেখানে , D_x = x পণ্যের চাহিদা

- P_x = x পণ্যের একক প্রতি দাম
- P_r = x পণ্যের সাথে সম্পর্কযুক্ত পণ্যগুলোর দাম
- P_e = x পণ্যের ভবিষ্যৎ দাম পরিবর্তনের সম্ভাবনা
- Y = ভোক্তার আয়
- T = ভোক্তার রুচি, অভ্যাস, পছন্দ ইত্যাদি
- N = বাজারে x পণ্যের ক্রেতার সংখ্যা
- D_n = জাতীয় আয়ের বণ্টন।

2.5 বিভিন্ন দ্রব্যের প্রকার ভেদ (আয়, দাম ও চাহিদার ভিত্তিতে) :

a) সাধারণ দ্রব্য : সেইসব দ্রব্যগুলোকেই সাধারণ দ্রব্য বলা হবে যাদের ক্ষেত্রে দামের সাথে চাহিদার ঋণাত্মক সম্পর্ক রয়েছে। অর্থাৎ দাম বৃদ্ধিতে চাহিদা হ্রাস পায় এবং বিপরীত ক্রমেও তা সত্য।

b) নিকৃষ্ট দ্রব্য : ভোক্তার আয় বৃদ্ধির সাথে সাথে যেসব দ্রব্যের চাহিদা হ্রাস পায়, তাদের বলা হয় নিকৃষ্ট দ্রব্য। যেমন— জোয়ার, বাজরা জাতীয় দানাশস্য।

c) গিফেন দ্রব্য (Giffen good) : গিফেন দ্রব্য হল সেইসব নিকৃষ্ট দ্রব্য যেসব দ্রব্যের চাহিদা দামের হ্রাসের ফলে হ্রাস পায়। যেমন— পঁচা ফল, পঁচা সব্জি ইত্যাদি।

d) বিলাশ দ্রব্য : ভোক্তার আয় বৃদ্ধির সাথে সাথে যে দ্রব্যের চাহিদা বৃদ্ধি পায় তাকে বলে বিলাশজাত দ্রব্য। যেমন— গাড়ি, এয়ারকুলার ইত্যাদি।

e) ভেবলেন দ্রব্য (Veblen good) : ভেবলেন দ্রব্য হল সেইসব বিলাশজাত দ্রব্য যাদের দাম বৃদ্ধিতে চাহিদা বৃদ্ধি পায়। যেমন— হীরা।

f) অত্যাবশ্যকীয় দ্রব্য : যে দ্রব্যের চাহিদা দাম বা আয়ের পরিবর্তনে খুব একটা পরিবর্তীত হয় না তাকে বলে অত্যাবশ্যকীয় দ্রব্য। যেমন— ঔষধ, লবণ ইত্যাদি।

g) পরিপূরক দ্রব্য : যখন দুই বা ততোধিক দ্রব্যকে একসাথে ক্রয় করতে হয়, একটি ছাড়া অন্যটির ব্যবহার সম্ভব নয়, তাদের বলা হয় পরিপূরক দ্রব্য। যেমন— পেট্রোল ও মোটর সাইকেল।

h) পরিবর্ত দ্রব্য : যখন দুই বা ততোধিক পণ্য একে অপরের পরিবর্ত হিসেবে ব্যবহার করা যায়, তাদের বলা হয় পরিবর্ত দ্রব্য। যেমন— চা ও কফি।

2.6 চাহিদার সূত্র :

কোনো পণ্যের দাম ও তার চাহিদার মধ্যে একটি সম্পর্ক রয়েছে। চাহিদার সূত্রটি হল : অন্যান্য বিষয় অপরিবর্তিত থেকে কোন পণ্যের দাম বৃদ্ধিতে পণ্যটির চাহিদা হ্রাস পায় এবং দাম হ্রাসে পণ্যটির চাহিদা বৃদ্ধি পায়। এই সূত্রটি নিম্নলিখিত অনুমানগুলোর উপর নির্ভরশীল—

a) ভোক্তার আয় স্থির রয়েছে

b) ভোক্তার রুচি, পছন্দ ইত্যাদি স্থির রয়েছে

c) ভবিষ্যতে দাম পরিবর্তনের সম্ভাবনা নাই

d) পরিপূরক বা পরিবর্ত পণ্যের দাম স্থির রয়েছে

e) ভোক্তার সংখ্যা অপরিবর্তিত রয়েছে।

চাহিদা সূত্রের আবার বিভিন্ন ব্যাতিক্রম রয়েছে যেখানে সূত্রটি কাজ করে না। যেমন—

a) 'গিফেন' দ্রব্যের ক্ষেত্রে চাহিদার সূত্রটি কার্যকর হয় না। যেমন— অতি নিকৃষ্ট পণ্য (পচা ফল, পচা সব্জি ইত্যাদি)। এক্ষেত্রে দাম হ্রাস পেলে ঐ পণ্যের চাহিদাও হ্রাস পায়।

b) ‘ভেবলেন’ পণ্যের ক্ষেত্রে চাহিদা সূত্র কার্যকর হয় না। যেমন– উচ্চ বিলাশজাত পণ্য (হীরা, দামি অলংকার)। এক্ষেত্রে দাম বৃদ্ধিতে চাহিদা বৃদ্ধি পায় কারণ সমাজের উচ্চবিত্তের ভোক্তারা ঐসব পণ্য ক্রয় করে থাকে তাদের বৈভব প্রদর্শনের জন্য।

c) অত্যাবশ্যকীয় (যেমন— ঔষধ, লবণ ইত্যাদি)পণ্যের প্রয়োজনীয়তা উপেক্ষা করা যায় না। তাই দামের পরিবর্তনেও চাহিদার পরিবর্তন হয় না।

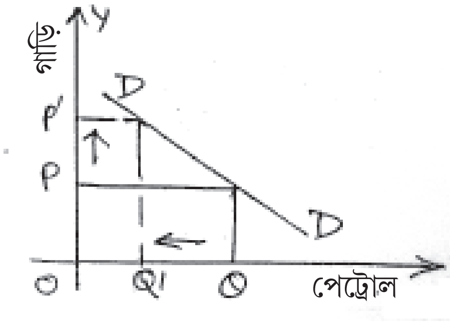
2.7 চাহিদার নির্ধারক বিষয়সমূহ : কোনো পণ্যের চাহিদা বিভিন্ন বিষয়ের উপর নির্ভর করে, যেমন—

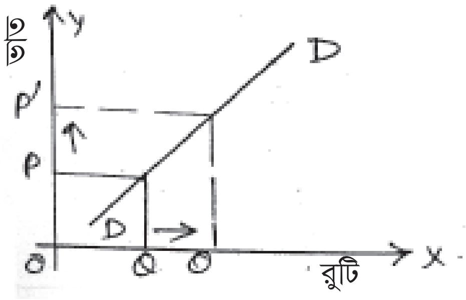
a) **পণ্যের দাম (P_x) :**

সাধারণত কোনো পণ্যের চাহিদা পণ্যের দামের সাথে ঋণাত্মকভাবে সম্পর্কযুক্ত। অর্থাৎ দাম বৃদ্ধিতে চাহিদা হ্রাস পায় এবং দাম হ্রাস চাহিদা বৃদ্ধি পায়। কিন্তু গিফেন পণ্যের ক্ষেত্রে (পচা ফল ইত্যাদি) দাম হ্রাসে চাহিদা হ্রাস পায় এবং ভেবলেন পণ্যের ক্ষেত্রে (হীরা) দাম বৃদ্ধিতে চাহিদা বৃদ্ধি পায়। অত্যাবশ্যকীয় পণ্যের ক্ষেত্রে (ঔষধ) দাম বৃদ্ধিতে চাহিদা পরিবর্তন হয় না।

b) **সম্পর্কিত / সংশ্লিষ্ট পণ্যের দাম (P_r) :**

সাধারণ দুই প্রকারের সংশ্লিষ্ট পণ্য রয়েছে— পরিপূরক ও পরিবর্ত পণ্য। পরিপূরক পণ্যের ক্ষেত্রে (যেমন— গাড়ি ও পেট্রোল) একটি পণ্যের দাম বৃদ্ধিতে তার পরিপূরক পণ্যটির চাহিদা হ্রাস পায় এবং বিপরীতক্রমেও তা সত্য। আবার পরিবর্ত পণ্যের ক্ষেত্রে (যেমন— ভাত ও রুটি) একটি পণ্যের দাম বৃদ্ধিতে তার পরিবর্ত পণ্যটির চাহিদাও বৃদ্ধি পায় এবং বিপরীত ক্রমেও তা সত্য।





c) **ভবিষ্যতে দাম পরিবর্তনের সম্ভাবনা (P_e) :**

কোনো পণ্যের চাহিদা ঐ পণ্যটির ভবিষ্যতে দাম পরিবর্তনের সম্ভাবনার উপর নির্ভর করে। যদি ভবিষ্যতে পণ্যটির দাম বৃদ্ধির সম্ভাবনা থাকে তবে বর্তমান চাহিদা বৃদ্ধি পায় এবং বিপরীত ক্রমে যদি দেখা যায় ভবিষ্যতে দাম হ্রাস পেতে পারে তবে বর্তমান চাহিদা হ্রাস পায়।

d) **ভোক্তার আয় (Y) :**

কোনো পণ্যের চাহিদা ভোক্তার আয়ের উপর নির্ভর করে। সাধারণত ভোক্তার আয় বৃদ্ধিতে সাধারণ পণ্যের চাহিদা বৃদ্ধি পায় এবং আয় হ্রাসে চাহিদা হ্রাস পায়। কিন্তু নিকৃষ্ট পণ্যের ক্ষেত্রে (যেমন— খারাপ মানের ভোজ্য পণ্য) ক্রেতার আয় বৃদ্ধি পেলে ঐ পণ্যের চাহিদা হ্রাস পায় কারণ সে তখন আরো ভালো মানের পণ্য ব্যবহার করতে চায়। আয় বিলাশজাত পণ্যের ক্ষেত্রে (যেমন— গাড়ি, এ.সি.) আয় বৃদ্ধিতে চাহিদাও বৃদ্ধি পায়।

e) **ভোক্তার রুচি, অভ্যাস ইত্যাদি (T) :**

কোনো ভোক্তার রুচি, অভ্যাস, পছন্দ, শখ ইত্যাদিও তার চাহিদাকে প্রভাবিত করে। যেমন— কোনো ভোক্তা যদি কোনো একটি নির্দিষ্ট পণ্য ব্যবহারে অভ্যস্ত হয়ে উঠে বা কোনো একটি নির্দিষ্ট জাতের পণ্যকে (টাটা চা) বেশি পছন্দ করে তবে দাম বা আয়ের পরিবর্তনে চাহিদার পরিবর্তন নাও হতে পারে।

f) **ভোক্তার সংখ্যা (N) :**

বাজারে ভোক্তার সংখ্যাও কোন পণ্যের চাহিদাকে প্রভাবিত করে। যদি বাজারে কোন পণ্যের ক্রেতার সংখ্যা বৃদ্ধি পায় তবে ঐ পণ্যের চাহিদাও বৃদ্ধি পায় এবং বিপরীত ক্রমেও তা সত্য। যেমন— কৃষি প্রধান গ্রামাঞ্চলে সার, বীজ ইত্যাদি কৃষিজ উপকরণের চাহিদা শহরাঞ্চলের চেয়ে বেশি থাকে।

g) **জাতীয় আয়ের বণ্টন (D_n) :**

বাজারে পণ্যের চাহিদা জাতীয় আয়ের বণ্টন পদ্ধতির উপর নির্ভর করে। যদি সমহারে আয়ের বণ্টন হয় তবে বাজারে উৎকৃষ্ট পণ্যের চাহিদা বৃদ্ধি পায়। কিন্তু যদি জাতীয় আয়ের বণ্টন অসম হয় তবে আয় বৈশম্য বৃদ্ধি পায় এবং দরিদ্র্যের সংখ্যা বৃদ্ধির ফলে নিকৃষ্ট পণ্যের চাহিদা বৃদ্ধি পায়।

কেন দামের সাথে চাহিদার ঋণাত্মক সম্পর্ক/ কেন চাহিদারেখা নিম্নমুখী ঢাল যুক্ত ?

→ চাহিদারেখা ঋণাত্মক ঢালযুক্ত হওয়ার কারণগুলো হল—

a) ক্রমহ্রাসমান প্রান্তিক উপযোগ বিধি :

আমরা জানি একক পণ্যের ক্ষেত্রে ভোক্তার ভারসাম্যের শর্ত হচ্ছে $MU_x=P_x$ (যেখানে P_x=x পণ্যের দাম, MU_x=xপণ্যের প্রান্তিক উপযোগ)। এখন যদি পণ্যের দাম (P_x) হ্রাস পায় তবে $MU_x > P_x$হয়। অর্থাৎ পূর্বের ভারসাম্যে পৌঁছতে ভোক্তাকে তার MU_x হ্রাস করতে হয় এবং তার জন্য তার x এর ভোগের পরিমাণ বৃদ্ধি করতে হয়। অর্থাৎ দাম হ্রাসে চাহিদা বৃদ্ধি পায়। তাই চাহিদা রেখা ঋণাত্মক ঢাল যুক্ত।

b) আয় প্রভাব :

যখন কোনো পণ্যের দাম হ্রাস পায় তখন ভোক্তার প্রকৃত আয় বা ক্রয় ক্ষমতা বৃদ্ধি পায়। ফলে সমপরিমাণ আয়ে সে পূর্বের চেয়ে বেশি পণ্য ক্রয় করতে পারে। তাই দাম হ্রাসে চাহিদা বৃদ্ধি পায়।

c) পরিবর্ত প্রভাব :

যখন কোনো পণ্যের দাম হ্রাস পায় তখন তা অন্যান্য পরিবর্ত পণ্যগুলোর তুলনায় সস্তা হয়ে যায়। ফলে ঐ পণ্যের ভোক্তারা বেশি পরিমাণে তা ক্রয় করতে পারে এবং সাথে সাথে অন্যান্য ভোক্তারাও ঐ সস্তা পণ্যটির দিকে আকৃষ্ট হয় এবং তা ক্রয় করা শুরু করে। ফলে ঐ পণ্যটি চাহিদা বৃদ্ধি পায়।

তাই দামের সাথে কোনো পণ্যের চাহিদার বিপরীত সম্পর্ক রয়েছে এবং এইজন্যই চাহিদারেখা ঋণাত্মক ঢালযুক্ত হয়।

2.8 চাহিদার পরিমাণে পরিবর্তন (Change in Quantity demanded) :

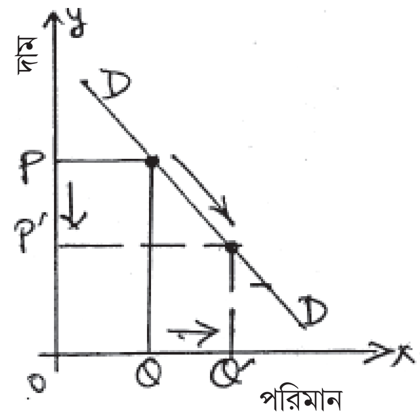
অন্যান্য বিষয় স্থির থাকা অবস্থায় যদি দামের পরিবর্তনে কোনো পণ্যের চাহিদার পরিবর্তন হয় তাকে বলে চাহিদার পরিমাণে পরিবর্তন (Change in Quantity demanded)।

তখন চাহিদারেখা বরাবর উপর বা নিচে স্থানান্তর হয়। ইহা দুই প্রকার—

a) চাহিদার পরিমাণে বৃদ্ধি (Increase in Quentity Demand) :

অন্যান্য বিষয় স্থির থেকে যদি দাম হ্রাসের ফলে কোনো পণ্যের চাহিদা বৃদ্ধি পায় তাকে বলে চাহিদার পরিমাণে বৃদ্ধি। তখন চাহিদারেখা বরাবর নিচের দিকে স্থানান্তর হয়।

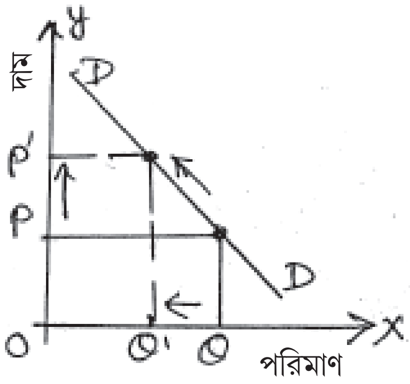
দাম (₹/U)	চাহিদার পরিমাণ (Units)
10	100
8	140



b) চাহিদার পরিমাণে হ্রাস (Decrease in Quantity Demand) :

অন্যান্য বিষয় স্থির থেকে যদি দাম বৃদ্ধির কোনো পণ্যের চাহিদা হ্রাস পায় তখন তাকে বলে চাহিদার পরিমাণে হ্রাস। এক্ষেত্রে চাহিদারেখা বরাবর উপরের দিকে স্থানান্তর হয়।

দাম (₹/U)	চাহিদার পরিমাণ (Units)
10	100
12	80



2.9 চাহিদার পরিবর্তন (Change in demand) :

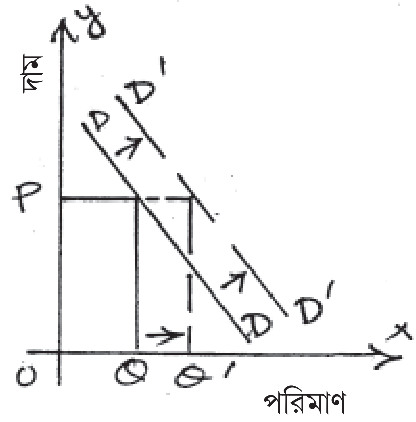
কোনো পণ্যের দাম অপরিবর্তিত থেকে অন্যান্য বিষয়ের পরিবর্তনের জন্য যদি তার চাহিদার পরিবর্তন হয়, তাকে বলে চাহিদার পরিবর্তন । তখন চাহিদারেখা বাদিকে বা ডানদিকে স্থানান্তরিত হয়।

ইহা দুই প্রকার :-

1) চাহিদার বৃদ্ধি (Increase in Demand) :

দাম অপরিবর্তিত থাকা অবস্থায় যদি অন্যান্য বিষয়ের পরিবর্তনে কোনো পণ্যের চাহিদা বৃদ্ধি পায় তবে তাকে বলে চাহিদার বৃদ্ধি। তখন চাহিদা রেখা ডানদিকে স্থানান্তিরিত হয়।

দাম (₹/U)	চাহিদার পরিমাণ (Units)
10	100
10	130

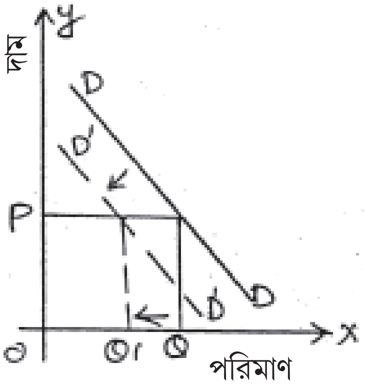


এর কারণগুলো হচ্ছে

- a) পরিবর্ত পণ্যের দাম বৃদ্ধি ও পরিপূরক পণ্যের দাম হ্রাস
- b) ভবিষ্যতে দাম বৃদ্ধির সম্ভাবনা।
- c) ভোক্তার আয় বৃদ্ধি।
- d) ভোক্তার রুচির পরিবর্তন
- e) ভোক্তার সংখ্যা বৃদ্ধি।

2) চাহিদার হ্রাস (Decrease in Demand) :

দাম অপরিবর্তিত থাকা অবস্থায় যদি অন্যান্য বিষয়ের পরিবর্তনের জন্য কোনো পণ্যের চাহিদা হ্রাস পায় তবে তাকে বলে চাহিদা হ্রাস। তখন চাহিদারেখা বামদিকে স্থানান্তরিত হয়।



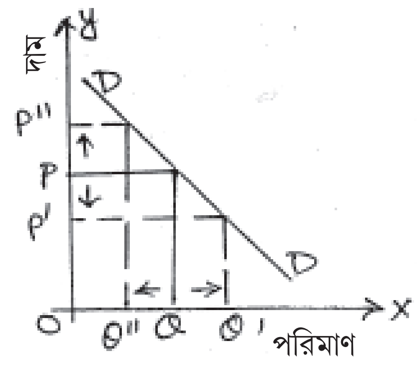
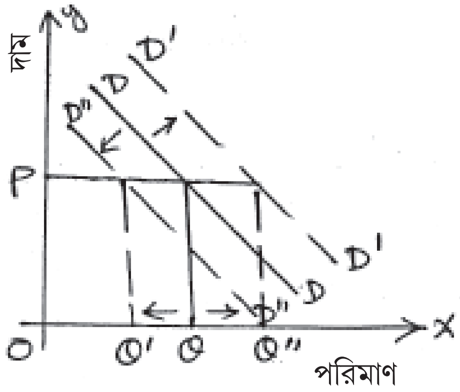
এর কারণগুলো হচ্ছে—

- a) পরিবর্ত পণ্যের দাম হ্রাস ও পরিপূরক পণ্যের দাম বৃদ্ধি
- b) ভবিষ্যতে দাম হ্রাসের সম্ভাবনা।
- c) ভোক্তার আয় হ্রাস।
- d) ভোক্তার রুচির পরিবর্তন
- e) ভোক্তার সংখ্যা হ্রাস।

দাম (₹/U)	চাহিদার পরিমাণ (Units)
10	100
10	70

পার্থক্য :

চাহির পরিমাণে পরিবর্তন	চাহিদার পরিবর্তন
a) অন্যান্য বিষয় অপরিবর্তিত থাকা অবস্থায় যখন দামের পরিবর্তনে কোনো পণ্যের চাহিদার পরিবর্তন হয় তাকে বলে চাহিদার পরিমাণে পরিবর্তন	a) দাম স্থির থেকে অন্যান্য বিষয়ের পরিবর্তনের জন্য যখন কোনো পণ্যের চাহিদার পরিবর্তন হয় তখন তাকে বলে চাহিদার পরিবর্তন।
b) তখন চাহিদারেখা বরাবর উপর নীচে স্থানান্তর হয়।	b) তখন চাহিদারেখার স্থানান্তর হয় বাদিকে বা ডানদিকে।

	
c) এর কারণ হচ্ছে— দামের পরিবর্তন	c) এর কারণগুলো হচ্ছে— সংশ্লিষ্ট পণ্যের দামের পরিবর্তন, ভোক্তার আয়ের পরিবর্তন, ক্রেতার রুচির পরিবর্তন, ভবিষ্যতে দাম পরিবর্তনের সম্ভাবনা, বাজারে ক্রেতার সংখ্যার পরিবর্তন ইত্যাদি।
d) ইহা দুই প্রকার • চাহিদার পরিমাণে বৃদ্ধি • চাহিদার পরিমাণে হ্রাস	d) ইহা দুই প্রকার • চাহিদার বৃদ্ধি • চাহিদার হ্রাস

2.10 চাহিদার স্থিতিস্থাপকতা (Price Elasticity of Demant [ed]) :

কোনো পণ্যে দামের পরিবর্তনের হারের সাথে চাহিদা যে হারে পরিবর্তিত হয়, সেটাই হল চাহিদার স্থিতিস্থাপকতা, অর্থাৎ দামের পরিবর্তনে ভোক্তার প্রতিক্রিয়া। অন্যভাবে বলা যায়, চাহিদার পরিবর্তনের হার ও দামের পরিবর্তনের হারের অনুপাতই হল চাহিদা স্থিতিস্থাপকতা। দুই পদ্ধতিতে এর মান নির্ধারণ করা যায়— শতকরা পদ্ধতি ও আনুপাতিক পদ্ধতি।

শতকরা পদ্ধতিতে, চাহিদা স্থিতিস্থাপকতা হল চাহিদার শতকরা পরিবর্তন ও দামের শতকরা পরিবর্তনের অনুপাত, অর্থাৎ—

$$\text{চাহিদার স্থিতিস্থাপকতা} = \frac{\text{চাহিদার শতকরা পরিবর্তন}}{\text{দামের শতকরা পরিবর্তন}} = \frac{\frac{\Delta Q}{Q}\times 100\%}{\frac{\Delta P}{P}\times 100\%}$$

আনুপাতিক পদ্ধতিতে, চাহিদার স্থিতিস্থাপকতা হল চাহিদার পরিমাণের আনুপাতিক পরিবর্তন ও দামের আনুপাতিক পরিবর্তনের অনুপাত। অর্থাৎ

$$\text{চাহিদার স্থিতিস্থাপকতা} = \frac{\text{চাহিদার আনুপাতিক পরিবর্তন}}{\text{দামের আনুপাতিক পরিবর্তন}} = \frac{\frac{\Delta Q}{Q}}{\frac{\Delta P}{P}}$$

$$= \frac{\Delta Q}{Q}\times\frac{P}{\Delta P} = \frac{\Delta Q}{\Delta P}\cdot\frac{P}{Q}$$

যেখানে,

P = প্রাথমিক দাম

Q = প্রাথমিক চাহিদার পরিমাণ

ΔP = দামের পরিবর্তন

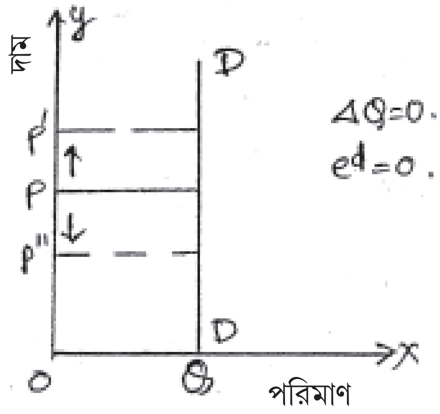
ΔQ= চাহিদার পরিমাণে পরিবর্তন

2.11 চাহিদার স্থিতিস্থাপকতার স্তরভেদ :

চাহিদার স্থিতিস্থাপকতার মান 0 হতে অসীম পর্যন্ত বিস্তৃত $(0 < e_d < \alpha)$ । ইহাকে নিম্নোক্ত পাঁচটি স্তরে ভাগ করা হয়—

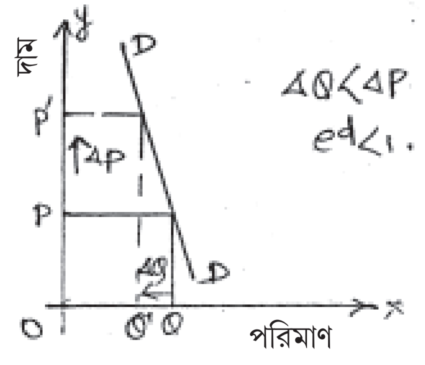
1) সম্পূর্ণ অস্থিতিস্থাপক চাহিদা $(e_d = 0)$

যখন দামের পরিবর্তনের সাথে কোন পণ্যের চাহিদা অপরিবর্তিত থাকে $(\Delta Q=0)$, তাকে বলে সম্পূর্ণ অস্থিতিস্থাপক চাহিদা। তখন চাহিদা রেখা y-অক্ষের সমান্তরাল হয় এবং x-অক্ষের সাথে সমকোণ থাকে। যেমন— ঔষধ, লবণ ইত্যাদি।



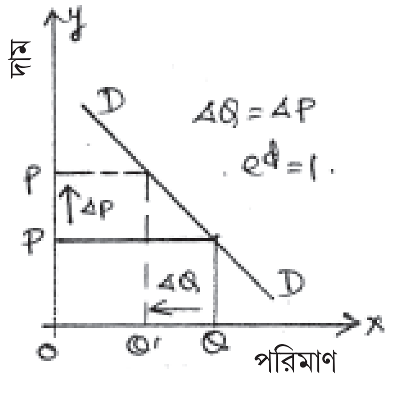
2) অস্থিতিস্থাপক চাহিদা $(e_d < 1)$

যখন কোনো পণ্যের দামের পরিবর্তনের হারের চেয়ে চাহিদার পরিবর্তনের হার কম হয় তখন তাকে বলে অস্থিতিস্থাপক চাহিদা। তখন চাহিদা রেখার ঢাল 45° হতে 90° হয়। যেমন— চিনি, গুড় ইত্যাদি।



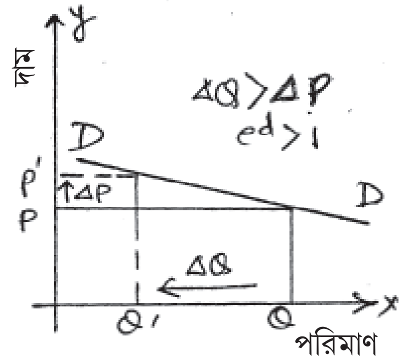
3) একক স্থিতিস্থাপক $(e_d = 1)$

যখন দামের পরিবর্তনের সাথে কোনো পণ্যের চাহিদাও একই হারে পরিবর্তিত হয় তাকে বলে চাহিদার একক স্থিতিস্থাপকতা। তখন চাহিদা রেখার ঢাল হয় 45° ।



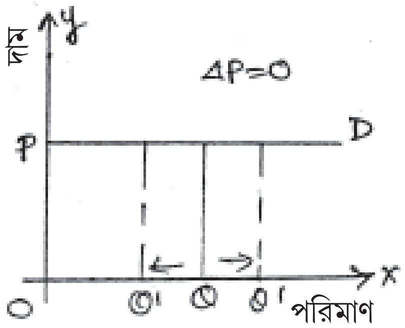
4) স্থিতিস্থাপক চাহিদা (ed >1)

যখন দামের পরিবর্তনের চেয়ে কোনো পণ্যের চাহিদার পরিবর্তনের হার বেশি হয় তাকে বলে স্থিতিস্থাপক চাহিদা। তখন চাহিদা রেখার ঢাল 0° হতে 45° হয়। যেমন— বিলাসজাত পণ্য।



5) সম্পূর্ণ স্থিতিস্থাপক চাহিদা (ed < α)

যখন দাম স্থির থেকে কোনো পণ্যের চাহিদা পরিবর্তিত হয় তখন এই চাহিদাকে বলে সম্পূর্ণ স্থিতিস্থাপক চাহিদা। তখন চাহিদারেখা x অক্ষের সমান্তরাল হয়।



2.12 চাহিদা স্থিতিস্থাপকতা নির্ধারক বিষয়সমূহ :

a) বিকল্প পণ্যের উপস্থিতি —

কোনো পণ্যের যত বেশি বিকল্প পণ্য থাকবে, তার চাহিদাও তত বেশি স্থিতিস্থাপক হবে এবং বিপরীত ক্রমেও তা সত্য। কারণ বেশি পরিমাণে বিকল্প থাকলে ভোক্তা সহজেই দামের পরিবর্তনের সাথে তার চাহিদা পরিবর্তন করতে পারে। যেমন— লবণের বিকল্প না থাকায় তার স্থিতিস্থাপকতা শূন্যের কাছাকাছি থাকে।

b) ভিন্ন ব্যবহারের সংখ্যা—

কোনো পণ্যের যত বেশি ভিন্ন ব্যবহার রয়েছে, তার স্থিতিস্থাপকতাও তত বেশি হয় এবং বিপরীত ক্রমেও তা সত্য। যেমন— বিদ্যুতের ব্যবহার সংবাদপত্রের ব্যবহারের চেয়ে অনেক বেশি। তাই বিদ্যুতের স্থিতিস্থাপকতা স্থিতিস্থাপক হয় কিন্তু সংবাদপত্রের ক্ষেত্রে তা অস্থিতিস্থাপক হয়।

c) সময়—

কোনো পণ্যের ব্যবহারের ক্ষেত্রে ভোক্তার হাতে যত বেশি সময় থাকে, স্থিতিস্থাপকতার মানও তত বেশি হয় এবং বিপরীতক্রমেও তা সত্য। অধিক সময় হাতে থাকলে ভোক্তা সহজেই দামের পরিবর্তনে তার চাহিদাকে সমন্বয় করে যা স্বল্প সময়ে সম্ভব হয় না। তাই স্বল্প সময়ে চাহিদা অস্থিতিস্থাপক হয়।

d) ব্যয় করা আয়ের পরিমাণ—

যে সকল পণ্যের ক্ষেত্রে ভোক্তার বেশি ব্যয় হয়, তার স্তিতিস্থাপকতাও তত বেশি হয়। এবং বিপরীত ক্রমেও তা সত্য। যেমন— টিভির স্থিতিস্থাপকতা সংবাদপত্রের চেয়ে বেশি হয়। কারণ সংবাদপত্রে ভোক্তার খুব কম ব্যয় হয় ফলে প্রতিক্রিয়া বা স্থিতিস্থাপকতা অস্থিতিস্থাপক হয়।

e) পণ্যের প্রকৃতি—

পণ্যের প্রকৃতির উপরেও স্থিতিস্থাপকতা নির্ভর করে থাকে। সাধারণত বিলাসজাত পণ্যের (টিভি, গাড়ি) চাহিদার স্থিতিস্থাপকতার মান বেশি হয় কারণ দামের স্বল্প পরিবর্তনে ঐসব পণ্যের চাহিদার ব্যপক পরিবর্তন হওয়ার ভোক্তার প্রতিক্রিয়া বেশি থাকে। কিন্তু অত্যাবশ্যকীয় পণ্যের (ঔষধ) ক্ষেত্রে চাহিদা অস্থিতিস্থাপক হয়। সাধারণ ভোগ্য পণ্য ও নিত্যপ্রয়োজনীয় পণ্যের ক্ষেত্রে চাহিদা অস্থিতিস্থাপক থাকে কারণ ঐসব পণ্যের দাম প্রতিক্রিয়া কম থাকে যেহেতু ভোক্তা এর ব্যবহার খুব একটা পরিবর্তন করতে পারে না।

সমাধানসহ গাণিতিক প্রশ্ন (চাহিদার স্থিতিস্থাপকতা [e^d])

1. যদি 10% দাম বৃদ্ধিতে কোনো পণ্যের চাহিদা 20% হ্রাস পায় তবে চাহিদার দামগত স্থিতিস্থাপকতা নির্ণয় করো।

→ চাহিদার স্থিতিস্থাপকতা (e^d) = $\frac{\text{চাহিদার শতকরা পরিবর্তন}}{\text{দামের শতকরা পরিবর্তন}} = \frac{20\%}{10\%} = 2$ [স্থিতিস্থাপক চাহিদা, $\because e^d > 1$]

2. কোনো দ্রব্যের দাম একক প্রতি 10 টাকা হতে হ্রাস পেয়ে 8 টাকা হওয়ায় তার চাহিদা 100 হতে 120 এককে বৃদ্ধি পায়। তবে চাহিদার স্থিতিস্থাপকতা নির্ণয় করো।

→ এখানে, প্রাথমিক দাম (P) = 10 প্রাথমিক চাহিদা (Q) = 100

দামের পরিবর্তন (ΔP) = 10–8 = 2 চাহিদার পরিবর্তন (ΔQ) = 100 – 120 = (–) 20

$\therefore$ চাহিদার স্থিতিস্থাপকতা (e^d) = $\frac{\Delta Q}{\Delta P} \cdot \frac{P}{Q}$

$$= \frac{(-)20}{2} \times \frac{10}{100} = (-)1$$ (একক স্থিতিস্থাপক চাহিদা)

3. কোনো দ্রব্যের দাম 40% হ্রাস পাওয়ায় তার চাহিদা 500 একক হতে 600 এককে বৃদ্ধি পায়। চাহিদার স্থিতিস্থাপকতা নির্ণয় করো।

→ এক্ষেত্রে, Q = 500, ΔQ = 500–600 = (–) 100

$\therefore$ চাহিদার শতকরা পরিবর্তন = $= \frac{\Delta Q}{Q} \times 100\% = \frac{(-)100}{500} = (-)\frac{1}{2} = (-)0 \cdot 5$

$\therefore e^d = \frac{\text{চাহিদার শতকরা পরিবর্তন}}{\text{দামের শতকরা পরিবর্তন}} = \frac{(-)20\%}{40\%} = (-)\ 0.5$

[অস্থিতিস্থাপক চাহিদা $\because e^d < 1$]

4. কোনো পণ্যের e^d =(–) 2 প্রদত্ত। যদি পণ্যটির দাম একক প্রতি 10 টাকা হতে বৃদ্ধি পেয়ে 12 টাকা হয় এবং প্রাথমিক চাহিদা 400 একক হলে, বর্ধিত দামে চাহিদার পরিমাণ নির্ণয় করো।

→ এক্ষেত্রে, P = 10, ΔP = 10–12 = (–) 2 , Q = 400

দেওয়া আছে, $e^d = (-)\ 2$

$$\text{Or, } \frac{\Delta Q}{\Delta P} \cdot \frac{P}{Q} = (-)2$$

$$\text{Or, } \frac{\Delta Q}{(-)2} \times \frac{100}{400} = (-)2$$

$$\therefore \Delta Q = 160$$

$\therefore$ বর্ধিত দামে নতুন চাহিদা= 400 –160 = 240 একক [দাম বৃদ্ধিতে চাহিদার হ্রাস পেয়েছে]

5. দাম একক প্রতি 10 টাকা হ্রাস পাওয়ায় কোন পণ্যের চাহিদা 1000 একক হতে বৃদ্ধি পেয়ে 1200 একক হয়েছে। যদি প্রাথমিক দাম 40 টাকা / একক হয়, তবে চাহিদার স্থিতিস্থাপকতা পরিমাণ নির্ণয় করো।

→ এখানে, Q = 1000, ΔQ = 1000–1200 = (–) 200, P=40, ΔQ = 10

$$\therefore\ e^d = \frac{\Delta Q}{\Delta P} \cdot \frac{P}{Q} = \frac{(-)200}{10} \times \frac{40}{1000} = (-)\ 0.8$$ (অস্থিতিস্থাপক চাহিদা)

অনুশীলনী

সত্য/মিথ্যা লিখো :

1. নিরপেক্ষ রেখার প্রতিটি বিন্দু বিভিন্ন স্তরের উপযোগের নির্দেশ করে।
2. প্রান্তিক প্রতিস্থাপনের হার (MRS) হল বাজেটরেখার ঢাল।
3. নিরপেক্ষরেখা বরাবর প্রান্তিক প্রতিস্থাপনের হার সমান থাকে।
4. নিরপেক্ষরেখার বিভিন্ন বিন্দুতে ঢাল বিভিন্ন হয়।
5. একটি নিরপেক্ষ মানচিত্রের একটি নির্দিষ্ট বিন্দু দিয়ে একটিমাত্র নিরপেক্ষরেখা অতিক্রম করে।
6. যখন মোট উপযোগ (TU) সর্বোচ্চ হয়, প্রান্তিক উপযোগ (MU)=0 হয়।
7. যখন $\frac{MU_x}{P_x} = \frac{MU_y}{P_y}$ হয়, তখন ভোক্তা ভারসাম্যে পৌঁছতে বেশি পরিমাণে y এবং কম পরিমাণে x ক্রয় করবে।
8. প্রান্তিক উপযোগ শূন্য বা ঋণাত্মক হতে পারে।
9. দুটি পণ্যের ক্ষেত্রে ভারসাম্যে পৌঁছতে, একটি পণ্যের প্রান্তিক উপযোগকে অবশ্যই হ্রাস পেতে হবে।
10. বাজার চাহিদারেখা ব্যক্তিগত চাহিদারেখার তুলনায় বেশি সমতল (flatter) বা কম ঢাল যুক্ত হয়।

11. চাহিদার পরিমাণে বৃদ্ধির ক্ষেত্রে একই চাহিদারেখা বরাবর উপরের দিকে স্থানান্তর বোঝায়।
12. গিফেন দ্রব্যের ক্ষেত্রে চাহিদারেখা উর্ধ্বমুখী হয়।
13. জনসংখ্যার আকার ও সংমিশ্রণ ব্যক্তিগত চাহিদাকে প্রভাবিত করে।
14. একটি দ্রব্যের চাহিদা অন্য দ্রব্যের দামের বৃদ্ধির সাথে বৃদ্ধি পায়।
15. ভোক্তার আয় বৃদ্ধিতে সব ধরনের পণ্যের চাহিদা বৃদ্ধি পায়।
16. কোনো দ্রব্যের যত বেশি নিকটবর্তী পরিবর্ত দ্রব্য রয়েছে, তার স্থিতিস্থাপকতা তত বেশি হয়।
17. যে দ্রব্যের যত বেশি ভিন্নতর ব্যবহার রয়েছে তার স্থিতিস্থাপকতা তত কম হবে।
18. স্বল্পকালের তুলনায় দীর্ঘকালে চাহিদার স্থিতিস্থাপকতা বেশি হয়।
19. অনুভূমিক চাহিদারেখার ক্ষেত্রে চাহিদার স্থিতিস্থাপকতা অসীম হয়।
20. যদি 20% দাম বৃদ্ধিতে কোন দ্রব্যের চাহিদা 20% হ্রাস পায় তবে চাহিদার দামগত স্থিতিস্থাপকতার মান হবে শূন্য।

সঠিক উত্তর নির্বাচন করো :

1. নিরপেক্ষরেখা মূলবিন্দুর দিকে উত্তল কারণ—

   a) MRS বৃদ্ধি b) MRS হ্রাস c) ক্রমহ্রাসমান প্রান্তিক উপযোগ বিধি d) কোনটিই নয়

2. দুটি পণ্য ক্রয়ের ক্ষেত্রে ভোক্তার ভারসাম্যের শর্ত হল—

   a) $\frac{MU_x}{P_x} = \frac{MU_y}{P_y}$ b) $MRS_{xy} = \frac{P_x}{P_y}$ c) $MU_X = P_X$ d) কোনটিই নয়

3. নিরপেক্ষ মানচিত্র হল—

   a) সর্বোচ্চ নিরপেক্ষরেখা b) সর্বনিম্ন নিরপেক্ষরেখা

   c) নিরপেক্ষরেখার পরিবার d) কোনটিই নয়

4. নিরপেক্ষরেখা বিশ্লেষণের ক্ষেত্রে ভোক্তার ভারসাম্যের শর্ত—

   a) $MU_X = P_X$ b) $\frac{MU_x}{P_x} = \frac{MU_y}{P_y}$

   c) $MRS_{xy} = \frac{P_x}{P_y}$ d) $MU_X = P_y$

5. একটি মাত্র পণ্যের ক্ষেত্রে ভোক্তার ভারসাম্য অবস্থান হল—

   a) $MU_X > P_X$ b) $MU_X < P_X$ c) $MU_X \neq P_X$ d) $MU_X = P_X$

6. উপযোগ ভিন্নতা দেখা দেয়—

a) ব্যক্তি বিশেষ b) সময়ের ভিন্নতায় c) বিভিন্ন পণ্যের ক্ষেত্রে d) উপরের সবগুলোই

7. চূড়ান্ত (Satiety) ক্ষেত্রে— প্রান্তিক উপযোগ (MU)

a) ঋণাত্মক হয় b) শূন্য হয় c) বৃদ্ধি পায় d) কোনটিই নয়

8. ভোক্তার আয় বৃদ্ধির সাথে সাথে— সাধারণ পণ্যের চাহিদা—

a) বৃদ্ধি পায় b) হ্রাস পায় c) একইরকম থাকে d) কোনটিই নয়

9. চাহিদা সূত্র অনুসারে, কোন পণ্যের দাম ও তার চাহিদার মধ্যে সম্পর্ক রয়েছে—

a) বিপরীত b) ধনাত্মক c) আনুপাতিক d) কোনটিই নয়

10. "একই দামে চাহিদা বৃদ্ধি"— চাহিদার এই বিষয়টিকে বলা হয়—

a) চাহিদা বৃদ্ধি b) চাহিদার পরিমাণের বৃদ্ধি

c) চাহিদা হ্রাস d) চাহিদার পরিমাণে হ্রাস

11. যদি A পণ্যের দাম B পণ্যের চাহিদাকে প্রভাবিত করে তবে পণ্য দুটি—

a) পরিপূরক পণ্য b) পরিবর্ত পণ্য c) (a) ও (b) দুটিই d) হয় (a) বা (b)

12. চাহিদা রেখার ঢাল সাধারণত—

a) ঋণাত্মক b) ধনাত্মক c) ধ্রুবক d) হয় (a) বা (b)

13. নীচের কোনটি বাজার চাহিদার বিষয়—

a) ভোক্তার আয় b) ভোক্তার অভ্যাস c) সংশ্লিষ্ট পণ্যের দাম d) কোনটিই নয়

14. যদি চাহিদার পরিবর্তনের হার, দামের পরিবর্তনের হারের চেয়ে কম হয়, তবে—

a) $e^d > 1$ b) $e^d = 1$ c) $e^d < 1$ d) $e^d = 0$

15. নীচের কোনটি চাহিদার স্থিতিস্থাপকতাকে প্রভাবিত করে—

a) পণ্যের প্রকৃতি b) ব্যবহারের ভিন্নতা

c) পরিবর্ত পণ্যের সমাহার/প্রাপ্ততা d) উপরের সবগুলোই

16. বিত্তবানদের জন্য তৈরি পণ্যের চাহিদা সাধারণ—

a) কম স্থিতিস্থাপকতা b) বেশি স্থিতিস্থাপক

c) একক স্থিতিস্থাপক d) সম্পূর্ণ স্থিতিস্থাপক

17. নীচের কোনটির চাহিদা স্থিতিস্থাপক—

a) দিয়াশলাই বাক্স b) পাঠ্যবই c) ঔষধ d) গাড়ি

18. সম্পূর্ণ অস্থিতিস্থাপক চাহিদারেখার আকৃতি —

a) x অক্ষের সমান্তরাল   b) y অক্ষের সমান্তরাল

c) মূলবিন্দুর সাথে 45° কোণে অবস্থিত   d) কোনটিই নয়

19. দামের বৃদ্ধির সাথে যদি কোন পণ্যের চাহিদা অপরিবর্তিত থাকে তবে তার চাহিদা হবে—

a) সম্পূর্ণ স্থিতিস্থাপক   b) অসম্পূর্ণ স্থিতিস্থাপক

c) কম স্থিতিস্থাপক   d) বেশি স্থিতিস্থাপক

20. মূলবিন্দুর সাথে চাহিদা রেখার ঢাল হল————, যখন $e^d = 1$,

a) 60°   b) 45°

c) 90°   d) 0°

অতি সংক্ষিপ্ত উত্তর দাও : (প্রতিটি প্রশ্নের মান 1)

1. উপযোগের সংজ্ঞা লিখো।
2. প্রান্তিক পরিবর্তনের হার (MRS) কি ?
3. নিরপেক্ষ মানচিত্র কি ?
4. বাজেট সেট কি ?
5. বাজেট রেখা কি ?
6. কার্ডিনাল (Cardinal) উপযোগ কি ?
7. অর্ডিনাল (Ordinal) উপযোগ কি ?
8. চাহিদারেখা ডানদিকে স্থানান্তরের একটি কারণ লিখো।
9. টাকার ক্রয়ক্ষমতা কি ?
10. কোন দ্রবগুলোকে সাধারণ দ্রব্য বলা হবে ?
11. চাহিদার স্থিতিস্থাপকতা কেন ঋণাত্মক হয় ?
12. কোন সময় চাহিদারেখা y-অক্ষের সমান্তরাল থাকে ?
13. জলের চাহিদা কেন অস্থিতিস্থাপক হয় ?
14. যখন দুটি চাহিদারেখা পরস্পরকে ছেদ করে তবে কোন রেখাটি স্থিতিস্থাপকতা বেশি হবে ?
15. x পণ্যের চাহিদা সম্পূর্ণ স্থিতিস্থাপক। এখন যদি x এর দাম 10% বৃদ্ধি পায় তবে তার চাহিদার কি পরিবর্তন হবে।

সংক্ষিপ্ত উত্তর দাও : (প্রতিটি প্রশ্নের মান 3/4)

1. সারণি ও চিত্রের মাধ্যমে মোট ও প্রান্তিক উপযোগের মধ্যে সম্পর্ক লিখ।
2. ক্রমহ্রাসমান প্রান্তিক বিধিটি কি? এর দুটি ব্যতিক্রম উল্লেখ করো।
3. বাজেট রেখা কি? কেন তা নিম্নমুখী ঢালযুক্ত হয়।
4. নিরপেক্ষ রেখা কি? এর বৈশিষ্ট্যগুলো লিখো।
5. নিরপেক্ষরেখা কেন নিম্নমুখী ঢালযুক্ত?
6. নিরপেক্ষরেখা কেন মূলবিন্দুর দিকে উত্তল হয়?
7. নিরপেক্ষরেখা পদ্ধতিতে ভোক্তার ভারসাম্য অবস্থায় পৌঁছানোর বিষয়টি ব্যাখ্যা করো।
8. চাহিদা সূত্রটি কি? এর অনুমানগুলো লিখো।
9. চাহিদা হ্রাস ও চাহিদার পরিমাণে হ্রাসের মধ্যে পার্থক্য লিখো।
10. চাহিদা বৃদ্ধি ও চাহিদার পরিমাণে বৃদ্ধির মধ্যে পার্থক্য লিখো।
11. সংশ্লিষ্ট পণ্যের দাম কিভাবে কোন পণ্যের চাহিদাকে প্রভাবিত করে?
12. চাহিদারেখা ডানদিকে স্থানান্তরের কারণগুলো লিখো।
13. চাহিদারেখা বাদিকে স্থানান্তরের কারণগুলো লিখো।
14. চাহিদা স্থিতিস্থাপকতা নির্ধারণের চারটি বিষয় উল্লেখ করো।
15. চাহিদার দামগত স্থিতিস্থাপকতা কি? স্থিতিস্থাপকতা নির্ধারণের আনুপাতিক পদ্ধতিটি ব্যাখ্যা করো।
16. কার্ডিনাল ও অর্ডিনাল উপযোগের মধ্যে পার্থক্য লিখো।

দীর্ঘ উত্তরধর্মী প্রশ্ন: (প্রতিটি প্রশ্নের মান 6)

1. উপযোগ পদ্ধতিতে ভোক্তার ভারসাম্য অবস্থা ব্যাখ্যা করো, যখন সে শুধুমাত্র একটি পণ্য ভোগ করে।
2. নিরপেক্ষরেখা পদ্ধতিতে ভোক্তার ভারসাম্য অবস্থা ব্যাখ্যা করো।
3. কোন পণ্যের বাজার চাহিদা নির্ধারণকারী বিষয়গুলো ব্যাখ্যা করো।
4. কেন চাহিদারেখা ঋণাত্মক ঢালযুক্ত হয় বা কেন কোন পণ্যের দাম ও চাহিদার মধ্যে বিপরীত সম্পর্ক থাকে?
5. সাধারণ পণ্য ও নিকৃষ্ট পণ্যের মধ্যে পার্থক্য লিখো। আয়ের পরিবর্তনে কিভাবে ঐ পণ্যগুলোর চাহিদা প্রভাবিত হয়, উদাহরণসহ লিখো।

গাণিতিক প্রশ্নাবলি : (প্রতিটি প্রশ্নের মান 3/4)

1. নীচের সারণি হতে প্রান্তিক (MU) নির্ণয় করো—

x পণ্যের পরিমাণ (একক)	:	0	1	2	3	4	5
মোট উপযোগ (TU)	:	0	12	21	29	32	30

Ans : < MU : –, 12, 9, 8, 3, – 2 >

2. নীচের সারণি হতে মোট উপযোগ (TU) নির্ণয় করো—

x পণ্যের পরিমাণ (একক)	:	1	2	3	4	5	6
প্রান্তিক উপযোগ (MU):	14	10	8	6	0	2	

Ans : < TU : 14, 24, 32, 38, 38, 36 >

3. শূন্যস্থান পূরণ করো :

x পণ্য (একক) :	1	2	3	4	5
TU :	5	9	–	14	–
MU :	–	–	3	–	1

Ans : < TU : 5, 9, 12, 14, 15, 36. MU : 5, 4, 3, 2, 1 >

4. যদি কোনো পণ্যের একক প্রতি দাম 5 টাকা হয় এবং এক টাকার প্রান্তিক উপযোগ = 2 utils হয়, তবে নীচের সারণি হতে ভোক্তার ভারসাম্য ভোগের স্তর নির্ণয় করো—

x পণ্যের পরিমাণ (একক)	:	1	2	3	4	5
প্রান্তিক উপযোগ (MU)	:	40	32	15	10	7

Ans : < 4 একক >

5. A ও B পণ্যের প্রান্তিক উপযোগ সারণি নিচে দেওয়া হল—

পরিমাণ	:	1	2	3	4	5	6
A এর প্রান্তিক উপযোগ	:	26	21	17	13	8	3
B এর প্রান্তিক উপযোগ	:	11	9	8	6	4	2

যদি প্রতি পণ্যে দাম একক প্রতি 1 টাকা হয় এবং ভোক্তার বাজেট 4 টাকা হয়, তবে ভোক্তার ভারসাম্য ভোগের পরিমাণ নির্ণয় করো এবং ঐ স্তরে মোট উপযোগ নির্ণয় করো।

6. নীচের সারণি হতে চাহিদার স্থিতিস্থাপকতা (e^d) নির্ণয় করো :

দাম (প্রতি একক)	:	10	20
চাহিদা (একক)	:	20	15

Ans : < e^d = (–) 0.25 >

7. যদি কোন পণ্যে দাম একক প্রতি 10 টাকা হতে হ্রাস পেয়ে 8 টাকা হওয়ায় চাহিদা 80 একক হতে বৃদ্ধি পেয়ে 100 একক হয়, তবে চাহিদার সিতিস্থাপকতা নির্ণয় করো।

Ans : < e^d = (–) 1.25 >

8. কোনো পণ্যের দাম 10 টাকা প্রতি একক হতে হ্রাস পেয়ে 5 টাকা প্রতি একক হয়েছে। যদি পূর্বের চাহিদা 40 একক হয়, তবে বর্তমানে দাম হ্রাসে চাহিদা কত হবে? (e^d = 0.2 প্রদত্ত)।

Ans : < 44 একক >

9. কোনো পণ্যের চাহিদা 100 একক হতে হ্রাস পেয়ে 50 একক হয়েছে যদি পূর্বের দাম 10 টাকা প্রতি একক হয় তবে বর্তমানে দাম পরিবর্তন হয়ে কত হয়েছে, দেওয়া আছে e^d = (–) 2।

Ans : < 12.50 টাকা / একক >

10. একক প্রতি দাম 1 টাকা হ্রাস পাওয়ায় কোন পণ্যের চাহিদা 3 একক বৃদ্ধি পেয়েছে। যদি e^d = (–) 2 হয় এবং প্রাথমিক দাম 10 টাকা/একক হয় তবে বর্তমান চাহিদা নির্ণয় করো।

Ans : < 15 একক >

11. যদি 10% দাম বৃদ্ধিতে কোনো দ্রব্যের চাহিদা 5% হ্রাস পায় তবে চাহিদার স্থিতিস্থাপকতা (e^d) নির্ণয় করো।

Ans : < e^d = (–) 0.5 >

12. একক প্রতি 20 টাকা দামে কোনো পণ্যের চাহিদা ছিল 300 একক। যদি 10% দাম হ্রাসে চাহিদা 600 একক বৃদ্ধি পায় তবে চাহিদার স্থিতিস্থাপকতা নির্ণয় করো। Ans : < e^d = (–) 2 >

উত্তর সংকেত

সত্য/মিথ্যা :

1. মিথ্যা 2. মিথ্যা 3. মিথ্যা 4. সত্য 5. সত্য 6. সত্য 7. মিথ্যা 8. সত্য 9. সত্য 10. সত্য

11. মিথ্যা 12. সত্য 13. মিথ্যা 14. মিথ্যা 15. মিথ্যা 16. সত্য 17. মিথ্যা 18. সত্য 19. সত্য 20. মিথ্যা

সঠিক উত্তর নির্বাচন করো :

1. b) ক্রমহ্রাসমান
2. a) $\frac{MU_x}{P_u} = \frac{MU_y}{P_y}$
3. c) নিরপেক্ষ রেখার পরিবার
4. c) $MRS_{xy} = P_x / P_y$
5. d) $MU_x = P_x$
6. d) সবগুলোই
11. a) হয় (a) বা (b)
12. a) ঋণাত্মক
13. c) সংশ্লিষ্ট পণ্যের দাম
14. c) $e^d < 1$
15. d) উপরের সবগুলোই
16. a) কম স্থিতিস্থাপক

7. b) MU = 0
8. a) উপরের সবগুলোই
9. a) বিপরীত
10. d) চাহিদা বৃদ্ধি
17. d) গাড়ি
18. b) y-অক্ষের সমান্তরাল
19. b) সম্পূর্ণ অস্থিতিস্থাপক
20. b) 45°

অতি সংক্ষিপ্ত উত্তর দাও :

1. কোনো পণ্যের অভাব পূরণের ক্ষমতাই হল উপযোগ।
2. যে হারে একটি পণ্যের পরিবর্তে অন্য পণ্যকে ব্যবহার করা হয় যাতে ভোক্তার মোট সন্তুষ্টির পরিমাণ অপরিবর্তিত থাকে, তাকে বলে প্রান্তিক পরিবর্তনের হার (MRS)।
3. অনেকগুলো নিরপেক্ষরেখার সমাহারকে বলা হয় নিরপেক্ষ মানচিত্র।
4. দাম ও আয় স্থির থেকে, দুটি পণ্যের যে বিভিন্ন বান্ডেল ভোক্তা ক্রয় করতে সক্ষম হয় তাকে বলে বাজেট সেট্।

   বাজেট সেটের সমীকরণ : $X \cdot P_X + Y \cdot P_y = M$

   (যেখানে, M= বাজেট, P_X = x পণ্যের দাম, P_y = y পণ্যের দাম)
5. বাজেট সেটের লেখচিত্রাকার উপস্থাপনাই হল বাজেট রেখা, যা হতে বোঝা যায়, দাম ও আয় স্থির থাকা অবস্থায় ভোক্তা দুটি পণ্যের যেসব সমাহার ভোগ করতে সক্ষম হয়। বাজেট রেখার সমীকরণ : $X \cdot P_X + Y \cdot P_y \leq M$
6. সংখ্যার মাধ্যমে উপযোগকে পরিমাণ করা হলে, তাকে বলে কার্ডিনাল উপযোগ।
7. ক্রম বা Rank এর মাধ্যমে যখন উপযোগকে পরিমাপ করা হয়, তাকে বলে অর্ডিনাল উপযোগ।
8. ভোক্তার আয় বৃদ্ধি।
9. টাকার ক্রয় ক্ষমতা হল— এক একক টাকার বিনিময়ে যে পণ্য ও পরিসেবা ক্রয় করা যায় তার পরিমাণ।
10. স্বাভাবিক দ্রব্য হল সেইসব দ্রব্য যাদের ক্ষেত্রে ভোক্তার আয় বৃদ্ধিতে চাহিদা বৃদ্ধি পায়।
11. দাম ও চাহিদার বিপরীত সম্পর্কের জন্য।
12. যখন কোন পণ্যের চাহিদা সম্পূর্ণ স্থিতিস্থাপক হয়।
13. যেহেতু জল একটি অত্যাবশ্যকীয় দ্রব্য, তাই তার চাহিদা অস্থিতিস্থাপক।
14. দুটি চাহিদা রেখা পরস্পরকে ছেদ করলে, যে রেখাটি বেশি সমতল তার স্থিতিস্থাপকতা বেশি হবে।
15. x-এর চাহিদার কোন পরিবর্তন হবে না।

অধ্যায়-3

উৎপাদকের আচরণ তত্ত্ব ও যোগান

প্রতিটি অর্থ ব্যবস্থায় ভোক্তা ও উৎপাদক হল একে অপরের অবিচ্ছেদ্য অংশ। অর্থনৈতিক কার্যকলাপ সঠিকভাবে পরিচালিত করতে উভয়কেই সমভাবে প্রয়োজন। উৎপাদকরা ভোক্তাদের জন্য পণ্য ও পরিসেবা উৎপাদন করে এবং অর্থের বিনিময়ে ভোক্তারা এই পণ্য ও পরিসেবা উৎপাদকদের কাছ থেকে ক্রয় করে। তাই উৎপাদকদের উৎপাদন কার্য পরিচালনা করতে হয়। এই অধ্যায়ে উৎপাদন সম্পর্কিত বিষয়গুলো নিয়ে আলোচনা করা হয়েছে।

3.1 **উৎপাদন :** অর্থনীতিতে উৎপাদন বলতে উপযোগ সৃষ্টি বা উপযোগ বৃদ্ধি করাকে বোঝায় এবং ইনপুটকে (উপাদান) আউটপুটে (উৎপাদন) রূপান্তরের মাধ্যমে তা করা হয়।

উৎপাদন অপেক্ষক (Production function) হল উপাদান সমূহের বিভিন্ন সম্মিলন হতে প্রাপ্ত উৎপাদনের কারিগরি সম্পর্ক। গাণিতিকভাবে উৎপাদন অপেক্ষককে নিম্নলিখিত ভাবে লেখা যায়—

$$Q = f(x_1, x_2, ..., x_n)$$

(যেখানে, Q হল প্রাপ্ত উৎপাদনের পরিমাণ এবং $x_1, x_2, ..., x_n$ হল উপকরণ যেমন— শ্রম, জমি, মূলধন ইত্যাদি)

3.2 **উপকরণ :** উৎপাদনের উপকরণগুলোকে দু-ভাগে ভাগ করা যায়—

স্থির উপকরণ (fixed factor)	পরিবর্তনীয় উপকরণ (Variable factor)
1. উৎপাদনের পরিমাণের পরিবর্তনের সাথে যে উপাদানগুলোর পরিমাণ অপরিবর্তীত থাকে তাকে বলে স্থির উপকরণ। যেমন— জমি, যন্ত্রপাতি, স্থায়ী শ্রমিক, প্রযুক্তি ইত্যাদি।	1. উৎপাদনের পরিমাণের পরিবর্তনের সাথে যে উপকরণগুলো পরিবর্তন করতে হয় তাকে বলে পরিবর্তনীয় উপকরণ। যেমন— কাঁচামাল, অস্থায়ী শ্রমিক, জ্বালানি ইত্যাদি।
2. উৎপাদন বৃদ্ধির সাথে এর কোনো সম্পর্ক নেই। উৎপাদন শূন্য হলেও তা অপরিবর্তীত থাকে।	2. উৎপাদন বৃদ্ধির সাথে এর ধনাত্মক সম্পর্ক রয়েছে। উৎপাদন শূন্য হলে পরিবর্তনীয় উপকরণ ব্যবহার হয় না।
3. স্বল্পকালে উৎপাদনে অন্ততপক্ষে একটি উপকরণ স্থির থাকে। কিন্তু দীর্ঘকালে কোন উপকরণ স্থির থাকে না।	3. দীর্ঘকালে সব উপকরণই পরিবর্তনশীল, কোন উপকরণই স্থির থাকে না।

3.3 সময়কাল : উৎপাদনের উপকরণের পরিবর্তনে উৎপাদনের যে পরিবর্তন ঘটে এই দুইটি বিষয়ের আপেক্ষিক সম্পর্ককে দুটি ভাগে ব্যাখ্যা করা হয়— স্বল্পকাল ও দীর্ঘকাল

স্বল্পকাল (Short Run)	দীর্ঘকাল (Long Run)
1. স্বল্পকাল হচ্ছে এমন একটি সময়সীমা যেখানে শুধুমাত্র পরিবর্তনশীল উপকরণগুলো পরিবর্তন করে উৎপাদনের পরিবর্তন সম্ভব হয়।	1. দীর্ঘকাল হচ্ছে এমন একটি সময়সীমা যেখানে উৎপাদনের সবগুলো উপকরণ পরিবর্তন করে উৎপাদনের পরিবর্তন সম্ভব হয়।
2. স্বল্পকালে উপকরণগুলোকে স্থির ও পরিবর্তনীয়— এই দুই ভাগ ভাগ করা যায়।	2. দীর্ঘকালে সব উপকরণই পরিবর্তনীয় উপকরণ।
3. স্বল্পকালে দাম নির্ধারণে চাহিদার ভূমিকা যোগান হতে বেশি থাকে যেহেতু স্বল্পকালে চাহিদার বৃদ্ধির সাথে সাথে যোগান বৃদ্ধি সম্ভব নয়।	3. দীর্ঘকালে দাম নির্ধারণে চাহিদা ও যোগান উভয়ই সমান ভূমিকা নেয় যেহেতু দুটিরই বৃদ্ধি সম্ভব।

3.4 মোট উৎপাদন (Total Product) / **মোট বস্তুগত উৎপাদন** (Total Physical Product)

→ একটি নির্দিষ্ট সময়কালে নির্দিষ্ট পরিমাণ উপাদান ব্যবহার করে একটি ফার্ম কোনো দ্রব্যের মোট যত পরিমাণ উৎপাদন করে তাকে বলে মোট উৎপাদন।

$$\begin{cases} TP = AP \times Q_L \\ TP = \sum MP \end{cases}$$

[যেখানে, AP= গড় উৎপাদন
MP = প্রান্তিক উৎপাদন
QL = শ্রমের উৎপাদন]

3.4.1 গড় উৎপাদন (Average Product) / **গড় বস্তুগত উৎপাদন** (Average Physical Product)

→ গড় উৎপাদন হল মোট উৎপাদন ও পরিবর্তনীয় উপকরণের (যেমন, শ্রম) অনুপাত, অর্থাৎ একক প্রতি পরিবর্তনীয় উপকরণের উৎপাদন হল গড় উৎপাদন।

$$AP = \frac{TP}{Q_L}$$ [Q_L = পরিবর্তনীয় উপকরণ (শ্রম)]

3.4.2 প্রান্তিক উৎপাদন (Marginal Product) / **প্রান্তিক বস্তুগত উৎপাদন** (Marginal Physical Product)

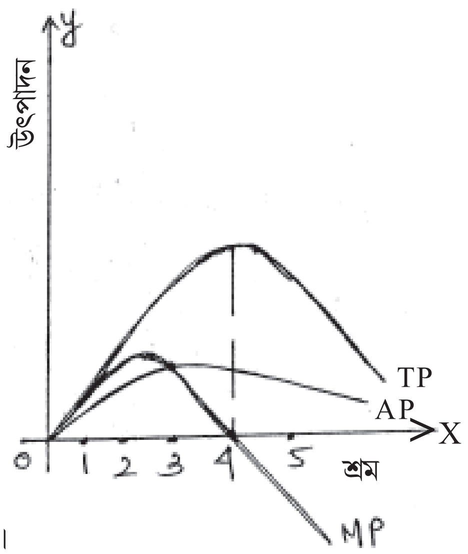
→ অতিরিক্ত এক একক পরিবর্তনীয় উপকরণের নিয়োগের ফলে মোট উৎপাদনের যে পরিবর্তন হয় তাকে বলে প্রান্তিক উ ৎপাদন। অর্থাৎ প্রান্তিক উৎপাদন হল মোট উৎপাদনের পরিবর্তন ও পরিবর্তনীয় উপকরণের পরিবর্তনের অনুপাত।

$$\begin{cases} MP = TP_n - TP_{n-1} \\ MP = \Delta TP / \Delta Q_L \end{cases}$$ [Q_L = পরিবর্তনীয় উপকরণ (শ্রম)]

3.4.3 মোট উৎপাদন, গড় উৎপাদন ও প্রান্তিক উৎপাদনের মধ্যে সম্পর্ক

সারণি :

পরিবর্তনীয় উপকরণ শ্রম (Q_L)	মোট উৎপাদন (TP)	গড় উৎপাদন (AP)	প্রান্তিক উৎপাদন (MP)
1	5	5	5
2	12	6	7
3	15	5	3
4	15	3.75	0
5	13	2.8	–2



1. যখন TP ক্রমবর্ধমান হারে বৃদ্ধি পায়, AP ও MP উভয়ই বৃদ্ধি পায়।
2. যখন TP ক্রমহ্রাসমান হারে বৃদ্ধি পায়, AP ও MP উভয়ই হ্রাস পায়।
3. যখন TP সর্বোচ্চ হয়, MP মান শূন্য হয়, এবং AP ক্রমাগত হ্রাস পেতে থাকে।
4. যখন TP হ্রাস পায়, MP ঋণাত্মক হয়, কিন্তু AP হ্রাস পেলেও ধনাত্মক থাকে।
5. যখন AP বৃদ্ধি পায়, MP > AP হয়, অর্থাৎ MP রেখা AP রেখার উপরে অবস্থান করে।
6. যখন AP সর্বোচ্চ হয়, MP = AP হয়, অর্থাৎ AP ও MP রেখা পরস্পরকে ছেদ করে।
7. যখন AP হ্রাস পায়, MP < AP হয়, অর্থাৎ MP রেখা AP রেখার নিচের দিকে অবস্থান করে।

3.5 স্পল্পকালীন উৎপাদন অপেক্ষক :

পরিবর্তনীয় অনুপাতের বিধি (Law of Variable Proportion) : পরিবর্তনীয় অনুপাত বিধিটি হল—

যখন অন্যান্য উপকরণ স্থির রেখে, স্বল্পকালে শুধুমাত্র পরিবর্তনীয় উপকরণটি ক্রমে বৃদ্ধি করা হয় তখন মোট উৎপাদন (TP) শুরুর দিকে ক্রমবর্ধমান হারে বৃদ্ধি পায়, পরবর্তী পর্যায়ে ক্রমহ্রাসমান হারে বৃদ্ধি পেয়ে সর্বোচ্চ হয় এবং শেষ পর্যায়ে হ্রাস পেতে থাকে।

অনুমান—

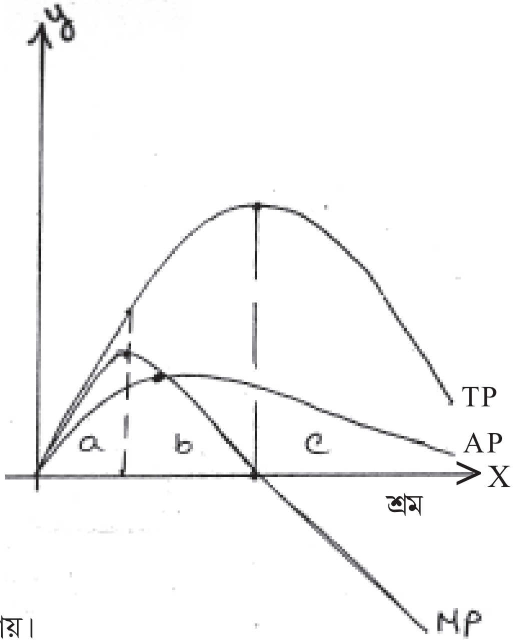
1. ফার্মটি স্বল্পকালীন উৎপাদন করে যেখানে একটি মাত্র উপকরণ (শ্রম) পরিবর্তনীয় ও অন্য উপকরণগুলো স্থির থাকে।
2. উৎপাদন প্রযুক্তি অপরিবর্তীত থাকে।
3. উপাদানের অনুপাত পরিবর্তন হয়।
4. পরিবর্তনীয় উপকরণের প্রতিটি একক সম-দক্ষ।
5. উৎপাদনের উপকরণগুলো পরস্পরের পূর্ণাঙ্গ পরিবর্তন (Perfect Substitute) নয়।

এই বিধিটিকে তিনটি স্তরে ভাগ করা হয়। যা নীচের সারণি ও চিত্রে দেখানো হয়েছে—

সারণি :

উপকরণ	মোট উৎপাদন	প্রান্তিক উৎপাদন	প্রতিদান
1L 2k 3S	8	8	a) ক্রমবর্ধমান
2L 2k 3S	20	12	প্রতিদান
3L 2k 3S	40	20	b) ক্রমহ্রাসমান
4L 2k 3S	50	10	প্রতিদান
5L 2k 3S	50	0	c)ঋণাত্মক
6L 2k 3S	48	–2	প্রতিদান

(যেখানে— L= শ্রম, K= মূলধন, S= জমি)



<u>প্রথম স্তর</u>

ক্রমবর্ধমান প্রতিদানের স্তর :

এই স্তরে— 1. মোট উৎপাদন (TP) ক্রমবর্ধমান হারে বৃদ্ধি পায়।

2. গড় উৎপাদনও ক্রমে বৃদ্ধি পায়।

3. প্রান্তিক উৎপাদন (MP) বৃদ্ধি পেয়ে সর্বোচ্চ হয়।

ক্রমবর্ধমান প্রতিদান বিধির কারণগুলো হল—

1. এই স্তরে স্থির উপাদানগুলোর যথাযথ ব্যবহার হয়।
2. অধিক শ্রম নিয়োগের ফলে শ্রম বিভাজন সম্ভব হয় যা উৎপাদনকে ক্রমবর্ধমান হারে বৃদ্ধি করে।
3. স্থির ও পরিবর্তনীয় উপাদান গুলোর মধ্যে উন্নততর সমন্বয় সাধন হয়।

<u>দ্বিতীয় স্তর</u>

ক্রমহ্রাসমান প্রতিদানের স্তর :

এই স্তরে— 1. মোট উৎপাদন ক্রমহ্রাসমান হারে বৃদ্ধি পায়।

2. গড় উৎপাদনও সর্বোচ্চ হওয়ার পর ক্রমে হ্রাস পেতে থাকে।

3. প্রান্তিক উৎপাদন ক্রমে হ্রাস পেতে পেতে শূন্য হয়।

ক্রমবর্ধমান প্রতিদান বিধির কারণগুলো হল—

1. পরিবর্তনীয় উপকরণের মাত্রাতিরিক্ত ব্যবহারের ফলে তার উৎপাদন ক্ষমতা হ্রাস পায়।
2. উপাদানগুলোর মধ্যে পূর্ণাঙ্গা পরিবর্ততার অভাবে পরিবর্তনীয় উপাদানের প্রতিদান একসময় হ্রাস পেতে থাকে।
3. স্থির উপকরণের সর্বোত্তম (optimum) ব্যবহারের পরে, পরিবর্তনীয় উপাদানের প্রান্তিক প্রতিদান হ্রাস পায়।

<u>তৃতীয় স্তর</u>

ঋণাত্মক প্রতিদানের স্তর :

এই স্তরে— 1. মোট উৎপাদন ক্রমে হ্রাস পায়।

2. গড় উৎপাদনও ক্রমে হ্রাস পায় কিন্তু তা ধনাত্মক থাকে।
3. প্রান্তিক উৎপাদন ঋণাত্মক হয়ে পরে।

ঋণাত্মক প্রতিদানের কারণ হল—

1. স্থির উপাদানের তুলনায় পরিবর্তনীয় উপাদানের মাত্রাতিরিক্ত ব্যবহারের ফলে স্থির উপাদান পিছু পরিবর্তনীয় উপাদান অত্যধিক হওয়ায় সমস্যার সৃষ্টি হয়, এতে উৎপাদন হ্রাস পায়
2. পরিচালনগত সমস্যার জন্যও উৎপাদন হ্রাস পায়।
3. পরিবর্তনীয় উপকরণের দক্ষতা হ্রাস।

গাণিতিক প্রশ্নাবলি (সমাধানসহ) :

1. গড় ও প্রান্তিক উৎপাদন (MP) নির্ণয় করো—

শ্রম	:	0	1	2	3	4	5
মোট উৎপাদন	:	0	8	20	28	28	25

→ সমাধান :

শ্রম	মোট উৎপাদন (TP)	গড় উৎপাদন (AP)	প্রান্তিক উৎপাদন (MP)
0	0	–	–
1	8	8	8
2	20	10	12
3	28	9.33	18
4	28	7	0
5	25	5	–3

2. মোট উৎপাদন (TP) ও প্রান্তিক উৎপাদন

শ্রম	:	1	2	3	4	5
গড় উৎপাদন	:	8	10	8	6	4

→ সমাধান :

শ্রম	গড় উৎপাদন	মোট উৎপাদন	প্রান্তিক উৎপাদন
1	8	8	8
2	10	20	12
3	8	24	4
4	6	24	0
5	4	20	–4

3. নীচের সারণি হতে পরিবর্তনীয় অনুপাত বিধির বিভিন্ন স্তরগুলো চিহ্নিত করো :

শ্রম	:	1	2	3	4	5
মোট উৎপাদন	:	4	9	13	15	12

শ্রম	মোট উৎপাদন	প্রান্তিক উৎপাদন	
1	4	4	১ম স্তর
2	9	5	
3	13	4	২য় স্তর
4	15	2	
5	12	–3	৩য় স্তর

4. মনে কর উৎপাদন অপেক্ষকটি হল—

$$Q = 5\, L^{\frac{1}{2}} K^{\frac{1}{2}}$$

তবে 100 একক শ্রম ও 100 একক মূলধন (k) ব্যবহার করে ফার্মটি সর্বোচ্চ কত পরিমাণ উৎপাদন করতে পারবে।

→ সমাধান : $Q = 5\, L^{\frac{1}{2}} K^{\frac{1}{2}}$

$= 5\sqrt{100} \cdot \sqrt{100}$

$= 5 \times 10 \times 10 = 500$ একক

5. নীচের সারণি হতে গড় উৎপাদন নির্ণয় করো—

শ্রম	:	1	2	3	4	5
প্রান্তিক উৎপাদন	:	8	12	10	6	4

→ সমাধান :

শ্রম	MP	TP	AP
1	8	8	8
2	12	20	10
3	10	30	10
4	6	36	9
5	4	40	10

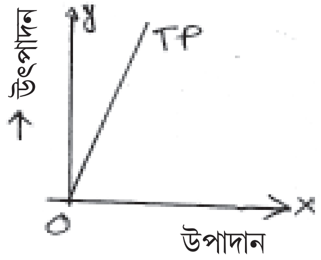
3.6 দীর্ঘকালীন উৎপাদক অপেক্ষক :

মাত্রাবৃদ্ধির প্রতিদান / আয়তনের প্রতিদান বিধি (Law of Returns to Scale)

দীর্ঘকালে যখন সব উপকরণ একই অনুপাতে বৃদ্ধি করা হয় তখন মোট উৎপাদন বৃদ্ধির হার উপকরণের বৃদ্ধির হারের চেয়ে বেশি বা সমান বা কম হতে পারে।

a) ক্রমবর্ধমান আয়তনের প্রতিদান :

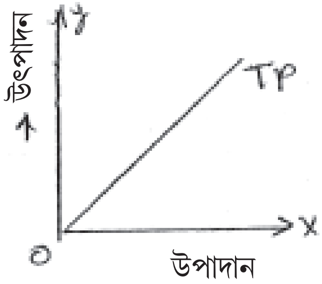
উপাদান	উৎপাদন
100% ↑ { 5L 2K 3S 10L 4K 6S	100 250 } 150%



উৎপাদনের উপকরণগুলোর সমানুপাতিক নিয়োগ বৃদ্ধির ফলে যদি উৎপাদনের পরিমাণ তার চেয়ে বেশি হারে বৃদ্ধি পায় তবে তাকে বলে ক্রমবর্ধমান আয়তনের প্রতিদান।

b) সমহার আয়তনের প্রতিদান :

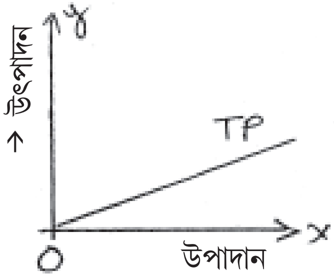
উপাদান	উৎপাদন
100% ↑ { 10L 4K 6S 20L 8K 12S	250 500 } 100%



উৎপাদনের উপকরণগুলোর সমানুপাতিক নিয়োগ বৃদ্ধির ফলে যদি উৎপাদনের পরিমাণ তার চেয়ে সমহারে বৃদ্ধি পায় তবে তাকে বলে সমহার আয়তনের প্রতিদান।

c) ক্রমহ্রাসমান আয়তনের প্রতিদান :

উপাদান	উৎপাদন
100% ↑ { 20L 8K 12S 40L 16K 24S	500 800 } 60%



উৎপাদনের উপকরণগুলোর সমানুপাতিক নিয়োগ বৃদ্ধির ফলে যদি উৎপাদনের পরিমাণ তার চেয়ে কম হারে বৃদ্ধি পায় তবে তাকে বলে ক্রমহ্রাসমান আয়তনের প্রতিদান।

3.7 পরিবর্তনীয় অনুপাত ও মাত্রাবৃদ্ধির প্রতিদানের মধ্যে পার্থক্য :

পরিবর্তনীয় অনুপাত	মাত্রাবৃদ্ধির প্রতিদান
i. ইহা স্বল্পকালে প্রযোজ্য হয়	i. ইহা দীর্ঘকালে প্রযোজ্য হয়
ii. একটি মাত্র উপকরণ পরিবর্তন হয় বাকি সব স্থির।	ii. সব উপকরণ পরিবর্তন হয়
iii. উপকরণের অনুপাত পরিবর্তন হয়।	iii. উপকরণের অনুপাত স্থির থাকে।
iv. উৎপাদনের মাত্রা অপরিবর্তীত থাকে।	iv. উৎপাদনের মাত্রা (Scale) পরিবর্তন হয়।

পরিবর্তনীয় অনুপাত বিধি ও মাত্রাবৃদ্ধির প্রতিদান এর মধ্যে পার্থক্য :

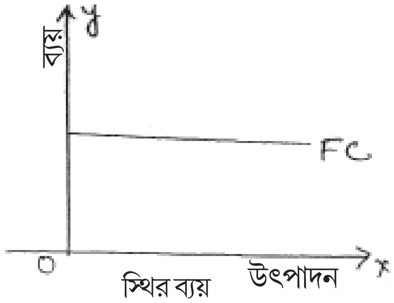
পরিবর্তনীয় অনুপাত বিধি	মাত্রাবৃদ্ধির প্রতিদান
a) স্বল্পকালে এটি সংগঠিত হয়	a) দীর্ঘকালে তা সংগঠিত হয়
b) এক্ষেত্রে শুধুমাত্র একটি পরিবর্তনীয় উপকরণ থাকে, বাকি সব স্থির থাকে।	b) এক্ষেত্রে সবকটি উপকরণ পরিবর্তনীয়, কিছুই স্থির থাকে না।
c) উপকরণের অনুপাত পরিবর্তন ঘটে	c) উপকরণের অনুপাত স্থির থাকে।
d) উৎপাদনের মাত্রার পরিবর্তন হয় না।	d) উৎপাদনের মাত্রার পরিবর্তন ঘটে।
e) এর বিভিন্ন স্তরগুলো হল– ক্রমবর্ধমান প্রতিদান, ক্রমহ্রাসমান প্রতিদান ও ঋণাত্মক প্রতিদান।	e) এর বিভিন্ন স্তরগুলো হল– ক্রমবর্ধমান প্রতিদান, স্থির হার প্রতিদান ও ক্রমহ্রাসমান প্রতিদান

3.8 ব্যয় (Cost)

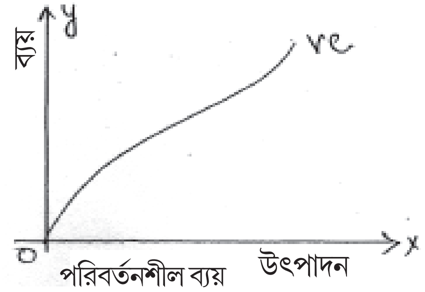
উৎপাদক তার উৎপাদন প্রক্রিয়ায় বিভিন্ন উপকরণের উপর যে খরচ করে তাকে বলে ব্যয় বা উৎপাদন ব্যয়। মোট ব্যয় (Total Cost- TC) হল স্থির ও পরিবর্তনশীল উপকরণের উপর ফার্ম যে ব্যয় করে তার সমষ্টি, অর্থাৎ মোট ব্যয় = স্থির ব্যয় + পরিবর্তনশীল ব্যয়।

স্থির ব্যয় (Fixed Cost [FC]) : বিভিন্ন স্থির উপকরণের উপর ফার্মের যে ব্যয় হয় তাকে বলে স্থির ব্যয় বা মোট স্থির ব্যয়। যেমন— খাজনা, সুদ, কর, স্থায়ী শ্রমিকদের বেতন, যন্ত্রাংশ ক্রয়ে ব্যয়, জমি ক্রয়ে ব্যয়, বিমার প্রিমিয়াম, লাইসেন্স ফি, পারমিট ফি ইত্যাদি।

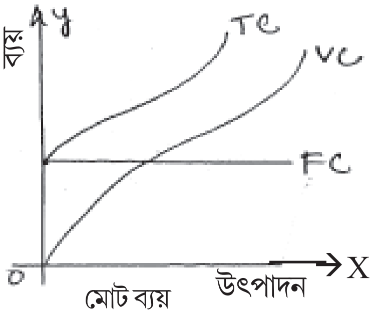
পরিবর্তনশীল ব্যয় (Variable Cost [VC]) : বিভিন্ন পরিবর্তনশীল উপকরণের উপর ফার্মের যে ব্যয় হয়, তাকে বলে পরিবর্তনশীল ব্যয় বা মোট পরিবর্তনশীল ব্যয়। যেমন— অস্থায়ী শ্রমিকের মজুরি, কাঁচামালের ব্যয়, জ্বালানি ও পরিবহণ ব্যয়, বিজ্ঞাপন ব্যয়, ইত্যাদি।



স্থির ব্যয়

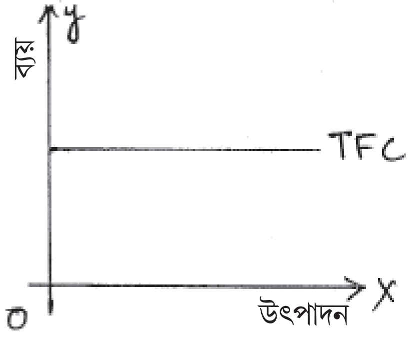
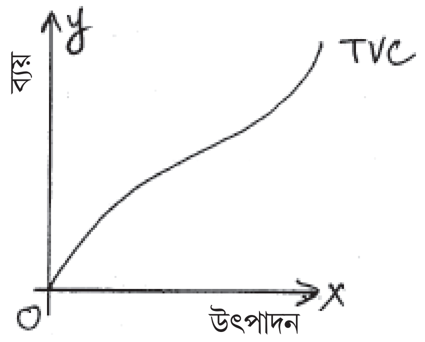


পরিবর্তনশীল ব্যয়



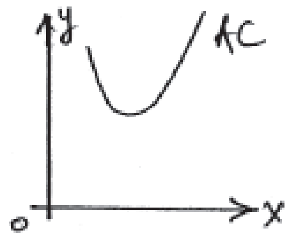
মোট ব্যয়

3.9 স্থির ও পরিবর্তনশীল ব্যয় এর মধ্যে পার্থক্য :

স্থির ব্যয় (Fixed Cost)	পরিবর্তনশীল ব্যয় (Variable Cost)
1) স্থির উপকরণের উপর ফার্মের যে ব্যয় হয় তাকে বলে স্থির ব্যয়। যেমন— কারখানার খাজনা, সম্পত্তি কর, স্থায়ী শ্রমিকের বেতন, ব্যাংকের সুদ, যন্ত্রাংশ ব্যয় ইত্যাদি।	1) পরিবর্তনশীল উপকরণের উপর ফার্মের যে ব্যয় হয় তাকে বলে পরিবর্তনশীল। যেমন— অস্থায়ী শ্রমিকের মজুরি, বিজ্ঞাপন ব্যয়, বিমা ও পারমিট সংক্রান্ত ব্যয়, উৎপাদন শুল্ক, জ্বালানি ও কাঁচামালের ব্যয় ইত্যাদি
2) উৎপাদনের পরিবর্তনের সাথে সাথে স্থির ব্যয় অপরিবর্তীত থাকে এবং তাই স্থির ব্যয় রেখা x অক্ষের সমান্তরাল হয়।	2) উৎপাদনের বৃদ্ধির সাথে সাথে পরিবর্তনশীল ব্যয় বৃদ্ধি পায় এবং তাই পরিবর্তনশীল ব্যয় রেখা উর্ধ্বগামী হয়।
	
3) ইহা একটি স্বল্পকালীন ধারণা, কারণ দীর্ঘকালে সব ব্যয়ই পরিবর্তনশীল	3) ইহা স্বল্প এবং দীর্ঘকালীন উভয় ক্ষেত্রেই পাওয়া যায়।
4) উৎপাদন শূন্য হলেও স্থির ব্যয় কখনো শূন্য হয় না, উৎপাদন অলাভজনক হলেও স্থির ব্যয় শূন্য হয় না।	4) উৎপাদন শূন্য হলে পরিবর্তনশীল ব্যয় থাকবে না এবং উৎপাদন অলাভজনক হলে পরিবর্তনশীল ব্যয় নাও থাকতে পারে।

3.10 গড় ব্যয় (Average Cost)

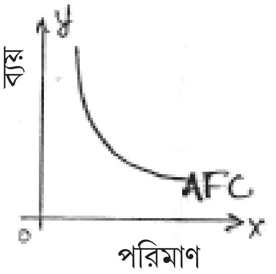
স্বল্পকালে কোনো নির্দিষ্ট পরিমাণ দ্রব্য উৎপাদনের জন্য ফার্মের মোট ব্যয় এবং উৎপাদনের পরিমাণের অনুপাতকে বলে গড় ব্যয় (AC)



$$AC = \frac{TC}{Q}$$ (Q= উৎপাদনের পরিমাণ)

গড় স্থির ব্যয় (Average Fixed Cost)

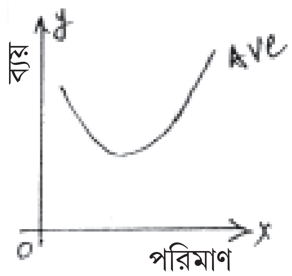
স্বল্পকালে কোনো নির্দিষ্ট পরিমাণ দ্রব্য উৎপাদনের জন্য ফার্মের মোট স্থির ব্যয় এবং উৎপাদনের পরিমাণের অনুপাতকে বলে গড় স্থির ব্যয়। $AFC = \frac{FC}{Q}$



গড় পরিবর্তনশীল ব্যয় (Average Variable Cost)

স্বল্পকালে কোনো নির্দিষ্ট পরিমাণ দ্রব্য উৎপাদনের জন্য ফার্মের মোট পরিবর্তনশীল ব্যয় এবং উৎপাদনের পরিমাণের অনুপাতকে বলে গড় পরিবর্তনশীল ব্যয়।

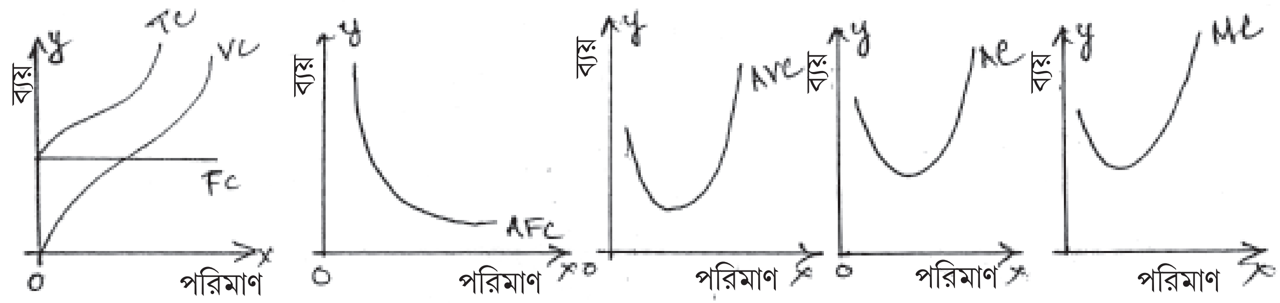
$$AVC = \frac{VC}{Q}$$



3.11 প্রান্তিক ব্যয় (Marginal Cost)

এক একক অতিরিক্ত উৎপাদন করতে ফার্মের যে অতিরিক্ত পরিবর্তনশীল ব্যয় হয় তাকে বলে প্রান্তিক ব্যয়। বা প্রান্তিক ব্যয় হচ্ছে মোট পরিবর্তনশীল ব্যয়ের পরিবর্তন ও মোট উৎপাদনের পরিবর্তনের অনুপাত।

$$MC = VC_n - VC_{n-1} \quad \text{বা} \quad MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q}$$

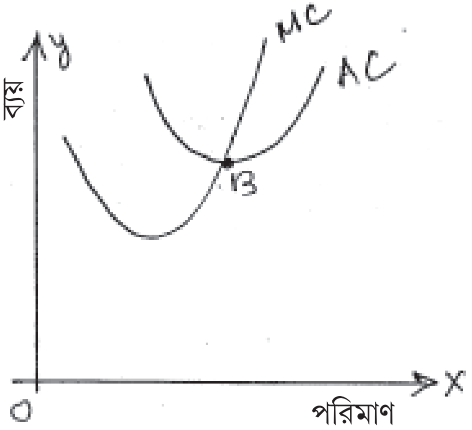


3.12 বিভিন্ন প্রকার ব্যয়-এর মধ্যে সম্পর্ক :-

3.12.1 প্রান্তিক ব্যয় (MC) ও গড় ব্যয় (AC) এর মধ্যে সম্পর্ক :

সারণি :

উৎপাদনের পরিমাণ (Q)	মোট ব্যয় (TC)	গড় ব্যয় (AC)	প্রান্তিক ব্যয় (MC)
1	15	15	15
2	22	11	7
3	32	10.3	10
4	50	12.5	18



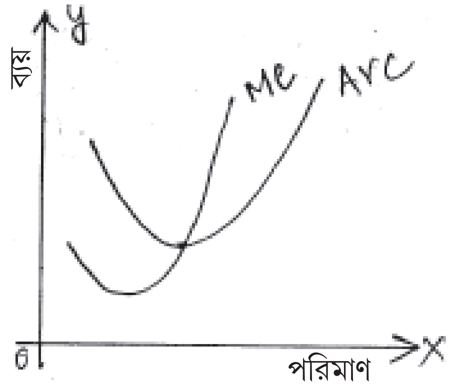
1. প্রান্তিক ব্যয় (MC) ও গড় ব্যয় (AC) উভয়ই মোট ব্যয় হতে নির্ণয় করা হয়।

   $AC = {}^{TC}/_{Q}$, $MC = TC_n - TC_{n-1}$ (Q= উৎপাদনের পরিমাণ)
2. যখন AC হ্রাস পায়, MC < AC হয়, অর্থাৎ MC রেখা AC রেখার নিচে থাকে।
3. যখন AC সর্বনিম্ন হয় (B বিন্দু), MC = AC হয়, অর্থাৎ MC রেখা, AC রেখার সর্বনিম্ন বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে।
4. যখন AC বৃদ্ধি পায়, MC > AC হয়, অর্থাৎ MC রেখা AC রেখার উপরের দিকে অবস্থান করে।
5. MC ও AC উভয় রেখাই U আকৃতির হয় পরিবর্তনীয় অনুপাত বিধির জন্য।

3.12.2 প্রান্তিক ব্যয় (MC) ও গড় পরিবর্তনশীল ব্যয় (AVC) এর মধ্যে সম্পর্ক :

সারণি :

উৎপাদনের পরিমাণ	মোট ব্যয় (TC)	গড় পরিবর্তনশীল ব্যয় (AVC)	প্রান্তিক ব্যয় (MC)
1	15	15	15
2	25	12.5	10
3	38	12.6	13
4	58	14.5	20



1. প্রান্তিক ব্যয় (MC) ও গড় পরিবর্তনশীল ব্যয় (AVC) উভয়ই নির্ণয় করা হয় মোট পরিবর্তনশীল ব্যয় হতে।

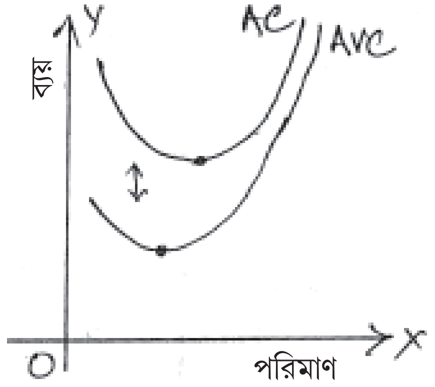
   $MC = VC_n - VC_{n-1}$; $AVC = {}^{VC}/_{Q}$ (Q= উৎপাদনের পরিমাণ)

2. যখন AVC হ্রাস পায়, MC < AVC হয়, অর্থাৎ MC রেখা AVC রেখার নিচে অবস্থান করে।
3. যখন AVC সর্বনিম্ন হয় , MC = AVC হয়, অর্থাৎ MC রেখা AVC রেখার সর্বনিম্ন বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে।
4. যখন AVC বৃদ্ধি পায়, MC > AVC হয়, অর্থাৎ MC রেখা AVC রেখার উপরের দিকে অবস্থান করে।
5. পরিবর্তনশীল অনুপাত বিধির জন্য AVC ও MC উভয় রেখাই U আকৃতির হয় ।

3.12.3 গড় ব্যয় (AC) ও গড় পরিবর্তনশীল ব্যয় (AVC) এর মধ্যে সম্পর্ক লিখ :

সারণি :

উৎপাদনের পরিমাণ	গড় ব্যয় (AC)	গড় পরিবর্তনশীল ব্যয় (AVC)
1	10	5
2	7	4
3	15	12
4	25	24



1. গড় পরিবর্তনশীল ব্যয় হল গড় ব্যয়ের অংশ—

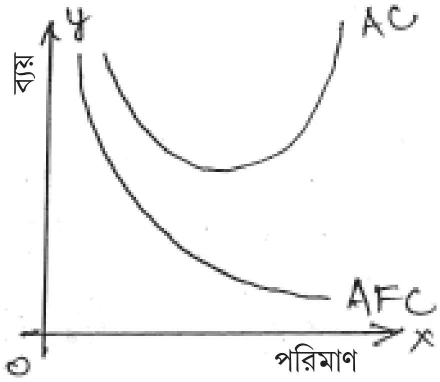
   AVC = AC – AFC (গড় স্থির ব্যয়)

2. গড় ব্যয় ও গড় পরিবর্তনশীল ব্যয় রেখা উভয়ই U আকৃতির হয় কারণ পরিবর্তনীয় অনুপাত বিধির কার্যকরণ।
3. উৎপাদন বৃদ্ধির সাথে সাথে AC ও AVC এর মধ্যে ক্রমে দূরত্ব হ্রাস পায়, কারণ AC হল AVC ও AFC এর যোগফল এবং উৎপাদন বৃদ্ধির সাথে সাথে AFC (গড় স্থির ব্যয়) ক্রমে হ্রাস পায়।
4. AC এবং AVC কখনো সমান হবে না (AC ≠ AVC) কারণ AC = AVC + AFC এবং AFC কখনো শূন্য হয় না। তাই AC ও AVC রেখা কখনো পরস্পরকে ছেদ বা স্পর্শ করে না।

3.12.4 গড় ব্যয় ও গড় স্থির ব্যয়ের (AFC) এর মধ্যে সম্পর্ক :

সারণি :

উৎপাদনের পরিমাণ	গড় ব্যয় (AC)	গড় স্থির ব্যয় (AFC)
1	10	9
2	7	7
3	15	4
4	25	3



1. গড় স্থির ব্যয় হল গড় ব্যয় এর অংশ।

$$AFC = AC - AVC$$ (গড় পরিবর্তনশীল ব্যয়)

2. উৎপাদন বৃদ্ধির সাথে AC ও AFC এর মধ্যে দূরত্ব বৃদ্ধি পায়। কারণ AFC উৎপাদন বৃদ্ধির সাথে সাথে ক্রমে হ্রাস পায়, যেহেতু স্থির ব্যয় অপরিবর্তীত থাকে।
3. AFC রেখা নিম্নমুখী ঢাল যুক্ত কিন্তু AC রেখা U আকৃতির হয়।

গড় ব্যয় রেখা (AC) কেন 'U' আকৃতির হয় ?

→ উৎপাদনের পরিবর্তনশীল অনুপাতের নিয়মের (Law of Variable Proportion) কারণে গড় ব্যয় রেখা 'U' অকৃতির হয়। উৎপাদনের প্রাথমিক স্তরে পরিবর্তনশীল উপকরণের বৃদ্ধির সাথে সাথে মোট উৎপাদন ক্রমবর্ধমান হারে বৃদ্ধি পায়। ফলে উৎপাদনের মোট ব্যয় ক্রমহ্রাসমান হারে বৃদ্ধি পায়। তাই উৎপাদনের একক প্রতি ব্যয় বা গড় ব্যয় হ্রাস পায়।

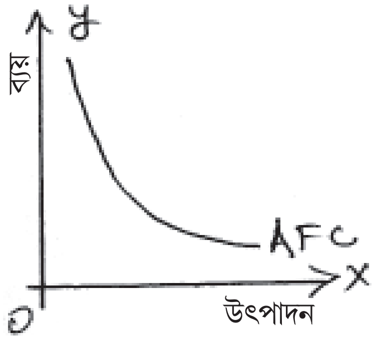
এর পরে যখন মোট উৎপাদন সমহারে বৃদ্ধি পায় তখন গড় ব্যয় তার সর্বনিম্নস্তরে পৌঁছায় । এরপর পরিবর্তনশীল উপকরণ আরো বৃদ্ধি করা হলে মোট উৎপাদন ক্রমহ্রাসমান হারে বৃদ্ধি পায়। তাই মোট ব্যয় ক্রমবর্ধমান হারে বৃদ্ধি পায় ও গড় ব্যয় ক্রমে বৃদ্ধি পায়।

এই কারণে সামগ্রিকভাবে গড় ব্যয় রেখা U আকৃতির হয় ।

কেন গড় স্থির ব্যয় রেখা (AFC) নিম্নমুখী / ঋণাত্মক ঢাল যুক্ত

→ গড় স্থির ব্যয় হল স্থির ব্যয় ও উৎপাদনের পরিমাণের অনুপাত। যেহেতু স্থির ব্যয় সর্বদাই স্থির থাকে তাই উৎপাদন বৃদ্ধির সাথে সাথে স্থির ব্যয় ও উৎপাদনের অনুপাত অর্থাৎ গড় স্থির ব্যয় ক্রমে হ্রাস পায়। তাই AFC রেখা নিম্নমুখী ঢাল যুক্ত হয়।

কিন্তু AFC রেখা কখনোই x অক্ষকে ছেদ বা স্পর্শ করে না, কারণ AFC কখনোই শূন্য হয় না বা ঋণাত্মক হয় না। কারণ স্থির ব্যয় কখনো শূন্য বা ঋণাত্মক হয় না।



উৎপাদনের পরিমাণ	স্থির ব্যয়	গড় স্থির ব্যয়
1	60	60
2	60	30
3	60	20
4	60	15

সমাধান সহ গাণিতিক প্রশ্নাবলি :

1. নীচের সারণি হতে স্থির ব্যয় (FC), পরিবর্তনশীল ব্যয় (VC), গড় ব্যয় (AC), গড় পরিবর্তনশীল ব্যয় (AVC), গড় স্থির ব্যয় (AFC) ও প্রান্তিক ব্যয় (MC) নির্ণয় করো—

উৎপাদন (একক)	:	0	1	2	3	4
মোট ব্যয় (TC)	:	50	65	90	120	160

→ **সমাধান :**

উৎপাদন (Q)	TC	FC	VC	AVC	AFC	AC	MC
0	50	50	0	–	–	–	–
1	65	50	15	15	50	65	15
2	90	50	40	20	25	45	25
3	120	50	70	23.33	16.33	40	30
4	160	50	110	27.25	12.25	40	40

(যেখানে উৎপাদন =0 , মোট ব্যয় = স্থির ব্যয় কারণ পরিবর্তনশীল ব্যয় =0)

2. নীচের সারণি হতে গড় পরিবর্তনশীল ব্যয় (AVC) নির্ণয় করো—

উৎপাদন (একক)	:	1	2	3	4
MC (Rs.)	:	40	30	35	39

→ **সমাধান :**

উৎপাদন (Q)	MC	VC(ΣMC)	AVC $\left({}^{VC}/_{Q}\right)$
1	40	40	40
2	30	70	35
3	35	105	35
4	39	144	36

3. যদি স্থির ব্যয় (FC) = 60 টাকা হয়, তবে গড় ব্যয় (AC) ও গড় পরিবর্তনশীল ব্যয় (AVC) নির্ণয় করো।

উৎপাদন (একক)	:	1	2	3	4
MC (Rs.)	:	30	26	28	32

→ **সমাধান :**

উৎপাদন (Q)	FC	MC	VC(ΣMC)	TC (FC+VC)	AC $\left({}^{TC}/_{Q}\right)$	AVC $\left({}^{VC}/_{Q}\right)$
1	60	30	30	90	90	30
2	60	26	56	116	58	28
3	60	28	84	144	48	28
4	60	32	116	176	44	29

3.13 আয় (Revenue)

একটি ফার্ম তার উৎপাদিত পণ্যকে বাজারে বিক্রয় করে যে উপার্জন করে তাকে বলে আয় (Revenue)।

কোন একটি ফার্ম তার সবগুলো পণ্য বাজারে বিক্রয় করে সর্বমোট যে উপার্জন করে তাকে বলে মোট আয় (Total Revenue)। ধরা যাক্ ফার্মটি Q পরিমাণ পণ্য প্রতিটি P দামে বিক্রয় করে। তবে ফার্মে মোট আয় (TR) = $P \times Q$।

ফার্মের মোট আয়ের একক পিছু বিক্রয়কে বলে গড় আয় (Average Revenue) অর্থাৎ গড় আয় হল মোট আয় ও মোট বিক্রয়ের অনুপাত। $AR=\frac{TR}{Q}$ বা $AR=\frac{TR}{Q}=\frac{P\times Q}{Q}=P$

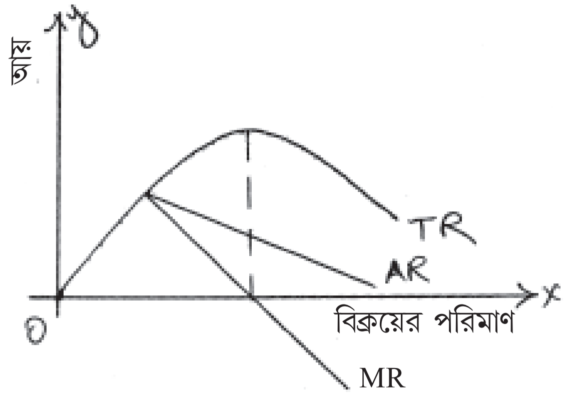
অর্থাৎ গড় আয় = পণ্যের একক প্রতি দাম।

ফার্মের অতিরিক্ত এক একক বিক্রয় বৃদ্ধির ফলে মোট আয় যে মাত্রায় বৃদ্ধি পায় তাকে বলে প্রান্তিক আয় (Marginal Revenue)

$MR = TR_n - TR_{n-1}$ বা $MR=\frac{\Delta TR}{\Delta Q}$ (Q= বিক্রয়ের পরিমাণ)

3.14 মোট আয় গড় আয় ও প্রান্তিক আয়ের সম্পর্ক :

বিক্রয়ের পরিমাণ	TR	MR	MR
1	15	15	15
2	23	11.5	8
3	28	9.3	5
4	28	7	0
5	26	5.2	–2



1. AR ও MR নির্ণয় করা হয় TR হতে।

   $AR = {}^{TR}/_{Q}$ এবং $MR = TR_n - TR_{n-1}$ (Q= বিক্রয়ের পরিমাণ)

2. উৎপাদন বৃদ্ধির সাথে সাথে AR ও MR ক্রমে হ্রাস পায় ।

3. যখন TR সর্বোচ্চ হয়, MR=O হয়।

4. TR যখন হ্রাস পায়, MR ঋণাত্মক হয় এবং ARও ক্রমে হ্রাস পায় কিন্তু ধনাত্মক থাকে।

সমাধান সহ গাণিতিক প্রশ্নাবলি :

1. নীচের সারণি হতে মোট আয় (TR), গড় আয় (AR) ও প্রান্তিক আয় (MR) নির্ণয় করো—

দাম (Rs.)	:	12	10	8	6
বিক্রয় (একক)	:	1	2	3	4

→ **সমাধান :**

দাম (P)	বিক্রয় (Q)	TR (=P×Q)	AR ($^{TR}/_{Q}$)	MR $(=TR_n - TR_{n-1})$
12	1	12	12	12
10	2	20	10	8
8	3	24	8	4
6	4	24	6	0

2. নীচের সারণি হতে, TR ও AR নির্ণয় করো—

বিক্রয়ের পরিমাণ (একক)	:	1	2	3	4
MR (Rs.)	:	14	10	7	5

→ **সমাধান :**

বিক্রয়ের পরিমাণ (Q)	MR	TR=(ΣMR)	AR = $(^{TR}/_{Q})$
1	14	14	14
2	10	24	12
3	7	31	10.33
4	5	36	9

3.15 যোগান (Supply)

বিভিন্ন দামে কোন পণ্যের যে পরিমাণ একটি সময়ান্তরের মধ্যে একজন বিক্রেতা / ফার্ম বাজারে বিক্রয় করতে ইচ্ছুক থাকে তাকে বলে যোগান।

আবার, একটি নির্দিষ্ট দামে একটি নিদির্ষ্ট সময়ে কোনো পণ্যের যে পরিমাণ একজন বিক্রেতা বাজারে বিক্রয় করতে চায় তাকে বলে যোগানের পরিমাণ (Quantity Supplied)

কিন্তু যোগান ও মজুত (stock) সম্পূর্ণ ভিন্ন বিষয়। মজুত হল একটি পণ্যের মোট যে পরিমাণ কোনো উৎপাদক / বিক্রেতার কাছে বিক্রয়ের জন্য জমা করা আছে। এই মজুতের যে অংশ সে বাজারে বিক্রয় করতে চায় তাকে বলা হয় যোগান। অর্থাৎ যোগান হল মজুতের অংশ।

3.16 যোগান অপেক্ষক :

কোনো পণ্যের যোগানের সাথে ঐ পণ্যের যোগানের উপকরণগুলো সম্পর্ককে বলে যোগান অপেক্ষক। গাণিতিক ভাবে লেখা যায়— $S_x = f(P_x, P_r, P_e, P_f, T, G_p, G_o, N)$

যেখানে , S_x – x পণ্যের যোগান

P_x – x পণ্যের দাম

P_r – সংশ্লিষ্ট পণ্যের দাম

P_e – ভবিষ্যতে দামের পরিবর্তনের সম্ভাবনা

P_f – উপকরণের দাম

T – প্রযুক্তিগত অবস্থা

G_p – সরকারি নীতি

G_o – ফার্মের লক্ষ্য

N – উৎপাদকের সংখ্যা

3.17 যোগান নির্ধারক বিষয়সমূহ :

a) পণ্যটির দাম : সাধারণত কোনো পণ্যের যোগানের সাথে তার দামের ধনাত্মক সম্পর্ক রয়েছে। অর্থাৎ দাম বৃদ্ধি পেলে যোগান বৃদ্ধি পায় ও দাম হ্রাস পেলে যোগান হ্রাস পায়। কারণ দাম বৃদ্ধিতে ফার্মের মুনাফা বৃদ্ধি পায় যা তাকে উৎপাদন বৃদ্ধিতে উৎসাহিত করে এবং তাই যোগান বৃদ্ধি পায়।

b) সংশ্লিষ্ট পণ্যের দাম : পরিবর্ত পণ্যের ক্ষেত্রে, একটি পণ্যের দাম বৃদ্ধি পেলে ঐ পণ্যের পরিবর্ত পণ্যের যোগান হ্রাস পায় এবং এর বিপরীত কথাটিও সত্য। যেমন— চা ও কফি। আবার পরিপূরক পণ্যের ক্ষেত্রে একটি পণ্যের দাম বৃদ্ধি পেলে তার পরিপূরক পণ্যের যোগানেও বৃদ্ধি পায় এবং এর বিপরীত কথাটিও সত্য।

c) উপকরণের দাম: কোনো পণ্যের যোগান ঐ পণ্যের উপকরণের দামের সাথে ঋণাত্মকভাবে সম্পর্কিত। অর্থাৎ উপকরণ দাম বৃদ্ধি পেলে যোগান হ্রাস পায়। কারণ উৎপাদন ব্যয় বৃদ্ধি পায় ফলে উৎপাদক উৎপাদন বৃদ্ধি করতে চায় না। ফলে যোগান হ্রাস পায়। এর বিপরীত কথাটিও সত্য।

d) প্রযুক্তিগত অবস্থা : যদি কোনো পণ্যের উৎপাদন প্রক্রিয়ায় অত্যাধুনিক উৎপাদন কৌশল ব্যবহার হয় তবে কম খরচে বা কম উপকরণে অধিক উৎপাদন সম্ভব হয়, ফলে উৎপাদন বাড়ে এবং যোগানও বৃদ্ধি পায়। আবার অন্যদিকে প্রাচীন উৎপাদন পদ্ধতি ব্যবহার করলে উৎপাদন হ্রাস পায় এবং তাই যোগানও হ্রাস পায়।

e) সরকারি নীতি : সরকারের কর ও ভর্তুকি নীতিও যোগানকে প্রভাবিত করে। যদি কোনো পণ্যের উৎপাদনে সরকার কর আরোপ করে তবে উৎপাদন ব্যয় বৃদ্ধির জন্য উৎপাদন হ্রাস পায় ও যোগানও হ্রাস পায়। আবার যদি সরকার উৎপাদনে ভর্তুকি দেয়, তবে তা উৎপাদকদের বেশি উৎপাদনে উৎসাহ দেয় এবং ফলে যোগান বৃদ্ধি পায় যেমন— কৃষি উৎপাদন বৃদ্ধিতে সরকার কর ছাড় দেয় এবং ভর্তুকি প্রদান করে থাকে।

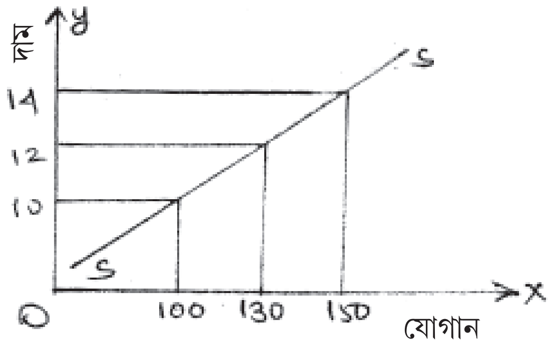
f) ফার্মের লক্ষ্য : উৎপাদক/ফার্মের দুই ধরনের লক্ষ্য থাকে— মুনাফা সর্বাধিকরণ ও উৎপাদন সর্বাধিকরণ। যদি ফার্মের লক্ষ্য হয় উৎপাদন বা রেভিনিউ সর্বাধিকরণ তবে উৎপাদন বৃদ্ধি পাবে ও যোগানও বৃদ্ধি পাবে। অন্যদিকে মুনাফা সর্বাধিকরণের লক্ষ্যের ক্ষেত্রে কম উৎপাদন করে অধিক মুনাফা অর্জনের লক্ষ্য থাকে, ফলে যোগান হ্রাস পায়।

g) <u>ফার্মের সংখ্যা</u> : কোনো পণ্যের যোগান ঐ পণ্যের উৎপাদক/ ফার্মের সংখ্যার উপরও নির্ভর করে। উৎপাদকের সংখ্যা বৃদ্ধিতে যোগান বৃদ্ধি পায় ও উৎপাদকের সংখ্যা হ্রাসে যোগানও হ্রাস পায়।

3.18 যোগানের সূত্র :

অন্যান্য বিষয় অপরিবর্তীত থেকে, কোনো পণ্যের দাম বৃদ্ধিরফলে তার যোগান বৃদ্ধি পায় এবং দাম হ্রাস পেলে যোগান হ্রাস পায় এটাই হল যোগানের সূত্র।

x পণ্যের দাম (₹/U)	x পণ্যের যোগান (Units)
10	100
12	130
14	150



- যোগান সূত্রের অনুমান—
  - a) সংশ্লিষ্ট পণ্যের দাম স্থির থাকে
  - b) প্রযুক্তির অবস্থান স্থির থাকে
  - c) সরকারি নীতি অপরিবর্তীত থাকে
  - d) ফার্মের লক্ষ্য অপরিবর্তীত থাকে
  - e) উপকরণের দাম অপরিবর্তীত থাকে
  - f) ফার্মের সংখ্যা অপরিবর্তীত থাকে।
- যোগান সূত্রের ব্যতিক্রম—

a) কৃষিজাত পণ্যের ক্ষেত্রে যোগান সূত্রের ব্যাতিক্রম ঘটে। কারণ কৃষিজ পণ্যের উৎপাদন মূলত নির্ভর করে আবহাওয়া ও জলবায়ুর উপর। তাই দামের বৃদ্ধি বা হ্রাসে যোগানের বৃদ্ধি বা হ্রাস নাও হতে পারে।

b) সীমাবন্ধ যোগানের ক্ষেত্রে (যেমন— রবি ঠাকুরের বিভিন্ন লেখা ইত্যাদি) এবং নীলামজাত পণ্যের ক্ষেত্রে দাম বৃদ্ধিতেও যোগান বৃদ্ধি পায় না, যেহেতু যোগান সীমিত। তাই এই ক্ষেত্রে যোগান সূত্র কার্যকর হয় না।

c) পচনশীল পণ্য যেমন— দুধ, মাছ, ফল ইত্যাদির ক্ষেত্রে যোগানের সূত্র কাজ করে না, কারণ এই সব পণ্য বেশি সময় মজুত রাখা যায় না এবং তাই দাম বৃদ্ধিতে যোগান বৃদ্ধি সম্ভব নাও হতে পারে। এক্ষেত্রে যোগান সূত্র কাজ করে না।

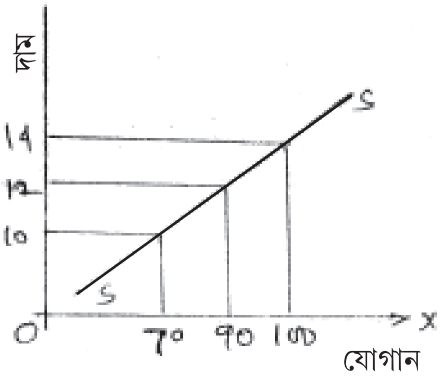
3.19 ব্যক্তিগত যোগান :

একটি নির্দিষ্ট দামে কোনো ফার্ম/বিক্রেতা কোনো পণ্য যে পরিমাণ বিক্রয় করতে ইচ্ছুক থাকে তাকে বলে ব্যক্তিগত যোগান।

একটি নির্দিষ্ট সময়ে বিভিন্ন দামে কোনো উৎপাদক বা ফার্ম যতটা পরিমাণ পণ্য বিক্রয় করতে ইচ্ছুক থাকে তা তালিকা আকারে প্রকাশকে বলে ব্যক্তিগত যোগান তালিকা।

ব্যক্তিগত যোগান তালিকাকে লৈখিকচিত্রাকারে প্রকাশ করলে যে ধনাত্মক রেখা পাওয়া যায় তাকে বলে ব্যক্তিগত যোগান রেখা।

পণ্যের দাম (₹/U)	ফার্মের যোগান (Units)
10	70
10	90
14	100



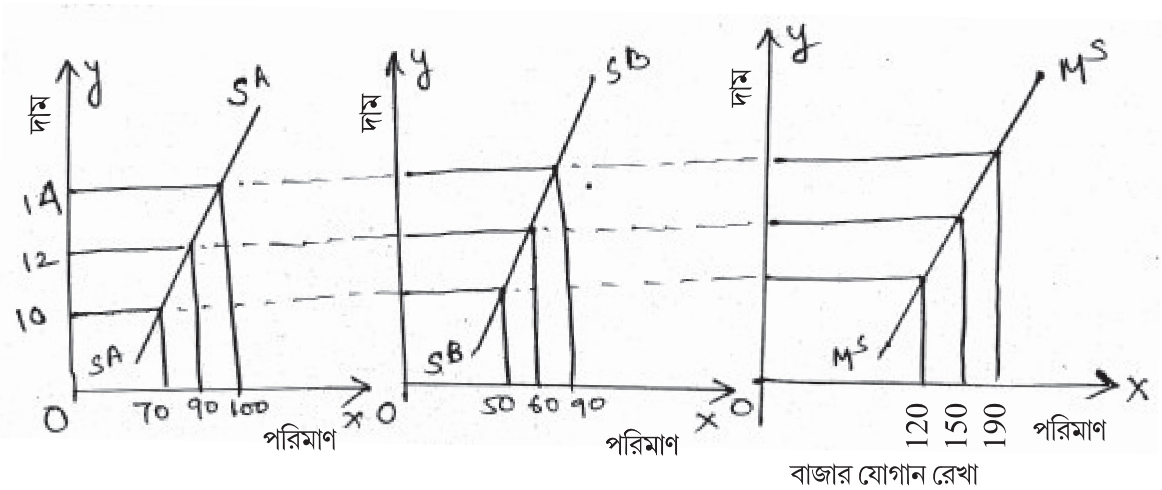
3.20 বাজার যোগান :

একটি নির্দিষ্ট দামে বাজরের সমস্ত বিক্রেতা/ফার্ম কোন পণ্যের মোট যে পরিমাণ বিক্রয় করতে ইচ্ছুক থাকে তাকে বলে বাজার যোগান।

একটি নির্দিষ্ট সময়ে বিভিন্ন দামে বাজারের সমস্ত ফার্ম/উৎপাদক কোন পণ্যের মোট যে বিভিন্ন পরিমাণে বিক্রয় করতে ইচ্ছুক থাকে তাকে বলে বাজার যোগান তালিকা।

বাজার যোগান তালিকাকে লৈখিক চিত্রাকারে প্রকাশ করলে যে ধনাত্মক রেখা পাওয়া যায় তাকে বলে বাজার যোগান রেখা।

পণ্যের দাম (₹/U)	ফার্মের যোগন (Units)	ফার্মের যোগন (Units)	বাজার যোগন (Units)
10	70	50	120
12	90	60	150
14	100	90	190



বাজার যোগান রেখা

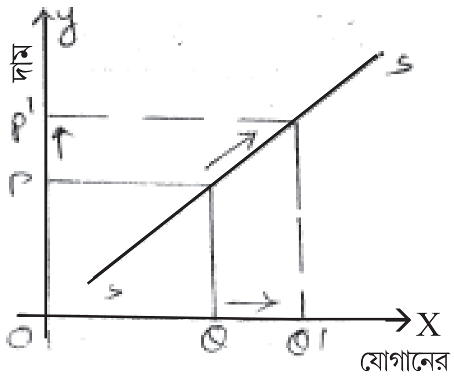
3.21 যোগানের পরিমাণে পরিবর্তন (Change in Quantity Supplied) :

অন্যান্য বিষয় স্থির থেকে যখন শুধুমাত্র দামের পরিবর্তনে কোন পণ্যের যোগানের পরিবর্তন হয় তাকে বলে যোগানের পরিমাণে পরিবর্তন। তখন যোগান রেখা বরাবর স্থান পরিবর্তন হয়।

ইহা দুই প্রকার :

যোগানের পরিমাণে বৃদ্ধি

- অন্যান্য বিষয় স্থির থেকে যদি কোনো পণ্যের দাম বৃদ্ধির সাথে সাথে যোগান বৃদ্ধি পায় তবে তাকে বলে যোগানের পরিমাণে বৃদ্ধি।
- তখন যোগান রেখা বরাবর উপরের দিকে স্থান পরিবর্তন হয়।

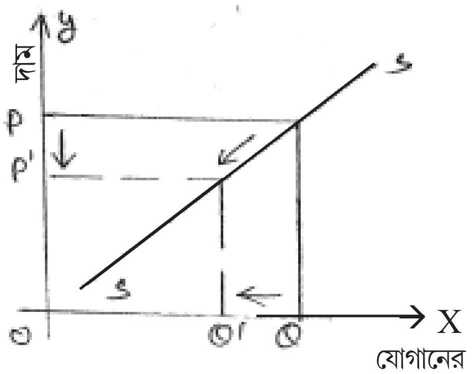


x পণ্যের দাম (₹/U)	যোগান (Units)
10	100
12	130

- এর কারণ হল দাম বৃদ্ধি

যোগানের পরিমাণে হ্রাস

- অন্যান্য বিষয় স্থির থেকে যদি কোনো পণ্যের দাম হ্রাসের ফলে ঐ পণ্যের যোগান হ্রাস পায়, তবে তাকে বলে যোগানের পরিমাণে হ্রাস
- তখন যোগান রেখা বরাবর নীচের দিকে স্থান পরিবর্তন হয়।



x পণ্যের দাম (₹./U)	যোগান (Units)
10	100
8	80

- এর কারণ হল দাম হ্রাস

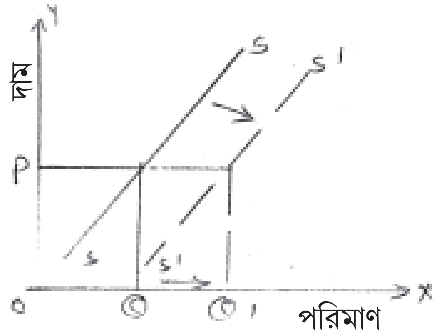
3.22 যোগানের পরিবর্তন (Change in Supply) :

যখন দাম স্থির থেকে অন্যান্য বিষয়ের পরিবর্তনের জন্য কোন পণ্যের যোগানের পরিবর্তন হয় তাকে বলে যোগানের পরিবর্তন। তখন যোগানের রেখার স্থান পরিবর্তন হয়।

ইহা দুই প্রকার :

যোগান বৃদ্ধি	যোগান হ্রাস
● যখন দাম স্থির থেকে অন্যান্য বিষয়ের পরিবর্তনের ফলে কোন পণ্যের যোগানের বৃদ্ধি পায় তাকে বলে যোগান বৃদ্ধি।	● যখন দাম স্থির থেকে অন্যান্য বিষয়ের পরিবর্তনের ফলে কোন পণ্যের যোগানের হ্রাস পায় তাকে বলে যোগান হ্রাস।

- তখন যোগান রেখা ডানদিকে স্থানান্তরিত হয়।



x পণ্যের দাম (₹/U)	যোগান (Units)
10	100
10	120

- **এর কারণ হল**

a) উপকরণের দাম হ্রাস

b) সরকারি কর হার হ্রাস ও ভতুর্কির পরিমাণ বৃদ্ধি

c) উন্নত প্রযুক্তির ব্যবহার

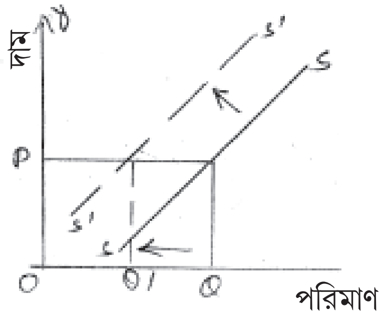
d) ফার্মের বিক্রয় সর্বাধিকরণের লক্ষ্য

e) ফার্মের সংখ্যা বৃদ্ধি

f) ভবিষ্যতে দাম হ্রাসের সম্ভাবনা

g) পরিবর্ত পণ্যের দাম হ্রাস

- তখন যোগান রেখা বাদিকে স্থানান্তরিত হয়।



x পণ্যের দাম (₹./U)	যোগান (Units)
10	100
10	80

→ X

- **এর কারণ হল**

a) উপকরণের দাম বৃদ্ধি

b) সরকারি কর হার বৃদ্ধি ও ভতুর্কির পরিমাণ হ্রাস

c) অনুন্নত প্রযুক্তির ব্যবহার

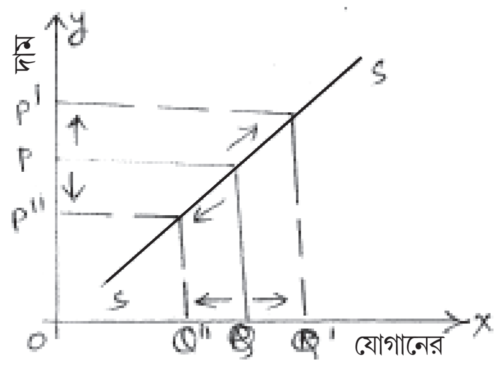
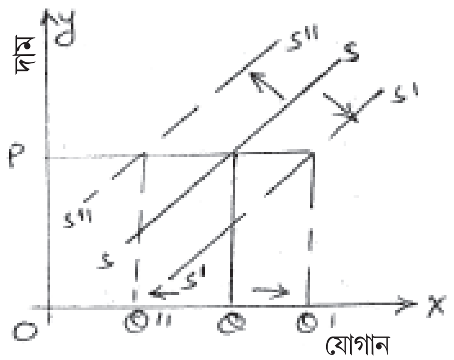
d) ফার্মের মুনাফা সর্বাধিকরণের লক্ষ্য

e) ফার্মের সংখ্যা হ্রাস

f) ভবিষ্যতে দাম বৃদ্ধির সম্ভাবনা

g) পরিবর্ত পণ্যের দাম বৃদ্ধি

যোগানের পরিমাণে পরিবর্তন	**যোগানের পরিবর্তন**
1) যখন শুধুমাত্র দামের পরিবর্তনে যোগান পরিবর্তন ঘটে, তাকে বলে যোগানের পরিমাণ পরিবর্তন।	1) যখন দাম বাদে অন্যান্য বিষয়ের পরিবর্তনে যোগানের পরিবর্তন ঘটে, তাকে বলে যোগানের পরিবর্তন।
2) তখন যোগান রেখা বরাবর উপরে বা নীচের দিকে স্থান পরিবর্তন হয়।	2) তখন যোগান রেখা বাদিকে বা ডানদিকে স্থানান্তর হয়।

	
3) ইহা দুই প্রকার— যোগানের পরিমাণে বৃদ্ধি ও যোগানের পরিমাণে হ্রাস । 4) এর কারণ হল— দামের পরিবর্তন	3) ইহা দুই প্রকার— যোগানের বৃদ্ধি ও যোগানের হ্রাস। 4) এর কারণগুলো হল— উপকরণের দামের পরিবর্তন, সরকারি কর হার পরিবর্তন, প্রযুক্তির পরিবর্তন, ফার্মের লক্ষ্যের পরিবর্তন, ফার্মের সংখ্যার পরিবর্তন, ভবিষ্যতে দাম পরিবর্তনের সম্ভাবনা, সংশ্লিষ্ট পণ্যের দামের পরিবর্তন

3.23 যোগানের দামগত স্থিতিস্থাপকতা (Price clasticity Supply–E^s) :

কোনো পণ্যের দামের পরিবর্তনের সাথে তার যোগানের পরিবর্তনের হারকে বলে যোগানের দামগত স্থিতিস্থাপকতা (E^s)। অন্যভাবে বলা যায়, কোনো পণ্যের যোগানের পরিবর্তনের হার ও তার দামের পরিবর্তনের হারের অনুপাতই হল যোগানের দামগত স্থিতিস্থাপকতা। গাণিতিকভাবে তা দুইভাবে প্রকাশ করা যায়—

a) **অনুপাত পদ্ধতিতে—**

$$\text{যোগানের স্থিতিস্থাপকতা } (E^s) = \frac{\text{যোগানের পরিমানের আনুপাতিক পরিবর্তন}}{\text{দামের আনুপাতিক পরিবর্তন}}$$

$$= \frac{\frac{\Delta Q}{Q}}{\frac{\Delta P}{P}}$$

$$= \frac{\Delta Q}{Q} \times \frac{P}{\Delta P}$$

$$= \frac{\Delta Q}{\Delta P} \cdot \frac{P}{Q}$$

যেখানে,

P = প্রাথমিক দাম

Q = প্রাথমিক যোগানের পরিমাণ

ΔP = দামের পরির্তনের পরিমাণ

ΔQ = যোগানের পরিবর্তনের পরিমাণ

b) **শতকরা পদ্ধতিতে—**

যোগানের স্থিতিস্থাপকতা (E^s) = $\dfrac{\text{যোগানের শতকরা পরিবর্তনের হার}}{\text{দামের শতকরা পরিবর্তনের হার}}$

$$= \frac{\frac{\Delta Q}{Q} \times 100\%}{\frac{\Delta P}{P} \times 100\%}$$

3.24 যোগানের স্থিতিস্থাপকতার নির্ধারক বিষয়সমূহ :

a) **দ্রব্যের প্রকৃতি :** সাধারণত কম স্থায়িত্বের পণ্যের ক্ষেত্রে যোগানের স্থিতিস্থাপকতা অস্থিতিস্থাপক হয় কারণ ঐসব পণ্য বেশিদিন মজুত করা যায় না, তাই উৎপাদক যে-কোনো দামে তা বিক্রয় করতে প্রস্তুত থাকে। যেমন— মাছ, সব্জি, দুধ ইত্যাদি। অন্যদিকে দীর্ঘদিনের স্থায়িত্ব সম্পন্ন পণ্যের ক্ষেত্রে যোগান স্থিতিস্থাপক হয়। যেমন— টিভি, ফ্রিজ ইত্যাদি।

b) **সময় মেয়াদ :** কোনো পণ্যের উৎপাদন প্রক্রিয়ায় যত বেশি সময় লাগে তার যোগান তত বেশি স্থিতিস্থাপক হয়। কারণ দীর্ঘসময়ে উৎপাদক সহজেই দামের পরিবর্তনে তার যোগানের পরিবর্তন করতে পারে।

c) **উৎপাদনের কৌশল :** কোনো পণ্যের উৎপাদনে যত বেশি সরল উৎপাদন কৌশল ব্যবহার করা হয়— তার যোগান তত বেশি স্থিতিস্থাপক হয়। কারণ জটিল উৎপাদন প্রক্রিয়াতে দামের পরিবর্তনে সহজে উৎপাদন পরিবর্তন সম্ভব হয় না। তাই সরল উৎপাদন পদ্ধতিতে স্থিতিস্থাপকতা জটিল উৎপাদন পদ্ধতির তুলনায় বেশি হয়।

d) **সীমাবদ্ধ যোগান :** যেসব পণ্যের যোগান সীমিত বা পুনরায় উৎপাদন সম্ভব নয় বা নীলামজাত পণ্যের ক্ষেত্রে যোগান সম্পূর্ণ অস্থিতিস্থাপক হয়। কারণ দামের পরিবর্তনের ফলে তখন যোগান পরিবর্তন সম্ভব হয় না।

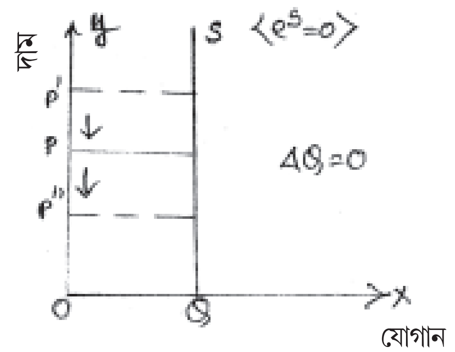
e) **উপাদানের যোগান :** কোনো পণ্যের উৎপাদনের উপকরণের যোগান যত বেশি হবে, যোগানের স্থিতিস্থাপকতা তত বেশি হবে এবং এর বিপরীত কথাটিও সত্য। কারণ উপকরণের সহজলভ্যতা বেশি হলে সহজেই উৎপাদনের পরিবর্তন সম্ভব হয়।

3.25 যোগানের স্থিতিস্থাপকতার মাত্রা সমূহ :

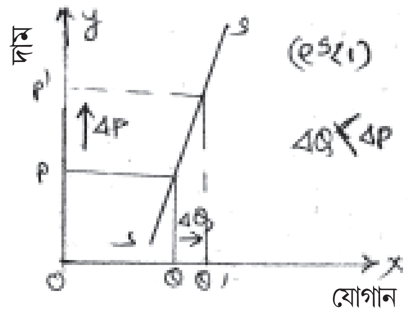
যোগান স্থিতিস্থাপকতার মানের সীমা হচ্ছে শূণ্য (০) হতে অসীম (α) পর্যন্ত। $o \le e^s \le \alpha$

এই সীমার মধ্যে স্থিতিস্থাপকাতর পাঁচটি মাত্রা রয়েছে যা নীচে ব্যাখ্যা করা হলো—

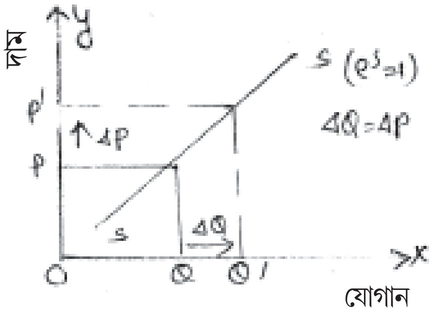
a) **সম্পূর্ণ অস্থিতিস্থাপক যোগান ($e^s = o$) :** দামের পরিবর্তনে যদি যোগানের পরিবর্তন শূন্য হয় তাকে বলে সম্পূর্ণ অস্থিতিস্থাপক যোগান। উদাহরণ : নিলামজাত পণ্য। তখন যোগান রেখা উল্লম্ব রেখার সমান্তরাল হয়।



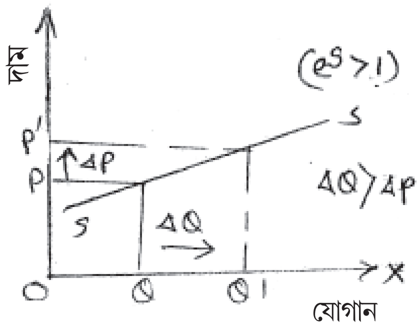
b) **অস্থিতিস্থাপক যোগান ($e^s < 1$) :** যদি কোনো পণ্যের দামের পরিবর্তনের হারের চেয়ে যোগানের পরিবর্তনের হার কম হয় তবে তাকে বলে অস্থিতিস্থাপক যোগান। যেমন— কৃষিজাত পণ্য, পচনশীল পণ্য।



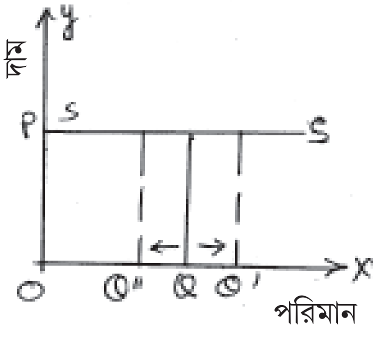
c) **একক স্থিতিস্থাপক যোগান ($e^s = 1$) :** যদি কোনো পণ্যের দামের পরিবর্তনের হার এর সাথে ঐ পণ্যের যোগানের পরিবর্তনের হার. সমান হয় তাকে বলে একক স্থিতিস্থাপক যোগান। তখন যোগান রেখার ঢাল 45° হয়।



d) **স্থিতিস্থাপক যোগান ($e^s > 1$) :** যদি কোনো পণ্যের দামের পরিবর্তনের হারের চেয়ে ঐ পণ্যের যোগানের পরিবর্তনের হার বেশি হয় তাকে বলে স্থিতিস্থাপক যোগান। যেমন : দীর্ঘস্থায়ী পণ্য যেমন--- টিভি ইত্যাদি।



e) **সম্পূর্ণ স্থিতিস্থাপক যোগান ($e^s = \alpha$) :** যদি কোনো পণ্যের দাম স্থির থেকে যোগানের পরিবর্তন ঘটে তবে তাকে বলে সম্পূর্ণ স্থিতিস্থাপক যোগান। তখন যোগান রেখা x অক্ষের সমান্তরাল হয়। বাস্তবে সম্পূর্ণ স্থিতিস্থাপক যোগন রয়েছে এমন পণ্য পাওয়া যায় না।



গাণিতক উদাহরণ

1. কোনো পণ্যের দাম 10 টাকা / একক হতে বৃদ্ধি পেয়ে 15 টাকা / একক হওয়ায় তার যোগান 50 একক হতে বৃদ্ধি পেয়ে 100 একক হয়। তবে যোগান স্থিতিস্থাপকতা (e^s) নির্ণয় করো।

→ সমাধান : প্রাথমিক দাম (P) = 10 । দামের পরিবর্তন (ΔP) = 15 – 10 = 5

প্রাথমিক যোগান = 50, $\therefore$ যোগানের পরিবর্তন (ΔQ) = 100 – 50 = 50

$\therefore$ যোগান স্থিতিস্থাপকতা (e^s) = $\dfrac{\Delta Q}{\Delta P}\times\dfrac{P}{Q}=\dfrac{50}{5}\times\dfrac{10}{50}=2$

($\therefore e^s>1$, তাই যোগান স্থিতিস্থাপক)

2. কোনো পণ্যের দাম একক প্রতি 5 টাকা হ্রাস পাওয়ায় যোগান 100 হতে 50 একককে হ্রাস পায়। যোগান স্থিতিস্থাপকতা নির্ণয় করো, যখন প্রাথমিক দাম 15 টাকা প্রতি একক।

→ সমাধান : এক্ষেত্রে, $\Delta P = 5, Q = 100, \Delta Q = 100 - 50 = 50, P = 15$

$\therefore e^s = \dfrac{\Delta Q}{\Delta P}\cdot\dfrac{P}{Q}=\dfrac{50}{5}\times\dfrac{10}{100}=1\cdot 5$ (স্থিতিস্থাপক যোগান)

3. কোনো পণ্যের দাম 5% বৃদ্ধি পাওয়ায় তার যোগান 10% বৃদ্ধি পেলে যোগান স্থিতিস্থাপকতা নির্ণয় করো।

$\therefore e^s = \dfrac{\text{যোগানের শতকরা পরিবর্তন}}{\text{দামের শতকরা পরিবর্তন}} = \dfrac{10\%}{5\%} = 2$ (স্থিতিস্থাপক যোগান)

4. কোনো পণ্যের দাম 10% বৃদ্ধি পাওয়ায় তার যোগান 100 একক হতে বৃদ্ধি পেয়ে 120 একক হয় তবে যোগান স্থিতিস্থাপকতা নির্ণয় করো।

→ সমাধান : এক্ষেত্রে, Q = 100, $\therefore$ ΔQ = 120 – 100 = 20

$\therefore$ যোগানের শতকরা পরিবর্তন $=\dfrac{\Delta Q}{Q}\times 100\% = \dfrac{20}{100}\times 100\% = 20\%$

$\therefore e^s = \dfrac{\text{যোগানের শতকরা পরিবর্তন}}{\text{দামের শতকরা পরিবর্তন}} = \dfrac{20\%}{10\%} = 2$

5. যখন কোনো পণ্যের দাম 10 টাকা/একক হতে হ্রাস পেয়ে 8 টাকা / একক হয়, তখন যদি তার যোগান 500 একক হ্রাস পায়, তবে প্রাথমিক যোগান ও হ্রাস প্রাপ্ত দামে যোগান কত হবে? যদি e^s = 2 হয়।

→ সমাধান : $e^s = 2$

অথবা, $\dfrac{\Delta Q}{\Delta P}\cdot\dfrac{P}{Q}=2$

অথবা, $\dfrac{50}{2}\cdot\dfrac{10}{Q}=2$

$\therefore$ Q = 1250 প্রাথমিক যোগান

$\therefore$ হ্রাস প্রাপ্ত দামে যোগান = 1250 – 500 = 750 একক

এক নজরে বিভিন্ন সূত্রাবলি :

→ **উৎপাদন (Production)**

1. মোট উৎপাদন (TP) = গড় উৎপাদন (AP) × শ্রমের পরিমাণ (Q_L)

2. $AP = \frac{TP}{Q_L}$

3. $MP = TP_n - TP_{n-1}$ (MP = প্রান্তিক যোগান)

→ **ব্যয় (Cost)**

1. $TC = FC + VC$
2. $AC = \frac{TC}{Q}$
3. $AFC = \frac{FC}{Q}$
4. $AVC = \frac{VC}{Q}$
5. $AC = AFC + AVC$
6. $MC = VC_n - VC_{n-1}$
7. $VC = \Sigma MC$

TC = মোট ব্যয়
FC = স্থির ব্যয়
VC = পরিবর্তনশীল ব্যয়
AFC = গড় স্থির ব্যয়
AVC = গড় পরিবর্তনশীল ব্যয়
Q = উৎপাদনের পরিমাণ
AC = গড় ব্যয়
MC = প্রান্তিক ব্যয়

→ **আয় (Revenue)**

1. $TR = P \times Q$
2. $TR = AR \times Q$
3. $AR = \frac{TR}{Q}$
4. $MR = TR_n - TR_{n-1}$
5. $TR = \Sigma MR$

TR = মোট আয়
P = একক প্রতি দাম
Q = বিক্রয়ের পরিমাণ
AR = গড় আয়
MR = প্রান্তিক আয়

→ **যোগান স্থিতিস্থাপকতা (E^s)**

1. $E^s = \frac{\Delta Q}{\Delta P} \cdot \frac{P}{Q}$

$$E^s = \frac{\frac{\Delta Q}{Q} \times 100\%}{\frac{\Delta P}{P} \times 100\%}$$

P = প্রাথমিক দাম
Q = প্রাথমিক যোগান
ΔP = দামের পরিবর্তন
ΔQ = যোগানের পরিবর্তন

অনুশীলনী

সত্য/মিথ্যা লিখো :

1. যখন MP হ্রাস পায়, AP ও হ্রাস পায়।
2. গড় ব্যয় (AP) ও প্রান্তিক ব্যয় (MP) উভয়ই ঋণাত্মক হতে পারে।
3. দীর্ঘকালে সব উৎপাদনের উপকরণই পরিবর্তনশীল হয়।
4. "পরিবর্তনশীল অনুপাত বিধি"-তে উপকরণের অনুপাত পরিবর্তন ঘটে
5. প্রান্তিক উৎপাদন (MP) রেখা গড় উৎপাদন (AP) রেখার উপর দিকে ছেদ করে।
6. "পরিবর্তনশীল অনুপাত বিধি" টি দীর্ঘকালে কার্যকর হয়।
7. যখন TP স্থির থাকে, AP হ্রাস পায়।
8. উৎপাদন অপেক্ষক কারিগরি কৌশলের উপর নির্ভর করে না।
9. উৎপাদন বৃদ্ধির সাথে সাথে মোট ব্যয় (TC) ও মোট পরিবর্তনশীল ব্যয় (TVC) এর দূরত্ব বৃদ্ধি পায়।
10. উৎপাদন শূন্য হলেও মোট স্থির ব্যয় (TFC) একই থাকে।
11. উৎপাদন শূন্য স্তরে থাকলে স্থির ব্যয়, পরিবর্তনশীল ব্যয় হতে বেশি হয়।
12. মোট ব্যয় হল স্থির ও পরিবর্তনশীল ব্যয় এর সমষ্টি।
13. প্রান্তিক ব্যয় স্থির ব্যয় দ্বারা প্রভাবিত হয় না।
14. মোট ব্যয় ও স্থির ব্যয় রেখা উভয়ই একই বিন্দু হতে শুরু হয়।
15. প্রান্তিক ব্যয় বৃদ্ধি পেলে, গড় ব্যয়ও বৃদ্ধি পায়।
16. গড় স্থির ব্যয় রেখা 'U' আকৃতির হয়।
17. গড় আয় (AR) ও দাম একই বিষয়।
18. প্রান্তিক আয় (MR) ঋণাত্মক হতে পারে না।
19. মোট আয় (TR) হল, প্রান্তিক আয়ের যোগফল।
20. যখন TR সর্বোচ্চ হয়, MRও তখন সর্বোচ্চ থাকে।
21. যখন TR স্থির থাকে, AR হ্রাস পায়।
22. MR কখনো শূন্য হতে পারে না।
23. যখন MR হ্রাস পেতে থাকে কিন্তু ধনাত্মক থাকে, তখন TRও হ্রাস পেতে থাকে।
24. ফার্মের সংখ্যা বৃদ্ধি পেলে যোগান বৃদ্ধি পায়।

25. একটি স্বল্প ব্যয় যুক্ত প্রযুক্তি যোগান রেখাকে বাদিকে স্থানান্তরিত করে।

26. দাম বাদে অন্যান্য বিষয়ের পরিবর্তন এর জন্য যোগানের পরিমাণে হ্রাস (Contraction of Supply) ঘটে।

27. LIMCA এর দাম বৃদ্ধিতে, COKE এর যোগান হ্রাস পেতে পারে।

28. যখন যোগান রেখা মূলবিন্দুর সাথে 45° কোণ সৃষ্টি করলে, যোগান স্থিতিস্থাপকতার মান হবে 1।

29. সম্পূর্ণ স্থিতিস্থাপক যোগানের ক্ষেত্রে যোগান রেখা উল্লম্ব আকৃতির হয়।

সঠিক উত্তর নির্বাচন করো :

1. যখন প্রান্তিক উৎপাদন (MP) শূন্য হয়, তখন মোট উৎপাদন —

   a) বৃদ্ধি পায় b) সর্বোচ্চ হয় c) হ্রাস পায় d) কোনটিই নয়

2. যখন গড় উৎপাদনে বৃদ্ধি পায়, MP তখন —

   a) AP এর চেয়ে কম থাকে b) AP এর সমান c) AP এর চেয়ে বেশি d) কোনটিই নয়।

3. যখন MP > AP—

   a) AP বৃদ্ধি পায় b) AP হ্রাস পায় c) AP স্থির থাকে d) কোনটিই নয়।

4. যখন AP সর্বোচ্চ হয়, তখন —

   a) MP=AP b) MP=TP c) MP=0 d) MP=1।

5. AP ও MP রেখা দুইটি সাধারণ—

   a) ‘U’ আকৃতির b) উল্টানো ‘U’ আকৃতির c) উর্ধ্বমুখী d) নিম্নমুখী

6. যখন MP বৃদ্ধি পায়, TP তখন —

   a) হ্রাস পায় b) বৃদ্ধি পায় c) বৃদ্ধি বা হ্রাস হতে পারে d) ধ্রুবক থাকে।

7. নীচের কোন রেখা y দুটি অক্ষের একই বিন্দু হতে শুরু হয়—

   a) TVC, TFC b) TFC, AVC c) TFC, TC d) TFC, AFC।

8. নীচের কোনটি FC দ্বারা প্রভাবিত হয় না—

   a) MC b) TC c) AC d) AFC

9. MC (প্রান্তিক ব্যয়) সরাসরি নির্ণয় করা যায় —

   a) FC হতে b) VC হতে c) AC হতে d) AFC হতে

10. AC, AVC ও MC রেখার ‘U’ আকৃতির কারণ হল—

    a) ক্রমহ্রাসমান প্রান্তিক উপযোগ বিধি b) ক্রমহ্রাসমান প্রতিদান বিধি

    c) পরিবর্তনশীল অনুপাত বিধি d) কোনটিই নয়

11. যখন গড় ব্যয় (AC) বৃদ্ধি পায়—

a) MC = AC হয় b) MC > AC হয় c) MC < AC হয় d) MC স্থির থাকে।

12. গড় স্থির ব্যয় (AFC) রেখা স্পর্শ করে—

a) x-অক্ষকে b) y-অক্ষকে c) (a) ও (b) উভয়ই d) (a) বা (b) কোনটিই নয়

13. উৎপাদন বৃদ্ধির সাথে সাথে কোন ব্যয়টি বৃদ্ধি পায়—

a) গড় ব্যয় b) প্রান্তিক ব্যয় (MC) c) পরিবর্তনশীল ব্যয় (VC) d) স্থির ব্যয় (FC)।

14. নীচের কোনটি সত্য—

a) ATC = AFC – AVC b) AVC = AFC + ATC

c) AFC = ATC + AVC d) AFC = ATC – AVC

15. নীচের কোনটি কখনো শূন্য হবে না?

a) গড় ব্যয় স্থির (AFC) b) গড় পরিবর্তনশীল ব্যয় (AVC)

c) পরিবর্তনশীল ব্যয় (VC) d) কোনটিই নয়।

16. যখন প্রান্তিক আয় (MR) ধনাত্মক তখন মোট আয় (TR) —

a) বৃদ্ধি পায় b) হ্রাস পায় c) সর্বোচ্চ থাকে d) কোনটিই নয়।

17. যদি 20000 একক বিক্রয় করে মোট আয় (TR) = 100000 টাকা হয় তবে AR= ?—

a) 10000 b) 20000 c) 5 d) 120000

18. গড় আয় (AR) =

a) মোট রেভিনিও ÷ বিক্রয়ের পরিমাণ b) দাম c) (a) ও (b) উভয়ই d) (a) বা (b) কোনটিই নয়

19. বাজারে যোগানকে প্রভাবিত করে—

a) প্রযুক্তিগত অবস্থা b) ফার্মের সংখ্যা c) সরকারি নীতি d) সবগুলোই

20. যোগান রেখা বাদিকে স্থানান্তরের কারণ —

a) দাম বৃদ্ধি b) দাম হ্রাস c) উপকরণের দাম হ্রাস d) কোনটিই নয়।

21. যোগানের রেখা বরাবর উর্ধ্বমুখী স্থানান্তরের কারণ হল —

a) দাম বৃদ্ধি b) দাম হ্রাস c) উপকরণের দাম বৃদ্ধি d) কোনটিই নয়।

22. যোগানের পরিমাণে পরিবর্তনের কারণ হল—

a) দামের পরিবর্তন b) দাম বাদে অন্যান্য বিষয়ের পরিবর্তন

c) (a) ও (b) উভয়ই d) (a) বা (b) কোনটিই নয়

23. সম্পূর্ণ অস্থিতিস্থাপক যোগানের ক্ষেত্রে যোগান রেখা—

a) x অক্ষের সমান্তরাল হয় b) y অক্ষের সমান্তরাল হয়

c) মূল বিন্দুর সাথে 45° কোণ হয় d) কোনটিই নয়

24. সম্পূর্ণ স্থিতিস্থাপক যোগানের ক্ষেত্রে যোগান রেখার ঢাল হয় (x অক্ষের সাথে) —

a) 90° b) 45° c) 0° d) 80°

25. যোগান হ্রাসের কারণ হল—

a) দাম হ্রাস b) উপকরণের দাম বৃদ্ধি c) দাম বৃদ্ধি d) কোনটিই নয়।

অতি সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্ন : (প্রতিটি প্রশ্নের মান 1)

1. গড় উৎপাদন শূণ্য বা ঋণাত্মক হতে পারে কি?
2. প্রান্তিক উৎপাদন (MP) শূন্য বা ঋণাত্মক হতে পারে কি?
3. TP, AP ও MP রেখার সাধারণ আকৃতি কিরূপ।
4. স্বল্পকালীন উৎপাদন অপেক্ষক কি?
5. দীর্ঘকালীন উৎপাদন অপেক্ষক কি?
6. বাহ্যিক ব্যয় কি?
7. অন্তর্নিহিত ব্যয় (implicit cost) কি?
8. প্রান্তিক ব্যয়ের সাথে স্থির ব্যয় এর কি সম্পর্ক রয়েছে?
9. যখন উৎপাদন বৃদ্ধি পায়, গড় স্থির ব্যয় (AFC) তে কি পরিবর্তন হয়?
10. প্রান্তিক আয় শূন্য বা ঋণাত্মক হতে পারে কি?
11. যখন MR=0, TR কি হয়?
12. যোগান রেখার আকৃতি কিরূপ হয়?
13. দাম অপরিবর্তীত থেকে কখন যোগান হ্রাস পায়?
14. যোগান হ্রাসের একটি কারণ লিখ।
15. কখন কোন পণ্যের যোগানকে স্থিতিস্থাপক বলা হয়?

সংক্ষিপ্ত উত্তর দাও : (প্রতিটি প্রশ্নের মান 3/4)

1. মোট উৎপাদন (TP), গড় উৎপাদন (AP) ও প্রান্তিক উৎপাদন (MP) এর মধ্যে সম্পর্ক লিখো।
2. স্থির ও পরিবর্তনশীল উপকরণের মধ্যে পার্থক্য লিখো।
3. পার্থক্য লিখো : একটি উপকরণের প্রতিদান ও মাত্রা বৃদ্ধির প্রতিদান।

4. স্বল্পকালীন ও দীর্ঘকালীন উৎপাদন অপেক্ষকের ধারণাটি ব্যাখ্যা করো।
5. পার্থক্য লিখো : স্থির ব্যয় ও পরিবর্তনশীল ব্যয়
6. পার্থক্য লিখো : বাহ্যিক ব্যয় ও অন্তর্নিহীত ব্যয়।
7. উৎপাদন বৃদ্ধির সাথে সাথে কেন গড় স্থির ব্যয় হ্রাস পায়?
8. উৎপাদন বৃদ্ধির সাথে সাথে গড় ব্যয় ও গড় পরিবর্তনশীল ব্যয় এর দূরত্ব কেন হ্রাস পায়।
9. প্রান্তিক ব্যয় ও গড় ব্যয় এর মধ্যে সম্পর্ক লিখো।
10. প্রান্তিক ব্যয় ও গড় পরিবর্তনশীল ব্যয় এর মধ্যে সম্পর্ক লিখো।
11. মোট আয়, গড় আয় ও প্রান্তিক আয় এর মধ্যে সম্পর্ক লিখো।
12. গড় আয় কেন দামের সমান হয়?
13. পার্থক্য লিখো : মজুত ও যোগান।
14. কোন পণ্যের যোগানের নির্ধারক দুটি বিষয় ব্যাখ্যা করো।
15. পার্থক্য লিখো : যোগান হ্রাস ও যোগানের পরিমাণে হ্রাস।
16. পার্থক্য লিখো : যোগান বৃদ্ধি ও যোগানের পরিমাণে বৃদ্ধি।
17. যোগানের পরিবর্তনের কারণগুলো লিখো।
18 যোগানের হ্রাসের কারণগুলো লিখো।
19 কোনো পণ্যের যোগানে সরকারি নীতি কি প্রভাব ফেলে?
20. যোগান স্থিতিস্থাপকতা নির্ধারণের বিষয়গুলো ব্যাখ্যা করো।
21. যোগানের সূত্রটি কি? এর দুটি ব্যতিক্রম উল্লেখ করো।
22. যোগান স্থিতিস্থাপকতা কি? যোগান স্থিতিস্থাপকতা নির্ধারণের আনুপাতিক পদ্ধতিটি ব্যাখ্যা করো।

দীর্ঘ উত্তরধর্মী প্রশ্ন: (প্রতিটি প্রশ্নের মান 6)

1. পরিবর্তনীয় অনুপাত বিধিটি ব্যাখ্যা করো (চিত্র ও সারণিসহ)
2. একটি চিত্রে গড় পরিবর্তনীয় ব্যয় (AVC), গড় ব্যয় (AC) ও প্রান্তিক ব্যয় (MC) রেখা অংকন করো। এবার MC রেখার সাথে AVC ও AC রেখার সম্পর্ক লিখো।
3. যোগানের দামগত স্থিতিস্থাপকতার বিভিন্ন মাত্রাগুলো সংক্ষেপে ব্যাখ্যা করো।
4. কোনো পণ্যের যোগান নির্ধারক বিষয়গুলো ব্যাখ্যা করো।
5. যোগানের পরিবর্তন কি ও কয় প্রকার? উদাহরণ ও চিত্রসহ ব্যাখ্যা করো।
6. যোগানের পরিমাণে পরিবর্তন কি ও কত প্রকার? উদাহরণ ও চিত্রসহ ব্যাখ্যা করো।

গাণিতিক প্রশ্নাবলি : (প্রতিটি প্রশ্নের মান 3/4)

<u>উৎপাদন</u>

1. নীচের সারণি হতে গড় উৎপাদন (AP) ও প্রান্তিক উৎপাদন (MP) নির্ণয় করো—

শ্রম (একক)	:	1	2	3	4	5	6
মোট উৎপাদন (একক)	:	8	16	24	29	29	25

2. মোট উ ৎপাদন (TP) ও গড় উৎপাদন (AP) নির্ণয় করো—

শ্রম	:	1	2	3	4	5
MP	:	10	11	10	9	8

3. TP ও MP নির্ণয় করো—

শ্রম	:	1	2	3	4	5
AP	:	50	45	40	35	30

4. নীচের সারণি হতে পরিবর্তনশীল অনুপাত বিধির বিভিন্ন স্তরগুলো নির্ণয় করো—

a)	শ্রম :	:	0	1	2	3	4	5	6
	TP	:	0	10	28	45	52	52	48
b)	শ্রম	:	1	2	3	4	5		
	TP	:	20	50	70	80	60		

<u>ব্যয়</u>

5. নীচের সারণি হতে স্থির ব্যয় (FC) ও পরিবর্তনশীল ব্যয় (VC) নির্ণয় করো।—

উৎপাদন (Units)	:	0	1	2	3	4	5
মোট ব্যয় (₹)	:	40	100	120	130	150	190

6. মোট ব্যয় (TC) নির্ণয় করো, যখন স্থির ব্যয় = Rs. 60 (শূন্য উৎপাদন স্তরে)

উৎপাদন	:	0	1	2	3	4	5
গড় পরিবর্তনশীল ব্যয়	:	0	16	22	29	42	48

7. গড় পরিবর্তনশীল ব্যয় (AVC) ও প্রান্তিক ব্যয় নির্ণয় করো :

উৎপাদন	:	0	1	2	3	4
গড় পরিবর্তনশীল ব্যয়	:	100	160	212	280	356

8. স্থির ব্যয়, পরিবর্তনশীল ব্যয়, গড় স্থির ব্যয়, গড় পরিবর্তনশীল ব্যয় ও প্রান্তিক ব্যয় নির্ণয় করো।—

উৎপাদন	:	0	1	2	3	4	5	6
মোট ব্যয়	:	120	150	170	186	200	220	270

9. যদি, স্থির ব্যয় = ₹ 20 হয় তবে TVC ও TC নির্ণয় করো :

উৎপাদন	:	1	2	3
প্রান্তিক ব্যয়	:	10	15	25

10. প্রান্তিক ব্যয় (MC) নির্ণয় করো।—

উৎপাদন	:	1	2	3	4	5	6
গড় ব্যয়	:	60	40	30	26.25	28	35

11. যদি স্থির ব্যয় = ₹ 400 হয়, তবে মোট ব্যয়, পরিবর্তনশীল ব্যয়, গড় স্থির ব্যয়, গড় পরিবর্তনশীল ব্যয় ও গড় ব্যয় নির্ণয় করো।—

উৎপাদন	:	1	2	3	4	5	6
প্রান্তিক ব্যয়	:	150	110	130	150	210	310

12. প্রান্তিক ব্যয় নির্ণয় করো।—

উৎপাদন	:	1	2	3	4	5	6
গড় পরিবর্তনশীল ব্যয়	:	13	11	10	10	11	12

আয়

13. মোট আয় (TR), গড় আয় (AR) ও প্রান্তিক আয় (MR) নির্ণয় করো :

বিক্রয়ের পরিমাণ	:	1	2	3	4
দাম (₹)	:	5	4	3	2

14. মোট ও প্রান্তিক আয় নির্ণয় করো :

বিক্রয়ের পরিমাণ	:	1	2	3	4	5	6
গড় আয় (AR.)	:	25	23	21	19	18	15

15. মোট ও গড় আয় নির্ণয় করো :

বিক্রয়ের পরিমাণ	:	0	1	2	3	4	5	6	7
প্রান্তিক আয় (₹.)	:	–	14	10	7	5	0	–3	–5

16. নীচের সারণিটি পূর্ণ করো :

উৎপাদন	:	1	2	3	4	5
গড় আয়	:	10	–	8	–	–
প্রান্তিক আয়	:	10	8	–	0	–
মোট আয়	:	10	–	–	–	20

17. নীচের সারণিটি পূর্ণ করো :

দাম	:	7	–	–	1
উৎপাদন	:	–	2	3	–
মোট আয়	:	7	10	–	–
প্রান্তিক আয়	:	–	–	(–) 1	(–) 5

যোগানের স্থিতিস্থাপকতা (Price elasticity of supply) (E^s)

1. আলুর দাম কেজি প্রতি 15 টাকা হতে বৃদ্ধি পেয়ে 18 টাকা হলে যোগানের পরিমাণ 100 কেজি হতে বৃদ্ধি পেয়ে 150 কেজি হয়। আলুর E^s নির্ণয় করো। (2.5)
2. কোনো দ্রব্যের দাম 30% বৃদ্ধি পাওয়ায় তার যোগান 60% বৃদ্ধি পায়। দ্রব্যটির E^s নির্ণয় করো। (2)
3. কোন দ্রব্যের $E^s=2$ । দাম 10 টাকা হতে কমে 8 টাকা হলে যোগানের পরিমাণ 500 একক হ্রাস পায়। হ্রাস প্রাপ্ত দামে যোগান নির্ণয় করো। (750 U)
4. কোন পণ্যের দাম 4 টাকা হতে 5 টাকা প্রতি একক বৃদ্ধি পাওয়ায় তার যোগান 25% বৃদ্ধি পায়। E^s কত? (1)
5. কোন উৎপাদক 10 টাকা / একক দামে x পণ্যের 200 একক যোগান দেয়। যদি $E^s=2$ হয়, তবে 11 টাকা / একক দামে x পণ্যের যোগান কত হবে? (240)
6. X পণ্যের $E^s=2$ । একজন বিক্রেতা 10 টাকা / একক দামে তা বিক্রি করে। দাম একক প্রতি কত হ্রাস পেলে তার বিক্রয়ের পরিমাণ 40% হ্রাস পাবে? (8)
7. একটি দ্রব্যের একক প্রতি দাম 10 টাকা এবং এই দামে উৎপাদকের অর্জিত রেভিনিউ 1000 টাকা। $E^s=0.8$ । যদি দাম 10% হ্রাস পায় তবে পরিবর্তীত দামে মোট রেভিনিউ (TR) কত হবে? (828)
8. কোন পণ্যের দাম 30% বৃদ্ধি পেয়েছে। যদি পণ্যটির $E^s=2$ হয় তবে যোগানের শতকরা পরিবর্তন কত হবে? (60%)
9. কোন পণ্যের যোগান 25 % বৃদ্ধি পেয়েছে। যদি প্রাথমিক দাম 4 টাকা / একক ও $E^s=1$ হয় তবে বর্ধিত দাম নির্ণয় করো। (5)

10. X পণ্যের E^s=2.5 ।যদি x এর দাম একক প্রতি 15 টাকা হতে 3 টাকা / একক বৃদ্ধি পায় এবং প্রাথমিক যোগান 100 কেজি হয় তবে বর্ধিত দামে যোগানের পরিমাণ কত হবে? (150)

উত্তর সংকেত

সত্য/মিথ্যা :

1. মিথ্যা 2. মিথ্যা 3. সত্য 4. সত্য 5. সত্য 6. মিথ্যা 7. সত্য 8. মিথ্যা 9. মিথ্যা
10. সত্য 11. সত্য 12. সত্য 13. সত্য 14. সত্য 15. মিথ্যা 16. মিথ্যা 17. সত্য 18. মিথ্যা
19. সত্য 20. মিথ্যা 21. সত্য 22. মিথ্যা 23. মিথ্যা 24. মিথ্যা 25. মিথ্যা 26. মিথ্যা
27. সত্য 28. সত্য 29. মিথ্যা

সঠিক উত্তর নির্বাচন করো :

1. b) সর্বোচ্চ
2. c) AP হতে বেশি
3. c) AP বৃদ্ধি পায়
4. a) AP
5. b) উল্টানো ‘U’ আকৃতির
6. b) বৃদ্ধি পায়
7. c) TFC, TC
8. a) MC
9. b) TVC
10. c) পরিবর্তনশীল অনুপাত বিধি
11. b) MC > AC
12. d) (a) ও (b) কোনটিই নয়
13. c) পরিবর্তনশীল ব্যয়
14. d) AFC = ATC – AVC
15. a) AFC
16. a) বৃদ্ধি পায়
17. c) 5
18. c) (a) ও (b) উভয়ই
19. d) উপরের সবগুলোই
20. c) উপকরণের দাম হ্রাস
21. a) দাম বৃদ্ধি
22. a) দামের পরিবর্তন
23. b) y-অক্ষের সমান্তরাল
24. c) 0°
25. b) উপকরণের দাম বৃদ্ধি

অতি সংক্ষিপ্ত উত্তর দাও :

1. না, কারণ AP হতে মোট উৎপাদন ও শ্রমের পরিমাণের অনুপাত এবং মোট উৎপাদন কখনো শূন্য / ঋণাত্মক হবে না।
2. হ্যাঁ, যখন TP হ্রাস পায়।

3. সাধারণত উল্টানো ‘U’ আকৃতির হয়।

4. সেই উৎপাদনের অবস্থান যেখানে শুধুমাত্র একটি পরিবর্তনশীল উপকরণ (শ্রম) বৃদ্ধি করে ও অন্যান্য উপকরণ স্থির রেখে উৎপাদন বৃদ্ধি করা হয়।

5. সেই উৎপাদনের অবস্থান যেখানে একই হারে এক সাথে সব উপকরণ বৃদ্ধির মাধ্যমে উৎপাদন বৃদ্ধি করা হয়।

6. বাহ্যিক ক্ষেত্র হতে ভাড়া করা বা ক্রয় করা পরিসেবা ও উপকরণের উপর ব্যয়কে বলা হয় বাহ্যিক ব্যয়। যেমন— বিজ্ঞাপন ব্যয়, পরিবহণ ব্যয়, কাঁচামালে ব্যয় ইত্যাদি।

7. উৎপাদকের নিজস্ব মালিকাধীন ও স্বনিযুক্ত উপকরণ ও পরিসেবার ব্যয়কে বলা হয় অন্তর্নিহিত ব্যয়। যেমন— নিজস্ব শ্রমের মজুরি, নিজের জমির খাজনা ইত্যাদি।

8. স্থির ব্যয় এর সাথে প্রান্তিক ব্যয়ের সম্পর্ক নেই।

9. উৎপাদন বৃদ্ধির সাথে সাথে গড় স্থির ব্যয় হ্রাস পায়।

10. যখন TR সর্বোচ্চ, MR = 0 এবং যখন TR হ্রাস পায়, MR ঋণাত্মক হয়।

11. যখন MR=0, TR সর্বোচ্চ হয়।

12. যোগান রেখা উর্ধ্বমুখী হয়।

13. দাম বাদে অন্যান্য বিষয়ের পরিবর্তন হলে।

14. উপকরণের দাম বৃদ্ধি।

15. যখন যোগানের পরিবর্তনের হার, দামের পরিবর্তনের হারের চেয়ে বেশি হয়।

<u>গাণিতিক প্রশ্নাবলির উত্তর :</u>

<u>উৎপাদন</u>

1. AP : 8, 8, 8, 7.25, 5.8, 4.16
   MP : 8, 8, 8, 5, 0, -4
2. TP : 20, 36, 48, 56, 60, 60, 56
   AP : 20, 18, 16, 14, 12, 10, 8
3. TP : 10, 22, 36, 48, 56, 60
   AP : 10, 11, 12, 12, 11, 10

4. a) MP: 10, 18, 7, 0, -4
   Phase 1 : up to 2 unit of labour
   Phase 2 : 3 to 4 unit of labour
   Phase 3 : 6th unit of labour

4. b) Phase 1 : up to 2 unit of labour
   Phase 2 : 3 to 4 unit of labour
   Phase 3 : 5 unit of labour

ব্যয়

5.	FC	:	40 at all level of output
	VC	:	0, 60, 80, 90, 110, 150
6.	TC	:	60, 76, 82, 89, 102, 108
7.	MC	:	–, 60, 52, 68, 76
	AVC	:	–, 60, 56, 60, 64
8.	FC	:	120 at all level of output
	VC	:	0, 30, 50, 66, 80, 100, 150
	FC	:	–, 120, 60, 40, 30, 24, 20
	AVC	:	–, 30, 25, 22, 20, 20, 25
	MC	:	–, 30, 20, 16, 14, 20, 50
9.	VC	:	10, 25, 50
	TC	:	30, 45, 70
10.	MC	:	60, 20, 10, 15, 35, 70
11.	TC	:	550, 660, 790, 940, 1150, 1460
	TVC	:	150, 260, 390, 540, 750, 1060
	AFC	:	400, 200, 133.33, 100, 80, 66.67
	AVC	:	150, 130, 130, 135, 150, 176.67
	AC	:	550, 330, 263.33, 235, 230, 243.33
12.	MC	:	13, 9, 8, 10, 15, 17

আয়

13.	TR	:	5, 8, 9, 8
	AR	:	5, 4, 3, 2
	MR	:	5, 3, 1, -1
14.	TR	:	25, 46, 63, 76, 90, 90
	MR	:	25, 21, 17, 13, 14, 0
15.	TR	:	–, 14, 24, 31, 36, 36, 33, 28
	AR	:	–, 14, 12, 10.33, 9, 7.20, 5.50, 4
16.	AR	:	10, 9, 8, 6, 4
	MR	:	10, 8, 6, 0, -4
	TR	:	10, 18, 24, 24, 20
17.	Price	:	7, 5, 3, 1
	output	:	1, 2, 3, 4
	TR	:	7, 10, 9, 4
	MR	:	7, 3, -1, -5

অধ্যায়-4

পূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজারে ফার্মের তত্ত্ব

পূর্ববর্তী অধ্যায়ে আমরা কোনো একটি ফার্মের উৎপাদন অপেক্ষক এবং ব্যয় রেখাগুলো সম্পর্কিত ধারণা নিয়ে অধ্যায়ন করেছি। এই অধ্যায় এবং পরবর্তী দুইটি অধ্যায়ে আমাদের আলোচনার বিষয়বস্তু হল ফার্মের বা উৎপাদকের ভারসাম্য অবস্থা এবং বিভিন্ন বাজার ব্যবস্থা নিয়ে আলোচনা যেখানে ফার্ম কাজ করে।

4.1 **বাজারের কাঠামো** (Market Structure) **:** সাধারণ অর্থে বিভিন্ন এলাকায় দ্রব্য ও সেবাকার্যের যে সমস্ত ক্রয়-বিক্রয়ের জায়গা আছে যেগুলো 'বাজার' নামে অভিহিত হয়ে থাকে। তবে অর্থবিদ্যায় বাজার শব্দটি ভিন্ন অর্থে ব্যবহৃত হয়। অর্থবিদ্যায় বাজার বলতে কোনো নির্দিষ্ট জায়গাকে বোঝায় না। যে-কোনো অঞ্চলে কোনো দ্রব্যের জন্য ক্রেতা ও বিক্রেতাদের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপিত হলে তাকেই বাজার বলা হয়। কোনো একটি নির্দিষ্ট দ্রব্যের বাজার বিস্তৃতি স্থানীয়, জাতীয় কিংবা আন্তর্জাতিক হতে পারে। অধ্যাপক স্যামুয়েলসনের মতে, বাজার হল একটি ব্যবস্থাপনা যার মাধ্যমে ক্রেতা এবং বিক্রেতারা পণ্য ও সেবার মূল্য এবং পরিমাপ নির্ধারণের জন্য যোগাযোগ করে।

বিভিন্ন দৃষ্টিকোণ থেকে বাজারের শ্রেণিবিভাগ করা যেতে পারে। যেমন— প্রতিযোগিতার মাত্রা বা তারতম্যের উপর ভিত্তি করে বাজারকে মূলত তিনটি ভাগে ভাগ করা হয়।

a) পূর্ণ প্রতিযোগিতামূলক বাজার (Perfectly Competitive Market)

b) একচেটিয়া বাজার (Monopoly Market)

c) অপূর্ণাঙ্গ প্রতিযোগিতামূলক বাজার (Imperfectly competitive Market)

অপূর্ণাঙ্গ প্রতিযোগিতামূলক বাজারের আবার কয়েকটি ভাগ আছে।

4.2 পূর্ণ প্রতিযোগিতামূলক বাজার বা পূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজার (Perfectly Competitive Market or Market under Perfect Competition)

4.2.1 **পূর্ণ প্রতিযোগিতামূলক বাজারের সংজ্ঞা :**

যে বাজারে অসংখ্য ক্রেতা ও বিক্রেতা পরস্পর প্রতিযোগিতার মাধ্যমে সমজাতীয় দ্রব্য কেনা বেচা করে সেই বাজারকে পূর্ণ প্রতিযোগিতামূলক বাজার বলে।

পূর্ণ প্রতিযোগিতামূলক বাজার এই রকম একটি বাজার কাঠামো, যেখানে প্রতিপক্ষ ফার্মগুলোর মধ্যে প্রতিযোগিতা সম্পূর্ণ অনুপস্থিত। ইহা একটি আদর্শ বাজার ব্যবস্থা যা বাস্তব পৃথিবীতে খুব কমই দেখা যায়। কৃষি বাজার, বৈদেশিক মুদ্রা বাজার ইত্যাদি কিছু সংখ্যক বাজার এই বাজার ব্যবস্থার অন্তর্গত। যদিও পূর্ণ প্রতিযোগিতামূলক বাজার একটি অস্বাভাবিক ঘটনা তবে তাত্ত্বিক দিক থেকে দাম নির্ধারণে অর্থনীতিতে ইহার গুরুত্ব অনেক বেশি।

4.2.2 পূর্ণ প্রতিযোগিতামূলক বাজারের বৈশিষ্ট্য :

পূর্ণ প্রতিযোগিতামূলক বাজারে বা শিল্পে কিছু বৈশিষ্ট্য বা অনুমান বিদ্যমান। এই শর্ত বা অনুমানগুলোকে দুই ভাগে ভাগ করা যায়।

a) বিশুদ্ধ প্রতিযোগিতার শর্ত (Conditons of Pure Competition)

b) পূর্ণাঙ্গ বাজারের শর্ত (Conditions of Perfect Market)

a) বিশুদ্ধ প্রতিযোগিতার শর্ত :

i) **অসংখ্য ক্রেতা ও বিক্রেতা :** পূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজারে বা শিল্পে অসংখ্য ক্রেতা ও বিক্রেতা থাকে। ক্রেতা ও বিক্রেতার সংখ্যা এত বেশি যে প্রত্যেক ক্রেতা বাজারে সেই দ্রব্যের অতি সামান্য অংশ ক্রয় করে এবং প্রত্যেক বিক্রেতা বাজারে মোট দ্রব্যের অতি সামান্য অংশ বিক্রয় করে।

এই বৈশিষ্ট্যের অর্থনৈতিক তাৎপর্য হল, কোনো ক্রেতা বা বিক্রেতাই ব্যক্তিগতভাবে দ্রব্যের দামকে প্রভাবিত করতে পারে না। অর্থাৎ এই বাজারে ব্যক্তিগতভাবে ক্রেতা ও বিক্রেতা হল দামগ্রহীতা (Price taker), দাম নির্ধারক (price maker) নয়।

ii) **সমজাতীয় দ্রব্য :** এই বাজারে যে সমস্ত দ্রব্য বিক্রি হয় সেগুলো সমজাতীয় দ্রব্য (homogeneous product) যখন কোনো দ্রব্যের প্রতিটি একক একে অপরের সম্পূর্ণ পরিবর্ত তখন তাকে সমজাতীয় দ্রব্য বলে।

এর অর্থনৈতিক তাৎপর্য হল কোনো বিক্রেতা তার দ্রব্যের দামকে হ্রাস বৃদ্ধি করতে পারে না। কারণ দ্রব্যগুলো সমজাতীয় হওয়ায় বিক্রেতা তার দ্রব্যের দাম বৃদ্ধি করলে ক্রেতা অন্য বিক্রেতার কাছে চলে যাবে। আবার বিক্রেতা দাম হ্রাস করে না, কেননা, সে চলতি দামেই তার সমস্ত দ্রব্য বিক্রি করতে পারে। ফলে এই বাজারে প্রতিটি ফার্মের দ্রব্যের দাম একই বা স্থির হয়। ফলে তাদের গড় আয় স্থির থাকে, যা বাজার দামের সমান। আবার দ্রব্যগুলো সমজাতীয় হওয়ায় কোনো বিজ্ঞাপন ব্যয়ের প্রশ্ন উঠে না।

iii) **অবাধ প্রবেশ ও প্রস্থান :** পূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজারে দীর্ঘকালে (স্বল্পকালে নয়) নতুন ক্রেতা ও বিক্রেতা বিনা বাধায় বাজারে প্রবেশ করতে পারে। আবার পুরোনো ক্রেতা ও বিক্রেতা অবাধে বাজার ছেড়ে চলে যেতে পারে। এই বাজারে সম্পদ সম্পূর্ণ গতিশীল বলে অবাধ প্রবেশ বা প্রস্থান প্রায় ব্যয় শূন্যই হয়।

এর অর্থনৈতিক তাৎপর্য হল দীর্ঘকালে উৎপাদন প্রতিষ্ঠান বা উৎপাদকরা শুধু স্বাভাবিক মুনাফা (normal profit) লাভ করে। কেননা, দীর্ঘকালে শিল্পে অতিরিক্ত মুনাফা (Super-normal profit) হলে নতুন প্রতিষ্ঠান বাজারে প্রবেশ করে এবং মুনাফার পরিমাণ কমিয়ে দেয়। ফলে স্বাভাবিক মুনাফা দেখা দেয়। আবার, বাজারে লোকসান হলে কিছু উৎপাদন প্রতিষ্ঠান বাজার ছেড়ে চলে যায় এবং অবশিষ্ট প্রতিষ্ঠানগুলোর দ্রব্যের দাম শেষ পর্যন্ত গড় ব্যয়ের সমান হয়, ফলে এরা স্বাভাবিক মুনাফা লাভ করে।

b) পূর্ণাঙ্গ বা পূর্ণ বাজারের শর্ত :

i) **পূর্ণ জ্ঞান :** পূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজারে প্রত্যেক ক্রেতা ও বিক্রেতার বাজার সম্পর্কে সম্পূর্ণ জ্ঞান থাকে।

এর অর্থনৈতিক তাৎপর্য হল বাজারে একটি মাত্র দাম চালু থাকে এবং সেই দামে সকল দ্রব্য কেনাবেচা হয়। এখানে ক্রেতাদের দ্রব্যের বাজার সম্বন্ধে জ্ঞান থাকায় দ্রব্যের দামকে বৃদ্ধি করার কোনো সুযোগ বিক্রেতারা পায় না।

অন্যদিকে উৎপাদন প্রতিষ্ঠানগুলোরও উপকরণের বাজার সম্পর্কে সম্পূর্ণ জ্ঞান থাকায় সকল প্রতিষ্ঠান একই ধরনের

উৎপাদনের উপকরণ ও প্রযুক্তি ব্যবহারের সুযোগ পায়। ফলে কোনো প্রতিষ্ঠান উৎপাদন ব্যয়জনিত সুবিধা পায় না এবং সকল ফার্মের ব্যয় কাঠামো অভিন্ন হয়ে থাকে।

ii) **উৎপাদনের উপাদানের পূর্ণ গতিশীলতা :** পূর্ণাঙ্গ প্রতিযোগিতামূলক বাজারে প্রতিষ্ঠানগুলো যে সমস্ত উপাদান ব্যবহার করে সেগুলো সম্পূর্ণরূপে গতিশীল।

এর অর্থ হল উপাদানগুলো অবাধে এক স্থান থেকে অন্য স্থানে বা এক বাজার থেকে অন্য বাজারে স্থানান্তরিত হতে পারে।

iii) **পরিবহণ ব্যয় ও বিক্রয় ব্যয় অনুপস্থিত :** এই বাজারের ফার্মগুলো শুধুমাত্র উৎপাদন ব্যয় বহন করে। দ্রব্য বিক্রয়ের জন্য ও পরিবহণের জন্য কোনো ব্যয় এই বাজারে হিসাব করা হয় না। বাজারে দ্রব্যের দাম স্থির রাখতেই এই শর্ত বা অনুমান ধরা হয়।।

অনেক অর্থনীতিবিদ্দের মতে, বাজারে যদি অসংখ্য ক্রেতা ও বিক্রেতা থাকে, সমজাতীয় দ্রব্য কেনা-বেচা হয় এবং বাজারে ক্রেতা ও বিক্রেতা অবাধে প্রবেশ ও প্রস্থান করতে পারে তাহলে সেই বাজারকে বিশুদ্ধ প্রতিযোগিতার বাজার বলা হয়। অন্যদিকে পূর্ণাঙ্গ প্রতিযোগিতার বাজারে উপরে বর্ণিত সবগুলো বৈশিষ্ট্যই থাকে।

4.2.3 পূর্ণ প্রতিযোগিতামূলক বাজারে ফার্মের মোট আয়, গড় আয়, প্রান্তিক আয়, চাহিদারেখা, বিক্রয়রেখা।

মোট আয় : কোনো ফার্ম তার উৎপাদিত দ্রব্য বাজার দামে বিক্রি করে যে আয় করে তাকে মোট আয় (Total Revenue –TR) বলা হয়। পূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজারে স্থির দাম, (P)-এ ফার্মের উৎপাদনের পরিমান Q হলে TR = P × Q।

এই বাজারে স্থির দামে উৎপাদন যত বৃদ্ধি পায় মোট আয় সেই হারেই বৃদ্ধি পায় এবং উৎপাদন শূন্য হলেও মোট আয় শূন্য হয়। তাই পূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজারে ফার্মের TR রেখা মূলবিন্দু থেকে উর্ধ্বগামী সরলরেখা। এই রেখার ঢাল হল দাম (P)।

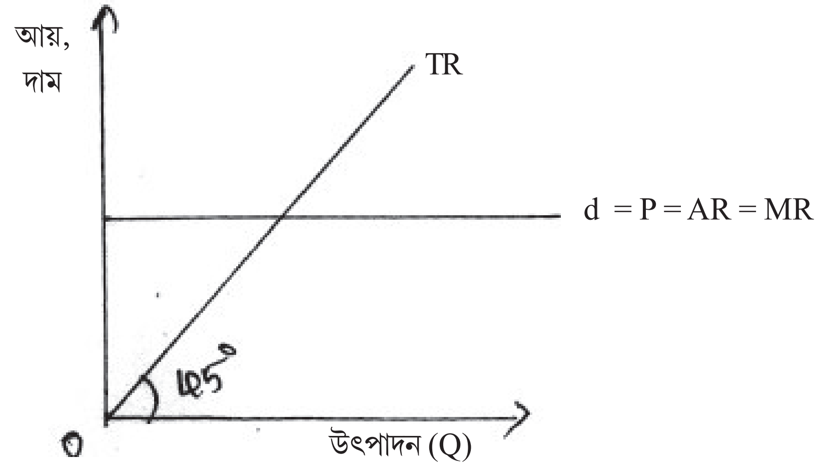
গড় আয় : ফার্মের প্রতি একক আয়কে বলা হয় গড় আয় (Average Revenue-AR)। ফার্মের মোট আয়কে বিক্রয়ের পরিমাণ দিয়ে ভাগ করলে গড় আয় (AR) পাওয়া যায়। $AR = \frac{TR}{Q} = \frac{P \times Q}{Q} = P$, তাই দ্রব্যের দাম এবং ফার্মের গড় আয় একই হয়। অতএব, গড় আয় রেখা এবং দাম রেখা একই হয়। এই নির্দিষ্ট নির্ধারিত দামে একটি ফার্ম যে-কোনো পরিমাণ দ্রব্য বিক্রি করতে পারে। তাই এই দাম রেখাই হল পূর্ণ প্রতিযোগিতামূলক বাজারে ক্রেতার চাহিদা রেখা এবং বিক্রেতার বিক্রয়রেখা।

অর্থাৎ, চাহিদা (d) = দাম (P) = গড় আয় (AR) = প্রান্তিক আয় (MR)।

এই বাজারে দাম স্থির বলে AR রেখা বা চাহিদারেখা সম্পূর্ণ স্থিতিস্থাপক এবং অনুভূমিক আক্ষের সমান্তরাল ।

প্রান্তিক আয় : ফার্মের অতিরিক্ত এক একক উৎপাদন বৃদ্ধির ফলে মোট আয় যে মাত্রায় বৃদ্ধি পায় তাকে প্রান্তিক আয় (Marginal Revenue) বলে। পূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজারে স্থির দাম (P) -এ ফার্মের উৎপাদন Q থেকে বৃদ্ধি পেয়ে Q_2 হলে MR = $\frac{PQ_2 - PQ_1}{Q_2 - Q_1} = \frac{P(Q_2 - Q_1)}{Q_2 - Q_1} = P$

অর্থাৎ এই বাজারে AR ও MR রেখা অভিন্ন।

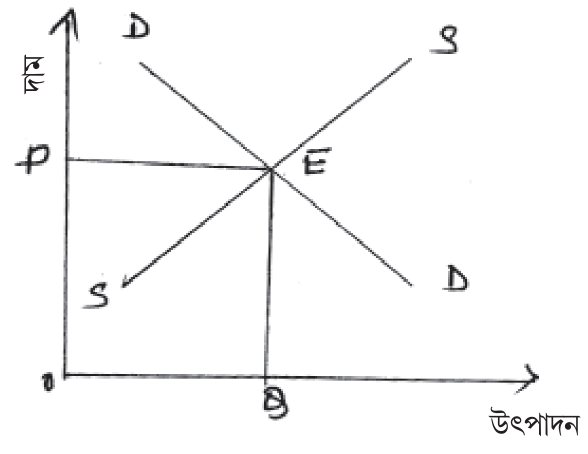


চিত্র : PCM-এ আয়রেখা সমূহ

4.2.4 পূর্ণ প্রতিযোগিতামূলক বাজারে দাম নির্ধারণ :

পূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজারে ব্যক্তিগতভাবে প্রতিটি ক্রেতা ও বিক্রেতা দাম গ্রহীতা। এই বাজারে দ্রব্যের বাজার দাম নির্ধারিত হয়ে থাকে বাজার চাহিদা বা সামষ্টিক চাহিদা এবং বাজার যোগান বা সামষ্টিক যোগানের ঘাত-প্রতিঘাতে। বিভিন্ন ক্রেতার ব্যক্তিগত চাহিদারেখার সমষ্টি হল বাজার চাহিদারেখা। এই বাজার চাহিদারেখা ব্যক্তিগত চাহিদারেখার মতোই ডানদিকে নিম্নমুখী হয়। অন্যদিকে বিভিন্ন ফার্মের যোগানরেখার সমষ্টি হল বাজার যোগানরেখা। এই যোগান রেখা ব্যক্তিগত যোগানরেখার মতোই ডানদিকে উর্ধ্বমুখী হয়।

যে দামে (P) বাজার চাহিদারেখা (DD) এবং বাজার যোগানরেখা (SS) সমান হয়, সেই দামকে বলা হয় ভারসাম্য দাম বা বাজার দাম (P)।



চিত্র : DD ও SS রেখা E ভারসাম্য বিন্দুতে পরস্পরকে ছেদ করে, তাই OP হল ভারসাম্য বাজার দাম এবং OQ হল ভারসাম্য উৎপাদন

4.3 উৎপাদক বা ফার্মের ভারসাম্য— ফার্মের মুনাফা সর্বাধিকরণের শর্ত :

একজন উৎপাদক বা একটি ফার্মের প্রধান উদ্দেশ্য হল সর্বোচ্চ মুনাফা অর্জন করা। মুনাফা হল মোট আয় এবং মোট ব্যয়ের পার্থক্য। সেই জন্য একটি ফার্ম তখনই ভারসাম্য অবস্থায় থাকে, যখন তার মুনাফা সর্বোচ্চ হয়। তখন মোট আয় ও মোট ব্যয়ের তফাৎ সর্বাধিক হয়।

ফার্মের ভারসাম্যের শর্ত দুই ভাবে আলোচনা করা যায়।

a) মোট আয় — মোট ব্যয় পদ্ধতি

b) প্রান্তিক আয়— প্রান্তিক ব্যয় পদ্ধতি

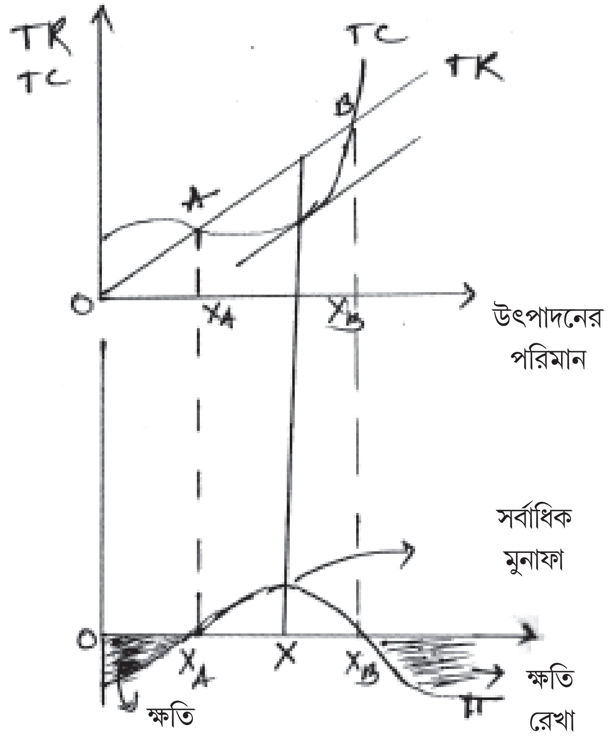
4.3.1 পূর্ণ প্রতিযোগিতামূলক বাজার এবং TR-TC পদ্ধতির মাধ্যমে ফার্মের ভারসাম্য নির্ধারণ :

পূর্ণ প্রতিযোগিতামূলক বাজারে স্থির দামে ফার্মের উদ্দেশ্য সর্বাধিক মুনাফা অর্জন। ফলে ফার্ম তখনই ভারসাম্য অবস্থায় থাকে যখন মুনাফা সর্বাধিক হয়। তাই TR-TC পদ্ধতিতে ফার্মের মুনাফা সর্বাধিকরণের শর্ত হল—

i) মোট আয় (TR) এবং মোট ব্যয় (TC) রেখার মধ্যে উল্লম্ব দৈর্ঘ্য সর্বাধিক হবে এবং তখন TR এবং TC রেখার ঢাল সমান হবে।

ii) তখন দ্রব্যের এক একক অধিক উৎপাদনে মুনাফা কমতে শুরু করবে।

পাশের চিত্রে ফার্মের ভারসাম্য-এর শর্ত দেখানো হল।



TR= TR হল মোট আয়রেখা, ইহা উৎসস্থল থেকে শুরু করে উর্ধ্বগামী সরলরেখা। TR রেখার ঢাল দ্রব্যের দামের সমান।

TC= TC হল মোট ব্যয়রেখা, যা উল্টো S আকৃতি বিশিষ্ট। তা শুরু হয় স্থির ব্যয় স্তর থেকে এবং পরিবর্তনীয় অনুপাত বিধি প্রকাশ করে।

π রেখা = ইহা উৎপাদনের প্রতিটি স্তরে TR রেখা থেকে TC রেখার বিয়োগ থেকে পাওয়া যায়। ইহা মোট মুনাফা রেখা।

OX = OX উৎপাদন স্তরে ফার্মের মুনাফা সর্বাধিক যেহেতু এই স্তরে TR ও TC রেখার উল্লম্ব দৈর্ঘ্য সর্বাধিক এবং TR ও TC রেখার ঢাল সমান হয়।

A এবং B বিন্দু = A ও B বিন্দু হল আয়-ব্যয় সমতা বিন্দু যেখানে TR = TC এবং মুনাফা শূন্য।

ক্ষতি= ফার্মটি ক্ষতির সম্মুখীন হবে যখন TC, TR অপেক্ষা বেশি হয়। কেন্দ্র থেকে X_A এবং X_B পরের উৎপাদন স্তরে ফার্মটি ক্ষতির সম্মুখীন হয়।

তাই OX উৎপাদনস্তরে ফার্মের ভারসাম্য প্রতিষ্ঠিত হয়, যেখানে তার মুনাফা সর্বাধিক।

4.3.2 পূর্ণ প্রতিযোগিতামূলক বাজার এবং MR-MC পদ্ধতিতে ফার্মের ভারসাম্য নির্ধারণ : ফার্মের মুনাফা সর্বাধিকরণের শর্ত—

পূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজারে ফার্মের ভারসাম্য বা সর্বাধিক মুনাফার শর্ত MR-MC পদ্ধতিতে ব্যাখ্যা করা অধিক তাৎপর্যপূর্ণ। এই মুনাফা অর্জন করতে ফার্মটি একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ দ্রব্য উৎপাদন করবে, যা ফার্মের ভারসাম্য উৎপাদন স্তর। এর বেশি বা কম উৎপাদন করলে ফার্মটির মুনাফা সর্বাধিক হবে না। এমতাবস্থায় ভারসাম্যস্তরে তিনটি শর্ত অবশ্যই পূরণ করতে হবে—

i) বাজার দাম (P), প্রান্তিক ব্যয়ের (MC) এর সমান হবে।

ii) প্রান্তিক ব্যয় ভারসাম্য উৎপাদন স্তরে (Q_o) অ-ক্রমহ্রাসমান হবে।

ii) স্বল্পকালে, দাম অবশ্যই গড় পরিবর্তনশীল ব্যয় অপেক্ষা বেশি হবে এবং দীর্ঘকালে, দাম অবশ্যই গড় ব্যয় অপেক্ষা বেশি হবে।

শর্ত-1 , P=MC

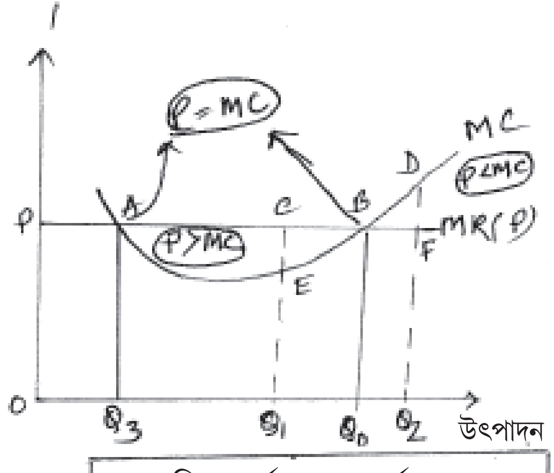
পূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজারে মুনাফা সর্বাধিকারী ফার্মের মুনাফা হল মোট আয় এবং মোট ব্যয়ের মধ্যে পার্থক্য। যতক্ষণ পর্যন্ত মোট আয়ের পরিবর্তন (MR), মোট ব্যয়ের (MC) পরিবর্তনের তুলনায় বেশি, ততক্ষণ পর্যন্ত উৎপাদন বৃদ্ধি পাবে এবং সঙ্গে মুনাফাও বৃদ্ধি পাবে। অর্থাৎ, MR (P) > MC হলে উৎপাদন ও মুনাফা উভয়েরই বৃদ্ধির সুযোগ থাকে।

আবার, MR (P) < MC হলে ফার্মের ব্যয় বৃদ্ধির দরুণ ফার্ম ক্ষতির সম্মুখীন হবে, তখন উৎপাদন করবে না।

এমতাবস্থায় শুধুমাত্র MR অর্থাৎ দাম (P) এবং MC সমান হলেই স্থির অবস্থায় পৌঁছবে এবং ফার্মের মুনাফা সর্বাধিক হবে।

পাশের চিত্রে, OQ_1 উৎপাদন স্তরে দাম CQ_1, MC হল EQ_1 । অর্থাৎ P>MC। দাম বেশি হওয়ায় ফার্মের মুনাফা ও উৎপাদন বৃদ্ধির সুযোগ আছে।

আবার, OQ_2 উৎপাদন স্তরে দাম FQ_2, DQ_2 প্রান্তিক ব্যয়ের তুলনায় কম, অর্থাৎ P<MC। দাম ব্যয়ের তুলনায় কম হওয়ায় ফার্ম এই স্তরে উৎপাদন করবে না বরং উৎপাদন কমাবে।



চিত্র : শর্ত-1 এবং শর্ত -2

সুতরাং উভয়দিক বিবেচনা করে ইহা বলা যায় যে, OQ_0 হল ফার্মের কাম্য উৎপাদন স্তর যেখানে P=MC এবং ফার্মের মুনাফা সর্বাধিক।

শর্ত-2 ভারসাম্য স্তরে MC অক্রমহ্রাসমান

পূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজারে ফার্মের মুনাফা সর্বাধিকারী শর্ত অনুযায়ী ভারসাম্য স্তরে ফার্মের MC রেখা কখনোই ক্রমহ্রাসমান হবে না। অর্থাৎ MC রেখার ঢাল ঋণাত্মক হতে পারে না।

পূর্ববর্তী চিত্রে, A ও B উভয় বিন্দুতেই মুনাফা সর্বাধিকারী প্রথম শর্ত P=MC প্রযোজ্য। কিন্তু A বিন্দুতে OQ_3 উৎপাদন স্তরে MC রেখা ক্রমহ্রাসমান। তাই ব্যয় হ্রাস পাওয়ায় উৎপাদন ও মুনাফা উভয়ই বৃদ্ধির সুযোগ থাকে।

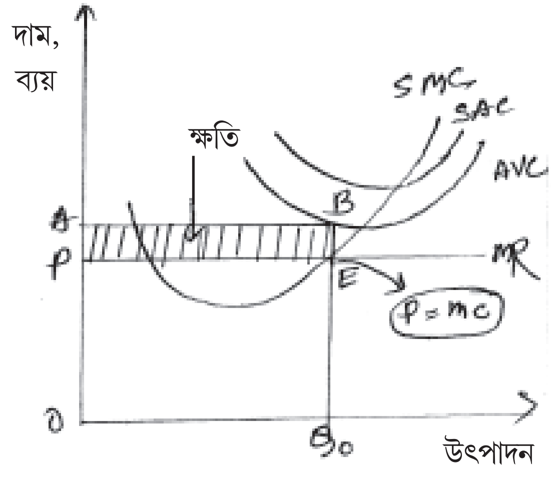
অন্যদিকে, B বিন্দুতে OQ_0 উৎপাদন স্তরে P=MC এবং MC রেখা অ-ক্রমহ্রাসমান। অর্থাৎ, ব্যয় এই স্তরের পর থেকে দামের তুলনায় বেশি হওয়ায়, উৎপাদন বাড়ানো লাভজনক নয়। সুতরাং B বিন্দুতে OQ_0 উৎপাদনস্তরই কাম্য উৎপাদন স্তর যেখানে MC রেখা ক্রমবর্ধমান।

শর্ত-3 i) স্বল্পকালে P > AVC

ii) দীর্ঘকালে P > AC

i) স্বল্পকালে পূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজারে ফার্ম কখনো এমন স্তরে উৎপাদন করবে না, যেখানে গড় পরিবর্তনীয় ব্যয় (AVC) বাজার দাম (P) অপেক্ষা বেশি। এর কারণ যে মাত্র বাজার দাম AVC এর তুলনায় কমে যাবে তখন ফার্মের স্থির ব্যয়ের পাশাপাশি পরিবর্তনশীল ব্যয় (যেমন— শ্রমিকের ব্যয়, বিদ্যুৎ এর জন্য ব্যয়, কাঁচামালের জন্য ব্যয়) বহন করে উৎপাদন করতে প্রস্তুত থাকবে না বা সম্ভব হবে না।

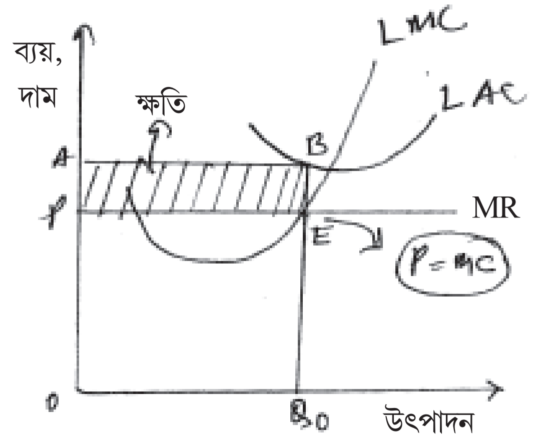
পাশের চিত্রে, OQ_0 উৎপাদন স্তরে E হল ভারসাম্য বিন্দু যেখানে শর্ত-1 ও শর্ত-2 প্রযোজ্য। অর্থাৎ P=MC এবং MC রেখা অক্রমহ্রাসমান। এই বিন্দুতে দাম (EQ_0) -এর তুলনায় AVC (BQ_0) বেশি। এমতাবস্থায় OQ_0 স্তরে উৎপাদন চালিয়ে গেলে ফার্মকে মোট স্থির ব্যয়ের (TFC) পাশাপাশি □ ABEP ক্ষেত্রফলের সমান পরিবর্তনশীল ব্যয় বহন করতে হবে। তাই দাম অপেক্ষা AVC বেশি হলে (P < AVC) ফার্ম উৎপাদন করবে না। অর্থাৎ P > AVC হলেই স্বল্পকালে ফার্ম উৎপাদন করবে।



চিত্র : শর্ত-3 (i)

ii) দীর্ঘকাল পূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজারে ফার্ম কখনো এমন স্তরে উৎপাদন করতে পারবে না, যেখানে গড় ব্যয় (LAC) বাজার দাম (P) অপেক্ষা বেশি। এর কারণ দীর্ঘকালে বাজারে ফার্মের অবাধ প্রবেশ ও প্রস্থান থাকায় ফার্ম শুধু স্বাভাবিক মুনাফা অর্জন করে এবং এমতাবস্থায় যদি P<AC হয় ফার্মটি ক্ষতির সম্মুখীন হবে এবং উৎপাদন বন্ধ করে বাজার ছাড়তে হবে।

পাশের চিত্রে, E হল ভারসাম্য বিন্দু যেখানে OQ_0 উৎপাদনস্তরে শর্ত-1 ও শর্ত-2 প্রযোজ্য। এই বিন্দুতে দাম (EQ_0) -এর তুলনায় গড় ব্যয় (BQ_0) বেশি। এমতাবস্থায় OQ_0 উৎপাদন স্তরে ফার্মকে □ ABEP ক্ষেত্রফলের সমান পরিবর্তনশীল ব্যয় বহন করতে হবে। তাই দাম অপেক্ষা AC বেশি হলে দীর্ঘকাল ফার্ম উৎপাদন চালিয়ে যেতে পারবে না। অর্থাৎ P > AC হলেই দার্ঘকালে ফার্ম উৎপাদন করতে সক্ষম হবে।



চিত্র : শর্ত-3(ii)

4.4 পূর্ণ প্রতিযোগিতামূলক বাজারে স্বল্পকালীন সময়ে ফার্মের ভারসাম্য নির্ধারণ (Equilibrium of a Firm in the short run under Prefect Competition)

স্বল্পকালে ভারসাম্য অবস্থায় ফার্ম চারটি পরিস্থিতির সম্মুখীন হয়।

পরিস্থিতি -1 অতিরিক্ত মুনাফা (Supernormal Profit)

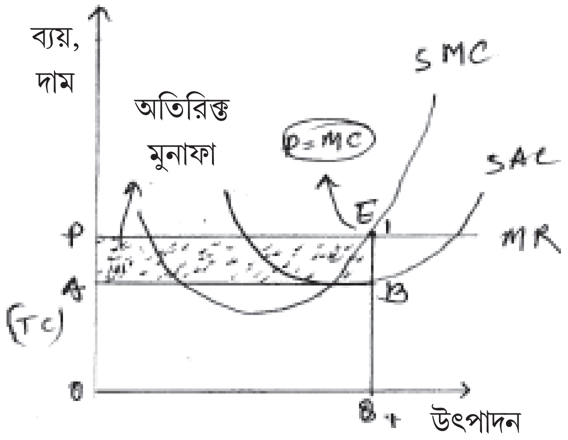
স্বল্পকালে পূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজারে ফার্ম অতিরিক্ত মুনাফা অর্জন করবে যখন P (=MR) = MC > AC

পাশের চিত্রে, E_1 হল ফার্মের ভারসাম্য বিন্দু যেখানে ভারসাম্যের প্রয়োজনীয় (P=MC) শর্ত এবং পর্যাপ্ত শর্ত (MC রেখা অক্রমহ্রাসমান) উভয়ই প্রযোজ্য। এখানে P>AC হওয়ায় ফার্ম অতিরিক্ত মুনাফা অর্জন করে।

অতিরিক্ত মুনাফা = মোট আয় (TR) – মোট ব্যয় (TC)

= □ $OQ_1 E_1 P$ – □ OQ_1 BA

= □ ABE_1 P ক্ষেত্রফলের সমান



অতএব, E_1 ভারসাম্য বিন্দুতে OQ_1 উৎপাদন করে ফার্ম □ ABE_1 P ক্ষেত্রফলের সমান অতিরিক্ত মুনাফা অর্জন করে।

পরিস্থিতি -2 : আয় ব্যয় সমতা বিন্দু এবং স্বাভাবিক মুনাফা

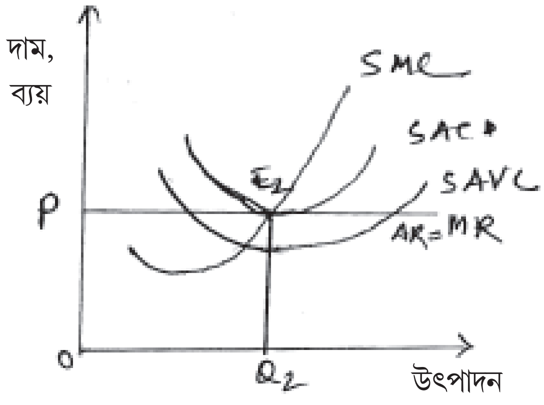
একটি ফার্মের আয়-ব্যয় সমান হয় যখন TR = TC অথবা AR = AC এবং যেখানে ফার্ম স্বাভাবিক মুনাফা অর্জন করে। যে ন্যূনতম মুনাফা, ফার্মের ব্যবসা চালু রাখতে প্রয়োজন, তাকে বলে স্বাভাবিক মুনাফা। স্বাভাবিক মুনাফা উৎপাদন প্রতিষ্ঠানের মোট ব্যয়ের মধ্যেই অন্তর্ভুক্ত। আয়-ব্যয় সমতা বিন্দুতে বাজার দাম AC রেখাকে স্পর্শ করে অতিক্রম করে।

পাশের চিত্রে, E_2 হল ভারসাম্য বিন্দু বা আয় ব্যয়ের সমতার বিন্দু। যেখানে P(=MR) = MC = AR = AC । এখানে P=AC হওয়ায় ফার্মের অতিরিক্ত মুনাফা শূন্য এবং স্বাভাবিক মুনাফা অর্জন করে।

মুনাফা = TR - TC

= □ OQ_2E_2P – □ OQ_2E_2P

= 0



পরিস্থিতি -3 : বহনক্ষম ক্ষতি (Total Losses Minimised)

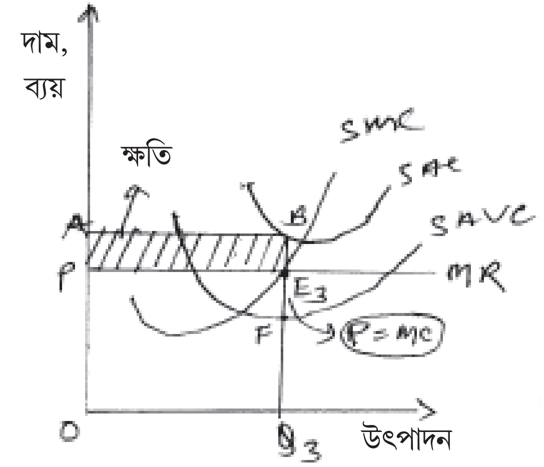
এই পরিস্থিতিটি সৃষ্টি হয় যখন বাজার দাম ফার্মের গড় স্থির ব্যয়কে সম্পূর্ণভাবে অন্তর্ভুক্ত করতে পারে না। তখন P<AC কিন্তু P>AVC অর্থাৎ গড় ব্যয়ের অপেক্ষা দাম কম হলেও গড় পরিবর্তনশীল ব্যয় অপেক্ষা বেশি হয়। তাই ফার্মকে ক্ষতির সম্মুখীন হতে হয়। তবে এই অবস্থায় ফার্ম উৎপাদন চালিয়ে যায় কারণ সে পরিবর্তনশীল ব্যয় গুলোকে চালিয়ে যেতে পারে এবং ভবিষ্যতে দাম বাড়বে আশায় এই ক্ষতি স্বীকার করে।

পাশের চিত্রে, E_3 বিন্দু হল ভারসাম্য বিন্দু । এখানে OP দাম অপেক্ষা AC (BQ_3) বেশি হওয়ায় ফার্মটির ক্ষতি হয়। কিন্তু দাম-এর তুলনায় AVC (FQ_3) কম বলে সে উৎপাদন চালিয়ে যাবে।

ক্ষতি = TC - TR

= □ OQ_3BA – □ OQ_3E_3P

= □ PE_3BA ক্ষেত্রফল



পরিস্থিতি -4 : উৎপাদন বন্ধের বিন্দু

স্বল্পকালে ফার্মে এই পরিস্থতি সৃষ্টি হবে যখন বাজার দাম এত কম হয় যে ফার্মটি তার স্থির ব্যয়-এর কোনো অংশই তুলে আনতে পারে না। তার ক্ষতির পরিমাণ তার স্থির ব্যয়ের সমান হয়। তার আয় শুধুমাত্র পরিবর্তনশীল ব্যয়কেই অন্তর্ভুক্ত করতে পারে। দামরেখা AVC রেখার সর্বনিম্ন বিন্দুতে স্পর্শ করে অতিক্রম করে।

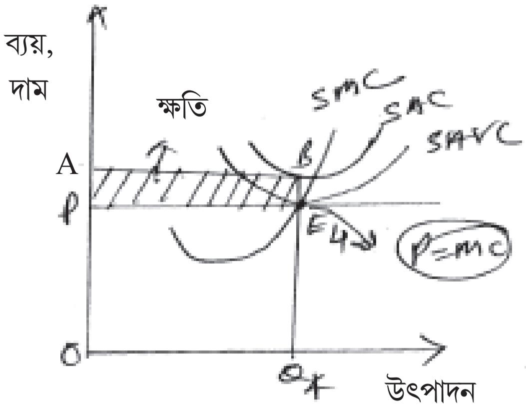
পাশের চিত্রে, OP দামে E_4 হল ভারসাম্য বিন্দু।

মোট ক্ষতি = TC - TR

= □ OQ_4 BA – □ OQ_4 E_4 P

= □ PE_4 BA ক্ষেত্রফল

প্রতি একক উৎপাদন ক্ষতি AFC, BE_4 -এর সমান। E_4 বিন্দুটি হল উৎপাদন বন্ধের বিন্দু। OP থেকে দাম কমে গেলে ফার্ম আর উৎপাদন করবে না, কারণ তখন ক্ষতির পরিমাণ স্থির ব্যয় অপেক্ষাও বেশি হবে।

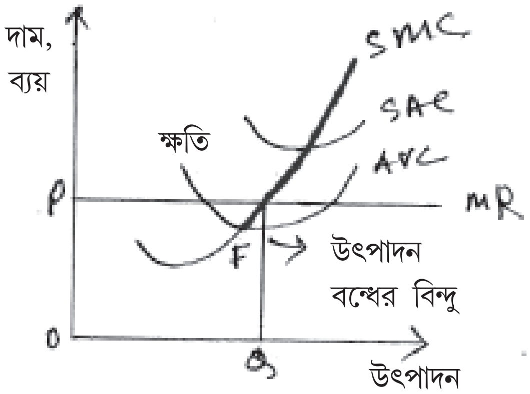


4.5 পূর্ণ প্রতিযোগিতামূলক বাজারে ফার্মের যোগান রেখা

<u>স্বল্পকালে ফার্মের যোগানরেখা :</u>

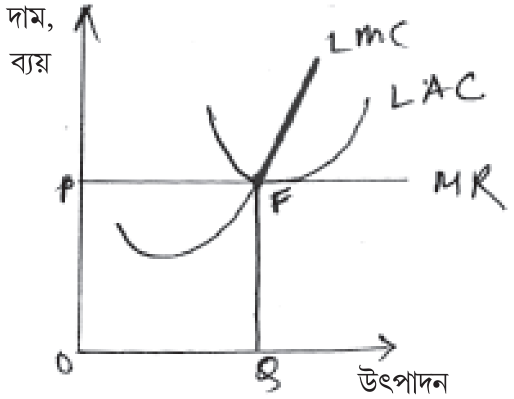
একটি ফার্মের স্বল্পকালে যোগানরেখা SMC রেখার সেই উর্ধ্বগামী অংশ যা AVC রেখার সর্বনিম্ন বিন্দুর বা উৎপাদন বন্ধের বিন্দুর উপরে অবস্থিত। তাই AVC রেখার সর্বনিম্ন অংশের তুলনায় কম, সকল দামে উৎপাদন শূন্য হয়।

পাশের চিত্রে, SMC রেখার কাঁটা অংশ হল ফার্মের স্বল্পকালীন যোগান রেখা।



<u>**দীর্ঘকালে ফার্মের যোগানরেখা :**</u>

একটি ফার্মের দীর্ঘকালীন যোগানরেখা LMC রেখার সেই উর্ধ্বগামী অংশ যা LAC রেখার সর্বনিম্ন বিন্দু থেকে শুরু হয়। তাই দীর্ঘকালে LAC রেখার সর্বনিম্ন অংশে সকল দামে উৎপাদন শূন্য হয়। চিত্রে, LMC রেখার কাঁটা অংশ হল ফার্মের দীর্ঘকালীন যোগানরেখা।



অনুশীলনী

1.1 সত্য/মিথ্যা লিখো :

1. পূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজারে (PCM) অসংখ্য ক্রেতা ও বিক্রেতা থাকায় ক্রেতা ও বিক্রেতারা দাম নির্ধারক নয়, তারা দাম গ্রহীতা।
2. পূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজারে দীর্ঘকালে ফার্মগুলোর অতিরিক্ত মুনাফা হয়।
3. পূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজারে শুধুমাত্র উৎপাদন ব্যয় থাকে।
4. PCM-এ উৎপাদনের উপকরণগুলোর সম্পূর্ণরূপে গতিশীল।
5. PCM-এ স্থির দামে উৎপাদন যত বৃদ্ধি পায়, মোট আয় সেই হারেই বৃদ্ধি পায়।
6. PCM-এ চাহিদারেখা এবং দামরেখা ভিন্ন।
7. PCM-এ প্রান্তিক আয় রেখা অনুভূমিক অক্ষের সমান্তরাল।
8. PCM-এ যদি বাজার দাম প্রান্তিক ব্যয় অপেক্ষা বেশি হয় তবে উৎপাদন বৃদ্ধি পাবে।
9. PCM-এ AR = AC হল আয়-ব্যয় সমতা বিন্দুর শর্ত।
10. পূর্ণ প্রতিযোগিতামূলক ফার্মের দীর্ঘকালীন যোগানরেখা হল প্রান্তিক ব্যয় রেখা।

1.2 শূন্যস্থান পূরণ করো :

1. PCM-এ স্বল্পকালে যোগানরেখা ——————— বিন্দুর উপর অবস্থিত MC রেখা।
2. PCM-এ P = AVC হল ——————— বিন্দুর অবস্থান
3. PCM-এ P > AVC কিন্তু P < AC অবস্থায় ফার্ম —————— ক্ষতির অবস্থায় থাকে।
4. আয়-ব্যয় সমতা বিন্দুতে বাজার দাম —————— সমান।
5. ভারসাম্য অবস্থায় MC রেখা ———————।
6. PCM-এ বাজার চাহিদা ও বাজার যোগানের ঘাত-প্রতিঘাতে ——————— নির্ধারিত হয়।
7. PCM-এ চাহিদারেখা ——————— স্থিতিস্থাপক
8. PCM-এ বিক্রয় ব্যয় ———————।
9. PCM-এ সমজাতীয় দ্রব্য বিক্রি হয় বলে দ্রব্যের দাম ———————।
10. PCM-এ দীর্ঘকালে শিল্পে অতিরিক্ত মুনাফা হলে ——————— বাজারে প্রবেশ করবে।

1.3 সঠিক উত্তর নির্বাচন করো (MCQ) :

1. প্রতিযোগিতার মাত্রা বা তারতম্য অনুসারে বাজার কয় ধরনের—

   a) দুই b) তিন c) চার d) পাঁচ

2. নিম্নলিখিত কোনটি বিশুদ্ধ প্রতিযোগিতার বাজারের শর্ত নয়—

   a) অসংখ্য ক্রেতা ও বিক্রেতা b) সমজাতীয় দ্রব্য

   c) অবাধ প্রবেশ ও প্রস্থান d) পরিবহণ ব্যয়ের অনুপস্থিতি

3. PCM-এ মোট আয় -এর ক্ষেত্রে কোনটি প্রযোজ্য নয়—

   a) $P \times Q$ b) $AR \times Q$ c) $MR \times Q$ d) উপরের সবকয়টি সঠিক

4. AR রেখা কোন রেখার সমান—

   a) দাম রেখা b) MR রেখা c) চাহিদা রেখা d) উপরের সবকয়টি সঠিক

5. পূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজারে স্বল্পকালীন ভারসাম্যের কোন শর্তটি সঠিক নয়—

   a) $MR = MC$ b) MC রেখার ঢাল $> O$ c) $P > AVC$ d) $P > AC$

6. PCM-যদি $AVC < P$ হয় তবে ফার্মে সম্মুখীন হয়—

   a) অতিরিক্ত মুনাফা b) স্বাভাবিক মুনাফা c) ক্ষতি d) উপরের সবগুলো হতে পারে।

7. PCM-এ আয়-ব্যয় সমতা বিন্দুর ক্ষেত্রে কোনটি প্রযোজ্য—

   a) $P = AC$ b) $P = AVC$ c) $P < AC$ d) $P > AVC$

8. PCM-এ উৎপাদন বন্ধের বিন্দুর ক্ষেত্রে—

   a) $P = AVC$ b) $P = AC$ c) $P > AVC$ d) $P > AC$

9. অসংখ্য বিক্রেতা সমজাতীয় দ্রব্য বিক্রয় করে। এর অর্থ হল—

   a) অনুভূমিক যোগান রেখা b) সব বিক্রেতাদের বহুলাংশ ক্ষতি

   c) বিক্রেতাদের দাম পরিবর্তন করার অক্ষমতা d) উল্লম্ব চাহিদা রেখা।

10. পূর্ণাঙ্গ প্রতিযোগিতামূলক বাজারে উদাহরণ নয়—

   a) কৃষিজ দ্রব্যের বাজার b) শেয়ার বাজার

   c) বৈদেশিক মুদ্রার বাজার d) শ্রমের বাজার

1.4 অতি সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্ন : (প্রতিটি প্রশ্নের মান 1)

1. পূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজার (PCM) কাকে বলে?
2. বিশুদ্ধ প্রতিযোগিতার বাজারের দুইটি বৈশিষ্ট্য লেখ।

3. সমজাতীয় দ্রব্য বলতে কি বোঝ?

4. অতিরিক্ত মুনাফা ও স্বাভাবিক মুনাফার মধ্যে তফাৎ লেখ।

5. পূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজারে মোট আয়রেখার ঢালকে কি বলে?

6. PCM-এর চাহিদা রেখার আকৃতি কেমন?

7. PCM-এ গড় আয় বলতে কি বোঝ?

8. PCM-এ দাম কীভাবে নির্ধারিত হয়?

9. ফার্মের মুনাফা কীভাবে হিসাব করা হয়?

10. PCM-এর ভারসাম্যের TR-TC পদ্ধতিতে শর্তটি লেখ।

11. PCM-এ স্বল্পকালীন ও দীর্ঘকালীন ভারসাম্যের শর্তগত পার্থক্য লেখ।

12. PCM-এ ফার্মের ভারসাম্যের প্রয়োজনীয় এবং অপরিহার্য শর্ত কোনগুলো?

13. PCM-এ মুনাফা অর্জনকারী ফার্মের অতিরিক্ত মুনাফা লাভের শর্ত কী?

14. আয়-ব্যয় সমতা বিন্দু বলতে কি বোঝ?

15. পূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজারে কোন অবস্থায় ক্ষতি হলেও ফার্ম বাজার ছাড়বে না?

16. উৎপাদন বন্ধের বিন্দু কী?

17. PCM-এ স্বল্পকালীন ও দীর্ঘকালীন যোগানরেখা কোনটি?

2. সংক্ষিপ্ত উত্তর দাও : (প্রতিটি প্রশ্নের মান 3/4)

1. পূর্ণ প্রতিযোগিতামূলক বাজারের বৈশিষ্ট্যগুলো লেখ।

2. পূর্ণ প্রতিযোগিতামূলক বাজারে দাম কিভাবে নির্ধারিত হয়?

3. PCM-এ ক্রেতা ও বিক্রেতারা দাম গ্রহীতা, দাম নির্ধারক নয়— ব্যাখ্যা করো।

4. PCM-এ দ্রব্যের দাম স্থির কেন?

5. PCM-এ দীর্ঘকালে ফার্মগুলো স্বাভাবিক মুনাফা লাভ করে— ব্যাখ্যা করো।

6. বিশুদ্ধ প্রতিযোগিতা এবং পূর্ণাঙ্গ প্রতিযোগিতার বাজারের মধ্যে কি পার্থক্য?

7. PCM-এর চাহিদারেখা নির্ণয় করো।

8. PCM-এ মোট আয়রেখার আকৃতি ব্যাখ্যা করো।

9. PCM-এ ফার্মের গড় আয়, প্রান্তিক আয় ও বাজার দামের মধ্যে সম্পর্ক এবং অবস্থান লেখ।

10. PCM-এ মোট আয়–মোট ব্যয় পদ্ধতির মাধ্যমে ফার্মের সর্বাধিক মুনাফা নির্ণয় করো।

11. PCM-এ ফার্মের মুনাফা সর্বাধিকরণের স্বল্পকালীন ও দীর্ঘকালীন শর্তগুলো লেখ।

12. PCM-এ প্রান্তিক আয় -প্রান্তিক ব্যয়রেখার সাহায্যে স্বল্পকালীন সময়ে ফার্ম কীভাবে ভারসাম্য নির্ধারিত হয়?

13. স্বল্পকালে ফার্মের ক্ষতি হলেও উৎপাদন চালিয়ে যাবে কী? যুক্তি দাও।

অথবা, তুমি কি মনে কর PCM-এ ফার্ম স্বল্পকালে স্থির ব্যয় তুলতে না পারলে উৎপাদন বন্ধ করে দেয়? যুক্তিসহ আলোচনা করো।

14. চিত্রের সাহায্যে দীর্ঘকালীন সময়ে ফার্মের ভারসাম্য অবস্থানটি ব্যাখ্যা করো।

15. PCM-এ ফার্মের স্বল্পকালীন যোগানরেখা কীভাবে নির্ণয় করা যায় তা ব্যাখ্যা করো।

16. পাঠ্য বইয়ের প্রশ্ন নম্বর— 8, 9, 10 এবং 11 দেখো।

17. 'উৎপাদন বন্ধের বিন্দু' এবং 'আয়-ব্যয় সমতার বিন্দু' ধারণা দুটি চিত্রের মাধ্যমে ব্যাখ্যা করো।

উত্তর সংকেত

সত্য/মিথ্যা :

1. সত্য 2. মিথ্যা 3. সত্য 4. সত্য 5. সত্য 6. মিথ্যা 7. সত্য 8. মিথ্যা 9. সত্য 10. মিথ্যা

শূন্যস্থান পূরণ করো :

1.	উৎপাদন বন্ধের	6.	দাম
2.	উৎপাদন বন্ধের	7.	সম্পূর্ণ
3.	বহনক্ষম	8.	অনুপস্থিত
4.	গড় ব্যয়ের	9.	স্থির
5.	অ-ক্রমহ্রাসমান	10.	নতুন ফার্ম

সঠিক উত্তর নির্বাচন করো (MCQ) :

1. (ii)
2. (iv)
3. (iv)
4. (iv)
5. (iv)
6. (iv)
7. (i)

8. (i)

9. (iii)

10. (iv)

অতি সংক্ষিপ্ত উত্তর দাও : (প্রতিটি প্রশ্নের মান 1)

1. যে বাজারে অসংখ্য ক্রেতা ও বিক্রেতা পরস্পর প্রতিযোগিতার মাধ্যমে সমজাতীয় দ্রব্য কেনাবেচা করে তাকে পূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজার বলে।
2. i) অসংখ্য ক্রেতা ও বিক্রেতা ii) সমজাতীয় দ্রব্য
3. কোনো দ্রব্যের প্রতি একক একে অপরের সম্পূর্ণ পরিবর্ত হলে তাকে সমজাতীয় দ্রব্য বলে।
4. অতিরিক্ত মুনাফা স্বল্পকালীন বিষয় এবং স্বাভাবিক মুনাফা স্বল্পকালীন ও দীর্ঘকালীন বিষয়।
5. দাম (P)
6. অনুভূমিক অক্ষের সমান্তরাল।
7. ফার্মের প্রতি একক আয়কে বলা হয় গড় আয়।
8. বাজার চাহিদা ও বাজার যোগানের ঘাত-প্রতিঘাতে দাম নির্ধারিত হয়।
9. মুনাফা = মোট আয় - মোট ব্যয়
10. TR এবং TC রেখার মধ্যে উল্লম্ব দৈর্ঘ্য সর্বাধিক হবে এবং TR ও TC রেখার ঢাল সমান হবে।
11. PCM-এ স্বল্পকালে $P > AVC$ এবং দীর্ঘকালে $P > AC$
12. প্রয়োজনীয় শর্ত : $P (MR) = MC$

    অপরিহার্য শর্ত : ভারসাম্যস্তরে MC রেখা অ-ক্রমহ্রাসমান।
13. $P = MR = MC > AC$
14. যে বিন্দুতে ফার্মের $TR = TC$ অথবা $AR = AC$ হয়, সেই বিন্দুকে আয়-ব্যয় সমতা বিন্দু বলে।
15. যখন $P < AC$ কিন্তু $P > AVC$
16. স্বল্পকালে যে বিন্দুতে ফার্মের $P = AVC$ হয় সেই বিন্দুকে উৎপাদন বন্ধের বিন্দু বলে।
17. স্বল্পকালীন যোগানরেখা SMC রেখার সেই উর্ধ্বমুখী অংশ যা AVC রেখার সর্বনিম্ন বিন্দু বা উৎপাদন বন্ধের বিন্দুর উপরে অবস্থিত।

    দীর্ঘকালীন যোগানরেখা — LMC রেখার সেই উর্ধ্বগামী অংশ যা LAC রেখার সর্বনিম্ন বিন্দু থেকে শুরু হয়।

অধ্যায়-5

বাজারের ভারসাম্য

1. বাজার ভারসাম্যের ধারণা :

বাজার ভারসাম্য বলতে এমন একটি অবস্থা বোঝায় যেখানে বাজারের চাহিদা এবং যোগানের মধ্যে একটি সমতা সৃষ্টি হয়। ফলে দামের স্থিতিশীলতা সৃষ্টি হয়। ভারসাম্য দাম বলতে ঐ দামকে বোঝায় যেখানে বাজার চাহিদা এবং বাজার দাম পরস্পরের সমান হয়।

সাধারণত, দ্রব্যের অতিরিক্ত যোগান দাম হ্রাসের কারণ হয়ে দাঁড়ায়, ফলে চাহিদার বৃদ্ধি ঘটে। অন্যদিকে যোগানের স্বল্পতার কারণে মূল্যবৃদ্ধি ঘটে এবং চাহিদার হ্রাস ঘটে।

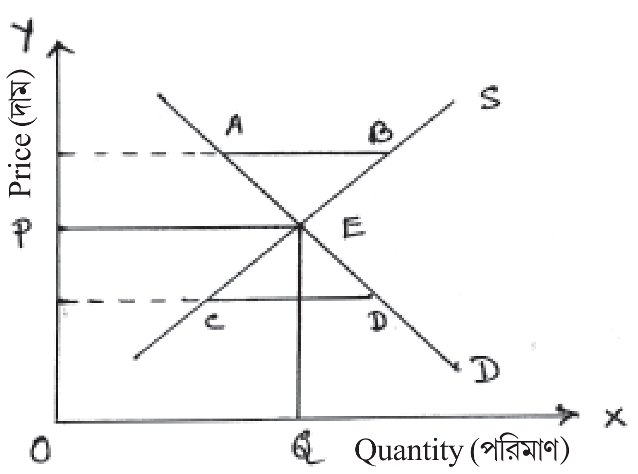
2. পূর্ণ প্রতিযোগিতামূলক বাজারের ভারসাম্য :

পূর্ণ প্রতিযোগিতামূলক বাজারে চাহিদা এবং যোগানের ঘাত-প্রতিঘাতে ভারসাম্য নির্ধারিত হয়। এক্ষেত্রে বাজারের মোট চাহিদা এবং মোট যোগানের দ্বারাই এই ভারসাম্য নির্ধারণ হয়।

বাজারের মোট চাহিদা বলতে বোঝায় সকল ক্রেতাদের দ্বারা সৃষ্ট কোনো দ্রব্যের মোট চাহিদা। আবার সকল উৎপাদকদের দ্বারা মোট যোগানকে বলে বাজারের মোট যোগান।

যখন এই বাজার চাহিদা ও বাজার যোগান পরস্পরকে ছেদ করে তখন বাজারে ভারসাম্য সৃষ্টি হয়। সঙ্গে সঙ্গে ভারসাম্য দাম ও ভারসাম্য পরিমাণও নির্ধারিত হয়।

একটি চিত্রের মাধ্যমে বাজার ভারসাম্যটি আলোচনা করা হল :



চিত্রে D হল বাজার চাহিদা রেখা এবং S হল বাজার যোগান রেখা। তারা পরস্পরকে E বিন্দুতে ছেদ করে, যেখানে বাজার চাহিদা = বাজার যোগান। এই E বিন্দু হল ভারসাম্য বিন্দু এবং OQ ভারসাম্য পরিমাণ, OP হল ভারসাম্য দাম।

যদি বাজারে অতিরিক্ত যোগানের সঞ্চার হয় অর্থাৎ বাজার যোগান > বাজার চাহিদা হয় (AB অংশ) তাহলে দ্রব্যের দাম হ্রাস পাবে। দ্রব্যের দামের হ্রাসের ফলে চাহিদার বৃদ্ধি ঘটবে, যা চিত্রে A থেকে E বিন্দুতে স্থানান্তরিত হবে। এই E বিন্দুতে বাজার চাহিদা = বাজার যোগান। এই E বিন্দুতে ভারসাম্য স্থাপন হবে যেখানে ভারসাম্য পরিমাণ OQ এবং ভারসাম্য দাম OP।

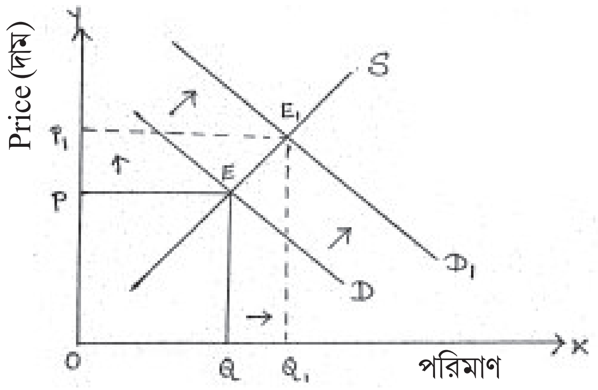
আবার যদি অতিরিক্ত চাহিদার সৃষ্টি হয়, অর্থাৎ বাজার চাহিদা > বাজার যোগান (চিত্রে CD অংশ) হয় তাহলে দামের বৃদ্ধির কারণে চাহিদা হ্রাস পেয়ে D থেকে E থেকে স্থানান্তরিত হবে। আবার সেই E বিন্দুতে ভারসাম্য স্থাপন হবে যেখানে OQ ভারসাম্য পরিমাণ এবং OP ভারসাম্য দাম ।

3.1 চাহিদার পরিবর্তনের ফলে ভারসাম্যের পরিবর্তন :

চাহিদার পরিবর্তনের দুটি দিক বর্তমান : a) চাহিদার বৃদ্ধি b) চাহিদার হ্রাস

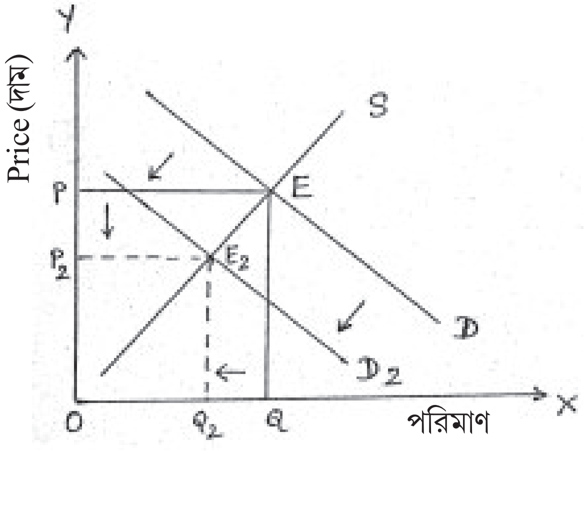
a) চাহিদার বৃদ্ধি :

চাহিদার বৃদ্ধি ঘটলে, চাহিদা রেখার ডানদিকে স্থানান্তর ঘটে। চিত্রে চাহিদারেখা D থেকে D_1-এ স্থানান্তরিত হয়েছে। নতুন চাহিদারেখা D_1 যোগান রেখা S-কে E_1 বিন্দুতে ছেদ করেছে। ফলে নতুন ভারসাম্য বিন্দু E_1, যেখানে ভারসাম্য দাম OP থেকে বৃদ্ধি পেয়ে OP_1 হয়েছে এবং ভারসাম্য পরিমাণ OQ থেকে OQ_1 হয়েছে। এক্ষেত্রে যোগানের কোন পরিবর্তন ঘটেনি।

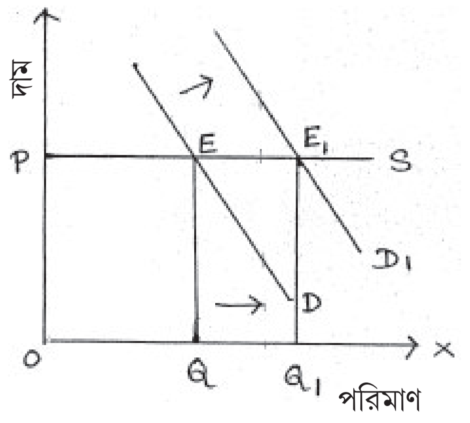
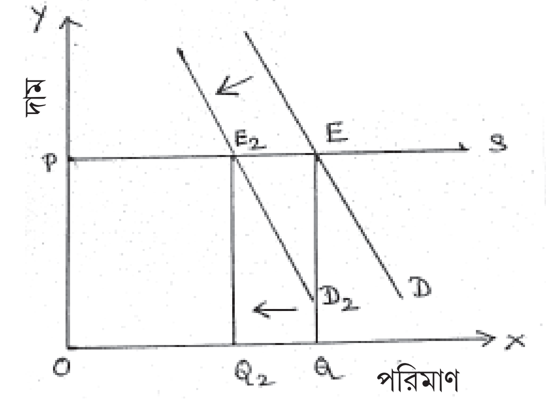


b) চাহিদার হ্রাস :

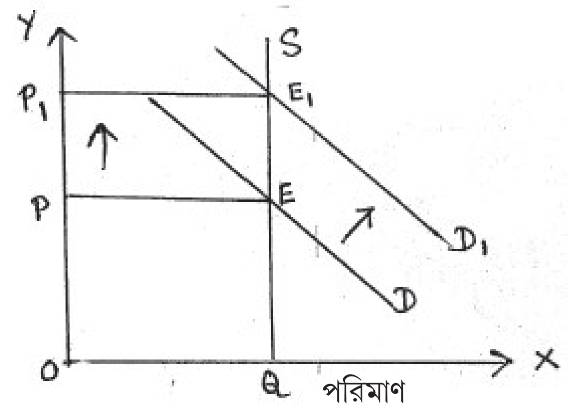
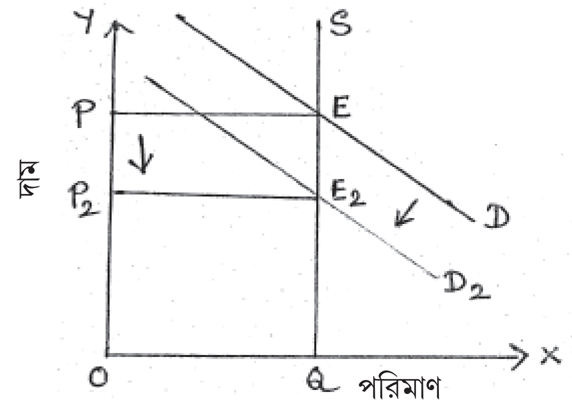
যদি যোগান স্থির থাকে এবং চাহিদার হ্রাস ঘটে তাহলে চাহিদারেখা বাদিকে স্থানান্তরিত হয়ে D থেকে D_2 হয়েছে এবং যোগানরেখা অপরিবর্তিত রয়েছে। নতুন চাহিদারেখা D_2 যোগান রেখা S-কে E_2 বিন্দুতে ছেদ করেছেএবং নতুন ভারসাম্য স্থাপিত হয়েছে। নতুন ভারসাম্য বিন্দু E_2-তে যেখানে ভারসাম্য দাম হ্রাসে পেয়ে OP এর বদলে OP_2 হয়েছে এবং ভারসাম্য পরিমাণ OQ থেকে OQ_2 -তে স্থানান্তরিত হয়েছে।



3.2 চাহিদা ও ভারসাম্য দামের পরিবর্তন যখন যোগান সম্পূর্ণ স্থিতিস্থাপক

a) চাহিদার বৃদ্ধি	b) চাহিদার হ্রাস
	
যদি যোগান সম্পূর্ণ স্থিতিস্থাপক হয় এবং চাহিদার বৃদ্ধি ঘটে তখন দাম অপরিবর্তিত থাকে এবং ভারসাম্য পরিমাণ OQ থেকে OQ_1 তে বৃদ্ধি পায়।	যদি যোগান সম্পূর্ণ স্থিতিস্থাপক হয় এবং চাহিদার হ্রাস ঘটে তখন দাম অপরিবর্তিত থাকে কিন্তু ভারসাম্য পরিমাণ OQ থেকে OQ_2 পর্যন্ত হ্রাস পায়।

3.3 চাহিদা ও ভারসাম্য দামের পরিবর্তন যখন যোগান সম্পূর্ণ অস্থিতিস্থাপক

a) চাহিদার বৃদ্ধি	b) চাহিদার হ্রাস
	
যোগান সম্পূর্ণ অস্থিতিস্থাপক হলে এবং চাহিদার বৃদ্ধি ঘটলে ভারসাম্য দাম OP থাকে OP_1 হয় কিন্তু ভারসাম্য পরিমাণ স্থির থাকে (OQ) ।	এক্ষেত্রে ভারসাম্য দাম হ্রাস পেয়ে OP থাকে OP_2 হয়েছে কিন্তু ভারসাম্য পরিমাণ অপরিবর্তিত আছে।

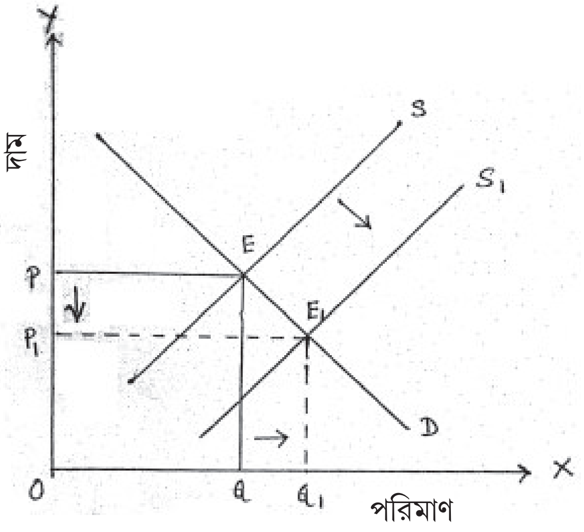
4.1 যোগানের স্থানান্তর এবং বাজারের ভারসাম্য :

চাহিদার পরিবর্তনের দুটি দিক বর্তমান :

a) যোগানের বৃদ্ধি b) যোগানের হ্রাস

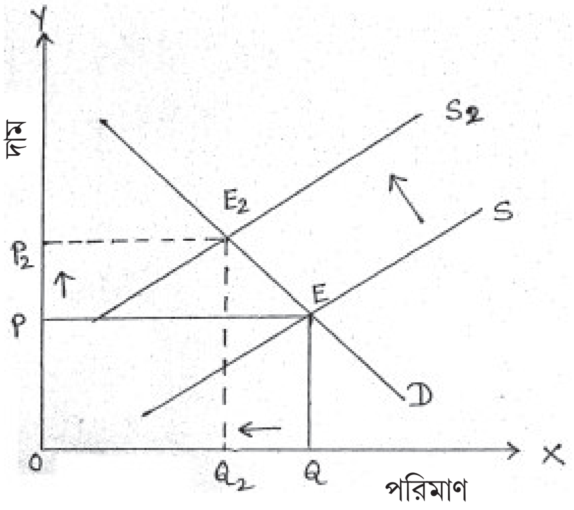
a) **যোগানের বৃদ্ধি :**

যোগানের বৃদ্ধি ঘটলে, যোগান রেখাটি ডানদিকে স্থানান্তরিত হবে। ফলে S থেকে S_1 হবে এবং স্থির চাহিদারেখা D-কে E_1 -তে ছেদ করে। নতুন ভারসাম্য বিন্দু E_1 -এ ভারসাম্য দাম হ্রাস পেয়ে OP থেকে OP_1 হবে এবং ভারসাম্য পরিমাণ OQ থেকে বৃদ্ধি পেয়ে OQ_1 হবে।



b) **যোগানের হ্রাস :**

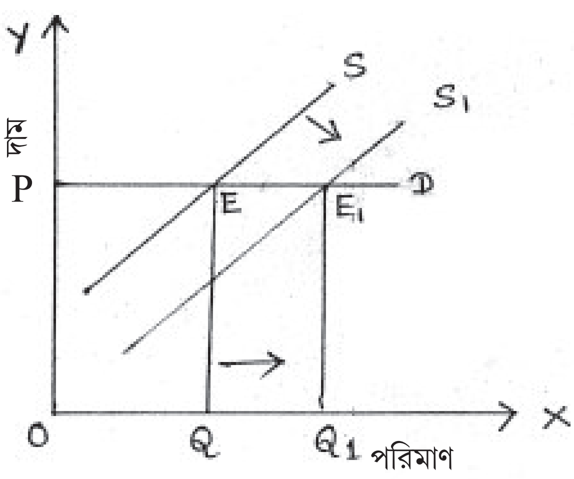
চাহিদা স্থির অবস্থায় (D) যদি যোগান হ্রাস পায় তাহলে যোগানরেখা S থেকে বাদিকে স্থানান্তরিত হয়ে S_2 হবে। নতুন যোগান রেখা S_2-কে চাহিদা রেখাকে E_2 বিন্দুতে ছেদ করে। নতুন ভারসাম্য বিন্দুতে দাম বৃদ্ধি পেয়ে OP এর বদলে OP_2 হয়েছে এবং ভারসাম্য পরিমাণ OQ থেকে হ্রাস পেয়ে OQ_2 -তে স্থির হয়।



4.2 চাহিদার সম্পূর্ণ স্থিতিস্থাপক অবস্থার যোগানের পরিবর্তনে ভারসাম্যের পরিবর্তন :

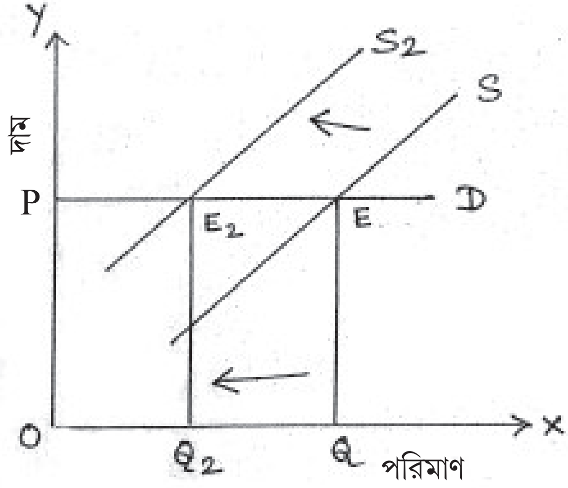
a) **যোগানের বৃদ্ধি :**

চাহিদার সম্পূর্ণ স্থিতিস্থাপক অবস্থায় যদি যোগানের বৃদ্ধি ঘটে তাহলে ভারসাম্য বিন্দু E থেকে E_1 -এ স্থানান্তরিত হয়। চাহিদারেখা D-কে নতুন যোগানরেখা S_1, E_1 বিন্দুতে ছেদ করে। ফলে ভারসাম্য পরিমাণ OQ থেকে OQ_1 -এ স্থানান্তরিত হয় কিন্তু ভারসাম্য দাম OP -তে স্থির থাকে।



b) **যোগানের হ্রাস :**

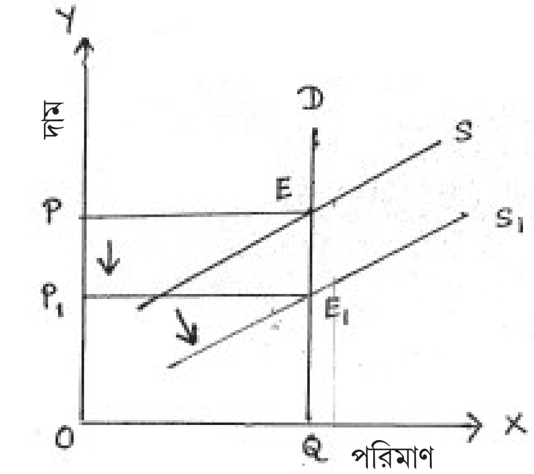
চাহিদার সম্পূর্ণ স্থিতিস্থাপক অবস্থায় যোগান হ্রাস পেলে যোগানরেখা S_2 চাহিদারেখা D-কে E_2 বিন্দুতে ছেদ করে। ফলে নতুন ভারসাম্য পরিমাণ হ্রাস পেয়ে OQ থেকে OQ_2 হয় কিন্তু ভারসাম্য দাম স্থির (OP) থাকে।



4.3 চাহিদার সম্পূর্ণ অস্থিতিস্থাপক হলে যোগানের পরিবর্তন ঘটলে ভারসাম্যের পরিবর্তন :

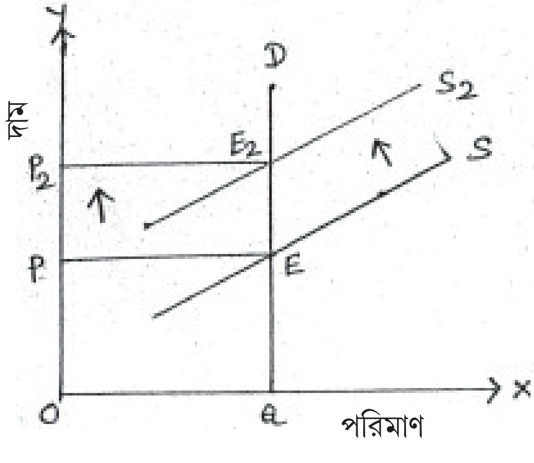
a) **যোগানের বৃদ্ধি :**

যখন চাহিদা সম্পূর্ণ অস্থিতিস্থাপক এবং যোগান বৃদ্ধি পায় তখন নতুন যোগান রেখা S_1 চাহিদারেখাকে (D) E_1 বিন্দুতে ছেদ করে এবং নতুন ভারসাম্য বিন্দু হয় E_1। এক্ষেত্রে ভারসাম্য পরিমাণ OQ -তে অপরিবর্তিত থাকে কিন্তু ভারসাম্য দাম OP থেকে হ্রাস পেয়ে OP_1 হয়।



b) **যোগানের হ্রাস :**

চাহিদার সম্পূর্ণ অস্থিতিস্থাপক অবস্থায় যদি যোগান হ্রাস ঘটে তাহলে নতুন ভারসাম্য বিন্দু হবে E_2। এক্ষেত্রে ভারসাম্য পরিমাণ OQ -তে স্থির থাকলেও ভারসাম্য দাম OP থেকে OP_2 হয়।

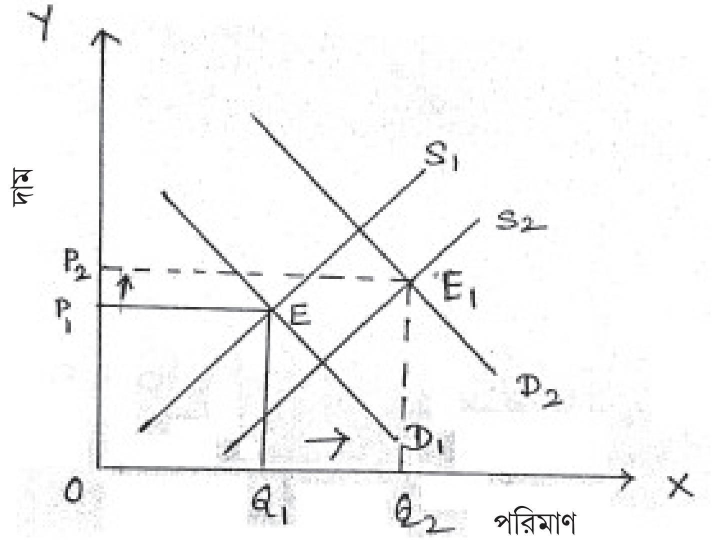


5. **চাহিদা ও যোগানের যুগপৎ স্থানান্তর এবং বাজার ভারসাম্য :-**

বাজারে চাহিদা এবং যোগান, উভয়েরই যুগপৎ স্থানান্তর ঘটতে পারে। এক্ষেত্রে চাহিদা ও যোগানের যুগপৎ বৃদ্ধি বা হ্রাস উভয়ই হতে পারে। নিম্নে এর বিভিন্ন পরিস্থিতিগুলো আলোচনা করা হল :

a) **চাহিদা ও যোগানের যুগপৎ বৃদ্ধি :-** এক্ষেত্রে তিনটি অবস্থার সৃষ্টি হতে পারে। প্রতিটি নিম্নে আলোচিত হল—

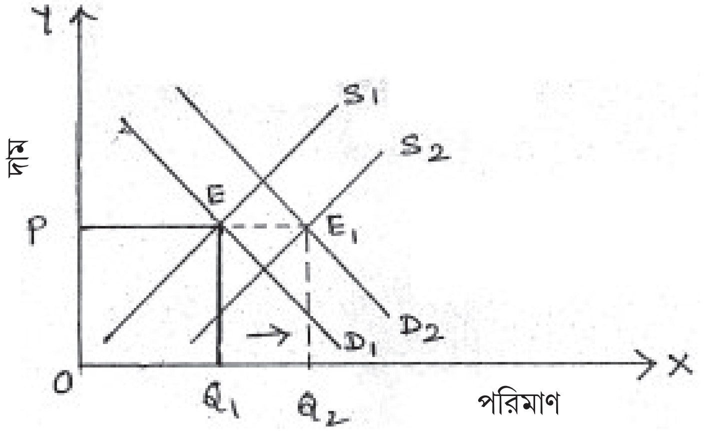
i) চাহিদার বৃদ্ধি > যোগানের বৃদ্ধি



উপরের চিত্রে D_1 ও S_1 হল প্রারম্ভিক চাহিদা ও যোগানরেখা। E হল ভারসাম্য বিন্দু এবং OP_1 হল ভারসাম্য দাম, OQ_1 হল ভারসাম্য পরিমাণ।

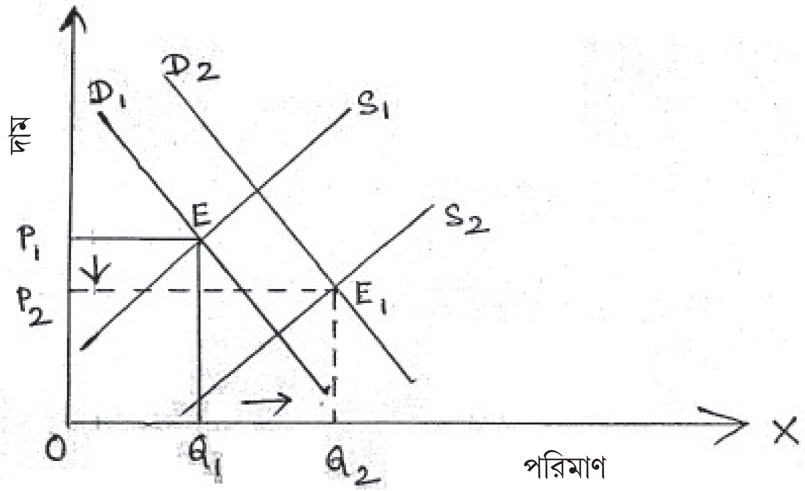
এখন বর্ধিত চাহিদারেখা D_2এবং বর্ধিত যোগানরেখা S_2 পরস্পরকে E_1বিন্দুতে ছেদ করে। এক্ষেত্রে চাহিদা বৃদ্ধি > যোগানের বৃদ্ধি। নতুন ভারসাম্য অনুযায়ী ভারসাম্য দাম বৃদ্ধি পেয়ে OP_1 থেকে OP_2 হয়েছে এবং ভারসাম্য পরিমাণও OQ_1 থেকে বৃদ্ধি পেয়ে OQ_2 হয়েছে।

ii) চাহিদার বৃদ্ধি = যোগানের বৃদ্ধি



চিত্র অনুসারে, যদি চাহিদা ও যোগানের বৃদ্ধি সমহারে হয় তাহলে ভারসাম্য দামের কোনো পরিবর্তন হবে না। কিন্তু ভারসাম্য পরিমাণ OQ_1 থেকে বৃদ্ধি পেয়ে OQ_2 হবে এবং ভারসাম্য বিন্দু E এর বদলে E_1 এ স্থানান্তরিত হবে।

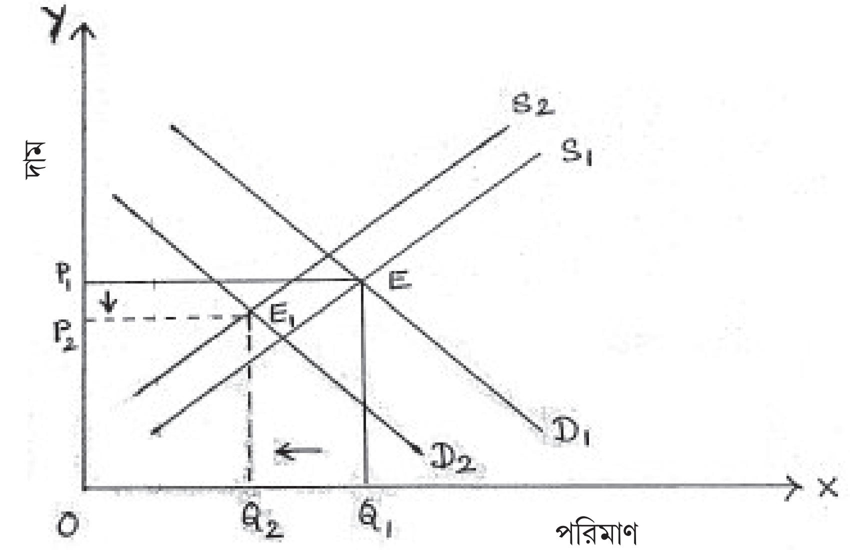
iii) চাহিদার বৃদ্ধি < যোগানের বৃদ্ধি



এখানে চাহিদার বৃদ্ধি যোগানের বৃদ্ধির তুলনায় কম। ভারসাম্য বিন্দু E থেকে E_1 এ স্থানান্তরিত হয়েছে। এক্ষেত্রে ভারসাম্য দাম OP_1 থেকে হ্রাস পেয়ে OP_2 হয়েছে, কিন্তু ভারসাম্য পরিমাণ OQ_1 থেকে বৃদ্ধি পেয়ে OQ_2 হয়েছে।

b) **চাহিদা ও যোগানের যুগপৎ হ্রাস :-** এই ক্ষেত্রে তিনটি অবস্থার সৃষ্টি হতে পারে। নিম্নে প্রতিটি আলোচিত অবস্থার সংক্ষিপ্ত বিবরণ দেওয়া হল—

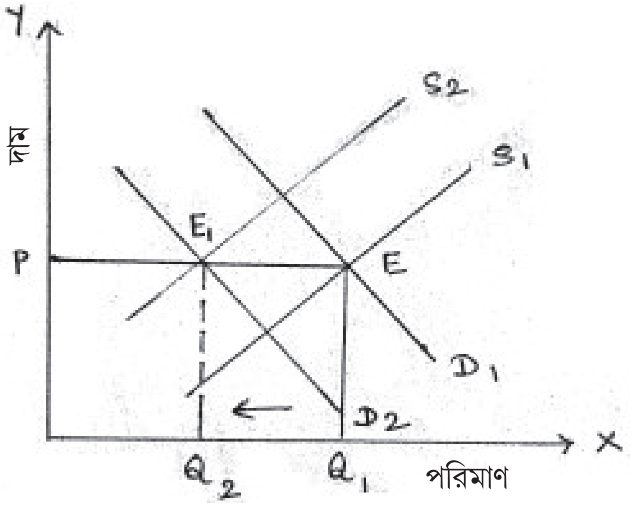
i) চাহিদার হ্রাস > যোগানের হ্রাস



উপরের চিত্রে D_1 ও S_1 হল প্রারম্ভিক চাহিদা ও যোগানরেখা। E হল প্রারম্ভিক ভারসাম্য বিন্দু এবং OP_1 হল ভারসাম্য দাম ও OQ_1 হল ভারসাম্য পরিমাণ।

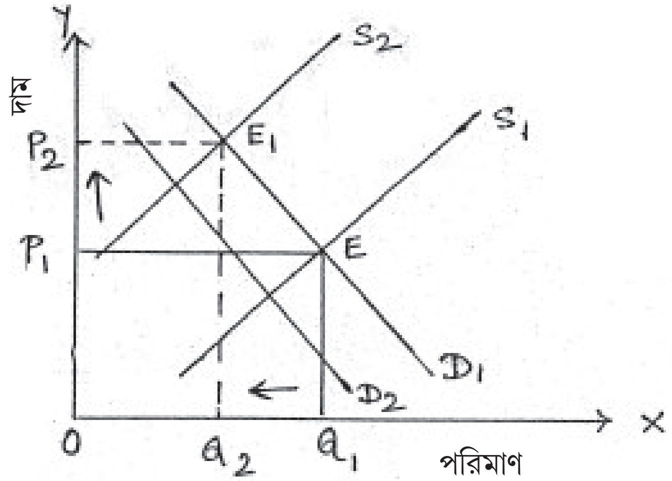
চাহিদা ও যোগানের হ্রাসের ফলে নতুন চাহিদা ও যোগানরেখা হল D_2 ও S_2 । এক্ষেত্রে চাহিদার হ্রাস > যোগানের হ্রাস। নতুন ভারসাম্য বিন্দু E_1 , যেখানে ভারসাম্য দাম OP_1 থেকে হ্রাস পেয়ে OP_2 হয়েছে । অন্যদিকে ভারসাম্য পরিমাণ OQ_1 থেকে হ্রাস পেয়ে OQ_2 হয়েছে।

ii) চাহিদা হ্রাস = যোগানের হ্রাস



এক্ষেত্রে চাহিদা ও যোগানের হ্রাসের পরিমাণ সমান। ফলে ভারসাম্য বিন্দু E থেকে পরিবর্তিত হয়ে E_1 হলেও ভারসাম্য দামের কোনও পরিবর্তন ঘটেনি। কিন্তু ভারসাম্য পরিমাণ OQ_1 থেকে হ্রাস পেয়ে OQ হয়েছে।

iii) চাহিদার হ্রাস < যোগানের হ্রাস

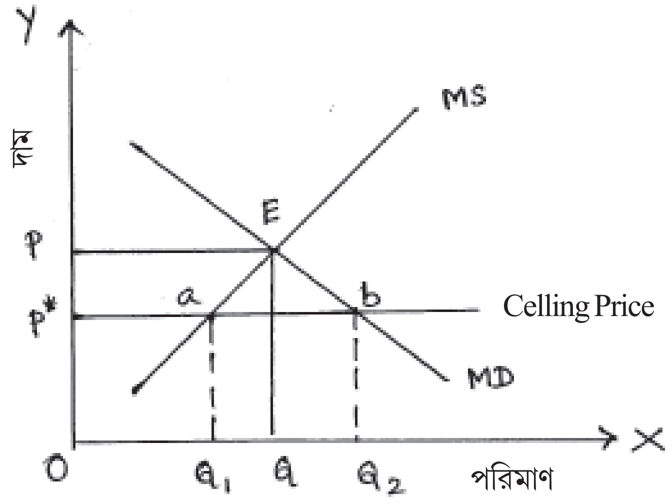


এক্ষেত্রে যোগানের হ্রাসের চেয়ে চাহিদার হ্রাস কম। ভারসাম্য বিন্দু E থেকে স্থানান্তরিত হয়ে E_1 হয়েছে। নতুন ভারসাম্য বিন্দুতে ভারসাম্য দাম OP_1 থেকে বৃদ্ধি পেয়ে OP_2 হয়েছে এবং ভারসাম্য পরিমাণ OQ থেকে হ্রাস পেয়ে OQ_2 হয়েছে।

6. **প্রয়োগসমূহ :-**

a) **সর্বোচ্চ দাম বেঁধে দেওয়া** (Price Ceilling) :-

সরকার যদি কিছু দ্রব্যের সর্বোচ্চ দাম বেঁধে দেয় তাকে Price Ceilling বলে। কোন কোন সময় সর্বোচ্চ দাম ভারসাম্য দাম থেকেও নীচে স্থির করে দেওয়া হয়। কারণ সাধারণ জনগণের মধ্যে কিছু সংখ্যক লোক বাজার নির্ধারিত মূল্যে দ্রব্য সামগ্রী ক্রয় করতে পারে না।



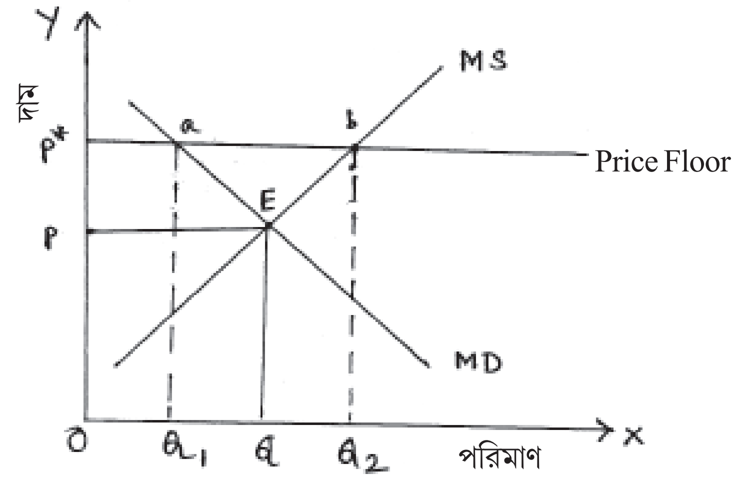
চিত্রে MD হল বাজার চাহিদা এবং MS হল বাজার যোগান। উভয় রেখা পরস্পরকে E বিন্দুতে ছেদ করে এবং ভারসাম্য স্থাপন হয়। এখানে OP হল ভারসাম্য দাম ও OQ হল ভারসাম্য পরিমাণ।

এখন সরকার যদি OP* হারে সর্বোচ্চ দাম স্থির করে যা ভারসাম্যের দামের তুলনায় কম তাহলে দাম OP থেকে কমে যাওয়ার ফলে বাজার চাহিদা OQ থেকে বৃদ্ধি পেয়ে OQ_2 হয়ে যাবে। কিন্তু বাজার যোগান OQ থেকে কমে OQ_1 এ চলে আসবে। ফলে বাজারে অতিরিক্ত চাহিদা = ab = $Q_1 Q_2$ সৃষ্টি হবে।

এই সমস্যা থেকে উত্তোরণের জন্য সরকার রেশনিং ব্যবস্থার সাহায্য নিতে পারে এবং মাথাপিছু দ্রব্যের পরিমাণ নির্দিষ্ট করে দিতে পারে (ceiling price-এ)।

b) **সর্বনিম্ন দাম ধার্য করা** (Price Floor) :-

কিছু কিছু পণ্য সামগ্রীর জন্য সর্বনিম্ন দাম বেঁধে দেওয়া হয় তাকে বলে Price Floor। বিশেষ করে কিছু কিছু কৃষিজাত পণ্যের ক্রয়মূল্যের উপর একটা নিম্নসীমা ধার্য করা হয়। অনেক সময় এই সর্বনিম্ন দাম ভারসাম্য দামের চেয়ে বেশি ধার্য করা হয়।



চিত্রে OP হল ভারসাম্য এবং OQ হল ভারসাম্য পরিমাণ। ভারসাম্য বিন্দু E । কিন্তু সরকার কর্তৃক OP* -এ

সর্বনিম্ন দাম ধার্য করা হয়েছে যা ভারসাম্য দাম থেকে বেশি। এই পরিস্থিতিতে অতিরিক্ত যোগান = ab = $Q_1 Q_2$ দেখা দেবে। সরকার তখন অতিরিক্ত দ্রব্য সামগ্রী বাফার স্টক হিসাবে ক্রয় করবে । এই বাফার স্টককে পরবর্তীতে সরকারি বণ্টন প্রক্রিয়ার দ্বারা দাম নিয়ন্ত্রণ এবং ভবিষতের সংকটময় পরিস্থিতি নিয়ন্ত্রণে ব্যবহার করা যেতে পারে।

অনুশীলনী

A. সত্য/মিথ্যা লিখো :

1. পূর্ণ প্রতিযোগিতমূলক বাজারে, বিক্রেতা বাজার দাম প্রভাবিত করতে পারে।
2. সহায়ক মূল্য ক্রেতাদের আয় নিয়ন্ত্রণ করে।
3. বাজার চাহিদা বলতে বোঝায়, একটি দ্রব্যের জন্য সমস্ত ক্রেতাদের দ্বারা সৃষ্ট চাহিদার মোট যোগফল।
4. যদি অতিরিক্ত চাহিদা বর্তমান থাকে তখন বাজার চাহিদা বাজার যোগান থেকে কম হয়।
5. যদি যোগানের কোন পরিবর্তন না থাকে কিন্তু যদি চাহিদার হ্রাস ঘটে ভারসাম্য দামেরও হ্রাস ঘটবে।
6. যদি চাহিদার পরিবর্তন না থাকে, কিন্তু যদি যোগানের বৃদ্ধি ঘটে তখন দামেরও হ্রাস ঘটবে।

B. সঠিক উত্তর নির্বাচন করো :

1. বাজারে ভারসাম্য নির্ধারিত হয়, যখন—

   a) বাজার চাহিদা = বাজার যোগান   b) বাজার চাহিদা > বাজার যোগান

   c) বাজার চাহিদা < বাজার যোগান   d) উপরের কোনটিই নয়।

2. অতিরিক্ত চাহিদার পরিস্থিতিতে বাজারে দামের প্রবণতা থাকে—

   a) ঊর্ধ্বমুখী b) নিম্নমুখী c) অপরিবর্তিত d) কোনটিই নয়।

3. যদি কোনো দ্রব্যের যোগান হ্রাস পায় তখন ভারসাম্য দাম—

   a) হ্রাস পায় b) বৃদ্ধি পায় c) অপরিবর্তিত থাকে d) কোনটিই নয়।

4. যদি যোগানরেখা সম্পূর্ণ স্থিতিস্থাপক হয় এবং চাহিদা বৃদ্ধি ঘটে তখন দাম—

   a) বৃদ্ধি পায় b) হ্রাস পায় c) অপরিবর্তিত থাকে d) শূন্য হবে।

5. যদি চাহিদারেখা সম্পূর্ণ অস্থিতিস্থাপক হয় এবং যোগান বৃদ্ধি পায় তখন ভারসাম্য দাম—

   a) হ্রাস পায় b) বৃদ্ধি পায় c) অপরিবর্তিত থাকে d) কোনটিই নয়।

C. শূন্যস্থান পূরণ করো :

1. যদি যোগানরেখা সম্পূর্ণ স্থিতিস্থাপক হয় এবং চাহিদার হ্রাস ঘটে তখন ভারসাম্য দাম ————।
2. যদি যোগানরেখা সম্পূর্ণ অস্থিতিস্থাপক হয় এবং চাহিদার হ্রাস ঘটে তখন ভারসাম্য দাম ————।
3. যদি চাহিদারেখা সম্পূর্ণ স্থিতিস্থাপক হয় এবং যোগান হ্রাস ঘটে তখন ভারসাম্য দাম ————।
4. যদি চাহিদা ও যোগানের যুগপৎ বৃদ্ধি ঘটে এবং চাহিদার বৃদ্ধির তুলনায় বেশি হয় তখন ভারসাম্য পরিমাণের ————ঘটে।
5. যদি চাহিদা ও যোগানের সমপরিমাণে হ্রাস ঘটে তখন ভারসাম্য দাম ———— থাকে।
6. ————— দ্বারা সর্বোচ্চ দাম বেঁধে দেওয়া হয়।
7. বাফার মজুত (buffer stock) ব্যবহৃত হয় —————।

D. নীচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও : (প্রতিটি প্রশ্নের মান 1)

1. বাজার ভারসাম্য কাকে বলে?
2. অতিরিক্ত চাহিদা কাকে বলে?
3. অতিরিক্ত যোগান কাকে বলে?
4. ভারসাম্য দাম বলিতে কি বুঝ?
5. ভারসাম্য পরিমাণ কি?
6. সর্বোচ্চ দাম বেঁধে দেওয়া (price ceilling) কি?
7. সর্বনিম্ন দাম নির্ধারণ করা (price floor) কি?
8. সহায়ক মূল্য (support price) কাকে বলে?

E. নীচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও : (প্রতিটি প্রশ্নের মান 3/4)

1. চাহিদা ও যোগানের ঘাত-প্রতিঘাতে কিভাবে ভারসাম্য দাম নির্ধারিত হয়?
2. পূর্ণ প্রতিযোগিতামূলক বাজারে ভারসাম্য কিভাবে নির্ধারিত হয়?
3. যদি যোগান অপরিবর্তিত থাকে কিন্তু চাহিদার হ্রাস / বৃদ্ধি ঘটে তখন ভারসাম্য দামের এবং পরিমাণের কিরকম পরিবর্তন ঘটবে?
4. চিত্রের মাধ্যমে ভারসাম্য দাম ও ভারসাম্য পরিমাণের ফলাফল দেখাও যখন—
    a) যোগান সম্পূর্ণ স্থিতিস্থাপক এবং চাহিদার বৃদ্ধি ঘটে।

b) যোগান সম্পূর্ণ স্থিতিস্থাপক এবং চাহিদার হ্রাস ঘটে।

c) যোগান সম্পূর্ণ অস্থিতিস্থাপক এবং চাহিদার বৃদ্ধি ঘটে।

d) যোগান সম্পূর্ণ অস্থিতিস্থাপক এবং চাহিদার হ্রাস ঘটে।

5. যদি চাহিদা অপরিবর্তিত থাকে কিন্তু যোগানের হ্রাস / বৃদ্ধি ঘটে তখন ভারসাম্য দাম ও ভারসাম্য পরিমাণের কি পরিবর্তন ঘটবে?

6. চিত্রের মাধ্যমে ভারসাম্য দাম ও ভারসাম্য পরিমাণের ফলাফল দেখাও যখন—

a) চাহিদা সম্পূর্ণ স্থিতিস্থাপক এবং যোগান বৃদ্ধি পায়।

b) চাহিদা সম্পূর্ণ স্থিতিস্থাপক এবং যোগান হ্রাস পায়।

c) চাহিদা সম্পূর্ণ অস্থিতিস্থাপক এবং যোগান বৃদ্ধি পায়।

d) চাহিদা সম্পূর্ণ অস্থিতিস্থাপক এবং যোগান হ্রাস পায়।

7. চাহিদা ও যোগানের যুগপৎ পরিবর্তনে বাজার ভারসাম্যের কি ধরনের পরিবর্তন ঘটবে, যদি—

a) চাহিদা বৃদ্ধি > যোগানের বৃদ্ধি

b) চাহিদা বৃদ্ধি = যোগানের বৃদ্ধি

c) চাহিদা বৃদ্ধি < যোগানের বৃদ্ধি

d) চাহিদা হ্রাস > যোগানের হ্রাস

e) চাহিদা হ্রাস = যোগানের হ্রাস

f) চাহিদা হ্রাস < যোগানের হ্রাস

8. টীকা লিখ :-

a) সর্বোচ্চ দাম বেঁধে দেওয়া (price ceilling)

b) সর্বনিম্ন দাম নির্ধারণ করা (price floor)

<u>উত্তর সংকেত</u>

a) **সত্য/মিথ্যা :**

1. মিথ্যা 2. মিথ্যা 3. সত্য 4. মিথ্যা 5. সত্য 6. সত্য

b) **সঠিক উত্তর নির্বাচন করো :**

1. (a) 2. (b) 3. (b) 4. (c) 5. (b)

c) **শূন্যস্থান পূরণ করো :**

1.	অপরিবর্তিত থাকে	2.	হ্রাস পায়
3.	অপরিবর্তিত থাকে	4.	বৃদ্ধি
5.	অপরিবর্তিত	6.	সরকার
7.	জনগণের বিতরণের জন্য		

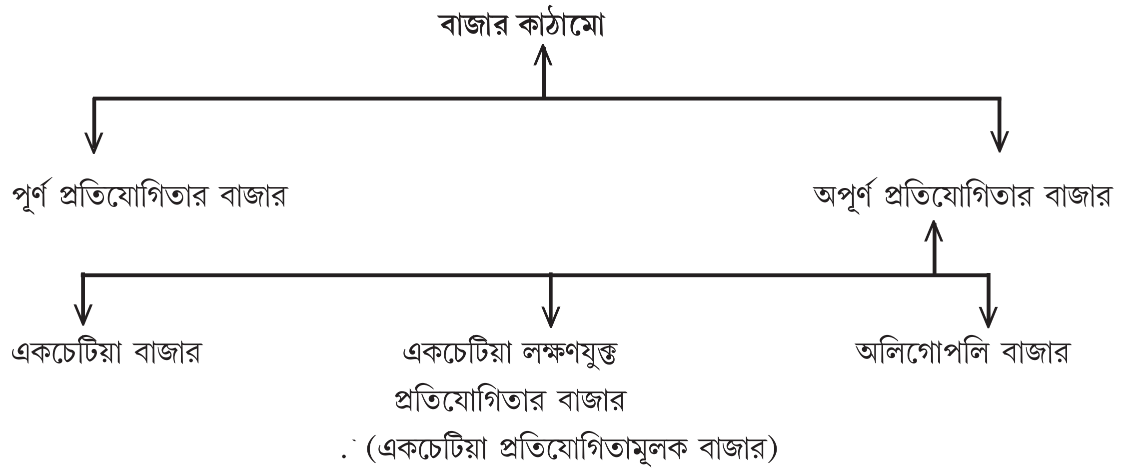
d) **অতি সংক্ষিপ্ত প্রশ্ন :** (প্রতিটি প্রশ্নের মান 1)

1. বাজার ভারসাম্য বলতে এমন একটি অবস্থা বোঝায় যেখানে বাজার চাহিদা এবং বাজার যোগান পরস্পর সমান হয় এবং দাম স্থিতিশীল হয়।
2. বাজার যোগান থেকে বাজার চাহিদা বেশি হলে তাকে অতিরিক্ত চাহিদা বলে।
3. বাজার চাহিদা থেকে বাজার যোগানের মান বেশি হলে তাকে অতিরিক্ত যোগান বলে।
4. যে দামে বাজার চাহিদা ও বাজার যোগান পরস্পর সমান হয় তাকে ভারসাম্য দাম বলে।
5. ভারসাম্য দামে যে পরিমাণ দ্রব্য বাজারে বিনিময় হয় তাকে ভারসাম্য পরিমাণ বলে।
6. একজন বিক্রেতা সর্বোচ্চ যে দাম একজন ক্রেতার কাছ থেকে আদায় করতে পারবে সেই সর্বোচ্চ দামকে বলে দামের উর্ধ্বসীমা (Price ceilling)।
7. উৎপাদকদের আয় স্থিতিশীল রাখার জন্য সরকার দ্রব্যের যে সর্বনিম্ন মূল্য ধার্য করে তাকে বলে সর্বনিম্ন দাম নির্ধারণ (Price floor)
8. সরকার কৃষকদের থেকে যে দামে দ্রব্য সামগ্রী ক্রয় করে থাকে তাকে বলে সহায়ক মূল্য।

অধ্যায়-6

অপূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজার

6.1 সাধারণ অর্থে বাজার বলতে একটি নির্দিষ্ট স্থানকে বোঝায় যেখানে ক্রেতা ও বিক্রেতার মধ্যে দ্রব্য সামগ্রীর ক্রয়-বিক্রয় হয়। কিন্তু অর্থবিজ্ঞানে বাজার শব্দের অর্থ ভিন্ন। অর্থ বিজ্ঞানে বাজার বলতে একটি সামাজিক প্রতিষ্ঠান বা সামাজিক সম্পর্ক স্থাপনের একটি নির্দিষ্ট ব্যবস্থাকে বোঝায় যেখানে দ্রব্য বা সেবাকর্ম ক্রেতা-বিক্রেতাদের মধ্যে অর্থের বিনিময়ে লেনদেন হয়। প্রতিযোগিতার ভিত্তিতে বাজারকে দুটি ভাগে ভাগ করা যায়— পূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজার ও অপূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজার। তাছাড়া অপূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজারকে তিনটি বিভাগে শ্রেণিবিন্যাস করা যেতে পারে— একচেটিয়া বাজার, একচেটিয়া লক্ষণযুক্ত প্রতিযোগিতার (একচেটিয়া প্রতিয়োগিতামূলক) বাজার ও অলিগোপলি বাজার।



6.2 **পূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজার :** যে বাজারে অসংখ্য ক্রেতা ও বিক্রেতা থাকে, একটি সমজাতীয় দ্রব্যের ক্রয়-বিক্রয় হয় এবং চাহিদা ও যোগানের ঘাত-প্রতিঘাতে দ্রব্যের দাম স্থির হয় তাকে পূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজার বলে। যেমন— কৃষি পণ্যের বাজার। পূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজারে দ্রব্যের দাম অভিন্ন থাকে এবং চাহিদা রেখা সম্পূর্ণ স্থিতিস্থাপক হয়। অর্থাৎ দামের সামান্য পরিবর্তনে চাহিদার পরিমাণে বিশাল পরিবর্তন আসে।

বৈশিষ্ট্য :

i) অসংখ্য ক্রেতা ও বিক্রেতা : এই বাজারে অসংখ্য বিক্রেতা ও ক্রেতা থাকে। এখানে কোনো ক্রেতা বা বিক্রেতা এককভাবে বাজার দামকে প্রভাবিত করতে পারে না। পূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজারে ক্রেতা-বিক্রেতা উভয়ই দাম গ্রহীতা হয়।

ii) সমজাতীয় দ্রব্য : পূর্ণ প্রতিযোগিতামূলক বাজারের একটি অন্যতম বৈশিষ্ট্য হল যে এই বাজারে সমজাতীয় দ্রব্য বিক্রয় হয়। অর্থাৎ দ্রব্যটি বস্তুগত বা গুণগত দিক থেকে সম্পূর্ণভাবে একজাতীয় (আকার, আয়তন, পরিমাণ একই)।

iii) বাজারে অবাধ প্রবেশ ও প্রস্থানের সুযোগ : কোন ফার্ম ইচ্ছা করলেই দ্রব্যের উৎপাদন শুরু করে বাজারে প্রবেশ করতে পারে বা উৎপাদন বন্ধ করে বাজার থেকে চলে যেতে পারে। ফার্মের এই প্রবেশ বা প্রস্থানের পথে কোনো বাধা থাকে না।

iv) বাজার সম্পর্কে ক্রেতা বিক্রেতার পূর্ণ জ্ঞান : এই ধরনের বাজারে ক্রেতা-বিক্রেতা উভয়ই উপাদান, উৎপাদন ও দাম সম্পর্কে সম্পূর্ণ সচেতন থাকে।

v) উপাদানের সম্পূর্ণ গতিশীলতা : এই ধরনের বাজারের অন্যতম বৈশিষ্ট্য হল উৎপাদনের উপকরণগুলো যেমন— জমি, শ্রমিক, মূলধন ও সংগঠন স্বাধীনভাবে গতিশীল হয়। এই বৈশিষ্ট্যের কারণে সব ফার্মের উৎপাদন ব্যয় সমান হয়।

vi) অন্য যে-কোনো প্রকার ব্যয়ের অনুপস্থিতি : এই ধরনের বাজারে উৎপাদন ব্যয় ছাড়া অন্য কোনো ব্যয় থাকে না। অন্যান্য ব্যয় যেমন বিজ্ঞাপন ব্যয়, পরিবহণ ব্যয় ইত্যাদি অনুপস্থিত থাকে।

6.3 অপূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজার : পূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজারের যে-কোনো একটি বৈশিষ্ট্য অনুপস্থিত থাকলেই তা অপূর্ণ প্রতিযোগিতার শ্রেণিভুক্ত হয়। যে বাজারে পূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজারের তুলনায় ক্রেতা ও বিক্রেতার তরফে প্রতিযোগিতার সংখ্যা কম হয়, নতুন প্রতিযোগীর পক্ষে প্রতিযোগিতায় নামায় বাধা থাকে এবং দ্রব্যের সমজাতীয়তা থাকে না তাকে অপূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজার বলে। অপূর্ণাঙ্গতার মাত্রা অনুযায়ী বিভিন্ন ধরনের বাজার এই শ্রেণির অন্তর্ভুক্ত যেমন— একচেটিয়া বাজার, একচেটিয়া প্রতিযোগিতামূলক বাজার ও অলিগোপলি বাজার।

6.3.1 একচেটিয়া বাজার : একচেটিয়া বাজার বলতে এমন একটি বাজার সংগঠন বোঝায় যেখানে শুধুমাত্র একজন বিক্রেতা থাকে, উৎপাদিত দ্রব্যের কোন ঘনিষ্ঠ বিকল্প থাকে না, বিক্রেতাই দ্রব্যের দাম নিয়ন্ত্রণ করে এবং যেখানে অন্য ফার্মের প্রবেশের পথে প্রতিবন্ধকতা থাকে। উদাহরণ– ভারতীয় রেল। একচেটিয়া বাজার হল পূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজারের সম্পূর্ণ বিপরীত। একচেটিয়া বাজারের ফার্ম নিজেই দাম নির্ধারণ করে। যদি ক্রেতারা মনে করে যে দ্রব্যের দাম বেশি তখন ঐ দ্রব্যের চাহিদার পরিমাণ কমে। যদি একচেটিয়া কারবারি বিক্রয়ের পরিমাণ বাড়াতে চায় তখন তাকে দ্রব্যের দাম কমাতে হয়। একচেটিয়া বাজারে ফার্মের চাহিদারেখার ঢাল নিম্নমুখী হয়।

বৈশিষ্ট্য :

i) একজন মাত্র বিক্রেতা ও অসংখ্য ক্রেতা : একচেটিয়া প্রতিযোগিতায় একজন মাত্র বিক্রেতা ও অসংখ্য ক্রেতা থাকে। এই বাজারে কোন ক্রেতাই দ্রব্যের দামকে প্রভাবিত করতে পারে না।

ii) দ্রব্যের কোন ঘনিষ্ঠ বিকল্প থাকে না : যেহেতু একটি দ্রব্যের জন্য একজন মাত্রই বিক্রেতা থাকে, একচেটিয়া বাজারে ঐ দ্রব্যের বিকল্প দ্রব্য পাওয়া খুবই কঠিন। যেহেতু উৎপাদিত দ্রব্যের কোন ঘনিষ্ঠ বিকল্প থাকে না, একচেটিয়া কারবারিকে প্রতিযোগিতার সম্মুখীন হতে হয় না।

iii) বাজারে প্রবেশ ও প্রস্থানের নানাবিধ বাধা : একচেটিয়া প্রতিযোগিতায়, শিল্পে নতুন ফার্মের প্রবেশের নানাবিধ প্রতিবন্ধকতা থাকে, এমনকি আইনগত বাধাও থাকে যেমন— লাইসেন্সিং।

iv) দাম পৃথকীকরণ : একজন একচেটিয়া কারবারি একই সাথে বিভিন্ন গ্রাহকদের কাছ থেকে একই দ্রব্যের জন্য ভিন্ন ভিন্ন দাম ধার্য করতে পারে। একে দাম পৃথকীকরণ বলে।

v) দাম নির্ধারণকারী ফার্ম : একচেটিয়া প্রতিযোগিতায় একজন মাত্র বিক্রেতা থাকে এবং তার দ্রব্যের জন্য তার ইচ্ছেমতো যে-কোনো দাম স্থির করতে পারে। তাই একে দাম নির্ধারণকারী ফার্ম বলে।

6.3.2 একচেটিয়া লক্ষণযুক্ত প্রতিযোগিতার বাজার : একচেটিয়া লক্ষণযুক্ত প্রতিযোগিতার বাজারকে পূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজার ও একচেটিয়া বাজারের সংমিশ্রণ হিসাবে বিবেচনা করা হয়। যে বাজারে বহু সংখ্যক বিক্রেতা বহুসংখ্যক ক্রেতার কাছে একটি পৃথকীকৃত অথচ পরস্পরের ঘনিষ্ঠ বিকল্প দ্রব্য বিক্রি করে তাকে একচেটিয়া লক্ষণযুক্ত প্রতিযোগিতার বাজার বা একচেটিয়া প্রতিযোগিতামূলক বাজার বলে। যেমন— টুথপেস্ট, সাবান, টিভি ইত্যাদি দ্রব্যের বাজার। এখানে ফার্মের চাহিদা রেখার ঢাল নিম্নমুখী হয়। এটা নির্দেশ করে যে ফার্ম তার দ্রব্যের দাম কমিয়ে বিক্রয়ের পরিমাণ বাড়াতে পারে।

বৈশিষ্ট্য :

i) অসংখ্য ক্রেতা ও বিক্রেতা : একচেটিয়া প্রতিযোগিতামূলক বাজারে অসংখ্য বিক্রেতা ও ক্রেতা থাকে। তবে বিক্রেতার সংখ্যা পূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজারের তুলনায় এত বেশি নয়।

ii) দ্রব্য পৃথকীকরণ : একচেটিয়া প্রতিযোগিতামূলক বাজারে ফার্ম পৃথকীকৃত দ্রব্য উৎপাদন করে। প্রতিটি ফার্মের উৎপাদিত দ্রব্য অন্যান্য ফার্মের উৎ পাদিত দ্রব্য থেকে রং, স্বাদ, ট্রেড মার্ক, আকার, পরিমাণ ইত্যাদি দিক থেকে পৃথক হয়।

iii) বিক্রয় খরচ : বিক্রয় খরচ বলতে বিজ্ঞাপন ও প্রচারমূলক খরচকে বোঝায়। উৎপাদকরা তাদের উৎপাদিত দ্রব্যের পরিমাণ, গুণগতমান ইত্যাদির প্রচারে অনেক টাকা খরচ করে।

iv) বাজারে অবাধ প্রবেশ ও প্রস্থানের সুযোগ : একচেটিয়া প্রতিযোগিতামূলক বাজারে ফার্মের অবাধ প্রবেশ ও প্রস্থানের সুযোগ থাকে কিন্তু প্রবেশের ক্ষেত্রে পূর্ণ প্রতিযোগিতামূলক বাজারের মতো এত সহজ নয়।

v) বাজার সম্পর্কে ক্রেতা বিক্রেতার অপূর্ণ জ্ঞান : প্রচুর সংখ্যক পরস্পর ঘনিষ্ঠ কিন্তু পৃথকীকৃত দ্রব্যের কারণে ক্রেতা ও বিক্রেতাদের বাজার সম্পর্কে সঠিক জ্ঞান থাকে না। তাছাড়া এই বাজারের সমস্ত দ্রব্যসামগ্রী মূল্যায়ন করা ভোক্তাদের পক্ষে খুবই কঠিন।

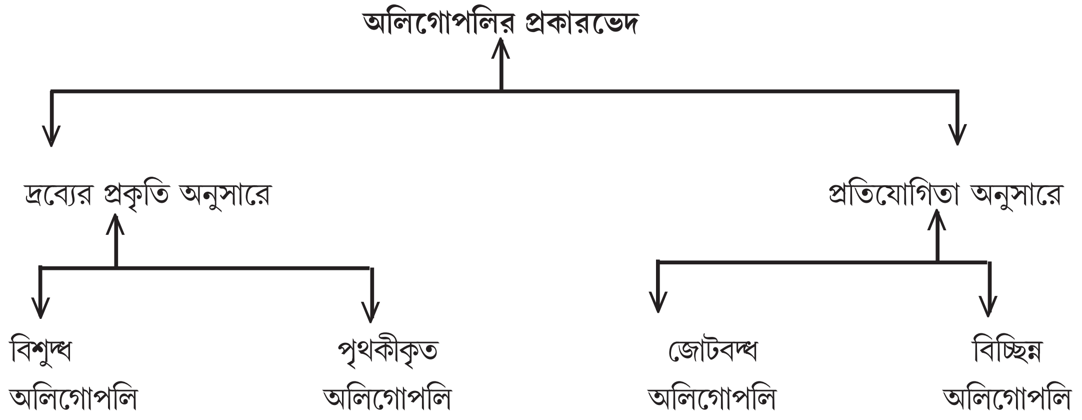
vi) দামের উপর আংশিক নিয়ন্ত্রণ : একচেটিয়া প্রতিযোগিতামূলক বাজারে ফার্ম দাম গ্রহীতা বা দাম নির্মাতা কোনটিই নয়। তথাপি দাম নিয়ন্ত্রণের ক্ষেত্রে তাদের আংশিক ক্ষমতা রয়েছে।

vii) দামবিহীন প্রতিযোগিতা : একচেটিয়া প্রতিযোগিতামূলক বাজারে ফার্মগুলো তাদের উৎপাদিত দ্রব্যের দাম পরিবর্তন না করেই অনুকূল ক্রেডিট শর্তাদির মাধ্যমে বা উপহার প্রদানের মাধ্যমে একে অপরের সাথে প্রতিযোগিতা করতে পারে।

6.3.3 অলিগোপলি বাজার : যে বাজারে সীমিত সংখ্যক বিক্রেতা বহু সংখ্যক ক্রেতার কাছে একটি সমজাতীয় বা পৃথকীকৃত দ্রব্য বিক্রি করে তাকে অলিগোপলি বলে। যেমন— অটোমোবাইল, সিমেন্ট, স্টিল ইত্যাদির বাজার। বাজারে ফার্মের আচরণগত গঠন নিশ্চয়তার সহিত নির্ধারণ করা যায় না। তাই অলিগোপলি বাজারে ফার্মের চাহিদারেখা নিরূপণ করা যায় না।

দ্রব্যের প্রকৃতি অনুসারে অলিগোপলি বাজারকে দুভাগে ভাগ করা যায়— বিশুদ্ধ বা পূর্ণ অলিগোপলি ও

পৃথকীকৃত বা অপূর্ণ অলিগোপলি এবং প্রতিযোগিতার ভিত্তিতে এই বাজারকে দুভাগে ভাগ করা যায়— জোটবদ্ধ বা যোগসাজসযুক্ত অলিগোপলি ও বিচ্ছিন্ন বা যোগসাজসহীন অলিগোপলি ।



i) বিশুদ্ধ অলিগোপলি : অলিগোপলি বাজারকে তখনই বিশুদ্ধ অলিগোপলি বলা হবে যখন প্রতিটি বিক্রেতা সমজাতীয় দ্রব্য বিক্রি করবে।

ii) পৃথকীকৃত অলিগোপলি : অলিগোপলি বাজারকে তখনই পৃথকীকৃত অলিগোপলি বলা হয় যখন প্রতিটি বিক্রেতা পৃথকীকৃত দ্রব্য উৎপাদন ও বিক্রয় করে।

iii) জোটবদ্ধ অলিগোপলি : জোটবদ্ধ অলিগোপলি সেই ধরনের অলিগোপলি যেখানে সমস্ত ফার্মগুলো নিজেদের মধ্যে প্রতিযোগিতা এড়াতে এবং দ্রব্যের দাম ও উৎপাদনের পরিমাণ নির্ধারণ করতে জোটবদ্ধভাবে সিদ্ধান্ত নেয়।

iv) বিচ্ছিন্ন অলিগোপলি : অ-জোটবদ্ধ অলিগোপলি হল সেই ধরনের অলিগোপলি যেখনে ফার্মগুলো প্রতিদ্বন্দ্বী ফার্মগুলোর ক্রিয়া-প্রতিক্রিয়া অনুসারে দ্রব্যের দাম ও উৎপাদনের পরিমাণ নির্ধারণ করে।

ডুয়োপলি : অলিগোপলির একটি বিভাগ হল ডুয়োপলি, যেখানে শুধুমাত্র দুটি ফার্ম বা বিক্রেতা থাকে ও অনেক ক্রেতা থাকে। এখানে অনুমান করে নেওয়া হয় যে দুটি ফার্মের উৎপাদিত দ্রব্য সমজাতীয় এবং দ্রব্যের কোন পরিবর্ত দ্রব্য নেই। এই ধরনের বাজারের প্রধান বৈশিষ্ট্য হল বিক্রেতাদের মধ্যে পরস্পর নির্ভরশীলতা। এখানে উভয় বিক্রেতাই একে অপরের ক্রিয়া প্রতিক্রিয়া ভাল করে লক্ষ্য করে এবং সেই অনুযায়ী তাদের নীতিমালা প্রণয়ন করে। যেমন, বিমান প্রস্তুতকারী সংস্থা— বোয়িং এবং এয়ারবাস, স্মার্টফোন— অ্যাপেল ও এন্ডরয়েড ইত্যাদি।

অলিগোপলি বাজারের বৈশিষ্ট্য :

i) স্বল্প সংখ্যক বিক্রেতা : অলিগোপলি বাজারে স্বল্প সংখ্যক বিক্রেতা থাকে এবং প্রতিটি ফার্ম সেই উৎপাদনের একটি উল্লেখযোগ্য অংশ উৎপাদন করে।

ii) পারস্পরিক নির্ভরশীল : অলিগোপলি বাজারে দ্রব্যের দাম, পরিমাণ ও গুণগত মান পরিবর্তনের ক্ষেত্রে ফার্মগুলোর মধ্যে পারস্পরিক নির্ভরশীলতা থাকে।

iii) বিক্রয় খরচ : বিজ্ঞাপন ও প্রচারমূলক খরচকে বিক্রয় খরচ বলে। ফার্মগুলোর মধ্যে তীব্র প্রতিযোগিতা ও পারস্পরিক

নির্ভরশীলতার জন্য প্রতিটি ফার্ম তাদের উৎপাদিত দ্রব্য জনপ্রিয় করতে দ্রব্যের দাম, পরিমাণ, গুণগতমানের পরিবর্তন করে।

iv) বাজারে প্রবেশের ক্ষেত্রে বাধা : অলিগোপলি বাজারে পেটেন্ট, অধিক মূলধনের প্রয়োজনীয়তা, বিভিন্ন গুরুত্বপূর্ণ উপাদানের উপর নিয়ন্ত্রণ ইত্যাদি বাধা থাকে। যেসব ফার্ম এই বাধাগুলো অতিক্রম করে তারা দীর্ঘকালে অস্বাভাবিক মুনাফা অর্জন করে।

v) কার্টেল গঠন :অলিগোপলি বাজারে ফার্মগুলো অনেকসময় কার্টেল বা দল গঠন করে এবং নিজেদের মধ্যে আলোচনার মাধ্যমে দ্রব্যের দাম স্থির করে, যাতে করে প্রতিটি ফার্মের স্বার্থ সুরক্ষিত থাকে।

vi) দামবিহীন প্রতিযোগিতা : অলিগোপলি বাজারে ফার্মগুলো তাদের দ্রব্যের দাম পরিবর্তন না করেই সুবিধাজনক ক্রেডিট শর্তাদির মাধ্যমে বা উপহার প্রদানের মাধ্যমে একে অপরের সাথে প্রতিযোগিতা করতে পারে।

vii) দ্রব্যের প্রকৃতি : অলিগোপলি বাজারে ফার্মগুলো সমজাতীয় কিংবা পৃথকীকৃত দ্রব্য উৎপাদন ও বিক্রয় করে।

6.4 পূর্ণ প্রতিযোগিতামূলক বাজার, একচেটিয়া বাজার, একচেটিয়া প্রতিযোগিতামূলক বাজার ও অলিগোপলি বাজারের মধ্যে তুলনা

	প্রসঙ্গ	পূর্ণ প্রতিযোগিতামূলক বাজার	একচেটিয়া বাজার	একচেটিয়া প্রতিযোগিতামূলক বাজার	অলিগোপলি বাজার
1.	ক্রেতা ও বিক্রেতার সংখ্যা	অসংখ্য ক্রেতা ও বিক্রেতা	শুধুমাত্র একজন বিক্রেতা ও অসংখ্য ক্রেতা	অসংখ্য ক্রেতা বিক্রেতা	স্বল্প সংখ্যক বিক্রেতা ও অসংখ্য ক্রেতা
2.	দ্রব্যের প্রকৃতি	সমজাতীয় দ্রব্য	দ্রব্যের কোন ঘনিষ্ঠ বিকল্প থাকে না	পৃথকীকৃত অথচ পরস্পরের ঘনিষ্ঠ বিকল্প দ্রব্য থাকে	দ্রব্যগুলো সমজাতীয় কিংবা পৃথকীকৃত হয়
3.	দাম	যেহেতু ফার্মগুলো দাম গ্রহীতা তাই দাম অভিন্ন থাকে	যেহেতু ফার্মটি দাম নির্মাতা, তাই দাম পৃথকীকরণ সম্ভব	পৃথকীকৃত দ্রব্যের জন্য দামও ভিন্ন হয়	দামের অনমনীয়তার নীতি অনুসরণ করা হয়
4.	বাজার সম্পর্কে জ্ঞান	বাজার সম্পর্কে ক্রেতা বিক্রেতার পূর্ণ জ্ঞান থাকে	অপূর্ণ জ্ঞান থাকে	অপূর্ণ জ্ঞান থাকে	অপূর্ণ জ্ঞান থাকে
5.	বাজারে প্রবেশ ও প্রস্থানের সুযোগ	বাজারে প্রবেশ ও প্রস্থানের ক্ষেত্রে স্বাধীনতা	সম্ভব নয়	পূর্ণ স্বাধীনতা নেই	পেটেন্ট, অধিক মূলধনের প্রয়োজনীয়তা ইত্যাদি বাধা যে সমস্ত ফার্ম অতিক্রান্ত করতে পারে তাদেরই স্বাধীনতা থাকে।
6.	বিক্রয় খরচ	প্রয়োজন নেই	শুধুমাত্র তথ্যমূলক বিক্রয় খরচ থাকে	বিক্রয় খরচ অনেক বেশি	বিক্রয় খরচ অনেক বেশি
7.	চাহিদারেখা	সম্পূর্ণ স্থিতিস্থাপক	ঋণাত্মক ঢালযুক্ত এবং কম স্থিতিস্থাপক	ঋণাত্মক ঢালযুক্ত এবং বেশি স্থিতিস্থাপক	অ-নিরূপণযোগ্য
8.	দীর্ঘকালে মুনাফা	স্বাভাবিক মুনাফা	অস্বাভাবিক মুনাফা	স্বাভাবিক মুনাফা	অস্বাভাবিক মুনাফা

অনুশীলনী

1. **সত্য/মিথ্যা লেখো :**

i. অলিগোপলি বাজারে স্বল্প সংখ্যক বিক্রেতা থাকে।

ii. পূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজারে ফার্ম ইচ্ছা করলেই দ্রব্যের দাম বাড়াতে পারে।

iii. একচেটিয়া প্রতিযোগিতামূলক বাজারের ক্ষেত্রে ফার্ম দীর্ঘকালে অস্বাভাবিক মুনাফা অর্জন করতে পারে।

iv. একচেটিয়া বাজারে ফার্ম হল দাম - নির্মাতা।

v. একচেটিয়া প্রতিযোগিতামূলক বাজারের ক্ষেত্রে উৎপাদন প্রতিষ্ঠান ও ঐ শিল্পের মধ্যে কোনো পার্থক্য থাকে না।

vi. পূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজারে ফার্মের কোন বিক্রয় খরচ থাকে না।

vii. কার্টেল বলতে অলিগোপলি বাজারে ফার্মগুলোর মধ্যে বিধিবৎ জোটবন্ধ চুক্তিকে বোঝায়।

viii. দাম পৃথকীকরণ, একচেটিয়া লক্ষণযুক্ত প্রতিযোগিতার সঙ্গে সম্বন্ধযুক্ত।

ix. একচেটিয়া কারবারি তার পছন্দ অনুযায়ী দামে যে-কোনো পরিমাণ দ্রব্য বিক্রয় করতে পারে।

x. পূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজারে অনুভূমিক সরলরৈখিক চাহিদা রেখা নির্দেশ করে যে-কোনো একটি ফার্ম এককভাবে দ্রব্যের দাম নিয়ন্ত্রণ করতে পারে না।

2. **সঠিক উত্তর নির্বাচন করো :**

i. একচেটিয়া বাজারে ফার্মের —

a) দ্রব্যের দাম নিয়ন্ত্রণে আংশিক ক্ষমতা থাকে।

b) দ্রব্যের দাম নিয়ন্ত্রণে কোনো ক্ষমতা নেই।

c) দ্রব্যের দাম নিয়ন্ত্রণে পূর্ণ ক্ষমতা থাকে।

d) কোনটিই নয়।

ii. একটি ফার্ম দাম-গ্রহীতা হয়—

a) পূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজারে

b) একচেটিয়া বাজারে

c) একচেটিয়া প্রতিযোগিতামূলক বাজারে

d) অলিগোপলি বাজারে

iii. একচেটিয়া প্রতিযোগিতামূলক বাজারে ফার্মের চাহিদারেখার ধরণ কেমন হয়?

a) সম্পূর্ণ স্থিতিস্থাপকতা

b) চাহিদারেখার ঢাল নিম্নমুখী ও বেশি স্থিতিস্থাপক

c) চাহিদারেখার নিম্নমুখী ও কম স্থিতিস্থাপক

d) কোনোটিই নয়।

iv. যে বাজারে স্বল্প সংখ্যক বিক্রেতা থাকে তাকে বলা হয়—

a) পূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজার

b) একচেটিয়া বাজার

c) একচেটিয়া প্রতিযোগিতামূলক বাজার

d) অলিগোপলি বাজার

v. যে বাজারে অসংখ্য ক্রেতা-বিক্রেতা থাকে সেটি হল—

a) পূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজার

b) একচেটিয়া প্রতিযোগিতামূলক বাজার

c) a ও b উভয়ই।

d) কোনোটিই নয়।

vi. একচেটিয়া প্রতিযোগিতামূলক বাজারে—

a) একক কোন ফার্ম ঘনিষ্ঠ বিকল্প দ্রব্য উৎপাদন করে।

b) স্বল্পসংখ্যক ফার্ম পৃথকীকৃত অথচ ঘনিষ্ঠ বিকল্প দ্রব্য উৎপাদন করে।

c) অসংখ্য ফার্ম পরস্পরের অথচ ঘনিষ্ঠ বিকল্প দ্রব্য উৎপাদন করে।

d) অসংখ্য ফার্ম পৃথকীকৃত অথচ ঘনিষ্ঠ বিকল্প দ্রব্য উৎপাদন করে।

vii. জোটবদ্ধ অলিগোপলির ক্ষেত্রে দ্রব্যের দাম নির্ধারণ করে–

a) কোন একটি ফার্ম

b) ক্রেতারা

c) a ও b উভয়ই।

d) কোনোটিই নয়।

viii. কার্টেল সংগঠিত হয়—

a) পূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজারে

b) একচেটিয়া বাজারে

c) একচেটিয়া প্রতিযোগিতামূলক বাজারে

d) অলিগোপলি বাজারে

ix. যে বাজারে দ্রব্যের প্রকৃতি সমজাতীয় হয় সেটা হল—

a) পূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজার

b) বিশুদ্ধ অলিগোপলি বাজার

c) a ও b উভয়ই।

d) কোনোটিই নয়।

x. গ্রাহকরা বিভিন্ন ধরনের দ্রব্যাদি দেখতে পায়—

a) পূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজারে

b) একচেটিয়া প্রতিযোগিতামূলক বাজারে

c) একচেটিয়া বাজারে

d) ডুয়োপলি বাজারে

xi. 'ফার্মগুলোর মধ্যে পারস্পরিক নির্ভরশীলতা' এই বৈশিষ্ট্যটি দেখা যায়—

a) পূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজারে

b) একচেটিয়া প্রতিযোগিতামূলক বাজারে

c) অলিগোপলি বাজারে

d) একচেটিয়া বাজারে

xii. একচেটিয়া প্রতিযোগিতামূলক বাজারের কোন বৈশিষ্ট্যটি একচেটিয়া বাজারের সঙ্গে মিল রয়েছে?

a) একজন বিক্রেতা ও অসংখ্য ক্রেতা

b) চাহিদারেখার ঢাল নিম্নমুখী।

c) বাজারে প্রবেশ ও প্রস্থানের ক্ষেত্রে স্বাধীনতা।

d) দ্রব্যের দামের উপর পূর্ণ নিয়ন্ত্রণ।

3. **শূন্যস্থান পূরণ করো :**

i. একচেটিয়া বাজারের ক্ষেত্রে ফার্ম ———— দ্রব্য উৎপাদন করে। (সমজাতীয় / পৃথকীকৃত)

ii. ———— এর ক্ষেত্রে ফার্মের চাহিদারেখা অনিরূপণ যোগ্য। (অলিগোপলি বাজার / একচেটিয়া বাজার)

iii. ———— বাজারে ফার্ম দামের অনমনীয়তার নীতি অনুসরণ করে। (অলিগোপলি / একচেটিয়া)

iv. ———— বাজারে শুধুমাত্র দুইজন বিক্রেতা থাকে। (একচেটিয়া / ডুয়োপলি)

v. ———— বাজারে দ্রব্যের দাম নিয়ন্ত্রণে ফার্মের ভূমিকা থাকে না। (পূর্ণ প্রতিযোগিতার / অলিগোপলি)

vi. যদি ফার্মটি পৃথকীকৃত দ্রব্য উৎপাদন করে তখন তাকে —————— অলিগোপলি বলে। (পূর্ণাঙ্গ / অপূর্ণাঙ্গ)

vii. যদি ফার্ম দ্রব্যের দাম বা উৎপাদন বা উভয়ই নির্ধারণের ক্ষেত্রে নিজেদের মধ্যে যোগসাজস করে তখন তাকে —-——— অলিগোপলি বলে। (জোটবদ্ধ / বিচ্ছন্ন)

viii. ———— বাজারের ক্ষেত্রে ক্রেতা-বিক্রেতাদের দ্রব্যের উপর সম্পূর্ণ জ্ঞান থাকে। (পূর্ণ প্রতিযোগিতা / একচেটিয়া)

ix. ———— বাজার কাঠামো হল পূণ প্রতিযোগিতামূলক বাজারের ঠিক বিপরীত। (অলিগোপলি / একচেটিয়া)

x. একচেটিয়া প্রতিযোগিতামূলক বাজারের তুলনায় একচেটিয়া বাজারে ফার্মের চাহিদারেখা —————— স্থিতিস্থাপক হয়। (বেশি/কম)

4. **সংক্ষিপ্ত উত্তর দাও :** (প্রতিটি প্রশ্নের মান 1)

1. বাজার বলতে কি বোঝ?
2. পূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজারের সংজ্ঞা দাও।
3. একচেটিয়া বাজার বলতে কি বোঝ?
4. একচেটিয়া প্রতিযোগিতামূলক বাজারের সংজ্ঞা দাও।
5. অলিগোপলি বাজার কি?
6. কখন একটি ফার্মকে দাম নির্মাতা ফার্ম বলা হয়?
7. ডুয়োপলি বাজার বলতে কি বোঝ?
8. একচেটিয়া প্রতিযোগিতামূলক বাজারে চাহিদারেখার আকৃতি কেমন হয়?
9. 'সমজাতীয় দ্রব্য' বলতে কি বোঝ?
10. দাম-গ্রহীতা ফার্ম কি?
11. দাম পৃথকীকরণ বলতে কি বোঝ?
12. পূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজারে কোন 'বিক্রয় খরচ' থাকে না?
13. একচেটিয়া প্রতিযোগিতামূলক বাজারের দুটি বৈশিষ্ট্য লেখো?
14. বিশুদ্ধ অলিগোপলি কাকে বলে?
15. পৃথকীকৃত অলিগোপলি কাকে বলে?
16. পূর্ণ প্রতিযোগিতামূলক বাজারের দুটি বৈশিষ্ট্য লেখো।
17. জোটবদ্ধ অলিগোপলি কাকে বলে?
18. বিচ্ছিন্ন অলিগোপলি কাকে বলে?

19. একচেটিয়া বাজারের দুটি বৈশিষ্ট্য লেখো।

20. অলিগোপলি বাজারের দুটি বৈশিষ্ট্য লেখো।

21. দ্রব্য পৃথকীকরণ বলতে কি বোঝ?

22. কার্টেল কি?

23. ডুয়োপলি বাজারের একটি বৈশিষ্ট্য লেখো।

24. কোন বৈশিষ্ট্যের জন্য একচেটিয়া প্রতিযোগিতামূলক বাজার পূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজার থেকে ভিন্ন হয়?

25. দ্বিপাক্ষিক একচেটিয়া বাজার বলতে কি বোঝ?

26. মনোপসনি বাজার কি?

27. ডু য়োপসনি বাজার বলতে কি বোঝ?

28. অলিগোপসনি বাজার কাকে বলে?

29. একচেটিয়া প্রতিযোগিতামুলক বাজারের ক্ষেত্রে ‘বিক্রয় খরচ’ বলতে কি বোঝ?

30. দামের অনমনীয়তা বলতে কি বোঝ?

উত্তরমালা

1) **সত্য/মিথ্যা :**

i. সত্য ii. মিথ্যা iii. মিথ্যা iv. সত্য v. মিথ্যা
vi. সত্য vii. সত্য viii. মিথ্যা ix. মিথ্যা x. সত্য

2) i) c ii) a iii) b iv) d v) c vi) d vii) d viii) d ix) c x) b xi) c xii) b

3) i) পৃথকীকৃত ii) অলিগোপলি iii) অলিগোপলি iv) ডুয়োপলি v) পূর্ণপ্রতিযোগিতার
vi) অপূর্ণাঙ্গ vii) জোটবদ্ধ viii) পূর্ণপ্রতিযোগিতা ix) একচেটিয়া x) কম

4) **অতি সংক্ষিপ্ত প্রশ্ন :**

i. বাজার বলতে একটি সামাজিক প্রতিষ্ঠান বা সামাজিক সম্পর্ক স্থাপনের একটি নির্দিষ্ট ব্যবস্থাকে বোঝায় যেখানে দ্রব্য বা সেবাকর্ম ক্রেতা-বিক্রেতাদের মধ্যে অর্থের বিনিময়ে লেনদেন হয়।

ii. যে বাজারে অসংখ্য ক্রেতা ও বিক্রেতা থাকে, একটি সমজাতীয় দ্রব্যের ক্রয়-বিক্রয় হয় এবং চাহিদা ও জোগানের ঘাত-প্রতিঘাতে দ্রব্যের দাম স্থির হয় তাকে পূর্ণ প্রতিযোগিতার বাজার বলে।

iii. একচেটিয়া বাজার বলতে এমন একটি বাজার সংগঠন বোঝায় যেখানে শুধুমাত্র একজন বিক্রেতা থাকে, উৎপাদিত দ্রব্যের কোন ঘনিষ্ঠ বিকল্প থাকে না, বিক্রেতাই দ্রব্যের দাম নিয়ন্ত্রণ করে এবং যেখানে অন্য ফার্মের প্রবেশের ক্ষেত্রে প্রতিবন্ধকতা থাকে।

iv. যে বাজারে বহুসংখ্যক বিক্রেতা বহু সংখ্যক ক্রেতার কাছে একটি পৃথকীকৃত অথচ পরস্পরের ঘনিষ্ঠ বিকল্প দ্রব্য বিক্রিয় করে তাকে একচেটিয়া প্রতিযোগিতামূলক বাজার বলে।

v. যে বাজারে স্বল্প সংখ্যক বিক্রেতা বহু সংখ্যক ক্রেতার কাছে একটি সমজাতীয় বা পৃথকীকৃত দ্রব্য বিক্রিয় করে তাকে অলিগোপলি বাজার বলে।

vi. একটি ফার্মকে তখনই 'দাম নির্মাতা' ফার্ম বলা হয় যখন ঐ ফার্মটিই দ্রব্যের দাম নির্ধারণ করে।

vii. অলিগোপলির একটি বিভাগ হল ডুয়োপলি, যেখানে শুধুমাত্র দুটি ফার্ম বা বিক্রেতা থাকে ও অনেক ক্রেতা থাকে।

viii. চাহিদারেখার ঢাল নিম্নমুখী হয়।

ix. সমজাতীয় দ্রব্য বলতে বোঝায় যে দ্রব্যটি বস্তুগত বা গুণগত দিক থেকে সম্পূর্ণভাবে একজাতীয়।

x. একটি ফার্মকে তখনই 'দাম-গ্রহীতা' ফার্ম বলা হয় যখন বাজারের চাহিদা ও যোগানের ঘাত প্রতিঘাতে দ্রব্যের দাম স্থির হয়। এক্ষেত্রে ফার্ম নিজেই দ্রব্যের দাম নির্ধারণ করতে পারে না।

xi. দাম পৃথকীকরণ বলতে বোঝায় যে যখন একই সময়ে একই দ্রব্যের জন্য ভিন্ন ভিন্ন গ্রাহকদের কাছে ভিন্ন ভিন্ন দাম ধার্য করা হয়।

xii. ক্রেতা ও বিক্রেতাদের বাজার সম্পর্কে সম্পূর্ণ জ্ঞান থাকে।

xiii. a) অসংখ্য ক্রেতা ও বিক্রেতা থাকে।

b) বিক্রয় খরচ অনেক বেশি হয়।

xiv. অলিগোপলি বাজারকে তখনই পৃথকীকৃত অলিগোপলি বলা হয় যখন প্রতিটি বিক্রেতা সমজাতীয় দ্রব্য উৎপাদন ও বিক্রয় করে।

xv. অলিগোপলি বাজারকে তখনই বিশুদ্ধ অলিগোপলি বলা হয় যখন প্রতিটি বিক্রেতা পৃথকীকৃত দ্রব্য উৎপাদন ও বিক্রয় করে।

xvi. a) অসংখ্য ক্রেতা ও বিক্রেতা থাকে।

b) সমজাতীয় দ্রব্য বিক্রয় করা হয়।

xvii. জোটবদ্ধ অলিগোপলি হল সেই ধরনের অলিগোপলি যেখানে সমস্ত ফার্মগুলো নিজেদের মধ্যে প্রতিযোগিতা এড়াতে এবং দ্রব্যের দাম ও উৎপাদনের পরিমাণ নির্ধারণ করতে জোটবদ্ধভাবে সিদ্ধান্ত নেয়।

xviii. বিচ্ছিন্ন অলিগোপলি হল সেই ধরনের অলিগোপলি যেখানে ফার্মগুলো প্রতিদ্বন্দ্বী ফার্মগুলোর ক্রিয়া-প্রতিক্রিয়া অনুসারে দ্রব্যের দাম ও উৎপাদনের পরিমাণ নির্ধারণ করে।

xix. a) একজন বিক্রেতা ও অসংখ্য ক্রেতা।

b) যেহেতু 'দাম নির্মাতা' ফার্ম তাই দাম পৃথকীকরণ সম্ভব

xx. a) স্বল্প সংখ্যক বিক্রেতা ও অসংখ্য ক্রেতা।

b) দ্রব্যগুলো সমজাতীয় কিংবা পৃথকীকৃত হতে পারে।

xxi. দ্রব্য পৃথকীকরণ বলতে বোঝায় যে প্রতিটি একক ফার্মের উৎপাদিত দ্রব্য ব্রান্ড, রং, আকার পরিমাণ ইত্যাদি দিক থেকে অন্য ফার্মের উৎপাদিত দ্রব্য থেকে আলাদা হয়।

xxii. কার্টেল বলতে ফার্ম গোষ্ঠীকে বোঝায় যারা একচেটিয়া ক্ষমতা অনুশীলন করার জন্য মিলিতভাবে দ্রব্যের দাম ও উৎপাদনের পরিমাণ স্থির করে।

xxiii. দুইজন বিক্রেতা ও অসংখ্য ক্রেতা।

xxiv. দ্রব্য পৃথকীকরণ।

xxv. যে বাজারে একজন ক্রেতা ও একজন বিক্রেতা থাকে।

xxvi. যে বাজারে একজন ক্রেতা ও বহুসংখ্যক বিক্রেতা থাকে।

xxvii. দুইজন ক্রেতা ও বহুসংখ্যাক বিক্রেতার বাজারই হল ডুয়োপসনি বাজার

xxviii. যে বাজারে ক্রেতার সংখ্যা সীমিত ও বিক্রেতার সংখ্যা অনেক বেশি হয় তাকে অলিগোপসনি বাজার বলে।

xxix. বিক্রয় খরচ বলতে বিজ্ঞাপন ও প্রচারমূলক খরচকে বোঝায়।

xxx. চাহিদার পরিবর্তনের ফলে যখন দ্রব্যের দামের কোন পরিবর্তন হয় না তখন তাকে দামের অনমনীয়তা বলে।

ভাগ-II: অর্থশাস্ত্রে পরিসংখ্যান

একাদশ শ্রেণি

ভূমিকা

এই অধ্যায়ে আমরা রাশিবিজ্ঞানের বিষয়বস্তু নিয়ে আলোচনা করব। এর সঙ্গে অর্থনীতিতে রাশিবিজ্ঞানের তাৎপর্য বিশ্লেষণ করব। প্রথমে অর্থনীতির ধারণা এবং পরে রাশিবিজ্ঞানের ধারণা ও এর প্রসার নিয়ে চর্চা হবে।

১। **অর্থনীতির ধারণা :**

অর্থনীতি হল মানুষের দৈনন্দিন জীবনের সাধারণ কাজকর্ম যেমন দ্রব্যের ভোগ, উৎপাদন, বন্টন ইত্যাদি নিয়ে আলোচনা। এখানে সম্পদের সঠিক ব্যবহার করার বিষয়েও আলোচনা হয়।

অর্থনীতির কয়েকটি গুরুত্বপূর্ণ বিষয় নিম্নে আলোচনা করা হল—

ভোক্তা : কোন পণ্য বা সেবা যিনি ভোগ করেন বা ভোগের উদ্দেশ্যে ক্রয় করেন তিনিই ভোক্তা।

ভোগ : দ্রব্যসামগ্রী ব্যবহারের মাধ্যমে যখন উপযোগ নি:শেষ হয় তখন তাকে ভোগ বলে।

উৎপাদক : যে দ্রব্যসামগ্রী উৎপাদন করে তাকে উৎপাদক বলে।

উৎপাদন : উৎপদানের উপকরণগুলি (জমি, শ্রম, মূলধন, কাঁচামাল) ব্যবহার করে ব্যবহার যোগ্য কিছু তৈরি করাই হল উৎপাদন।

সঞ্চয় : আয়ের অব্যয়িত অংশকে বলে সঞ্চয়।

বিনিয়োগ : আয় বৃদ্ধির উদ্দেশ্যে কোন সম্পদের ব্যয় করাকে বলে বিনিয়োগ।

বন্টন : সমাজের প্রয়োজনে উৎপাদিত দ্রব্য ও সেবা ভোক্তাদের মধ্যে বিতরণ প্রক্রিয়াকে বলে বন্টন।

অর্থনৈতিক ক্রিয়াকলাপ : যে সকল কাজের বিনিময় মূল্য আছে, যেমন- পণ্যসামগ্রী উৎপাদন, তাদের অর্থনৈতিক ক্রিয়াকলাপ বলে।

অর্থনৈতিক সমস্যা : প্রকৃতি প্রদত্ত সকল সম্পদের সঠিক ও সর্বোত্তম ব্যবহারের সরল পথ সন্ধান করাই হল অর্থনৈতিক সমস্যা।

২। **রাশিবিজ্ঞান কাকে বলে :**

কোন বস্তু, ব্যক্তি বা উপাদান সম্পর্কে রাশিতথ্য সংগ্রহ করে এবং বিভিন্ন গাণিতিক পদ্ধতির মাধ্যমে সেই রাশিতথ্যের সংখ্যাগত মান নির্ণয় করে তার উপস্থাপনা, বিশ্লেষণ, তুলনা ও ব্যাখ্যা করা হয় যে বিজ্ঞানে তাকেই বলে রাশিবিজ্ঞান।

রাশিবিজ্ঞান দুটি পৃথক অর্থে ব্যবহৃত হয়— একবচন এবং বহুবচন।

(ক) **একবচনে রাশিবিজ্ঞান :**- একবচনে রাশিবিজ্ঞানের অর্থ হল 'রাশিতথ্যের সংকলন, শ্রেণীকরণ তথা প্রয়োগের বিজ্ঞান' অথবা একটি পরিসংখ্যাগত বিষয়।

(খ) **বহুবচনে রাশিবিজ্ঞান:** বহুবচন অর্থে রাশিবিজ্ঞান হল— 'নিয়মানুসারে সংগৃহীত রাশিতথ্যের সমষ্টি'। এটি অক্সফোর্ড

অভিধানে পাওয়া যায়। বহুবচনে রাশিবিজ্ঞানের প্রধান বৈশিষ্টগুলি হল— তথ্যের সমষ্টি, সংখ্যাসূচকভাবে প্রকাশিত, কারনসমূহের সংখ্যাধিক্য, যুক্তিসংগত সঠিকতা, তুলনাযোগ্য, গণিত ও আনুমানিক ইত্যাদি।

৩। **পরিসংখ্যানগত সরঞ্জাম :**

রাশিতথ্য সংগ্রহ করা, সংগঠিত করা, উপস্থাপন করা, বিশ্লেষণ করা ইত্যাদির জন্য যে পদ্ধতিগুলি ব্যবহার করা হয় তাকে বলে পরিসংখ্যাগত সরঞ্জাম। টেবিল, লেখচিত্র, রেখাচিত্র প্রভৃতি হল পরিসংখ্যানগত সরঞ্জামের উদাহরণ।

৪। **রাশিবিজ্ঞানের সীমাবদ্ধতা :**

রাশিবিজ্ঞানের সীমাবদ্ধগুলি নিম্নরূপ—

ক) শুধুমাত্র সংখ্যাসূচক তথ্যের উপর অধ্যয়ন:- রাশিবিজ্ঞানে গুনগতমান যেমন— সততা, জ্ঞান, স্বাস্থ্য ইত্যাদির উপর কোন আলোচনা হয় না। শুধু সংখ্যা ভিত্তিক আলোচনায় সীমাবদ্ধ।

খ) সমষ্টিগত অধ্যয়ন ঃ- রাশিবিজ্ঞান কেবল সংখ্যাতত্ত্বের সমষ্টিগত অধ্যয়ন করে। এখানে বিশেষ কোন একক নিয়ে আলোচনা হয় না।

গ) গড় মানের ওপর ভিত্তি করে ফলাফল নির্ণয় করা হয় :- বেশিরভাগ ফলাফলই গড় মানের ক্ষেত্রে সত্যি হয়। সকল পরিস্থিতিতে এই ফলাফল সঠিক নাও হতে পারে।

ঘ) একমাত্র বিশেষজ্ঞদের দ্বারাই ব্যবহার সম্ভব :- যে সকল ব্যক্তিরা রাশিবিজ্ঞানে বিশেষজ্ঞ কেবলমাত্র তারাই এটি ব্যবহার করতে পারবে, অন্যদের পক্ষে এর সুফল পাওয়া সম্ভব না।

ঙ) তথ্যের সমসত্ত্বতা একটি অপরিহার্য প্রয়োজন ঃ- রাশিবিজ্ঞানে তথ্যের তুলনা বা মান নির্ণয়ের ক্ষেত্রে রাশিতথ্যের সমসত্ত্বতা (Homogeneity) একান্ত প্রয়োজন।

৫। **রাশিবিজ্ঞান কি করে :**

অর্থনীতিতে রাশিবিজ্ঞান একটি জীবনরেখার মত কাজ করে চলছে। বর্তমানে অর্থনীতিবিদদের দ্বারা রাশিবিজ্ঞানের ব্যবহার এর গুরুত্ব দিন দিন বৃদ্ধি করছে। অর্থনীতিতে রাশিবিজ্ঞানের অবদানগুলি নিম্নরূপ-

ক) অর্থনৈতিক সমস্যার পরিমানাত্মক বিশ্লেষণ :- অর্থনীতির যে-কোন সমস্যা যেমন-বেকারত্ব, মুদ্রাস্ফীতি অথবা বৈদেশিক বাণিজ্যে ঘাটতি, ইত্যাদির পরিমানাত্মক বিশ্লেষণ করা হয় রাশিবিজ্ঞানের মাধ্যমে।

খ) অর্থনৈতিক তত্ত্ব গঠন:- অর্থনীতির যে-কোনো তত্ত্ব (theory) গঠনে রাশিবিজ্ঞানের অবদান অপরিসীম। রাশিবিজ্ঞানে কোন তথ্য ছাড়া অর্থনৈতিক বিশ্লেষণ অসম্ভব।

গ) অর্থনৈতিক পূর্বাভাস :- রাশিবিজ্ঞানের অধ্যয়নের মাধ্যমে অর্থনীতিবিদগন যে কোন অর্থনৈতিক ভবিষ্যৎবানী করে থাকেন। বেশ কয়েক বছরের তথ্য বিশ্লেষণের মাধ্যমে অর্থনীতিবিদগন পরবর্তী বছরের দামস্তর, বেকারত্বের হার ইত্যাদির ভবিষ্যৎ বাণী করেন।

ঘ) নীতি নির্ধারণ:- সরকার এবং তার বিভিন্ন সংস্থা নীতি নির্ধারণের ক্ষেত্রে (যেমন-করের হার) রাশিবিজ্ঞানের সাহায্য নিয়ে থাকেন।

ঙ) অর্থনৈতিক ভারসাম্য:- অর্থনীতির যেকোন ধরনের ভারসাম্য (যেমন-বাজারের ভারসাম্য) আসে রাশিবিজ্ঞানের ব্যবহারের মাধ্যমে।

অর্থনীতিতে রাশিবিজ্ঞানের এত গুরুত্ব থাকার ফলেই অধ্যাপক মার্শাল বলেছিলেন—

"Statistics are the straw out of which I, like every other economist, have to make bricks."

৬। **রাশিবিজ্ঞানের বিষয়বস্তু :-**

রাশিবিজ্ঞানের বিষয়বস্তুর দুটি উপাদন বর্তমান—

ক) বর্ণনামূলক রাশিবিজ্ঞান :- রাশিতথ্যের সংগ্রহ, বর্ণনা ও বিশ্লেষণের জন্য যে পদ্ধতি ব্যবহার করা হয় তাকে বলে বর্ণনামূলক রাশিবিজ্ঞান। কেন্দ্রীয় প্রবনতা, বিচ্ছুরিত পরিমাপ ইত্যাদির সংগে বর্ণনামূলক রাশিবিজ্ঞান জড়িত।

খ) আনুমানিক রাশিবিজ্ঞান :- প্রাপ্ত সমস্ত রাশিতথ্য থেকে যখন উপসংহার টানা হয় তখন তাকে অনুমানিক রাশিবিজ্ঞান বলে। রাশিবিজ্ঞানে প্রাপ্ত সমস্ত রাশিতথ্য বা universe বলতে সকল রাশিতথ্যের গড় মানকে বোঝানো হয়েছে।

অনুশীলনী

(ক) **সত্য / মিথ্যা**

১) কোন উদ্দেশ্য ছাড়া তথ্য সংগ্রহ করাকে বলে সংখ্যা।

২) রাশিবিজ্ঞান শুধুমাত্র পরিমানাত্মক তথ্য নিয়ে কাজ করে।

৩) সকল সংখ্যা তথ্যই রাশিবিজ্ঞান।

৪) 'একটি গরুর চারটি পা'—এই বিবৃতিটিও রাশিবিজ্ঞান।

৫) সম্পূর্ণ অর্থনীতির বিভিন্ন বিষয় নিয়ে সামষ্টিক অর্থনীতিতে পর্যালোচনা হয়।

(খ) **সঠিক উত্তর বাছাই কর :-**

১) রাশিতথ্যের সমষ্টিকে বলে—

(i) রাশিবিজ্ঞান (ii) রাশিতথ্যের সম্পাদনা (iii) রাশিতথ্যের বিশ্লেষন (iv) রাশিতথ্যের সংগ্রহ

২) নিচের কোনটি অর্থনৈতিক কার্যকলাপ —

(i) উৎপাদন (ii) ভোগ (iii) বন্টন (iv) উপরের সবকটি

৩) কাচা উপাদানকে দ্রব্য সামগ্রীতে রূপান্তরকে বলে —

(i) উৎপাদন (ii) সঞ্চয় (iii) বিনিয়োগ (iv) বিনিময়

৪) আয়ের যে অংশটি ব্যয়িত হয়না তাকে বলে—

(i) বিনিয়োগ (ii) সঞ্চয় (iii) ভোগ (iv) উৎপাদন

৫) নিচের কোনটি রাশিবিজ্ঞান অধ্যয়ন—

(i) রাশিতথ্য সংগ্রহ (ii) রাশিতথ্য উপস্থাপন (iii) রাশিতথ্য বিশ্লেষন (iv) সবকটি।

(গ) **শূন্যস্থান পূরণ কর :-**

১) যিনি দ্রব্য সামগ্রী ভোগ করে তাকে বলে————।

২) রাশিতথ্যের সংগ্রহ করার বিভিন্ন পদ্ধতিগুলিকে বলে ———— রাশিবিজ্ঞান।

৩) রাশিবিজ্ঞানে ———— শব্দটি যেকোন সকল রাশিতথ্যের সমষ্টিকে বোঝায়।

৪। সংখ্যাতত্ত্বের সমষ্টি দ্বারা রাশিবিজ্ঞানে যে তথ্য বিশ্লেষণ হয় তা —————— রাশিবিজ্ঞান।

৫) ———— স্বতন্ত্র একক নিয়ে অর্থনৈতিক আলোচনা করে।

(ঘ) **নীচের প্রশ্নগুলির উত্তর দাও :** প্রতিটি প্রশ্নের মান -১

১) অর্থনীতি কি?

২) ভোক্তা কে?

৩) ভোগ কাকে বলে?

৪) উৎপাদক কে?

৫) উৎপাদন কি?

৬) সঞ্চয় কাকে বলে?

৭) বিনিয়োগ কি?

৮) একবচনে রাশিবিজ্ঞান কাকে বলে?

৯) বহুবচনে রাশি বিজ্ঞান কাকে বলে?

১০) পরিসংখ্যানগত সরঞ্জাম কি?

(ঙ) **নীচের প্রশ্নগুলির উত্তর দাও :-** ৩/৪ মানের প্রশ্ন

১) বহুবচনে রাশিবিজ্ঞানের বৈশিষ্টগুলি লিখ।

২) রাশিবিজ্ঞানের সীমাবদ্ধতাগুলি কি কি?

৩) অর্থনীতিতে রাশিবিজ্ঞানের গুরুত্ব আলোচনা কর।

৪) বর্ণনামূলক রাশিবিজ্ঞান ও আনুমানিক রাশিবিজ্ঞানের মধ্যে পার্থক্য লিখ।

উত্তরমালা

ক) **সত্য/মিথ্যা** :- (১) সত্য (২) সত্য (৩) মিথ্যা (৪) মিথ্যা (৫) সত্য।

খ) **সঠিক উত্তর বাছাই** :-

(১) (i) (২) (iv) (৩) (i) (৪) (ii) (৫) (iv)

গ) **শূন্যস্থান পূরণ কর:**

(১) ভোক্তা (২) বর্ণনামূলক (৩) Universe (ইউনিভার্স) (৪) বহুবচন (৫) ব্যষ্টিক অর্থনীতি

ঘ) অতি সংক্ষিপ্ত প্রশ্নের উত্তর:

১) অর্থনীতি হল মানুষের দৈনন্দিন জীবনের সাধারণ কাজকর্ম, যেমন- দ্রব্যের ভোগ, উৎপাদন, বন্টন ইত্যাদি নিয়ে আলোচনা।

২) যিনি কোন দ্রব্য বা সেবা ভোগ করেন বা ভোগের উদ্দেশ্যে ক্রয় করেন তিনিই ভোক্তা।

৩) দ্রব্যসামগ্রী ব্যবহার করে যখন উপযোগ নিঃশেষ হয় তখন তাকে ভোগ বলে।

৪) যে দ্রব্যসামগ্রী উৎপাদন করেন এবং বিক্রি করেন তাকে উৎপাদক বলে।

৫) উৎপাদনের উপকরণগুলিকে ব্যবহারযোগ্য করে তোলাকেই বলে উৎপাদন।

৬) আয়ের অব্যয়িত অংশকে বলে সঞ্চয়।

৭) আয়বৃদ্ধির উদ্দেশ্যে কোন সম্পদে ব্যয় করাকে বলে বিনিয়োগ।

৮) একবচনে রাশিবিজ্ঞান হল বিভিন্ন পদ্ধতি।

৯) বহুবচনে রাশিবিজ্ঞান হল নিয়মানুসারে সংগৃহীত রাশিতথ্যের সমষ্টি।

১০) রাশিতথ্য সংগ্রহ করা, সংগঠিত করা, উপস্থাপন করা, বিশ্লেষণ করা ইত্যাদির জন্য যে পদ্ধতিগুলি ব্যবহৃত হয় তাকেই বলে পরিসংখ্যাগত সরঞ্জাম।

অধ্যায়-2

রাশিতথ্য সংগ্রহ

রাশিতথ্য সংগ্রহের প্রধান উদ্দেশ্য হল অর্থনৈতিক ও সামাজিক বিভিন্ন সমস্যাগুলি বোঝা, বিশ্লেষণ করা এবং এগুলির সমাধানের পথ বের করা।

রাশিতথ্য বলতে আমরা বুঝি অনুসন্ধান কাজের জন্য সংগৃহীত তথ্য। রাশিবিজ্ঞানে এই সংগৃহীত রাশিতথ্যের একটি গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা রয়েছে।

২.১ রাশিতথ্যের উৎস:-

রাশিতথ্যের প্রধানত দুটি উৎস বর্তমান—

i) প্রাথমিক উৎস:- রাশিতথ্যের প্রাথমিক উৎস বলতে বোঝায় মূল উৎস থেকে যখন তথ্য সংগ্রহ করা হয়। এক্ষেত্রে সরজমিনে তদন্ত করে রাশিতথ্য সংগৃহীত হয়।

ii) গৌন উৎস :- গৌন বা অপ্রাথমিক উৎস বলতে বোঝায় যেখানে রাশিতথ্য আগে থেকেই সংগৃহীত আছে। আমরা শুধু রাশিতথ্যগুলি সংশ্লিষ্ট বিভাগ থেকে সংগ্রহ করে নেব।

রাশিতথ্যের প্রকারভেদ:-

রাশিতথ্যের উৎসের উপর নির্ভর করে রাশিতথ্যকে দুটি ভাগে ভাগ করা যায়—

i) প্রাথমিক রাশিতথ্য:- গবেষক যদি অনুসন্ধান প্রক্রিয়ার মাধ্যমে তথ্য সংগ্রহ করে তখন তাকে প্রাথমিক রাশিতথ্য বলে। এগুলি সরাসরি উৎস থেকে সংগৃহীত হয়।

ii) গৌন/অ-প্রাথমিক তথ্য:- কোন সংস্থা দ্বারা সংগৃহীত এবং প্রক্রিয়াজাত তথ্য নিয়ে অনুসন্ধান চালালে তাকে গৌন রাশিতথ্য বলে।

২.১.১ প্রাথমিক রাশি তথ্য ও গৌন রাশি তথ্যের মধ্যে পার্থক্য :-

প্রাথমিক রাশি তথ্য	গৌন রাশি তথ্য
i) প্রাথমিক রাশিতথ্য কোন বিশেষ উদ্দেশ্যে সরাসরি অনুসন্ধান ক্ষেত্র থেকে সংগৃহীত হয়।	i) গৌন রাশিতথ্য সরাসরি অনুসন্ধান ক্ষেত্র থেকে সংগৃহীত হয় না বরং তা অন্য ব্যক্তি বা সংস্থার রেকর্ড থেকে সংগৃহীত।
ii) প্রাথমিক রাশিতথ্য হল অপরিনত তথ্য (raw data)	ii) গৌন রাশিতথ্য পরিপূর্ণ তথ্য (finished data)
iii) এটি একটি নির্দিষ্ট কাজের বা বিশ্লেষণের জন্য সংগৃহীত হয়।	iii) একই তথ্য বিভিন্ন কাজে ব্যবহার করা হয়।

২.২ প্রাথমিক রাশিতথ্য সংগ্রহের বিভিন্ন পদ্ধতি :

প্রাথমিক রাশিতথ্য সংগ্রহের বিশেষ কয়েকটি পদ্ধতি নিম্নে আলোচনা করা হল—

(ক) ব্যক্তিগত সাক্ষাৎকার (খ) স্থানীয় সূত্র থেকে তথ্য সংগ্রহ (গ) অপ্রত্যক্ষ মৌখিক তদন্ত

(ঘ) প্রশ্নমালার দ্বারা তথ্য সংগ্রহ (ঙ) টেলিফোনিক সাক্ষাৎকার।

ক) ব্যক্তিগত সাক্ষাৎকার:- এক্ষেত্রে অনুসন্ধানকারী নিজে তদন্তের জন্য নির্দিষ্ট স্থানে যান এবং সেই সমস্ত ব্যক্তির সঙ্গে সাক্ষাৎ করেন যাঁরা প্রয়োজনীয় তথ্য সংগ্রহ করতে পারে।

সুবিধা :- i) তথ্যের মৌলিকত্ব অনেক বেশি।

ii) সঠিক তথ্য সংগৃহীত।

iii) তথ্যে সন্দেহের সুযোগ কম।

অসুবিধা:- i) বড় এলাকায় অনুসন্ধান চালানো কঠিন।

ii) ব্যক্তিগত পক্ষপাতের সুযোগ থাকে।

iii) খুব ব্যয়বহুল।

খ) স্থানীয় সূত্র থেকে তথ্য সংগ্রহ:- এক্ষেত্রে অনুসন্ধানকারী বিভিন্ন স্থানে স্থানীয় লোক নিয়োগ করেন। নিয়োগকৃত ব্যক্তিগণ অনুসন্ধান কেন্দ্র থেকে বিভিন্ন প্রয়োজনীয় তথ্য সংগ্রহ করে অনুসন্ধানকারীর কাছে পৌঁছায়।

সুবিধা :- i) সময় এবং অর্থ সাশ্রয়কারী পদ্ধতি।

ii) বিস্তৃর্ণ এলাকার তথ্য সহজেই সংগৃহীত হয়।

iii) কাজের ধারাবাহিকতা বজায় থাকে।

অসুবিধা :- i) সংগৃহীত তথ্যের সঠিকতার প্রশ্ন থেকে যায়।

ii) নিয়োজিত ব্যক্তিদের পক্ষপাতিত্বের সম্ভাবনা থাকে।

গ) অপ্রত্যক্ষ বা পরোক্ষ মৌখিক তদন্ত:- পরোক্ষ মৌখিক তদন্ত পদ্ধতিতে কিছু তৃতীয় ব্যক্তি নির্বাচন করা হয়। এই নির্বাচিত ব্যক্তিদের কাছ থেকে প্রয়োজনীয় তথ্য সংগ্রহ করা হয়। এক্ষেত্রে নির্বাচিত ব্যক্তির তথ্যের উপরই রাশিতথ্যের নির্ভুলতার মান নির্ভর করে।

সুবিধা:- i) শ্রম এবং সময় সাশ্রয়কারী পদ্ধতি।

ii) বিস্তীর্ণ এলাকার তথ্য কম খরচে পাওয়া যায়।

iii) সরল পদ্ধতি।

অসুবিধা:- i) তুলনামূলকভাবে সঠিক তথ্য পাওয়ার সম্ভাবনা কম।

ii) ব্যক্তিগত পক্ষপাতিত্যের সম্ভাবনা রয়েছে।

ঘ) প্রশ্নমালার মাধ্যমে তথ্য সংগ্রহ :- এই ক্ষেত্রে তদন্তকারী একটি প্রশ্নমালা তৈরি করেন এবং প্রশ্নমালাটি হবে অনুসন্ধান বিষয়ের উপর ভিত্তি করে। এই ক্ষেত্রে তথ্য সংগ্রহের জন্য দুটি পদ্ধতি অবলম্বন করা হয়—

i) ডাকযোগে প্রশ্নমালা প্রেরণ - এক্ষেত্রে প্রশ্নমালাটি ডাকযোগে নির্বাচিত ব্যক্তির কাছে পাঠানো হয়। নির্বাচিত ব্যক্তি প্রশ্নমালার সঠিক উত্তর প্রদান করেন এবং অনুসন্ধানকারীর কাছে ফেরৎ পাঠান।

ii) গণনাকারী পদ্ধতি - এই পদ্ধতিতে গণনাকারী নিজেই প্রশ্নমালা নিয়ে অনুসন্ধান কেন্দ্রে যান এবং নিজেই উত্তরদাতাদের কাছ থেকে তথ্য সংগ্রহ করেন এবং প্রশ্নপত্র নিজেই পূরণ করেন।

সুবিধা : i) এই পদ্ধতি যেকোন বিস্তীর্ণ এলাকার অনুসন্ধানে সাহায্যকারী।

ii) বিশ্বস্ত, সঠিক ও নির্ভুল তথ্য সংগৃহীত হয়।

iii) অনুসন্ধান সম্পূর্ণতা পায়।

অসুবিধা : i) উত্তরদাতা যদি সঠিক উত্তর না দেন তাহলে অনুসন্ধান সঠিক হবে না।

ii) বেসরকারি অনুসন্ধানে উপযুক্ত নয়।

একটি ভাল প্রশ্নমালার বৈশিষ্ট:

একটি ভাল প্রশ্নমালা তৈরী করতে নিম্নলিখিত বিষয়গুলি লক্ষ্য রাখা প্রয়োজন—

১) প্রশ্নমালার প্রশ্নের সংখ্যা সীমিত হওয়া দরকার।

২) প্রশ্নগুলি যথাসম্ভব সহজ ও সরল হওয়া উচিত।

৩) প্রশ্নগুলি পরপর যুক্তিসঙ্গতভাবে সাজানো উচিত।

৪) ব্যক্তি মর্যাদা হানিকর কোনো প্রশ্ন থাকা উচিত নয়।

৫) গণনা করে উত্তর দিতে হবে এরকম প্রশ্ন না থাকাই ভাল।

৬) প্রশ্নমালা পূরণের সহজ নির্দেশনা দেওয়া দরকার।

৭) নিতান্ত ব্যক্তিগত প্রশ্ন উপেক্ষা করা উচিত।

ঙ) টেলিফোনে সাক্ষাৎকার :-

এই পদ্ধতিতে অনুসন্ধানকারী টেলিফোনের মাধ্যমে উত্তরদাতা থেকে প্রয়োজনীয় তথ্য সংগ্রহ করে থাকেন।

সুবিধা:- i) সময় ও খরচ সবই সাশ্রয় হয়।

ii) অল্প সময়ে বড় এলাকার তথ্য সংগ্রহ করা যায়।

iii) উত্তরদাতার হার অনেক বেশী হয়।

অসুবিধা:- i) সীমিত ব্যবহার

ii) ব্যক্তিগত পক্ষপাতিত্যের সম্ভাবনা প্রবল।

iii) সুযোগ অনেক কম।

২.৩ গৌন রাশিতথ্য সংগ্রহ :

গৌন রাশিতথ্যের উৎসকে প্রধানত দুটি ভাগে ভাগ করা যায়—

ক) প্রকাশিত উৎস (Published sources)

খ) অপ্রকাশিত উৎস (Unpublished sources)

ক) প্রকাশিত উৎস :- কিছু প্রকাশিত উৎসগুলি নিম্নরূপ:-

i) বিভিন্ন সরকারী সংস্থা, যেমন-RBI, CSO ইত্যাদি পরিসংখ্যান সহ বিভিন্ন তথ্য প্রকাশিত করে থাকে।

ii) কেন্দ্রীয়, রাজ্য অথবা স্থানীয় সরকারি প্রকাশনা।

iii) বিভিন্ন অনুসন্ধান কমিটি ও কমিশনের রিপোর্ট।

iv) বাণিজ্য ও প্রযুক্তি অথবা অর্থনৈতিক পত্রিকা।

v) বিদেশি সরকার বা আন্তর্জাতিক সংস্থা, যেমন- IMF, UNO ইত্যাদির প্রকাশিত রিপোর্ট।

খ) অপ্রকাশিত উৎস :- অপ্রকাশিত গৌনতথ্যের কিছু উৎস হল - বিশ্ববিদ্যালয়, বাণিজ্যিক প্রতিষ্ঠান, গবেষক প্রভৃতি। তারা বিভিন্ন তথ্য সংগ্রহ করলেও তা প্রকাশিত করেনা। এই অপ্রকাশিত তথ্যও অনুসন্ধান কাজে ব্যবহার করা যায়।

২.৩.১ গৌন রাশিতথ্যের সীমাবদ্ধতা :

গৌন পদ্ধতিতে যেসব রাশিতথ্য সংগ্রহ করা হয় তা অনেকাংশেই নির্ভরযোগ্য নয়, কেননা তার মধ্যে অনেকরকম অসংগতি থেকে যায়। তাই আমরা যখন গৌন রাশিতথ্য ব্যবহার করি তখন কতগুলি বিষয় লক্ষ্য রাখা উচিত, যেমন-—

i) রাশিতথ্যগুলি সঠিক পদ্ধতিতে সংগৃহীত হয়েছে কিনা।

ii) বর্তমান অনুসন্ধানের সঙ্গে সংগৃহীত তথ্যের সামঞ্জস্যতা।

iii) প্রধান অনুসন্ধানকারীর খ্যাতি ও অভিজ্ঞতা।

iv) তথ্যরাশির সমরূপতা (homogeneity)

২.৩.২ ভারতের গৌন রাশিতথ্যের প্রধান দুটি উৎস:-

ক) ভারতের জনগণনা: - গৌন রাশিতথ্যের একটি ব্যপক উৎস হল ভারতের জনগণনা। এরমধ্যে নিম্নলিখিত রাশিবিজ্ঞানের তথ্যগুলি পাওয়া যায়—

i) ভারতের মোট জনসংখ্যা, বিকাশের হার।

ii) জনসংখ্যার বৃদ্ধির হার।

iii) জনসংখ্যার ঘনত্ব।

iv) লিঙ্গ-হার।

v) শিক্ষার হার ইত্যাদি।

খ) জাতীয় নমুনা জরীপ অফিস (NSSO):- ভারতের আরেকটি গুরুত্বপূর্ণ গৌন রাশির উৎস হল NSSO. এই অফিসে জামি, বাড়িঘরের অবস্থা, স্থানান্তর, কর্মসংস্থান, বেকারত্ব, আয়ের উৎস, ভোক্তার ব্যয়, মানুষের কাছে পশুসম্পত্তি ইত্যাদির সকল তথ্যের সংস্থান রয়েছে।

২.৪. আদমশুমারি পদ্ধতি (Census method) :-

যদি সমগ্রকের (Population) প্রতিটি একক, যেমন- ব্যক্তি, বস্তু বা পদ, প্রভৃতি সম্বন্ধে তথ্য সংগ্রহ করা হয় তবে তাকে সম্পূর্ণ গণনা বা আদম সুমারি বা সেন্সাস বলে। 'ভারতের জনগণনা' হল সেন্সাস পদ্ধতির একটি উৎকৃষ্ট উদাহরণ।

সুবিধা :- i) এই পদ্ধতিতে সংগৃহীত রাশিতথ্য সঠিক এবং বিশ্বস্ত।

ii) পক্ষপাতিত্যের সুযোগ কম থাকে।

iii) রাশিতথ্য অনেক বেশী অর্থবহ এবং পরিপূর্ণ।

iv) জটিল গবেষণায় খুবই সাহায্যকারী।

অসুবিধা:- i) এই পদ্ধতি বেশি ব্যয়বহুল।

ii) প্রচুর জনবলের প্রয়োজন।

iii) তথ্য সংগ্রহকারীর বিভিন্ন অসুবিধার সম্মুখীন হতে হয়।

২.৫ নমুনা সমীক্ষা পদ্ধতি (Sample method) :-

নমুনা সমীক্ষা পদ্ধতি হল সমগ্রকের একটি পরীক্ষালব্ধ অংশকে বিবেচিত করে সেই বিবেচিত অংশের তথ্যের উপর ভিত্তি করে সমীক্ষার ফলাফল তৈরি করা।

সুবিধা:- i) ব্যয়ের দিক থেকে লাভজনক।

ii) সময়ও কম ব্যয় হয়।

iii) ভুল ত্রুটি সহজে চিহ্নিত করা যায়।

iv) বিজ্ঞানসম্মত।

অসুবিধা:- i) সমগ্রকের শুধু একটি অংশের সমীক্ষা হয়।

ii) ভুল সিদ্ধান্তের সম্ভাবনা থাকে।

iii) নমুনা নির্বাচনে ভুল হলে সমস্ত অনুসন্ধানটিই ভুল ফল প্রদান করবে।

২.৫.১ নমুনা সমীক্ষার বিভিন্ন পদ্ধতি (Methods of sampling) :

নমুনা সমীক্ষা

- বিক্ষিপ্ত (Random)
  - লটারি পদ্ধতি
  - টেবিল গঠন পদ্ধতি বা দৈব সংখ্যার সারণী পদ্ধতি
- অবিক্ষিপ্ত (Non-Random)
  - উদ্দেশ্যমূলক নমুনা সমীক্ষা
  - স্তরযুক্ত নমুনা সমীক্ষা
  - পদ্ধতিগত নমুনা সমীক্ষা
  - খণ্ড নমুনা সমীক্ষা
  - উপযোগ নমুনা সমীক্ষা

২.৫.২ বিক্ষিপ্ত নমুনা চয়ন (Random sampling) :

বিক্ষিপ্ত নমুনা চয়ন হল যেখানে একটি নমুনা সমগ্রক থেকে এলোমেলোভাবে নির্বাচন করা হয়। বিক্ষিপ্ত নমুনা চয়নে প্রতিটি স্বতন্ত্র এককের কাছে নির্বাচিত হবার সমান সুযোগ থাকে। সমগ্রকের প্রতিটি নমুনা সমজাতীয় হলে এই পদ্ধতি প্রয়োগ করা হয়। বিক্ষিপ্ত নমুনা চয়ন পদ্ধতিটি দুটি প্রক্রিয়াতে করা যেতে পারে—

ক) লটারি পদ্ধতি:- এই পদ্ধতিতে প্রতিটি নমুনাকে একটি কাগজের টুকরায় নথিভুক্ত করা হয় এবং সবগুলি কাগজের টুকরাকে বাক্সে রেখে বাক্সটি নাড়াচাড়া করা হয় এবং সেখান থেকে কিছু সংখ্যক নমুনা টানা হয়।

খ) দৈব সংখ্যার সারণি পদ্ধতি :- এই পদ্ধতিতে নমুনা নির্বাচন করতে বিভিন্ন প্রকার টেবিল যেমন— ফিশার এবং ইয়েট টেবিলের সাহায্য নেওয়া হয়। এই টেবিলে নমুনাগুলি সারণির সারি ও স্তম্ভের রাশি সাজানো থাকে। ঐ সাজানো রাশিমালা থেকে সারিমুখী এক রাশি বা দুই রাশির বা ততোধিক রাশির সংখ্যা প্রয়োজন অনুযায়ী নির্বাচন করা হয়।

সুবিধা:- i) এই পদ্ধতি ব্যক্তিগত পক্ষাতিত্বের সুযোগ কম।

ii) নমুনা চয়নের ক্ষেত্রে নির্ভুলতা নিশ্চিত করা যেতে পারে।

iii) অতি সরল ও সহজ পদ্ধতি।

অসুবিধা:- i) যদি নমুনার সংখ্যা পর্যাপ্ত বড়ো না হয় তবে এটি সমগ্রকের প্রতিনিধি নাও হতে পারে।

ii) সমগ্রকের একক সংখ্যা প্রস্তুত করা বেশ সময় সাপেক্ষ এবং ব্যয়বহুল।

২.৫.৩ অ-বিক্ষিপ্ত নমুনা চয়ন (Non-Random sampling) :

এই অ-বিক্ষিপ্ত নমুনা চয়ন পদ্ধতিতে সকল নমুনা নির্বাচনের সমান সম্ভাবনা থাকেনা। অনেকটা ইচ্ছামতন উপায়ে নমুনা নির্বাচন করা হয়। অ-বিক্ষিপ্ত নমুনা চয়নের বিভিন্ন পদ্ধতিগুলি নিম্নে আলোচনা করা হল—

ক) উদ্দেশ্যমূলক নমুনা সমীক্ষা :- এই পদ্ধতিতে গবেষক তার বিচারবুদ্ধি প্রয়োগ করে উদ্দেশ্যের সঙ্গে সঙ্গতি রেখে প্রয়োজনীয় সংখ্যক নমুনা একক সংগ্রহ করে নমুনা গঠন করে। এই পদ্ধতিতে গবেষক দক্ষ ও নিরপেক্ষ হলে সংগৃহীত তথ্য উপযোগী ও বিশ্বাসযোগ্য হয়।

সুবিধা: i) এই পদ্ধতিতে নমুনা সংগ্রহ করা খুবই সহজ

ii) এটি একটি নমনীয় (flexible) পদ্ধতি।

অসুবিধা: i) ব্যক্তিগত পক্ষপাতিত্বের সুযোগ থাকে।

ii) সমীক্ষার ফলাফল সন্দেহজনক হয়।

খ) স্তরযুক্ত নমুনা সমীক্ষা : এক্ষেত্রে সংগৃহীত সমগ্রককে কয়েকটি স্তরে ভাগ করা হয় এবং প্রতিটি স্তর থেকে নমুনা সংগ্রহ করা হয়।

সুবিধা: i) এই পদ্ধতিতে সমগ্রকের সকল বৈশিষ্ট্যই হিসাবে আসে।

ii) তুলনামূলক সমীক্ষা সম্ভব।

iii) অর্থযুক্ত ফল প্রকাশ পায়।

অসুবিধা: i) এই পদ্ধতিটিতে সুযোগের সীমাবদ্ধতা রয়েছে।

ii) সমগ্রককে বিভিন্ন স্তরে ভাগ করার সময় পক্ষপাতিত্বের সুযোগ থেকে যায়।

গ) পদ্ধতিগত নমুনা সমীক্ষা: এক্ষেত্রে সমগ্রকের এককগুলিকে সংখ্যাসূচকভাবে, ভৌগোলিক দিক থেকে এবং বর্ণানুক্রমে সাজানো হয় এবং প্রতিটি বিভাগ থেকে নমুনা সংগ্রহ করা হয়।

সুবিধা : i) এটি একটি সহজ ও সরল পদ্ধতি

ii) ব্যক্তিগত পক্ষপাতিত্বের সুযোগ কম।

অসুবিধা: i) নমুনার সবগুলি একক সমান সুযোগ পায়না।

ii) সকল নমুনা একই প্রকারের হলে সমীক্ষায় অসুবিধা হয়।

ঘ) খণ্ড নমুনা সমীক্ষা: এই পদ্ধতিতে সমগ্রককে তার বিভিন্ন বৈশিষ্ট্য অনুযায়ী ভাগ করা হয় এবং গবেষক নির্দিষ্ট সংখ্যক নমুনা প্রতি ভাগ থেকে সমীক্ষার কাজে ব্যবহার করেন।

ঙ) উপযোগ নমুনা সমীক্ষা: এই ধরনের নমুনা সমীক্ষা উদ্দেশ্যমূলক নয়। গবেষক তার সুবিধা অনুযায়ী নমুনা সংগ্রহ করে।

এই ধরনের নমুনা অনেক সময় প্রতিনিধিত্বশীল নাও হতে পারে।

২.৬ পরিসংখ্যানগত ত্রুটি :

পরিসংখ্যানগত ত্রুটিগুলিকে প্রধানত দুটিভাবে ভাগ করা যায়—

ক) নমুনাগত ত্রুটি খ) অ-নমুনাগত ত্রুটি

ক) নমুনাগত ত্রুটি :- নমুনাগত ত্রুটি বলতে বোঝায় নমুনার নিরুপিত মান ও এর অনুরূপ স্থিতিমানের পার্থক্য। একটি বড় নমুনা নিয়ে গবেষণা করলে এই ধরনের ত্রুটির মাত্রা কমানো যায়।

খ) অ-নমুনাগত ত্রুটি:- প্রধান প্রধান অনমুনাগত ত্রুটিগুলি হল—

i) তথ্য সংগ্রহে ত্রুটি - গবেষক যখন উত্তরদাতার প্রতিক্রিয়া বা সাড়া সঠিকভাবে লিপিবদ্ধ করেন না তখন এই ধরনের ত্রুটির সৃষ্টি হয়।

ii) প্রতিক্রিয়াহীন ত্রুটি - উত্তরদাতা যদি সকল প্রশ্নের সঠিক উত্তর না দিতে সক্ষম হন তখন এই সমস্যার সৃষ্টি হয়।

iii) পক্ষপাতমূলক নমুনা চয়ন - কাঙ্খিত সমগ্রকের কিছু সদস্য যদি নমুনার মধ্যে অন্তর্ভুক্ত না হয় তখন এই ত্রুটির সম্মুখীন হতে হয়।

অনুশীলনী

ক) সত্য/মিথ্যা **১ মানের প্রশ্ন**

১) বিক্ষিপ্ত নমুনা চয়নের ক্ষেত্রে সমগ্রকের প্রতিটি একককে গণনা করা হয়।

২) বিক্ষিপ্ত নমুনা চয়ন একটি ব্যয়বহুল পদ্ধতি।

৩) আদমশুমারি পদ্ধতিতে প্রচুর সংখ্যক গণনাকারী প্রয়োজন।

৪) আদমশুমারি পদ্ধতিটি একটি ব্যয়বহুল পদ্ধতি।

৫) বিক্ষিপ্ত নমুনা চয়ন পদ্ধতিটি গবেষকের ব্যক্তিগত পক্ষপাতিত্বের উর্দ্ধে।

৬) উদ্দেশ্যমূলক নমুনা সমীক্ষা একটি নমনীয় পদ্ধতি।

৭) টেলিফোনের সাক্ষাৎকারে কোন পক্ষপাতিত্ব থাকে না।

৮) বাণিজ্যিক সংস্থার তথ্য হল একটি অপ্রকাশিত উৎস।

৯) প্রাথমিক তথ্য সংগ্রহের জন্য প্রচুর সময় এবং খরচ প্রয়োজন।

১০) 'অপ্রকাশিত সংখ্যাসূচক তথ্য' গৌন তথ্য হিসাবে ব্যবহার করা যায়।

খ) সঠিক উত্তর বাছাই কর : **১ মানের প্রশ্ন**

১) ভারতের জনগণনার জন্য নিচের কোন পদ্ধতিটি অবলম্বন করা হয়?

(ক) আদমশুমারি পদ্ধতি (খ) নমুনা সমীক্ষা পদ্ধতি (গ) (ক) ও (খ) উভয়ই (ঘ) কোনটিই নয়

২) নমুনা সমীক্ষা পদ্ধতিটির বিশ্বস্ততা নির্ভর করে —

(ক) নমুনার সংখ্যার উপর (খ) নমুনা সমীক্ষা পদ্ধতির উপর (গ) তথ্য সংগ্রহকারীর প্রশিক্ষণের উপর

(ঘ) উপরের সবগুলি

৩)　———— তথ্য গবেষক নিজে সংগ্রহ করেন।

(ক) গৌন　(খ) প্রাথমিক　(গ) (ক) ও (খ) দুটিই　(ঘ) কোনটিই নয়।

৪)　একটি ভাল প্রশ্নমালার বৈশিষ্ট্য হল—

(ক) সাজানো　(খ) সংক্ষিপ্ত　(গ) সম্পূর্ণ　(ঘ) সবগুলি

৫)　প্রাথমিক তথ্য বেশী উপযোগী যখন—

(ক) সঠিক ফলাফল প্রয়োজন　(খ) সময়ের স্বল্পতা থাকে　(গ) তথ্যের উৎস গুরুত্বপূর্ণ নয়　(ঘ) উপরের সবকটি।

৬)　আদমশুমারি থেকে কোন তথ্য সংগ্রহ করলে সেটি হবে—

(ক) প্রাথমিক তথ্য　(খ) গৌন তথ্য　(গ) বিক্ষিপ্ত তথ্য　(ঘ) কোনটিই নয়।

৭)　পরোক্ষ মৌখিক সমীক্ষার অসুবিধা হল—

(ক) পক্ষপাতিত্ব　(খ) সন্দেহজনক ফলাফল বা সিদ্ধান্ত　(গ) অযথার্থতা　(ঘ) উপরের সবকটি

৮)　সরকারি প্রকাশনা থেকে সংগৃহীত তথ্য হল—

(ক) গৌন তথ্য　(খ) প্রাথমিক তথ্য　(গ) (ক) ও (খ) উভয়ই　(ঘ) কোনটিই নয়

গ)　শূন্যস্থান পূরণ কর :-　　১ মানের প্রশ্ন

১)　———— পদ্ধতি ক্ষুদ্র সমগ্রকের জন্য উপযুক্ত।

২)　———— পদ্ধতি বৃহদায়তন সমগ্রকের জন্য উপযুক্ত।

৩)　———— তথ্য উৎসের কেন্দ্রবিন্দু থেকে সংগ্রহ করা হয়।

৪)　———— পদ্ধতিতে সমীক্ষার জন্য প্রশ্নমালা উত্তরদাতার কাছে ডাকযোগে পাঠানো হয়।

৫)　RBI হল একটি উল্লেখযোগ্য ———— প্রকাশক।

৬)　NSSO এর সম্পূর্ণ নাম হল ————।

৭)　———— নমুনা সমীক্ষার ক্ষেত্রে প্রতিটি এককের নির্বাচিত হওয়ার সমান সুযোগ থাকে।

৮)　———— পদ্ধতিতে সমগ্রককে কয়েকটি গোষ্ঠীতে ভাগ করা হয়।

৯)　যিনি গবেষককে তথ্য সংগ্রহে সাহায্য করেন তাকে বলে ————।

ঘ)　নিচের প্রশ্নগুলির উত্তর দাও :-　　১ মানের প্রশ্ন

১)　তথ্য কাকে বলে?

২)　প্রাথমিক তথ্য কি?

৩)　গৌন তথ্য কি?

৪)　প্রাথমিক উৎস কাকে বলে?

৫)　গৌন উৎস কাকে বলে?

৬)　আদমশুমারি (census) পদ্ধতি কাকে বলে?

৭)　নমুনা সমীক্ষা (sample) পদ্ধতি কাকে বলে?

৮) বিক্ষিপ্ত নমুনা চয়ন (Random sampling) কাকে বলে?

৯) অ-বিক্ষিপ্ত নমুনা চয়ন (Non Random sampling) কাকে বলে?

১০) ব্যক্তিগত সাক্ষাৎকার কাকে বলে?

ঙ) নিচের প্রশ্নগুলির উত্তর দাও : ৩/৪ মানের প্রশ্ন

১) রাশিতথ্যের প্রধান উৎসগুলি কি কি?

২) প্রাথমিক তথ্য ও গৌন তথ্যের মধ্যে পার্থক্য লিখ।

৩) প্রাথমিক রাশিতথ্য সংগ্রহের পদ্ধতিগুলি কি কি?

৪) ব্যক্তিগত সাক্ষাৎকার কি? এর সুবিধা ও অসুবিধাগুলি লিখ।

৫) একটি ভাল প্রশ্নমালার বৈশিষ্টগুলি লিখ।

৬) গৌন রাশিতথ্যের প্রধান উৎসগুলি কি কি?

৭) গৌন রাশিতথ্যের সীমাবদ্ধতাগুলি লিখ।

৮) টীকা লিখ : (census of India) ভারতের আদমশুমারী, NSSO.

৯) আদমশুমারি কি? এর সুবিধা ও অসুবিধাগুলি লিখ।

১০) নমুনা চয়ন সমীক্ষা কি? এর সুবিধা ও অসুবিধাগুলি লিখ।

১১) বিক্ষিপ্ত নমুনা চয়ন পদ্ধতিটি আলোচনা কর।

১২) অ-বিক্ষিপ্ত নমুনা চয়নের বিভিন্ন পদ্ধতিগুলি আলোচনা কর।

১৩) পরিসংখ্যানগত ত্রুটি সম্বন্ধে আলোচনা কর।

চ) নিচের প্রশ্নগুলির উত্তর দাও: ৬ মানের প্রশ্ন

১) প্রাথমিক রাশিতথ্য সংগ্রহের বিভিন্ন পদ্ধতিগুলি আলোচনা কর। প্রতিটির সুবিধা ও অসুবিধাগুলি লিখ।

২) নমুনা সমীক্ষার বিভিন্ন পদ্ধতিগুলি আলোচনা কর। প্রতিটির সুবিধা ও অসুবিধাগুলি লিখ।

৩) ব্যক্তিগত সাক্ষাৎকার এবং টেলিফোনিক সাক্ষাৎকারে প্রাথমিক তথ্য সংগ্রহের সুবিধা ও অসুবিধাগুলি লিখ।

৪) প্রশ্নমালার মাধ্যমে কিভাবে তথ্য সংগ্রহ করা হয়? ভাল প্রশ্নমালার বৈশিষ্ট্যগুলি লিখ।

উত্তরমালা

ক) (১) মিথ্যা (২) মিথ্যা (৩) সত্য (৪) সত্য (৫) সত্য (৬) সত্য (৭) মিথ্যা (৮) সত্য (৯) সত্য

খ) (১) (ক) (২) (ঘ) (৩) (খ) (৪) ঘ) (৫) (ক) (৬) (খ) (৭) (ঘ) (৮) (ক)

গ) (১) আদমশুমারি (২) নমুনা চয়ন (৩) প্রাথমিক (৪) চিঠি প্রেরণ (৫) সরকার (৬) ন্যাশনাল সেম্পল সার্ভে অফিস (৭) বিক্ষিপ্ত (৮) খণ্ড নমুনা (৯) গণনাকারী।

ঘ) অতিসংক্ষিপ্ত প্রশ্নের উত্তর ঃ

১) অনুসন্ধান কাজের জন্য সংগৃহীত তথ্যকে বলে রাশিতথ্য।

২) গবেষক দ্বারা সরাসরি উৎস থেকে সংগৃহীত তথ্যকে প্রাথমিক রাশিতথ্য বলে।

৩) আগে থেকেই কোন সংস্থা দ্বারা সংগৃহীত ও প্রক্রিয়াজাত তথ্য দিয়ে অনুসন্ধান কাজ চালালে সেই তথ্যগুলিকে গৌন তথ্য বলে।

৪) মূল উৎস থেকে যখন তথ্য সংগ্রহ করা হয়, অর্থাৎ তথ্য সর্বপ্রথম যে স্থান থেকে সংগ্রহ করা হয় তাকে বলে প্রাথমিক উৎস।

৫) যে স্থানে রাশিতথ্য আগে থেকেই সংগৃহীত থাকে তাকে বলে গৌন উৎস।

৬) যখন সমগ্রকের প্রতিটি একক সম্বন্ধে গবেষণা সম্বন্ধীয় সব তথ্য সংগ্রহ করা হয় তাকে বলে আদমশুমারী পদ্ধতি।

৭) নমুনা সমীক্ষা পদ্ধতি হল সমগ্রকের একটি পরীক্ষালব্ধ অংশকে বিবেচিত করে সেই বিবেচিত অংশের তথ্যের উপর ভিত্তি করে সমীক্ষার ফলাফল তৈরী করা।

৮) বিক্ষিপ্ত নমুনা চয়ন পদ্ধতি হল যেখানে সমগ্রকের প্রতিটি একক এলোমেলো ভাবে থাকে এবং প্রতিটি নমুনারই নির্বাচিত হবার সমান সুযোগ থাকে।

৯) অ-বিক্ষিপ্ত নমুনা চয়ন পদ্ধতিতে সকল নমুনা নির্বাচনের সমান সুযোগ থাকে না, গবেষক তার ইচ্ছামত নমুনা চয়ন করেন।

১০) ব্যক্তিগত সাক্ষাৎকারে গবেষক নিজে উত্তরদাতার কাছ থেকে তথ্য সংগ্রহ করেন এবং অনুসন্ধানের কাজে লাগান।

অধ্যায়-3

রাশিতথ্যের সংকলন

যে-কোন গবেষক মূলত গবেষণার জন্যই তথ্য সংগ্রহ করে। তিনি বিভিন্ন উৎস থেকে তথ্য সংগ্রহ করেন। এই ধরনের তথ্য হল কাঁচা তথ্য। কোন নির্দিষ্ট অর্থবহ সিদ্ধান্ত গ্রহণের জন্য এবং সুশৃঙ্খল পরিসংখ্যানগত বিশ্লেষণের জন্য এই সমস্ত তথ্যগুলোকে সঠিক সংকলন এবং শ্রেণি বিন্যাস করা প্রয়োজন।

৩.১ সংজ্ঞাঃ

এক্ষেত্রে, কাঁচা তথ্য বলতে বোঝায় ঐ সমস্ত তথ্যকে যেগুলো ব্যবহারের জন্য এখনো প্রক্রিয়াজাত হয়নি। অর্থাৎ কাঁচা তথ্য হল খুবই অবিন্যস্ত তথ্যসমূহ।

যে পদ্ধতিতে সংগৃহীত রাশিতথ্যকে নির্দিষ্ট বৈশিষ্ট বা বৈশিষ্টের সাদৃশ্যের সাপেক্ষে পৃথক পৃথক শ্রেণি বা গ্রুপের অধীনে সাজানো হয়, তাকে বলা হয় রাশিতথ্যের শ্রেণীবিন্যাস (classification)।

রাশিতথ্যের সংকলন বলতে বিভিন্ন তথ্য এবং পরিসংখ্যানগুলোর (কাঁচা তথ্যগুলোর) সুশৃঙ্খল বা পদ্ধতিগত সম্পাদনা, বিন্যাস এবং শ্রেণি বিন্যাসকে বোঝায় যাতে সংগ্রহকৃত প্রচুর সদৃশ্য বা সমজাতীয় তথ্যের তুলনামূলক পর্যালোচনা সহজতর হয় এবং পরবর্তীস্তরে বিশ্লেষণও সম্ভবপর হতে পারে।

৩.২ তথ্যের শ্রেণীবিন্যাসের কিছু বৈশিষ্ট্য হল—

১) সংগৃহীত তথ্যের বিভিন্ন বিন্যাস বা গ্রুপ থাকবে।

২) সংগৃহীত তথ্যগুলোকে তাদের সাদৃশ্যতার ভিত্তিতে শ্রেণি বিন্যাস করা হয়।

৩) শ্রেণি বিন্যাসের সময় তথ্যের স্বচ্ছতা এবং উপযুক্ততা বজায় থাকবে।

৩.৩ শ্রেণি বিন্যাসের উদ্দেশ্য সমূহ ঃ

১) শ্রেণি বিন্যাস তথ্যকে সহজ, নির্ভুল এবং সংক্ষিপ্ত আকারে প্রকাশ করে। তার ফলে প্রয়োজনের ভিত্তিতে তথ্যকে ব্যবহার করা সহজতর হয়।

২) শ্রেণি বিন্যাস প্রক্রিয়ার দ্বারা সংগৃহিত তথ্যের মধ্যে সাদৃশ্য এবং বৈসাদৃশ্য খুব স্পষ্টভাবে প্রকাশিত হয়।

৩) তথ্যের শ্রেণি বিন্যাস করার পর, এদের তুলনামূলক অবস্থান নির্ণয় এবং বিশ্লেষণ করা সহজ হয়।

৪) শ্রেণি বিন্যাস মূলত গবেষণাকারীকে তথ্য বৈজ্ঞানিকভাবে বিন্যস্ত করতে এবং টেবিল বা অন্য কোন উপায়ে তথ্যকে উপস্থাপন করতে সাহায্য করে।

৫) শ্রেণি বিন্যাসের মাধ্যমে আমাদের মূল্যবান সময়ের সঞ্চয় এবং কর্মকাণ্ডের দিক নির্দেশ সহজতর হয়।

৩.৪ একটি ভালো শ্রেণি বিন্যাস পদ্ধতির মূল বৈশিষ্ট্য গুলো হল-

১) তথ্যের শ্রেণি বিন্যাস খুবই সুসংহত হতে হবে। অর্থাৎ প্রত্যেকটি কাঁচা তথ্য মূলত কিছু নির্দিষ্ট শর্তের ভিত্তিতে সাজাতে হবে।

২) যে সব তথ্যগুলো কোনো একটি নির্দিষ্ট ক্ষেত্রে রাখা হবে তাদের মধ্যে যথেষ্ট মিল বা সাদৃশ্যতা থাকতে হবে।

৩) তথ্যের শ্রেণি বিন্যাস যথেষ্ট স্পষ্ট এবং কার্যকরি হতে হবে, যাতে এগুলো পরবর্তী স্তরে কাজে লাগে।

৪) মূলত গবেষণার উদ্দেশ্যের উপর ভিত্তি করে কাঁচা তথ্যের শ্রেণি বিন্যাস করতে হবে।

৩.৫ শ্রেণি বিন্যাসের ধরন ঃ

যে কোন শ্রেণি বিন্যাসের সময় শ্রেণি বা গ্রুপ সমূহ বিভিন্ন উপায়ে করা হয়। কাঁচা তথ্যের বিন্যাস মূলত উদ্দেশ্যভিত্তিক হয়।

i) ধারাবাহিক বা কালানুক্রমিক শ্রেণি বিন্যাস ঃ যখন তথ্যের শ্রেণি বিন্যাস মূলত সময়ের মাপকাঠিতে, রাশিতথ্যের মানে উর্ধ্বক্রম বা নিম্নক্রম অনুসারে সাজানো হয়, (যেমন - বছর, ত্রৈমাসিক, মাসিক বা সাপ্তাহিক মানের ভিত্তিতে ইত্যাদি) তখন এমন শ্রেণি বিন্যাসকে মূলত কালানুক্রমিক শ্রেণি বিন্যাস বলে। উদাহরণ,

ভারতের জনসংখ্যা (কোটিতে)

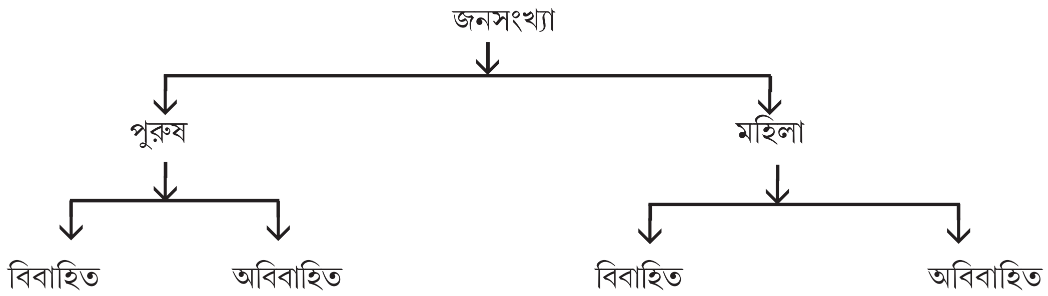
বছর	জনসংখ্যা
1951	35.7
1961	43.8
1971	54.6
1981	68.4

ii) অবস্থানগত বা ভৌগলিক শ্রেণি বিন্যাস ঃ যখন রাশিতথ্যসমূহকে নির্দিষ্ট কোন ভৌগলিক অবস্থান যেমন দেশ, রাজ্য, শহর, জেলা ইত্যাদির ভিত্তিতে শ্রেণি বিন্যাস করা হয়, তখন তাকে অবস্থানগত বা ভৌগলিক শ্রেণি বিন্যাস বলা হয়। উদাহরণ,

ভারতের বিভিন্ন রাজ্যের জনসংখ্যা (2001)

রাজ্য সমূহ	জনসংখ্যা (কোটি)
উত্তরপ্রদেশ	16.05
বিহার	8.3
মহারাষ্ট্র	9.6
হরিয়ানা	2.2

iii) গুণগত শ্রেণি বিভাজন / শ্রেণি বিন্যাস ঃ যখন রাশিতথ্য সমূহকে তাদের কিছু গুণ বা ধর্মের উপর ভিত্তি করে শ্রেণি বিন্যাস করা হয়, যেমন নাগরিকতা, জাতীয়তা, লিঙ্গ, ধর্ম, বৈবাহিক অবস্থান ইত্যাদি, তখন তাকে গুণগত শ্রেণি বিন্যাস বলা হয়। উদাহরণ, জনসংখ্যার গুণগত শ্রেণি বিন্যাস



iv) পরিমাণগত শ্রেণি বিন্যাস ঃ যখন রাশিতথ্য সমূহকে তাদের কিছু পরিমাণগত বৈশিষ্ট্যের বা আচরণের উপর ভিত্তি করে, শ্রেণি বিন্যাস করা হয়, যেমন-— উচ্চতা, ওজন, বয়স, আয়স্তর বা নম্বর ইত্যাদি, তখন তাকে পরিমাণগত শ্রেণি বিন্যাস বলা হয়।

উদাহরণ— বয়সের ভিত্তিতে ছাত্রছাত্রীদের শ্রেণি বিন্যাস

বয়সের গ্রুপ	**ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা**
0 - 10	2
10 - 20	3
20 - 30	2
30 - 40	5
মোট	**12**

৩.৬ চলকের ধারণা ঃ

বিচ্ছিন্ন চলক এবং অবিচ্ছিন্ন চলক ঃ কোন একটি বৈশিষ্ট বা চরিত্র যা পরিমাপ করতে সক্ষম এবং যা সময়ের সাথে এর মান পরিবর্তন করতে পারে, তাকে চলক বলা হয়। একে x, y, z এর দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

চলক বলতে এমন পরিমান সূচককে বোঝায় যা পরিবর্তনীয় এবং যা বয়স, উচ্চতা, নম্বর, বেতন, পেনশন ইত্যাদির মত এককের পরিমাপ করতে সক্ষম। চলককে দুইভাগে ভাগ করা যায়— (i) বিচ্ছিন্ন চলক (ii) অবিচ্ছিন্ন চলক

বিচ্ছিন্ন চলক :- চলকসমূহ যা কেবল কিছু নির্দিষ্ট পূর্ণ মান নিতে সক্ষম এবং ভগ্নাংশের মান গ্রহণ করতে পারে না, তাদের বিছিন্ন চলক বলে। অর্থাৎ বিচ্ছিন্ন চলক কেবলমাত্র নির্দিষ্ট মানগুলো নেয় এবং একমান থেকে অন্য নির্দিষ্ট মানে লাফ বা লম্ফন দেয়।

উদাহরণ- কোন পরিবারের শিশুদের সংখ্যা হতে পারে 1, 2, 3 বা 4 কিন্তু তা 1.5, 2.5 হবে না।

অবিচ্ছিন্ন চলক :- যখন কোন চলক সমূহ কোন নির্দিষ্ট সীমার মধ্যে সমস্ত রকমের সম্ভাব্য মান (পূর্ণ সংখ্যা বা ভগ্নাংশ বা ভগ্নাংশ নয় এমন সংখ্যাও) গ্রহণ করতে সক্ষম তখন তাদের অবিচ্ছিন্ন চলক বলে। উদাহরণ —

উচ্চতা, ওজন, দূরত্ব পরিমাপ

1, 2, 3, 4 (পূর্ণ সংখ্যা মান)

$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ (ভগ্নাংশ মান)

$\sqrt{2}$ = 1.4 14 , $\sqrt{3}$ = 1.732 $\sqrt{7}$ = 2.645 (অনির্দিষ্ট মান)

সুতরাং, বিচ্ছিন্ন চলকের ক্ষেত্রে, তথ্যসমূহের মান বের করা হয় গণনার মাধ্যমে, কিন্তু অবিচ্ছিন্ন চলকের ক্ষেত্রে তথ্যসমূহের মান বের করা হয় পরিমাপের মাধ্যমে।

বিচ্ছিন্ন চলক	অবিচ্ছিন্ন চলক
১। বিচ্ছিন্ন চলক সমূহ কেবলমাত্র নির্দিষ্ট মান গ্রহণ করতে সক্ষম কিন্তু কোন ভগ্নাংশ মান গ্রহণ করতে পারে না।	১। অবিচ্ছিন্ন চলকসমূহ কোন নির্দিষ্ট সীমার মধ্যে সমস্ত সম্ভাব্য মান গ্রহণ করতে সক্ষম।
২। এক্ষেত্রে, তথ্যসমূহ গণনার মাধ্যমে গ্রহণ করা হয়।	২। এক্ষেত্রে, তথ্যসমূহ পরিমাপের মাধ্যমে গ্রহণ করা হয়।
৩। উদাহরণ, শ্রমিকের সংখ্যা, শিশুদের সংখ্যা।	৩। উদাহরণ, ওজন, উচ্চতা, দূরত্ব।

৩.৭ পরিসংখ্যান ক্রম বা সারি (Statistical series) :

তথ্যের পরিসংখ্যান ক্রম বা সারি বলতে এই সমস্ত তথ্যগুলোকে নির্দিষ্ট ক্রম এবং পর্যায়ে উপস্থাপন বা সাজানোকে বোঝায়।

পরিসংখ্যান ক্রম বা সারিকে নিম্নলিখিতভাবে শ্রেণিভুক্ত করা যায়—

i) একক ক্রম বা সারি

ii) বিচ্ছিন্ন সারি বা ক্রম

iii) অবিচ্ছিন্ন সারি বা ক্রম।

একক ক্রম বা সারি :- একক ক্রম বা সারি বলতে ঐসমস্ত সারি বা ক্রমকে বোঝায় যেখানে প্রতিটি উপাদান বা উপাদনসমূহ প্রত্যেকটি একক ভাবে লিপিবদ্ধ হয়।

উদাহরণ - যদি 10টি ছাত্রের নাম্বার দেওয়া থাকে পৃথকভাবে, তবে তাদের নম্বরের অবস্থানটি হল একক ক্রম।

ক্রমিক নং	নম্বর
1	30
2	20
3	22
4	27
5	25
6	21
7	34
8	36
9	38
10	40

বিচ্ছিন্ন ক্রম বা সারি ঃ (পরিসংখ্যাযুক্ত সারণি)

বিচ্ছিন্ন ক্রম (সারি) বা পরিসংখ্যা যুক্ত সারণি হল এমন ক্রম বা সারি যেখানে তথ্য সমূহকে এমনভাবে উপস্থাপন করা হয় যাতে উপাদানসমূহের মানগুলোকে খুব স্পষ্টভাবে প্রদর্শন করা হয়।

উদাহরণ : 30 জন ছাত্র-ছাত্রী দ্বার প্রাপ্ত নাম্বারের সূচি

প্রকৃত নাম্বার	**ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা (পরিসংখ্যা)**
25	5
30	10
35	2
40	3
45	5
50	5
মোট	**30 জন**

অবিচ্ছিন্ন ক্রম বা সারি :- অবিছিন্ন ক্রম বা সারি হল এমন ক্রম বা সারি যা অবিচ্ছিন্ন চলকের মানকে প্রদর্শন করে যেখানে বিভিন্ন উপাদান সমূহের মানের প্রসারকে ক্রমের মাধ্যমে দেখানো হয়। এখানে শ্রেণি ব্যবধানের আকারে চলকের মান সহ পরিসংখ্যান মান দেওয়া হয়। **উদাহরণ :-**

প্রাপ্ত নাম্বার	**ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা (পরিসংখ্যান)**
0 - 10	3
10 - 20	4
20 - 30	3
30 - 40	5
40 - 50	2
50 - 60	3
মোট	**20 জন**

৩.৮ কিছু গুরুত্বপূর্ণ পদসমূহ (ধারণা) :

শ্রেণি : শ্রেণি বলতে সংখ্যাভিত্তিক দল বা গ্রুপকে বোঝায় যার মধ্যে উপাদানের মানগুলো অন্তর্ভুক্ত থাকে। যেমন- 0 - 10, 10 - 20, 20 - 30 ইত্যাদি।

পরিসংখ্যা : একটি নির্দিষ্ট শ্রেণির অন্তর্গত রাশি বা মানের সংখ্যাকে ঐ শ্রেণির পরিসংখ্যা বলে।

পরিসংখ্যা বিভাজন বা পরিসংখ্যা বন্টন :

একটি পরিসংখ্যা বিভাজন হচ্ছে একটি পরিমানগত চলকের কাঁচা রাশিতথ্যগুলোকে শ্রেণিবিন্যাস করার একটি সুসংগত উপায়। সাধারণত, ইহা একটি টেবিলের আকারে প্রকাশিত হয়। এটি দেখায় কিভাবে একটি চলকের বিভিন্ন মান তাদের (শ্রেণি পরিসংখ্যা অনুযায়ী) বিভিন্ন শ্রেণিতে বন্টিত হয়।

শ্রেণি পরিসংখ্যা : "শ্রেণি পরিসংখ্যা" শব্দটি বোঝায় কোন নির্দিষ্ট শ্রেণিতে চলকের মোট মানের সংখ্যা।

শ্রেণি সীমা : শ্রেণি সীমা হল একটি শ্রেণির দুটি প্রান্ত, শ্রেণির নিম্নতম মানকে নিম্ন শ্রেণিসীমা এবং উচ্চতম মানকে উচ্চ শ্রেণিসীমা বলে।

উদাহরণ - মনে করো, একটি শ্রেণির শ্রেণিসীমা হল (10 - 20), তবে নিম্ন শ্রেণিসীমা হল 10, উচ্চ শ্রেণিসীমা হল 20।

শ্রেণি ব্যবধান বা শ্রেণি দৈর্ঘ্য : শ্রেণি ব্যবধান বা শ্রেণিদৈর্ঘ্য বলতে উচ্চ শ্রেণি সীমা ও নিম্ন শ্রেণি সীমার মধ্যে পার্থক্যকে বোঝায়,

উদাহরণ - (10 - 20) যদি একটি শ্রেণি হয় তবে শ্রেণি ব্যবধান হল (20 – 10) =10

শ্রেণি মধ্যবিন্দু : শ্রেণী মধ্যবিন্দু হল একটি শ্রেণি বা শ্রেণি ব্যবধান এর মধ্যমমান।

$$\text{শ্রেণি মধ্যবিন্দু বা শ্রেণিচিহ্ন} = \frac{\text{উচ্চ শ্রেণিসীমা} + \text{নিম্ন শ্রেণিসীমা}}{2}$$

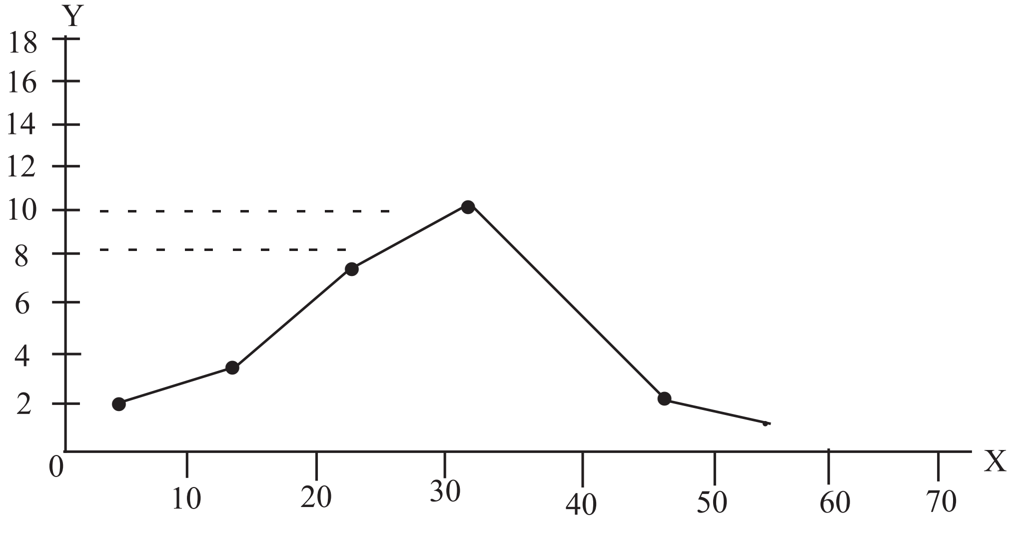
$$\text{যদি } (10 - 20) \text{ একটি শ্রেণী হয় তবে মধ্যবিন্দু হল} = \frac{10+20}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

পরিসংখ্যান রেখা : পরিসংখ্যা রেখা হল পরিসংখ্যা বিভাজন বা বন্টনের রৈখিক উপস্থাপনা।

উদাহরণ — ছাত্র-ছাত্রী এবং নম্বরের পরিসংখ্যা বিভাজন টেবিল

শ্রেণী (নাম্বার)	**পরিসংখ্যান (ছাত্র-ছাত্রী)**
0-10	2
10-20	4
20-30	8
30-40	10
40-50	2
50-60	1

পরিসংখ্যান রেখা পাওয়ার জন্য আমরা শ্রেণী (নাম্বার) মানকে x অক্ষে এবং পরিসংখ্যা (ছাত্রছাত্রী) কে y অক্ষে স্থাপন করেছি।



পরিসংখ্যা বিভাজন তথ্যের রৈখিক উপস্থাপন

প্রসার : কোন চলকের সর্ব্বোচ্চমান এবং সর্বনিম্ন মানের পার্থক্যকে প্রসার বলা হয়।

পরিসংখ্যা বিভাজনের প্রসার বলতে মূলত প্রথম শ্রেণি ব্যবধানে নিম্নসীমা এবং শেষ শ্রেণি ব্যবধানের সর্বোচ্চ সীমার পার্থক্যকে বোঝানো হয়।

উদাহরণ - মনেকরি, শ্রেণি ব্যবধান — 00-10, 10-20, 20-30, 30-40, 40-50

তবে প্রসার হল 50 – 00=50

প্রসারে মান বের করার পর, আমরা যদি একবার শ্রেণি ব্যবধান সম্পর্কে সিদ্ধান্ত নিয়ে নিতে পারি তবে খুব সহজেই শ্রেণির সংখ্যা নির্ণয় করা যায়। প্রসার মূলত সমস্ত শ্রেণি ব্যধানের যোগফল।

যদি শ্রেণি ব্যবধানগুলো সমান হয়, তবে প্রসার হল শ্রেণির সংখ্যা এবং শ্রেণি ব্যবধানের গুনফল।

প্রসার = শ্রেণি সংখ্যা × শ্রেণি ব্যবধান।

প্রসার মূলত কোন চলক বা পরিসংখ্যা বন্টনের ব্যাপ্তিকে প্রকাশ করে।

৩.৯ অবিচ্ছিন্ন ক্রমের কিছু ধরন:

i) বহির্ভুক্ত শ্রেণি পদ্ধতি বা ক্রম (Exclusive series/ method) : শ্রেণি বহির্ভুক্ত পদ্ধতির দ্বারা অবিচ্ছিন্ন ক্রমের বহির্ভুক্ত শ্রেণি ক্রম বা সারি গঠিত হয়। এক্ষেত্রে কোন একটি শ্রেণির উর্ধ্ব শ্রেণিসীমাটি পরবর্তী শ্রেণির নিম্ন শ্রেণিসীমার সমান হয়।

উদাহরণ— 10-20, 20-30, 30-40, 40-50 ইত্যাদি।

ii) অন্তর্ভুক্ত শ্রেণি পদ্ধতি বা ক্রম : শ্রেণি অন্তর্ভুক্ত পদ্ধতির দ্বারা অবিচ্ছিন্ন ক্রমের অন্তর্ভুক্ত শ্রেণিক্রম বা সারি গঠিত হয়। এক্ষেত্রে শ্রেণি ব্যবধানের উচ্চশ্রেণি সীমাটিকে শ্রেণির বাইরে গণ্য করা হয় না। এতে শ্রেণীতে উর্ধ্বশ্রেণি সীমাটিও অন্তর্ভুক্ত হয়। এক্ষেত্রে উভয় শ্রেণিসীমাই শ্রেণি ব্যবধানের অংশ।

সুতরাং, কোন শ্রেণি ব্যবধানের উর্ধ্বশ্রেণি সীমাটি পরবর্তী শ্রেণির নিম্নশ্রেণি সীমার সমান হয় না।

উদাহরণ— 0-9, 10-19, 20-29, 30-39।

অন্তর্ভুক্ত শ্রেণি ক্রমের থেকে বহির্ভুক্ত শ্রেণিক্রমে রূপান্তরণ : অন্তর্ভুক্ত শ্রেণিক্রমের ক্ষেত্রে, শ্রেণিগুলো গঠন করার জন্য তাদের অবিচ্ছিন্নতা বজায় রাখা হয় নি। তবে অনেক সময় কিছু পরিসংখ্যান পদ্ধতি ব্যবহারের জন্য শ্রেণিগুলোতে বহির্ভুক্ত শ্রেণিক্রমের (অবিচ্ছিন্নতার) প্রয়োজন হয়। সুতরাং অন্তর্ভুক্ত শ্রেণিক্রমগুলোকে বহির্ভুক্ত শ্রেণিক্রমে পরিবর্তিত করতে হয়।

৩.১০ অন্তর্ভুক্ত শ্রেণীক্রমকে বহির্ভুক্ত শ্রেণীক্রমে রূপান্তরের পদক্ষেপ সমূহ—

প্রথম ধাপ : কোন একটি শ্রেণি ব্যবধানের উর্ধ্বশ্রেণিসীমা এবং তার পরবর্তী শ্রেণী ব্যবধানের নিম্নশ্রেণীসীমার পার্থক্য বের করো।

দ্বিতীয় ধাপ : এই পার্থক্যের অর্ধেক প্রত্যেক শ্রেণি ব্যবধানের উর্ধ্বশ্রেণি সীমার সাথে যোগ করো এবং নিম্নশ্রেণিসীমা থেকে বিয়োগ করো।

উদাহরণ—

অন্তর্ভুক্ত শ্রেণিক্রম	
শ্রমিকের আয়	শ্রমিক সংখ্যা
01 – 99	2
100 – 199	4
200 – 299	3
300 – 399	2
400 – 499	1

⇒

বহির্ভুক্ত শ্রেণিক্রম	
শ্রমিকের আয়	শ্রমিক সংখ্যা
0.5 – 99.5	2
99.5 – 199.5	4
199.5 – 299.5	3
299.5 – 399.5	2
399.5 – 499.5	1

উর্ধ্ব এবং নিম্ন সীমার ব্যবধান = 100 – 99 =1, সুতরাং, 0.5 কে প্রত্যেকটি শ্রেণির নিম্ন শ্রেণিসীমা থেকে বিয়োগ করা হবে এবং উর্ধ্ব শ্রেণিসীমার সাথে যোগ করা হবে।

৩.১১ ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বিভাজন :

ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বিভাজন হল সরল পরিসংখ্যা বিভাজনের একটি সংস্করণ। বিভিন্ন শ্রেণির অন্তর্গত পরিসংখ্যাগুলোকে ক্রমান্বয়ে যোগ করে এটি গঠিত হয়। একে সংক্ষেপে c.f বলা হয়। দুই ধরনের c.f রয়েছে—

(i) ক্ষুদ্রতর সূচক c.f. (less than) (ii) বৃহত্তর সূচক c.f (more than)

ক্ষুদ্রতর (less than) ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বিভাজন

উদাহরণ — একটি পরিসংখ্যা বিভাজন

বয়স	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40
লোকসংখ্যা	3	2	4	1

এখন ক্ষুদ্রতর (less than) পরিসংখ্যা বিভাজন

বয়স	লোকসংখ্যা
10 অপেক্ষা কম	3
20 অপেক্ষা কম	3+2=5
30 অপেক্ষা কম	3+2+4=9
40 অপেক্ষা কম	3+2+4+1=10

ক্ষুদ্রতর (less than) ক্রমযৌগিক বিভাজন উর্ধ্ব শ্রেণিসীমার ভিত্তিতে গঠিত হয়।

বৃহত্তর (more than) ক্রম যৌগিক পরিসংখ্যা বিভাজন—

বয়স	লোকসংখ্যা
0 অপেক্ষা বেশি	3+2+4+1=10
10 অপেক্ষা বেশি	2+4+1=7
20 অপেক্ষা বেশি	4+1=5
30 অপেক্ষা বেশি	1

বৃহত্তর (more than) ক্রম যৌগিক পরিসংখ্যা বিভাজন নিম্ন শ্রেণিসীমার ভিত্তিতে গঠিত হয়।

৩.১২ i) হারিয়ে যাওয়া তথ্য ঃ-

কাঁচা রাশিতথ্যের শ্রেণিবিন্যাস করার মাধ্যমে এদের সুসংহত এবং সংক্ষিপ্ত করা হয়, কিন্তু এর মাধ্যমে কাঁচা রাশিতথ্যের মত সমস্ত কিছুর বিস্তৃত বিবরণ থাকে না। সুতরাং এক্ষেত্রে কিছু তথ্য হারিয়ে যায়।

ii) পরিসংখ্যান সারণি :

বিচ্ছিন্ন চলক রাশির ক্ষেত্রে, তথ্যের শ্রেণিবিন্যাসকে পরিসংখ্যান সারণি বলা যায়

iii) দ্বি-চল বিশিষ্ট পরিসংখ্যা বিভাজন :

দ্বিচল বিশিষ্ট পরিসংখ্যা বিভাজন হল একসাথে দুটি চলকের পরিসংখ্যা বিভাজন।

উদাহরণ, যখন জনগণের ওজন এবং উচ্চতার ভিত্তিতে রাশিতথ্য সমূহের শ্রেণিবিন্যাস হয়, তখন একে দ্বিচল বিশিষ্ট পরিসংখ্যা বিভাজন বলা যায়।

উদাহরণ -

উচ্চতা →	**3-4 ft**	**4-5ft**	**5-6ft**	**মোট**
ওজন ↓				
30-40 kg	3	2	9	14
40-50 kg	-	1	7	8
50-60 kg	2	4	3	9
60-70 kg	2	-	2	4
	7	7	21	35 জন

দ্বিচল বিশিষ্ট পরিসংখ্যা বিভাজন

টালি চিহ্ন (Tally চিহ্ন) ব্যবহার করে বিচ্ছিন্ন পরিসংখ্যা বিভাজন তৈরি করা —

প্রথমে তিনটি স্তম্ভ বিশিষ্ট টেবিল তৈরি করতে হবে যেখানে 3টি শিরোনাম হবে, যেমন চলক, টালি চিহ্ন এবং পরিসংখ্যা। এরপর সমস্ত সম্ভাব্য মানগুলোকে চলকের স্তম্ভে লিখতে হবে।

প্রত্যেকটি পর্যবেক্ষণের সাপেক্ষে দ্বিতীয় স্তম্ভে যেকোন টালি চিহ্ন ব্যবহৃত হবে (|, ||, |||, ||, ||||, ~~||||~~)

এখন, টালি চিহ্নগুলোকে গণনা করে তৃতীয় স্তম্ভে (পরিসংখ্যা স্তম্ভে) চলকের সাপেক্ষে সংখ্যামানের দ্বারা পূর্ণ করতে হবে। উদাহরণ, 12 জন ছাত্র-ছাত্রীর দ্বারা প্রাপ্ত নাম্বার প্রদান করা হল, যেখানে 5 এর মানে পরীক্ষা হয়েছে।

প্রাপ্ত নম্বরগুলো হল— 4, 4, 3, 2, 2, 4, 1, 5, 5, 3, 4, 4

আমরা নিম্নোক্ত পরিসংখ্যা বিভাজন পেতে পারি।

নম্বর (X)	**টালি চিহ্ন**	**পরিসংখ্যা (f)**
1					1
2				2
3	||`	2
4	~~||||~~	5
5				2
	মোট ছাত্রছাত্রী	**12 জন**

একইভাবে অবিচ্ছিন্ন পরিসংখ্যা বিভাজন সারণি তৈরি করা যায়।

অনুশীলনী

1.1 নীচের বক্তব্যগুলো সত্য নাকি মিত্যা লিখো:

1. গবেষণা চলাকালীন সময়ে গবেষক দ্বারা কাঁচা তথ্য সংগৃহীত হয়।
2. কালানুক্রমিক শ্রেণিবিন্যাস করা হয় সময় কালের ভিত্তিতে।
3. অবিচ্ছিন্ন চলক সমূহ কেবল সম্পূর্ণ বা পূর্ণ রাশিমান গ্রহণ করতে পারে কিন্তু ভগ্নাংশ মান গ্রহণ করতে পারে না।
4. ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা হল কোন নির্দিষ্ট শ্রেণির পরিসংখ্যাগত মান।
5. বিচ্ছিন্ন চলক কেবলমাত্র ভগ্নাংশ মান গ্রহণ করতে পারে।
6. যে কোন শ্রেণির অন্তর্ভুক্ত চলকের উপাদানের সংখ্যাকে ঐ শ্রেণির পরিসংখ্যা বলে।
7. অন্তর্ভুক্ত শ্রেণি ক্রমে/সারিতে উর্ধ্ব এবং নিম্নসীমার উভয়ই অন্তর্ভুক্ত থাকে।
8. লিঙ্গ এবং ধর্মের ভিত্তিতে শ্রেণি বিন্যাস করার বিষয়টি ভৌগলিক শ্রেণিবিন্যাসের অধীনস্ত।
9. উচ্চতা এবং ওজন হল কাঁচা তথ্যরাশির পরিমানগত শ্রেণিবিন্যাসের ভিত্তি সমূহ।
10. (15-25) এই শ্রেণির মধ্যবিন্দু হল 25 ।

1.2 সঠিক উত্তর বাছাই করো (MCQ)

1) শ্রেণিবিন্যাসের উদ্দেশ্য কোনটি?

a) সরলীকরণ b) সংক্ষিপ্তকরণ c) তুলনা করা d) সবগুলো

2. মধ্যবিন্দু বের করার সূত্রটি হল—

a) $l_2 - l_1$ b) $\frac{l_2 - l_1}{2}$ c) $l_1 + l_2$ d) $\frac{l_1 + l_2}{2}$.

3. যে ক্রম বা সারিতে প্রত্যেকটি শ্রেণী ব্যবধানে তার উর্ধ্ব শ্রেণিসীমা বহির্ভুত অবস্থায় থাকে, তাকে বলে—

a) বহির্ভুক্ত শ্রেণী ক্রম b) অন্তর্ভুক্ত শ্রেণী ক্রম c) উভয়ই d) কোনটাই নয়।

4. Tally Bar বা টালি চিহ্নের পদ্ধতিতে, কোন চিহ্নের দ্বার '5' সংখ্যাটিকে উপস্থাপন করা হয়?

a) V b) |||||, c) ~~||||~~ d) কোনটাই নয়।

5. কোন ব্যক্তির বাৎসরিক আয় হল

a) একটি অবিচ্ছিন্ন চলক b) একটি বিচ্ছিন্ন চলক c) একটি বৈশিষ্ট্য (গুণবাচক) d) (b) বা (c) একটি

6. যেখানে উর্ধ্বশ্রেণি সীমা গণনার আধার হিসাবে বিবেচিত হয়—

a) 'ক্ষুদ্রতর' (less than) ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা

b) 'বৃহত্তর' (more than) ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা

c) আপেক্ষিক পরিসংখ্যা d) কোনটাই নয়।

7. কোন ছাত্রের 'জাতীয়তা' বিষয়টি—

a) একটি গুণবাচক বিষয় b) একটি বিচ্ছিন্ন চলক c) একটি অবিচ্ছিন্ন চলক d) হয় (a) বা (c)

8. টালি চিহ্নের দ্বারা নির্ধারিত হয়—

a) শ্রেণি দৈর্ঘ্য b) শ্রেণি সীমানা c) শ্রেণি প্রসার d) শ্রেণি পরিসংখ্যা

9. যে-কোন একক ক্রম/সারিতে প্রত্যেকটি একক চলকের রয়েছে—

a) একই পরিসংখ্যা b) একটি পরিসংখ্যা c) বিভিন্ন পরিসংখ্যা d) দুটি পরিসংখ্যা

10. যদি কোন রাশি বন্টনের শ্রেণি চিহ্ন বা মধ্যবিন্দু 26 হয় তবে শ্রেণি ব্যবধান হল—

a) 23.5 – 28.5 b) 23 – 28 c) 22.5 – 30.5 d) কোনটাই নয়।

1.3 শূন্যস্থান পূরণ করো :

1. 'জনসংখ্যা' এই চলকটি একটি ———— সারি যেহেতু এই সারিটি বিভিন্ন বছরে বিভিন্ন মান দেখায়।
2. ———— চলকটি পূর্ণ রাশিমান এবং ভগ্নাংশ উভয়ই নিতে পারে।
3. শ্রেণী ব্যবধান = উর্ধ্বশ্রেণী সীমা ———— নিম্নশ্রেণী সীমা।
4. ———— হল কোন শ্রেণীর দুটি সীমা।
5. প্রসার = শ্রেণীর সংখ্যা × ————।
6. ———— হল সবগুলো শ্রেণী ব্যবধানের সমষ্টি।

7. শ্রেণী মধ্যবিন্দু বা শ্রেণী চিহ্ন = $\frac{\text{উর্ধ্ব শ্রেণিসীমা + নিম্ন শ্রেণিসীমা}}{2}$

8. (10 – 20) (20 – 30) (30 – 40) এর একটি শ্রেণীতে প্রসার হল ——————।

9. যখন সময়ের ভিত্তিতে রাশিতথ্যের শ্রেণীবিন্যাস হয়, তখন তাকে বলে ——————।

10. —————— বলতে বোঝায় ঐ সমস্ত রাশিতথ্যকে যেগুলো কোন নির্দিষ্ট ক্রম এবং পর্যায়ে বিন্যস্ত।

1.4 খুব সংক্ষিপ্ত প্রশ্ন :

1. শ্রেণি কি?
2. 'চলক' বলতে কি বোঝায়?
3. রাশিতথ্যের শ্রেণি বিন্যাস বলতে কি বোঝায়?
4. শ্রেণি ব্যবধান বলতে কি বোঝায়?
5. কোন সারি বা ক্রম শ্রেণি ব্যবধানের উর্ধ্বসীমাকে বহির্ভুত অবস্থায় রাখে?
6. কোন সারি বা ক্রম শ্রেণি ব্যবধানের উর্ধ্বসীমাকে অন্তর্ভুক্ত করে রাখে?
7. গুনগত শ্রেণিবিন্যাসের সংজ্ঞা দাও।
8. "পরিসংখ্যা" শব্দটির সংজ্ঞা দাও।
9. শ্রেণি ব্যবধান কোন ক্রম বা সারিতে থাকে?
10. শ্রেণি মধ্যবিন্দু কি?
11. 'সারণি' বলতে কি বোঝায়?
12. কাঁচা রাশিতথ্য বলতে কি বোঝায়?

2. সংক্ষিপ্ত প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও ঃ **3/4 এর মান**

1. শ্রেণী বিন্যাসের বিভিন্ন পদ্ধতিগুলো লেখ।
2. রাশিতথ্যের শ্রেণীবিন্যাসের উদ্দেশ্যগুলো সংক্ষেপে লেখ।
3. একক সারি বলতে কি বোঝায়? উদাহরন দাও।
4. অবিচ্ছিন্ন সারি বা ক্রম বলতে কি বোঝায়? উদাহরন দাও।
5. অন্তর্ভুক্ত শ্রেণীক্রম এবং বহির্ভুক্ত শ্রেণীক্রমের পার্থক্য আলোচনা করো।
6. ক্রম যৌগিক পরিসংখ্যা বলতে কি বোঝায়?
7. বিচ্ছিন্ন ক্রম বা সারি বলতে কি বোঝায়? উদাহরন দাও।

3. নীচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও ঃ **6 মানের প্রশ্ন**

1. একটি আদর্শ শ্রেণিবিন্যাসের প্রয়োজনীয় বিষয়গুলো আলোচনা কর।

2. সংক্ষেপে বিষয়গুলো আলোচনা করো—

ক) শ্রেণী ব্যবধান খ) প্রসার গ) পরিসংখ্যা ঘ) মধ্যবিন্দু

3. টালি চিহ্নের দ্বারা বিচ্ছিন্ন পরিসংখ্যা বিভাজন / বন্টন সৃষ্টির পদ্ধতি আলোচনা কর।

4. কিভাবে একটি অন্তর্ভুক্ত শ্রেণী ক্রমকে বহির্ভুক্ত শ্রেণীক্রমে রূপান্তরিত করা যায়?

উত্তরমালা

1.1. সত্য / মিথ্যা যাচাই সংক্রান্ত প্রশ্নের উত্তর ঃ

1. সত্য	2. সত্য	3. মিথ্যা	4. মিথ্যা	5. মিথ্যা
6. সত্য	7. সত্য	8. মিথ্যা	9. সত্য	10. মিথ্যা

1.2 MCQ প্রশ্নের উত্তর ঃ

1. (d)	2. (d)	3. (a)	4. (c)	5. (b)	6. (a)
7. (a)	8. (d)	9. (b)	10. (a)		

1.3 শূন্যস্থান পূরণ সংক্রান্ত প্রশ্নের উত্তর ঃ

1. কালিণ সারি 2. অবিচ্ছিন্ন 3. বিয়োগ 4. শ্রেণী সীমা 5. শ্রেণী ব্যবধান 6. প্রসার

7. 2 8. 30 9. কালানুক্রমিক 10. পরিসংখ্যান সারি।

1.4

1. শ্রেণী বলতে সংখ্যাভিত্তিক দল বা গ্রুপকে বোঝায় যার মধ্যে উপাদানের মানগুলো অন্তর্ভুক্ত থাকে যেমন - 0-10, 1-20, 20-30 ইত্যাদি।

2. কোন চরিত্র বা বৈশিষ্ট যা পরিমাপ করতে সক্ষম এবং যা সময়ের সাথে এর মান পরিবর্তন করতে পারে তাকে চলক বলা হয়। একে x, y, z দ্বারা প্রকাশ করা যায়।

3. যে পদ্ধতিতে সংগৃহিত রাশিতথ্যকে নির্দিষ্ট বৈশিষ্ট্য বা বৈশিষ্ট্যের সাদৃশ্যের সাপেক্ষে পৃথক পৃথক শ্রেণীতে বা গ্রুপের অধীনে সাজানো হয় তাকে বলা হয় রাশিতথ্যের শ্রেণীবিন্যাস।

4. শ্রেণী ব্যবধান বা শ্রেণী দৈর্ঘ্য হল কোন শ্রেণীর উর্ধ্বসীমা এবং নিম্নশ্রেণী সীমার মধ্যেকার পার্থক্য, উদাহরণ - যদি (0-20) একটি শ্রেণী হয় তবে শ্রেণী ব্যবধান হল (20-0)=20

5. বহির্ভুক্ত শ্রেণীক্রম

6. অন্তর্ভুক্ত শ্রেণীক্রম

7. যখন রাশি তথ্যসমূহকে কোন রকম গুণগত বা বৈশিষ্ট্যগত বিষয় যেমন— জাতীয়তা, ধর্ম, লিঙ্গের ভিত্তিতে শ্রেণিবিন্যাস করা হয়, তখন একে গুণগত শ্রেণিবিন্যাস বলে।

8. একটি নির্দিষ্ট শ্রেণি বা বন্টনের অন্তর্গত রাশি বা মানের সংখ্যাকে ঐ শ্রেণীর পরিসংখ্যা বলে।

9. অবিচ্ছিন্ন সারি বা ক্রম।

10. শ্রেণি মধ্যবিন্দু বা শ্রেণি চিহ্ন $= \frac{\text{উর্ধ্ব শ্রেণিসীমা} - \text{নিম্ন শ্রেণিসীমা}}{2}$

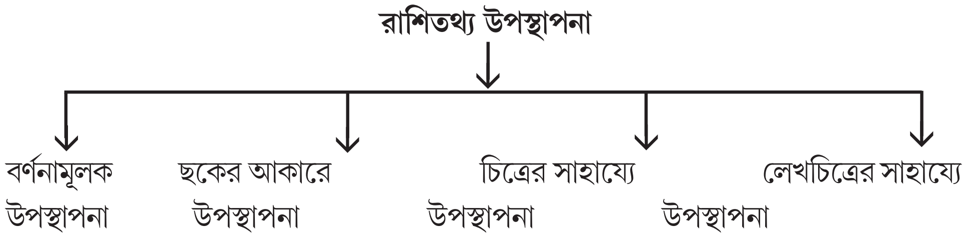
11. কোন একক সারি বা ক্রমের অন্তর্গত রাশির উর্ধ্বক্রম বা নিম্নক্রমানুসারে সাজানো বা উপস্থাপনাকে সারণি(Array) বলে।

12. কাঁচাতথ্য হল চূড়ান্ত অগুছালো বা অবিন্যস্ত রাশি তথ্যসমূহ।

অধ্যায়-4

রাশিতথ্য উপস্থাপনা

4.1 রাশিতথ্যের উপস্থাপনা বলতে স্পষ্ট ও আকর্ষণীয় উপায়ে রাশিতথ্যের প্রদর্শনকে বোঝায়, যার ফলে রাশিতথ্য সহজেই বোঝা যায় ও বিশ্লেষণ করা যায়। এই অধ্যায়ে রাশিতথ্যের সঠিকভাবে শ্রেণি বিন্যাসের বিষয়ে আলোচনা করা হয়েছে যাতে করে সংগৃহীত অনেক রাশিতথ্য সহজেই ব্যবহারযোগ্য এবং বোধগম্য হয়। সাধারণত রাশিতথ্য সহজেই চার প্রকারের উপস্থাপনা রয়েছে— পাঠগত বা বর্ণনামূলক উপস্থাপনা, ছকের আকারে উপস্থাপনা, চিত্রের সাহায্যে উপস্থাপনা এবং লেখচিত্রের সাহায্যে উপস্থাপনা।



4.2 বর্ণনামূলক উপস্থাপনা ঃ বর্ণনামূলক উপস্থাপনায়, রাশিতথ্যকে পাঠের মধ্য থেকে ব্যাখ্যা করা হয়। যখন রাশিতথ্যের পরিমাণ কম থাকে তখন এইরূপ উপস্থাপনা মানানসই হয়।

উদাহরণ : পেট্রোল ও ডিজেলের মূল্য বৃদ্ধির প্রতিবাদে 8 সেপ্টেম্বর 2005 -এ হরতাল হয়। হরতালের দিন বিহারের এক শহরে 5 টি পেট্রোল পাম্প খোল পাওয়া গিয়েছিল এবং 17 টি বন্ধ ছিল। একই দিনে 2টি বিদ্যালয় বন্ধ ছিল এবং 9 টি বিদ্যালয় খোলাছিল।

এই উদাহরণটিতে রাশিতথ্য পাঠের আকারে প্রকাশ করা হয়েছে—

বর্ণনামূলক উপস্থাপনার সুবিধা ঃ

(i) রাশিতথ্যের পরিমান যখন কম হয় তখন এই পদ্ধতিটা খুবই কার্যকর হয়।

(ii) বর্ণনামূলক উপস্থাপনায় পর্যাপ্ত পরিমান রাশিতথ্য বিস্তারিত উপস্থাপন করা যায়।

(iii) এই পদ্ধতিতে তথ্যসংখ্যাদির মাধ্যমে রাশিতথ্য উপস্থাপন করা হয় যার ফলে বিষয়টা সহজেই বোধগম্য হয়।

বর্ণনামূলক উপস্থাপনার অসুবিধা ঃ

(i) এই পদ্ধতিটি তখনই অকার্যকর হয় যখন রাশিতথ্যের পরিমাণ খুবই বেশী হয়।

(ii) তথ্যটিকে উপলব্ধি করতে হলে, পাঠ্যাংশটি সম্পূর্ণরূপে অধ্যায়ন করতে হয়।

(iii) যদি রাশিতথ্যকে তথ্যসংখ্যাদির মাধ্যমে সঠিকভাবে উপস্থাপন না করা হয় তবে রাশিতথ্যের বিশ্লেষণও ভুল হয়।

(iv) বর্ণনামূলক উপস্থাপনায় রাশিতথ্য থেকে একটা সিদ্ধান্তে পৌঁছানো পাঠকদের পক্ষে খুবই কঠিন।

4.3 সারণি বা ছকের আকারে রাশিতথ্যের উপস্থাপনা ঃ

ছকের আকারে উপস্থাপনায়, রাশিতথ্যকে সারি (যা অনুভুমিকভাবে পড়া হয়) এবং স্তম্ভ (যা উ লম্বভাবে পড়া হয়)-এ উপস্থাপন করা হয়। ছকবিন্যাস হল শ্রেণিবদ্ধ রাশিতথ্যকে সুশৃঙ্খলভাবে উপস্থাপন করার বিজ্ঞানসম্মত প্রক্রিয়া যার ফলে রাশিতথ্য সহজেই বোধগম্য হয়।

4.3.1 সারণিবন্ধকরণ / ছকবিন্যাসের উদ্দেশ্য ঃ

i) জটিল রাশিতথ্যকে সহজভাবে উপস্থাপন করে।

ii) পরিসংখ্যানগত বিশ্লেষণে সহায়তা করে।

iii) রাশিতথ্যগুলোর মধ্যে তুলনা করতে সহায়তা করে।

iv) পরবর্তী স্তরের অধ্যয়নের ক্ষেত্রে এটা রেফারেন্স হিসাবে কাজ করে।

v) সারণির মাধ্যমে স্বল্প পরিসরে রাশিতথ্য উপস্থাপন করা যায়।

4.3.2 রাশিতথ্যের সারণিবন্ধকরণ এবং সারণির বিভিন্ন বিভাগ ঃ

সারণি তৈরির পূর্বে পরিসংখ্যান সারণির বিভিন্ন অংশগুলো সম্পর্কে জানা খুবই গুরুত্বপূর্ণ। যখন এই অংশগুলো একসাথে নিয়মিতভাবে ক্রমঅনুসারে সাজানো হয় তখন এটা সারণির আকার নেয়। একটা আদর্শ সারণিতে নিম্নের বৈশিষ্ট্যগুলো থাকা আবশ্যক।

i) **সারণি সংখ্যা :** চিহ্নিত করার উদ্দেশ্যে সারণি সংখ্যার ব্যবহার জরুরি। এটা সারণির উপরে বা শিরোনামের শুরুতে লেখা হয়।

ii) **শিরোনাম :** একটা সারণির শিরোনাম সারণির বিষয়বস্তু সম্পর্কে ধারণা দেয়। এটা খুব স্পষ্ট, সংক্ষিপ্ত ও অর্থবহ হতে হবে যাতে করে সারণি থেকে প্রাপ্ত ব্যাখ্যা স্পষ্ট এবং দ্ব্যর্থহীন হয়। এটা সারণির উপরের নম্বরের পাশে বা সারণির নীচে থাকে।

iii) **শিরটীকা :** যদি সারণির শিরোনাম থেকে সারণি সম্পর্কে সম্পূর্ণ তথ্য না পাওয়া যায় তখন সারণি বা সারণির কোন অংশ বোঝাতে শিরটীকা পরিপূরক হিসাবে কাজ করে।

iv) **ক্যাপশান বা স্তম্ভ শিরোনাম:** সারণিতে প্রতিটা স্তম্ভের শীর্ষে স্তম্ভের অন্তর্ভুক্ত বিষয়ের ব্যাখ্যা করার জন্য স্তম্ভের নাম দেওয়া হয়। তাকে বলে ক্যাপশান বা স্তম্ভ শিরোনাম।

v) **স্টাব বা সারি শিরোনাম:** স্তম্ভ শিরোনামের মতো সারণির প্রতিটা সারির শিরোনাম দেওয়া হয়। সারির শিরোনামের নামগুলোকে স্টাব বা স্টাব আইটেম বলা হয় এবং সম্পূর্ণ বাম দিকের স্তম্ভটাকে বলে স্টাব কলাম।

vi) **সারণির মূল অংশ :** সারণির মূল অংশ হল সারণির প্রধান অঞ্চল এবং এর মধ্যে মূল বিষয়বস্তু থাকে। একটা সারণিতে কোন রাশিতথ্যের অবস্থান নির্দিষ্ট এবং তা নির্ধারণ করা হয় সারণির সারি ও স্তম্ভ দ্বারা।

vii) **পরিমাপের একক:** সারণিতে উপস্থিত সংখ্যাগুলোর পরিমাপের একক (প্রকৃত রাশিতথ্য) সর্বদা শিরোনামের সাথে উল্লেখ করা উচিত। যদি সারণিতে সারি এবং স্তম্ভের ভিন্ন একক থাকে তবে তা স্টাব বা ক্যাপশানের সাথে উল্লেখ করা উচিত।

সারণি সংখ্যা → শিরোনাম

সারণি **4.1** লিঙ্গ ও অবস্থানের ভিত্তিতে শ্রমিক এবং অশ্রমিকের কাজের ভিত্তিতে ভারতের জনসংখ্যা, **2001**

(কোটিতে) ← একক

স্তম্ভ শিরোনাম

সারি শিরোনাম/স্টাব → | ← সারণির মূল অংশ

অবস্থান	লিঙ্গ	শ্রমিক			অশ্রমিক	মোট
		প্রধান	প্রান্তিক	মোট		
গ্রাম	পুরুষ	17	3	20	18	38
	মহিলা	6	5	11	25	36
	মোট	23	8	31	43	74
শহর	পুরুষ	7	1	8	7	15
	মহিলা	1	0	1	12	13
	মোট	8	1	9	19	28
মোট	পুরুষ	24	4	28	25	53
	মহিলা	7	5	12	37	49
	মোট	31	9	40	62	102

উৎস : ভারতের জনগণনা-2001 ← **উৎস**

টীকা : সংখ্যাগুলো কোটির নিকটবর্তী পূর্ণ সংখ্যায় প্রকাশিত ← টীকা

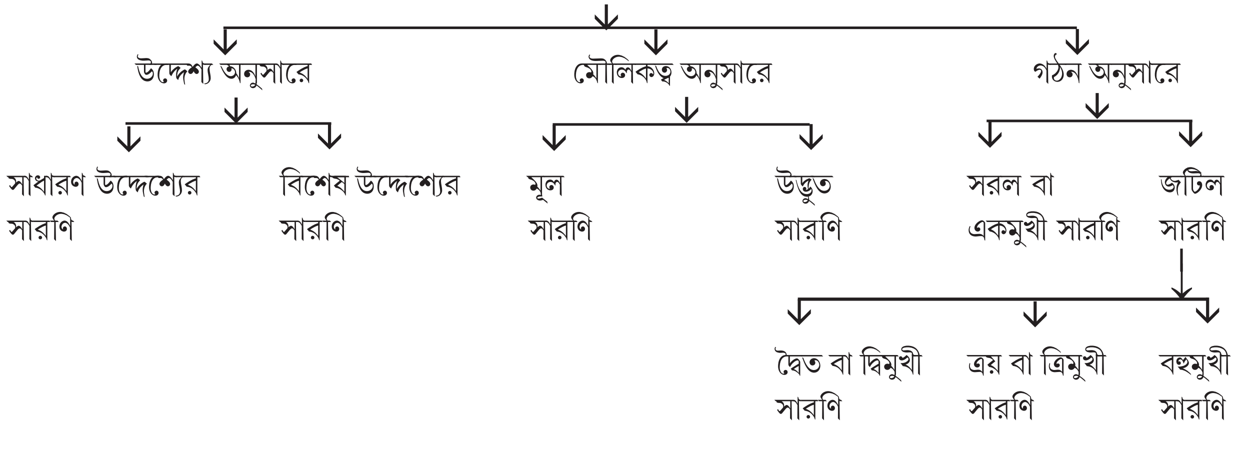
viii) এটা একটা সংক্ষিপ্ত বিবৃতি যা সারণিতে উপস্থিত তথ্যের উৎস সূচিত করে। যদি একাধিক উৎস থাকে তবে সমস্ত উৎসগুলোর উৎপত্তি স্থলের উল্লেখ করতে হবে। সাধারনত সারণির নীচের দিকে উৎসগুলো থাকে।

ix) **টীকা:** টীকা বা নোট হল সারণির শেষ অংশ। এটা সারণির রাশিতথ্যের নির্দিষ্ট কোন বিষয়কে ব্যাখ্যা করে যা স্ব-ব্যাখ্যামূলক নয় এবং যা পূর্বে ব্যাখ্যা করা হয়নি।

4.3.3 সারণির প্রকারভেদ ঃ

শ্রেণিবিন্যাসের উপর ভিত্তি করে পরিসংখ্যান সারণিকে বিভিন্ন শ্রেণিতে শ্রেণিবিভক্ত করা যায়—

সারণির প্রকারভেদ



i) **উদ্দেশ্য অনুসারে সারণি :** উদ্দেশ্য অনুসারে সারণি দুই প্রকার হয়—

a) **সাধারণ উদ্দেশ্যের সারণি :** এই সারণিতে তথ্যগুলোর বিস্তারিত বর্ণনা থাকে। এই ধরনের সারণি সরকারি দপ্তরের প্রতিবেদনে বেশী ব্যবহৃত হয়। এই ধরণের সারণি সহায়ক (Reference) সারণি নামও পরিচিত।

b) **বিশেষ উদ্দেশ্যের সারণি :** এই সারণিগুলো কোন বিশেষ উদ্দেশ্যে তৈরী করা হয়। এই ধরনের সারণিতে বিষদ তথ্য দেওয়া থাকে না এবং নির্দিষ্ট কোন উদ্দেশ্যের সঙ্গে সম্পর্কিত নয় এমন কোন সংখ্যাতথ্য দেওয়া থাকেনা। এই জন্য এ ধরনের সারণিকে সারাংশ সারণিও বলা হয়।

ii) **মৌলিকতত্ব অনুসারে সারণি:** মৌলিকত্ব অনুসারে সারণি দুই ধরণের হয়—

a) **মূল সারণি ঃ** মূল সারণি হল সেই সারণি যেখানে, যে পদ্ধতি ও রূপে রাশিতথ্য সংগ্রহ করা হয় ঠিক সেই ভাবেই উপস্থাপন করা হয়। এই সারণি প্রাথমিক সারণি হিসাবেও পরিচিত।

b) **উদ্ভুত সারণি:** উদ্ভুত সারণি হল সেই সারণি যেখানে রাশিতথ্যকে প্রথমে অনুপাতে বা শতাংশে পরিবর্তিত করা হয় এবং তারপর উপস্থাপন করা হয়।

iii) **গঠন অনুসারে সারণি:** গঠন অনুসারে সারণি দুই ধরনের হয়—

a) **সরল সারণি :** সরল সারণি হল সেই সারণি যেখানে রাশিতথ্যের একটা মাত্র বৈশিষ্ট্য পরিলক্ষিত হয়। এই সারণি তৈরী করা খুবই সহজ এবং তা সহজেই বোধগম্য হয়।

সারণি 4.2 : একটি বিদ্যালয়ে ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা

শ্রেণি	**ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা**
VI	60
VII	50
VIII	40
IX	50
X	70
মোট	**270**

b) **জটিল সারণি :** জটিল সারণি হল সেই সারণি যেখানে রাশিতথ্যের একের বেশি বৈশিষ্ট্য পরিলক্ষিত হয়। বৈশিষ্টের ভিত্তিতে জটিল সারণি তিন ধরনের হয়—

i) **দ্বৈত বা দ্বিমুখী সারণি :** দ্বৈত সারণিতে রাশিতথ্যের দুইটি বৈশিষ্ট্য পরিলক্ষিত হয়।

সারণি 4.3 : একটি বিদ্যালয়ে ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা (লিঙ্গ ও শ্রেণি অনুসারে)

শ্রেণি	**ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা**		**মোট**
	ছাত্র	**ছাত্রী**	
VI	40	20	60
VII	35	15	50
VIII	20	20	40
IX	20	30	50
X	55	15	70
মোট	170	100	270

ii) **ত্রয়ী বা ত্রিমুখী সারণি :** ত্রিমুখী সারণি হল সেই সারণি যেখানে রাশিতথ্যের তিনটি বৈশিষ্ট্য পরিলক্ষিত হয়

সারণি 4.4 : একটি বিদ্যালয়ে ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা (লিঙ্গ, শ্রেণি ও বাসস্থান অনুসারে)

শ্রেণি	ছাত্র			ছাত্রী			মোট		
	গ্রাম	শহর	মোট	গ্রাম	শহর	মোট	গ্রাম	শহর	মোট
VI	10	30	40	10	10	20	20	40	60
VII	05	30	35	05	10	15	10	40	50
VIII	10	10	20	15	15	20	15	25	40
IX	05	15	20	10	20	30	15	35	50
X	15	40	55	05	10	15	20	50	70
মোট	45	125	170	35	65	100	80	190	270

iii) **বহুমুখী সারণি :** বহুমুখী সারণি হল সেই সারণি যেখানে তিনের বেশি রাশিতথ্যের বৈশিষ্ট্য পরিলক্ষিত হয়।

সারণি 4.5 : একটা বিদ্যালয়ে ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা (লিঙ্গ, শ্রেণি, বাসস্থান ও প্রাপ্ত নম্বরের ভিত্তিতে)

শ্রেণি	ছাত্র				ছাত্রী				মোট
	গ্রাম		শহর		গ্রাম		শহর		
	50% এর নীচে	50% এর উপরে	50% এর নীচে	50% এর উপরে	50% এর নীচে	50% এর উপরে	50% এর নীচে	50% এর উপরে	
VI	04	06	10	20	03	07	05	05	60
VII	01	04	12	18	03	02	04	06	50
VIII	03	07	02	08	01	04	04	11	40
XI	02	03	04	11	02	08	09	11	50
X	06	09	11	29	02	03	02	08	70
মোট	16	29	39	86	11	24	24	41	270

4.3.4 রাশিতথ্যের শ্রেণিবিন্যাস এবং সারনি বা ছকের আকারে উপস্থাপন :

সারণিবদ্ধ উপস্থাপনার একটি গুরুত্বপূর্ণ সুবিধা হল এটি ভবিষ্যতে গবেষণার বিভিন্ন পর্যায়ে ব্যবহার করা যায়। চার প্রকারের শ্রেণি বিন্যাস রয়েছে যা সারণিবদ্ধকরণে ব্যবহার করা হয়।

(a) গুনগত শ্রেণিবিন্যাস : গুনগত শ্রেণি বিন্যাসের ক্ষেত্রে গুণ বা বৈশিষ্ট্যের ভিত্তিতে তথ্যকে শ্রেণি বিন্যাস করা হয়। যেমন সামাজিক অবস্থা ও স্বাস্থ্যের চালচিত্র, নাগরিকতা ইত্যাদির ভিত্তিতে শ্রেনিবিন্যাস করা হয়। নীচে গুণগত শ্রেণি বিন্যাসের ভিত্তিতে রাশিতথ্যের ছকের আকারে উপস্থাপন করা হল।

সারণি 4.6 – লিঙ্গ ও অবস্থানের ভিত্তিতে ভারতবর্ষের সাক্ষরতার হার (শতকরায়) :

	অবস্থান		
লিঙ্গ	গ্রাম	শহর	মোট
পুরুষ	79	90	82
মহিলা	59	80	65
মোট	68	84	74

উৎস : ভারতের জনগণনা 2011 (সাত বছর এবং সাতের বেশি বয়সিদের মধ্যে সাক্ষরতার হার দেখানো হয়েছে।)

(b) পারিমানগত শ্রেণিবিন্যাস : পরিমাণগত শ্রেণিবিন্যাসে, রাশিতথ্যকে পরিমাণগত বৈশিষ্ট্যের ভিত্তিতে শ্রেণিবিন্যাস কার হয়। অন্যভাবে করা যায়, এই বিশিষ্ট্যগুলোকে পরিমাণগত ভাবে পরিমাপ করা যায়। উদাহরণস্বরুপ বয়স, উৎপাদন, আয় ইত্যাদি হল পরিমানগত বৈশিষ্ট্য। সারণি 4.7 হল পরিমাণগত শ্রেণিবিন্যাসের উদাহরণ।

সারণি 4.7– বিহারের একটি নির্বাচন সমীক্ষায় 542 জন উত্তর দাতার বয়স ভিত্তিক বিভাজন :

বয়ঃক্রম (বয়স)	**উত্তরদাতার সংখ্যা**	**শতাংশ**
20-30	3	0.55
30-40	61	11.25
40-50	132	24.35
50-60	153	28.24
60-70	140	25.83
70-80	51	09.41
80-90	02	00.37
মোট	**542**	

উৎস : বিধানসভা নির্বাচন, পাটনা কেন্দ্রীয় বিধানসভা ক্ষেত্র-2005, এ এন সিনহা ইন্সস্টিটিউট অব সোসাল স্টাডিজ, পাটনা।

(c) **সময়গত শ্রেণি বিন্যাস :** এইরূপ শ্রেণি বিন্যাসে সময় হচ্ছে শ্রেণিবদ্ধ চলক। এখানে রাশিতথ্যকে সময়ের ভিত্তিতে বিভক্ত করা হয়। সময়ের হিসাব ঘন্টা, দিন, সপ্তাহ, মাস, বছর ইত্যাদি হতে পারে। সারণি 4.8 হল সময়গত শ্রেণিবিন্যাসের উদাহরণ।

সারণি 4.8 : একটি চায়ের দোকানের বাৎসরিক বিক্রি (1995 হতে 2000 সাল পর্যন্ত)

সাল	**বিক্রয় (লাখে)**
1995	79.2
1996	81.3
1997	82.4
1998	80.5
1999	100.2
2000	91.2

উৎস : অপ্রকাশিত তথ্য।

(d) **স্থান সংক্রান্ত শ্রেণিবিন্যাস:** স্থানের ভিত্তিতে শ্রেণি বিন্যাস করা হলে, তাকে স্থান সংক্রান্ত শ্রেণি বিন্যাস বলে। এখানে স্থানটা হতে পারে একটা শহর/গ্রাম, ব্লক, জেলা, রাজ্য, দেশ ইত্যাদি। 4.9 সারণি একটা স্থান সংক্রান্ত শ্রেণিবিন্যাসের উদাহরণ।

সারণি 4.9 : 2013-14 সালে পৃথিবীর অন্যান্য দেশগুলোতে ভারতীয় পণ্যের মোট রপ্তানির শতকরা হিসেব।

গন্তব্য	**রপ্তানি ভাগ**
মার্কিন যুক্তরাষ্ট্র	12.5
জার্মানি	2.4
অন্যান্য ইউরোপ সংঘ	10.9
যুক্তরাজ্য	3.1
জাপান	2.2
রাশিয়া	0.7
চিন	4.7
পশ্চিম এশিয়ার আরব দেশ সমূহ	15.3
এশিয়ার অন্যান্য দেশ	29.4
অন্যান্য	18.8
মোট	**100.0**

(মোট রপ্তানি : US $ 314.40 বিলিয়ন)

সারণি বা ছকের আকারে রাশিতথ্যের উপস্থাপনার সুবিধা :

i) এটা হল রাশিতথ্য উপস্থাপনের সবথেকে সহজ পদ্ধতি যেখানে রাশিতথ্যগুলো খুব সহজেই বোধগম্য হয়।

ii) রাশিতথ্যগুলো স্তম্ভ ও সারিতে উপস্থাপনের ফলে এটা রাশিতথ্যের তুলনামূলক আলোচনা করতে সহায়তা করে।

iii) সারণি থেকে রাশিতথ্যগুলো খুব সহজেই বিশ্লেষণ করা যায়।

iv) সারণিবদ্ধকরণ রাশিতথ্যের গুরুত্বপূর্ণ বৈশিষ্ট্যকে দৃষ্টিগোচর করায়।

v) ছকের আকারে উপস্থাপনা সময়, অর্থ ও প্রচেষ্টার দিক দিয়ে লাভজনক হয়।

ছক বা সারণি আকারে রাশিতথ্য উপস্থাপনার অসুবিধা:

i) সারণি তৈরী করতে রাশিতথ্য সম্পর্কে যথেষ্ট জ্ঞান থাকা দরকার, অন্যথায় এটা একটা বিভ্রান্তিকর উপস্থাপনা হবে।

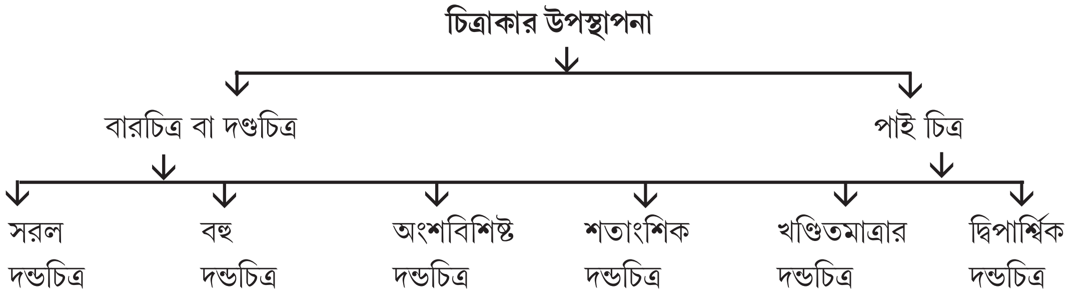
ii) সারণির আকারে উপস্থাপনা, চিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপনার তুলনায় ততটা আকর্ষনীয় নয়।

iii) তুলনামূলক বিশ্লেষণ করতে চিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপনার তুলনায় ততটা উপযোগী নয়।

iv) সারণি পাঠকদের মনে কোন চিরস্থায়ী প্রভাব ফেলতে পারে না।

4.4 চিত্রের সাহায্যে রাশিতথ্যের উপস্থাপনা :

রাশিতথ্যকে যখন চিত্রের আকারে উপস্থাপন করা হয় তখন তাকে রাশিতথ্যের চিত্রাকার উপস্থাপনা বলা হয়। বর্ণনামূলক উপস্থাপনা ও ছকাকার উপস্থাপনার তুলননায় চিত্রাকার উপস্থাপনার মাধ্যমে রাশিতথ্যকে খুব সহজেই বোঝা যায়।



4.4.1 দণ্ড চিত্র: দণ্ড চিত্র হল সেই চিত্র যেখানে রাশিতথ্যকে দণ্ডের আকারে বা আয়তাকারে উপস্থাপন করা হয়। এই দণ্ডচিত্র ‘উলম্ব’ বা ‘অনুভূমিক’ হতে পারে। দণ্ড চিত্রে, প্রতিটা দণ্ড চলকের মান নির্দেশ করে।

4.4.2 দণ্ডচিত্রের বৈশিষ্ট্য:

i) চলকের মানের উপর ভিত্তি করে দণ্ডের দৈর্ঘ্য বা উচ্চতা বাড়ে-কমে।

ii) দণ্ডচিত্রে প্রতিটা দণ্ডের প্রস্থ সমান হয়।

iii) দণ্ডগুলো এক-অপর থেকে একই দূরত্বে থাকে।

iv) দণ্ডগুলো উলম্ব বা অনুভূমিক হতে পারে।

v) সমস্ত দণ্ডগুলো একটা সাধারণ রেখার উপর ভিত্তি করে থাকে।

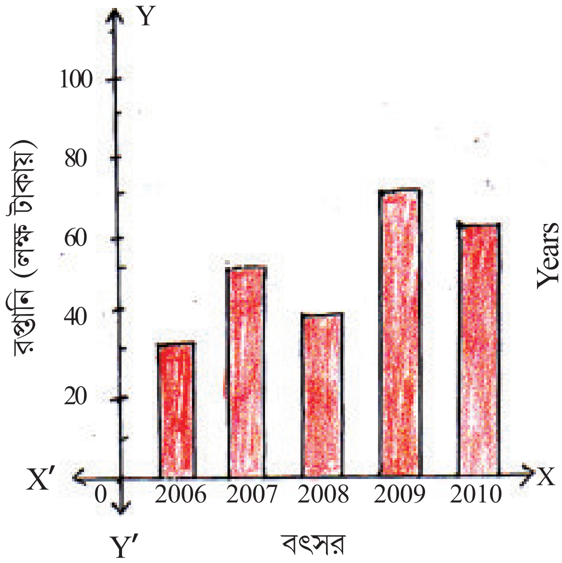
vi) দণ্ডগুলো আকর্ষণীয় করতে বিভিন্ন রং ব্যবহার করা যেতে পারে।

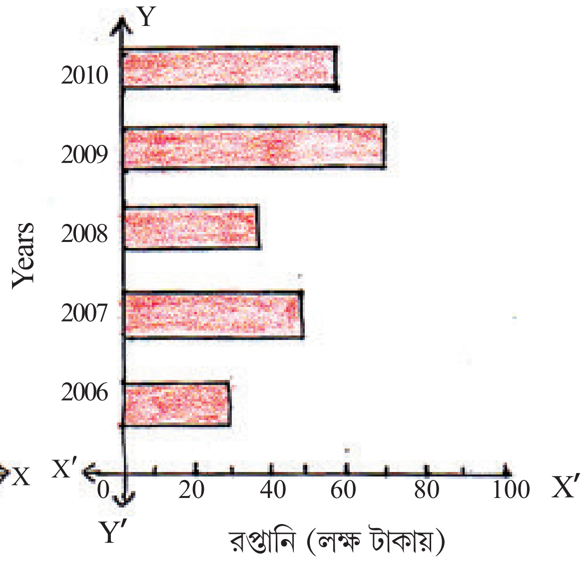
4.4.3 দণ্ডচিত্রের প্রকারভেদ: দন্ডচিত্র সাধারণত ছয় ধরনের হয়—

i) **সরল দণ্ডচিত্র:** এটা হল দন্ডচিত্রের সবচেয়ে সহজ ধরণ যেটা রাশিতথ্যের শুধুমাত্র একটা বৈশিষ্ট্য বা চলককে নির্দেশ করে। সরল দন্ডচিত্র হয় উলম্ব অথবা অনুভূমিক হতে পারে।

উদাহরণ : নিম্নলিখিত তথ্যগুলো থেকে একটা সরল দণ্ডচিত্র অঙ্কন করো । (উলম্ব ও অনুভূমিক)

বৎসর	রপ্তানি (লক্ষ টাকায়)
2006	30
2007	50
2008	40
2009	70
2010	60

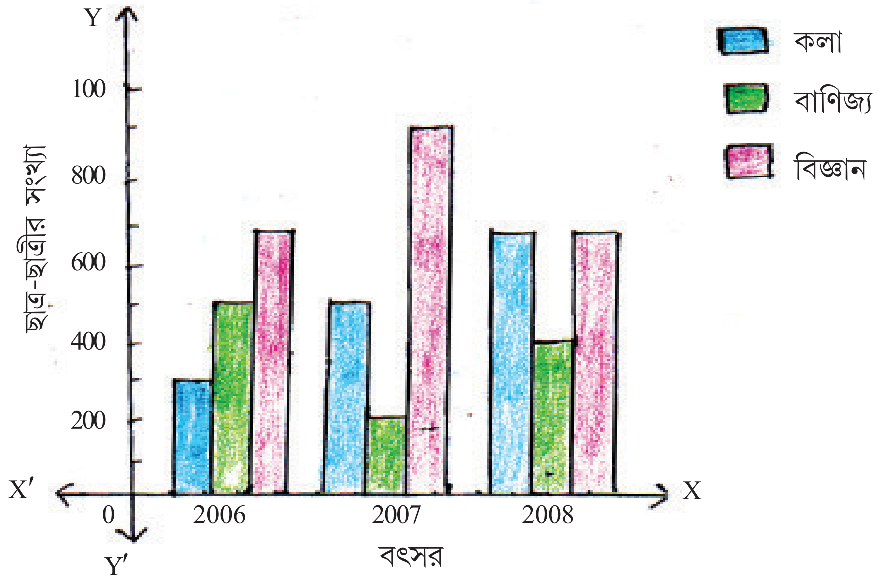




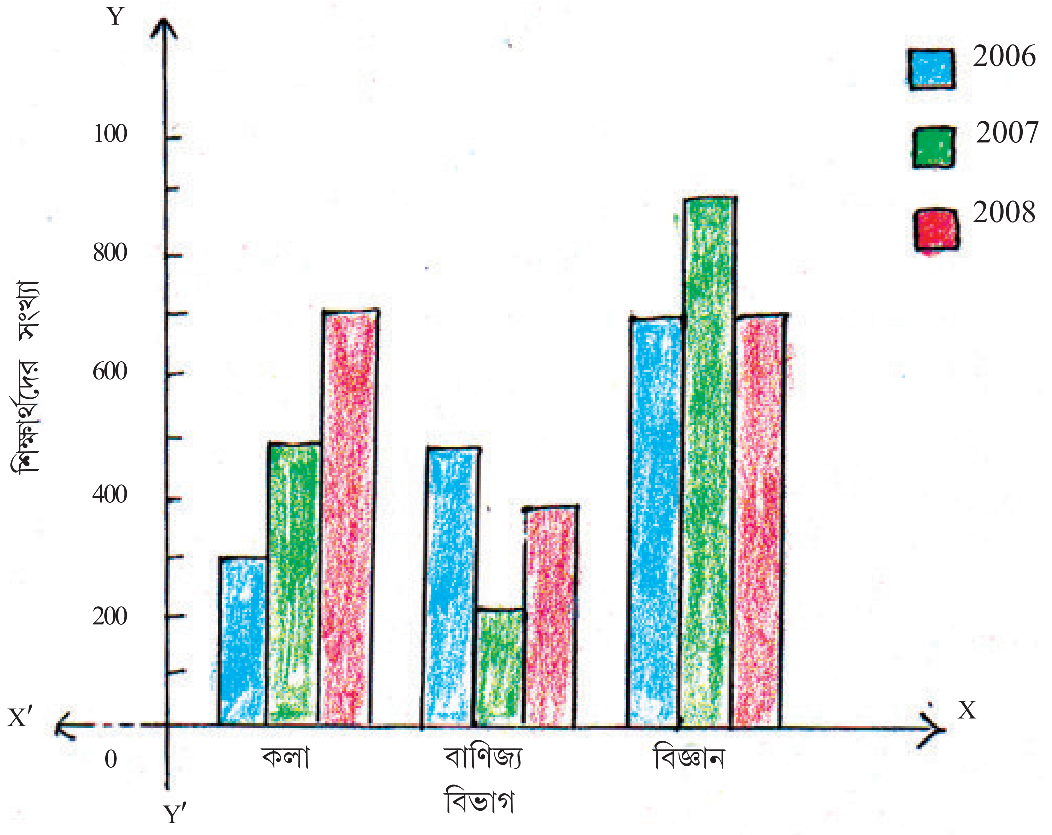
ii) **বহু দন্ডচিত্র:** একই ধরনের দুই বা তার বেশী রাশিতথ্যের তুলনা করতে বহু দন্ডচিত্র ব্যবহার করা হয়। যেমন বিভিন্ন বৎসরের আমদানি-রপ্তানির হিসাব, বিভিন্ন শ্রেণির বিভিন্ন বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বর ইত্যাদি।

উদাহরণ : একটা কলেজে বিভিন্ন বৎসরে বিভিন্ন বিভাগে পাঠরত শিক্ষার্থীদের একটা তথ্য নীচে দেওয়া আছে, তথ্যটাকে একটা বহু দণ্ডচিত্রে উপস্থাপন করো।

বৎসর	কলা	বাণিজ্য	বিজ্ঞান
2006	300	500	700
2007	500	200	900
2008	700	400	700



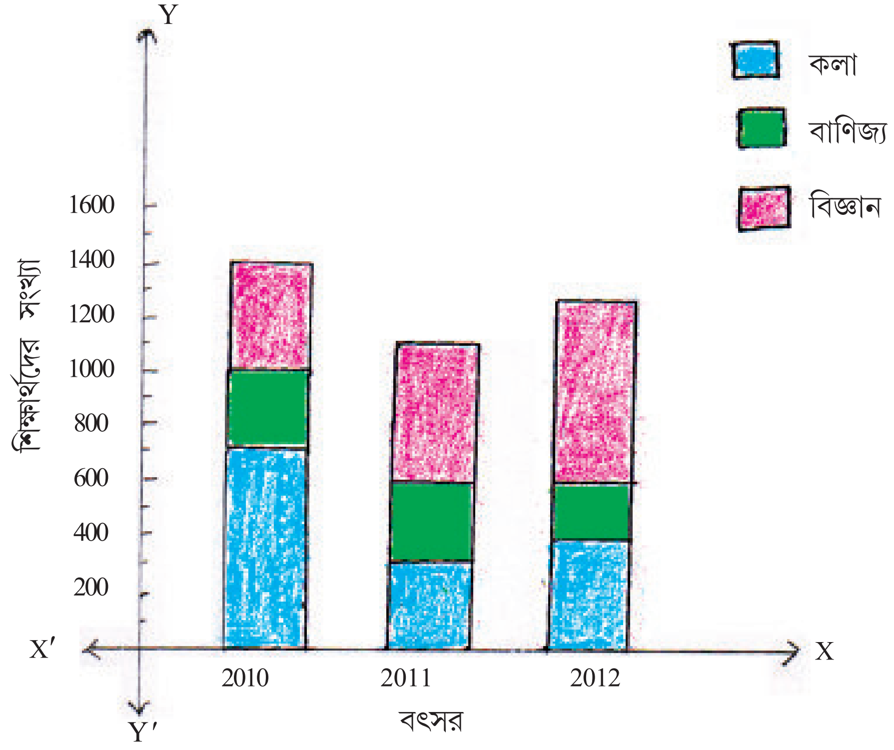
এই চিত্রটাকে নিম্নলিখিত উপায়েও উপস্থাপন করা যেতে পারে -



iii) **অংশবিশিষ্ট দন্ড চিত্র:** অংশবিশিষ্ট দন্ডচিত্র বা চার্ট যাকে খন্ডচিত্র বলা হয়, বিভিন্ন অংশের মানের তুনামূলক অবস্থান বোঝাতে বিশেষ ভূমিকা পালন করে। এক্ষেত্রে চলকের মোট মান সহ বিভিন্ন উপাদানকে দেখানো হয় যাতে বিভিন্ন উপাদানের অংশের (যে অংশগুলো নিয়ে উপাদান উপস্থাপন করা হয়) মধ্যে সম্পর্ক বুঝাতে সাহায্য করে।

উদাহরণ : একটা কলেজে বিভিন্ন বৎসরে বিভিন্ন বিভাগে পাঠরত শিক্ষার্থীদের একটা তথ্য নীচে দেওয়া আছে। তথ্যটিকে একটা অংশবিশিষ্ট দন্ডচিত্রে উপস্থাপন করো।

বৎসর	কলা	বাণিজ্য	বিজ্ঞান	মোট
2010	700	300	400	1400
2011	300	300	500	1100
2012	400	200	700	1300



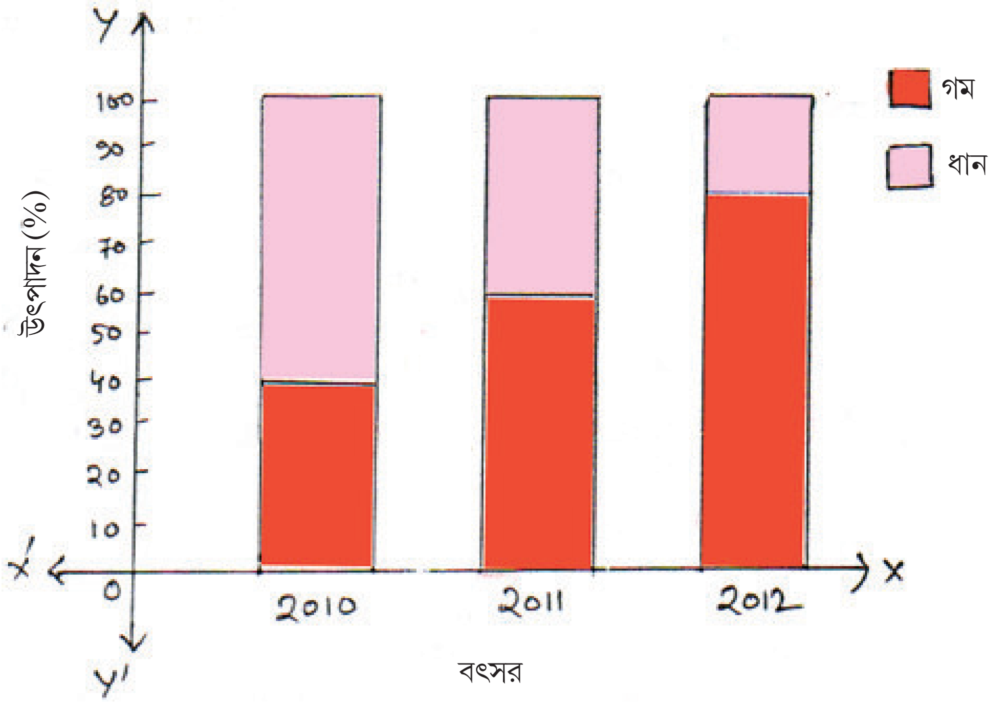
iv) **শতাংশিক দন্ডচিত্র :** এই দন্ডচিত্রে রাশিতথ্যের বিভিন্ন সেট এর বিভিন্ন অংশের মান শতাংশের আকারে একই সঙ্গে দেখানো হয়। এই দন্ডচিত্রে সমস্ত দন্ডের উচ্চতা 100 ধরা হয় এবং মোট শতাংশের মান অনুযায়ী দন্ডের বিভিন্ন অংশের দৈর্ঘ্য বা উচ্চতা ভিন্ন ভিন্ন হয়। চলকের মাত্রা যখন খুবই বেশী হয় তখন এই দন্ডচিত্র ব্যবহৃত হয়।

উদাহরণ : গম ও ধান উৎপাদন সংক্রান্ত নিম্নলিখিত রাশিতথ্যকে শতাংশিক দন্ডচিত্রে উপস্থাপন করো।

বৎসর	**2010**	**2011**	**2012**
গম উৎপাদন (কুইন্টালে)	200	600	400
ধান উৎপাদন (কুইন্টালে)	300	400	100

সমাধান:

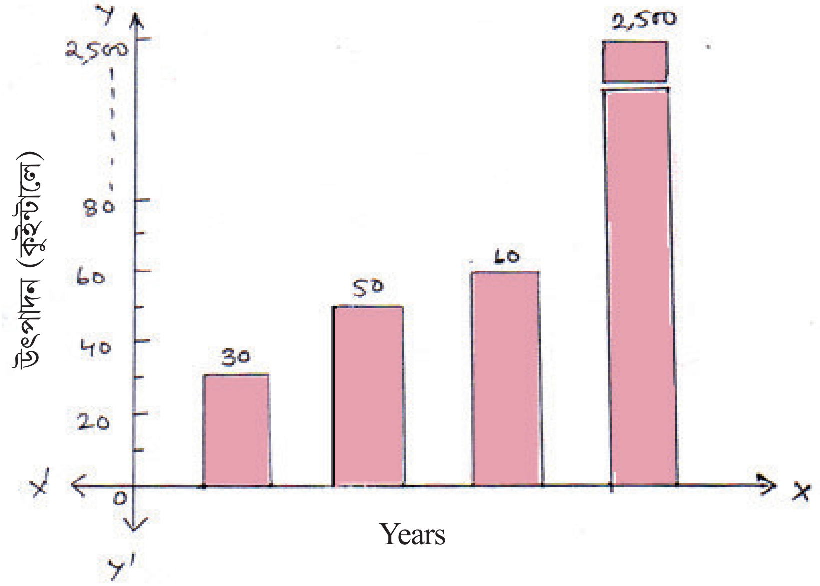
উৎপাদন	**বৎসর**					
	20110 এ উৎপাদন		**2011-এ উৎপাদন**		**2012 -এ উৎপাদন**	
	কুইন্টালে	শতাংশে	কুইন্টালে	শতাংশে	কুইন্টালে	শতাংশে
গম	200	40	600	60	400	80
ধান	300	60	400	40	100	20
মোট	**500**	**100%**	**1000**	**100%**	**500**	**100%**

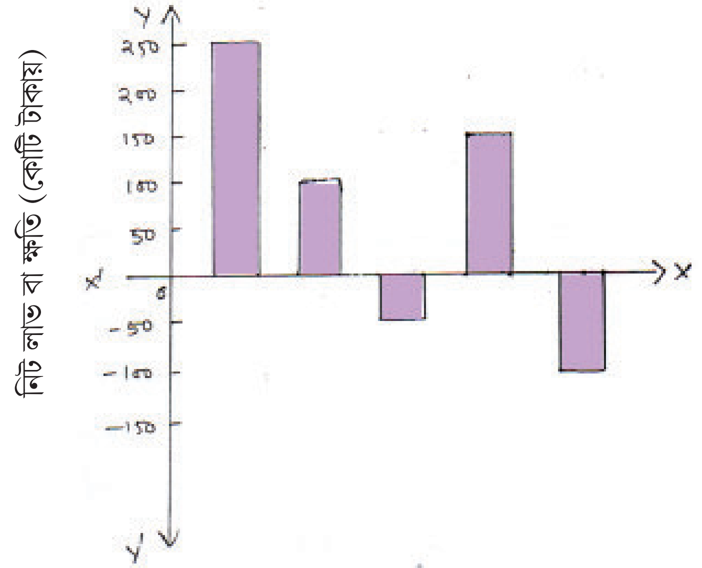


v) **খন্ডিত মাত্রার দন্ডচিত্র:** যখন কিছু চলকের মান অন্য মানগুলোর তুলনায় খুবই বেশী বা খুবই কম হয় তখন এই ধরনের দন্ডচিত্র ব্যবহার করা হয়। এখানে স্কেল সমন্বয় করতে সর্বোচ্চ দন্ডকে ভাগ করা যেতে পারে। প্রতিটা দন্ডের উপরে দন্ডের মান লেখা থাকে।

উদাহরণ: নিম্নলিখিত একটা কোম্পানির উৎপাদন সংক্রান্ত রাশিতথ্যকে খণ্ডিত মাত্রার দন্ডচিত্রে উপস্থাপন করো।

বৎসর	2015	2016	2017	2018
উৎপাদন (কুইন্টালে)	30	50	60	2,500





vi) **দ্বিপার্শিক দন্ডচিত্র :** এই দন্ডচিত্রে রাশিতথ্যের দুটি ভিন্ন বৈশিষ্ট্য বা গুন পরিলক্ষিত হয়। এই দন্ডচিত্রে রাশিতথ্যের মান ধনাত্মক বা ঋণাত্মক দুইই হতে পারে। ধনাত্মক মানকে x-অক্ষের উপরে ও ঋণাত্মক মানকে x-অক্ষের নীচে দেখানো হয়।

উদাহরণ : নিম্নলিখিত একটি কোম্পানির বিগত পাঁচ বৎসরে নিট লাভ বা ক্ষতি সংক্রান্ত রাশিতথ্যকে দ্বিপার্শিক দন্ডচিত্রে উপস্থাপন করো।

বৎসর	**2016**	**2017**	**2018**	**2019**	**2020**
নিট লাভ/ক্ষতি (কোটি টাকা)	250	100	(–) 50	150	(–)100

4.4.4 পাই চিত্র : পাইচিত্রও একটা অংশবিশিষ্ট চিত্র, কিন্তু এটি দন্ড চিত্রের মত নয়। এখানে উপস্থিত তথ্যের বিভিন্ন উপাদানের অনুপাতিক হার অনুসারে বৃত্তকে কয়েকটা অংশে বিভক্ত করে তথ্য উপস্থাপন করা হয়। এটাকে পাই চার্টও বলা হয়। বৃত্তটাকে কেন্দ্র হতে পরিধি পর্যন্ত সরলরেখা অঙ্কন করে যতগুলো বৈশিষ্ট্য রয়েছে ততগুলো ভাগে ভাগ করা হয়।

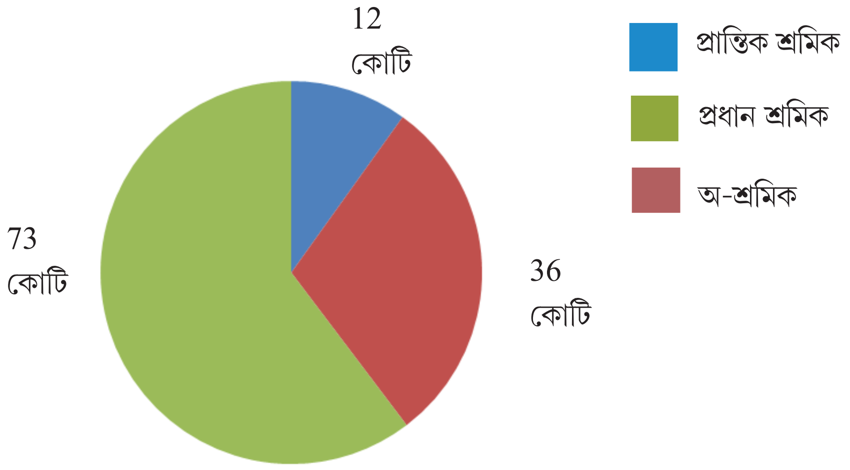
উদাহরণ : কাজের শ্রেণিবিভাগ অনুসারে ভারতের জনসংখ্যা বন্টন (কোটিতে) সংক্রান্ত রাশিতথ্যটিকে পাইচিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপন করো।

অবস্থা	**প্রান্তিক শ্রমিক**	**প্রধান শ্রমিক**	**অ-শ্রমিক**
জনসংখ্যা (কোটিতে)	12	36	73

সমাধান :

অবস্থা	**জনসংখ্যা (কোটিতে)**	**শতাংশ**	**কৌনিক মান**
প্রান্তিক শ্রমিক	12	9.9	36^{o}
প্রধান শ্রমিক	36	29.8	107^{o}
অ-শ্রমিক	73	60.3	217^{o}
মোট	121	100.0	360^{o}

[সূত্র ঃ $\frac{12}{121} \times 100 = 9.91= 9.9, .9 \times 3.6 = 35.64=36^{o}$]



চিত্রের মাধ্যমে রাশিতথ্য উপস্থাপনের সুবিধা:

i) চিত্রাকার উপস্থাপন পড়ুয়াদের দৃষ্টি আকর্ষণ করতে সক্ষম।

ii) এই ধরনের উপস্থাপনের মাধ্যমে রাশিতথ্য মালার তাৎপর্য সহজেই বোঝা যায়।

iii) এরূপ উপস্থাপনের মাধ্যমে রাশিতথ্যের তুলনামূলক চিত্র সহজেই উপস্থাপন করা যায়।

iv) চিত্রাকার উপস্থাপনার সার্বজনীন গ্রহণ যোগ্যতা থাকে।

v) এরূপ উপস্থাপনায় বিরাট সংখ্যক জটিল রাশিতথ্য সহজ ভাবে প্রকাশ করা যায়।

চিত্রের মাধ্যমে রাশিতথ্য উপস্থাপনার অসুবিধা:

i) চিত্রগুলো থেকে সীমিত সংখ্যক তথ্য পাওয়া যায়।

ii) শুধুমাত্র তুলনামূলক বিশ্লেষণেই ব্যবহার করা যেতে পারে।

iii) পরবর্তী কোন অধ্যয়নের জন্য চিত্রাকার উপস্থাপনা ততটুকু কার্যক্ষম নয়।

4.5 লেখচিত্রের মাধ্যমে রাশিতথ্য উপস্থাপনা:

রাশিতথ্য উপস্থাপনার আরেকটা পদ্ধতি হল লেখচিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপন এবং এটা চিত্রাকার উপস্থাপনার তুলনায় আরো বেশী সঠিক ও যথাযত উপায়ে রাশিতথ্য উপস্থাপন করা যায়। এটা হল পরিসংখ্যানগত রাশিতথ্যকে ছক কাগজে উপস্থাপনের একটা কৌশল যার মাধ্যমে রাশিতথ্য সমূহ সহজ ও স্পষ্টভাবে উপস্থাপন করা যায়।

4.5.1 লেখচিত্রের প্রকারভেদ : লেখচিত্র সাধারণত দুই ধরনের হয় — পরিসংখ্যা বিভাজন লেখচিত্র ও কালীন সারি লেখচিত্র।

লেখচিত্রের প্রকারভেদ

↓

পরিসংখ্যা বিভাজন লেখচিত্র — গাণিতিক রেখাচিত্র বা কালীন সারি লেখচিত্র

4.5.2 পরিসংখ্যা বিভাজন লেখচিত্র: পরিসংখ্যা বিভাজন লেখচিত্র হল সেই সমস্ত লেখচিত্র যেগুলো পরিসংখ্যার সাহায্যে অঙ্কন করা হয়। এক্ষেত্রে পরিসংখ্যাগুলোকে Y অক্ষ বরাবর এবং শ্রেণিসীমাগুলোকে X অক্ষ বরাবর অঙ্কন করা হয়। বিন্যস্ত পরিসংখ্যান বন্টন ব্যবস্থায় যে সব রাশিতথ্য রয়েছে তা সাধারণত পরিসংখ্যা বিভাজন লেখচিত্র উপস্থাপন করা হয়, যেমন—রৈখিক পরিসংখ্যা লেখচিত্র, আয়তলেখ, পরিসংখ্যা বহুভুজ, পরিসংখ্যা রেখা এবং ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা রেখা বা ওজাইভ।

পরিসংখ্যা বিভাজন লেখচিত্র

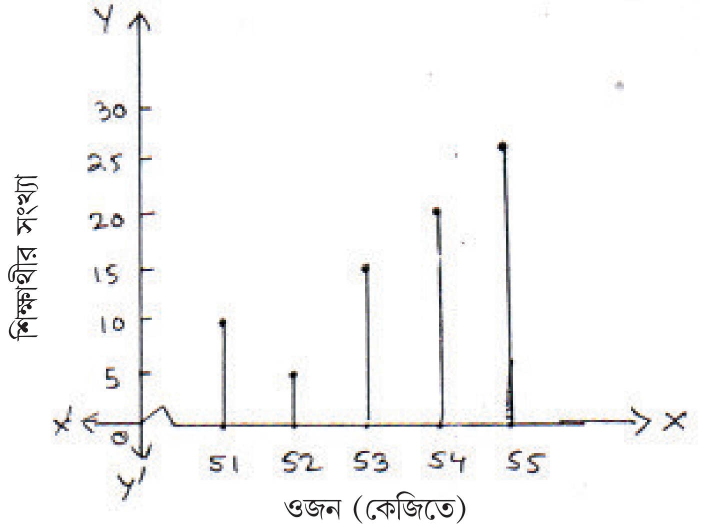
↓

রৈখিক পরিসংখ্যা লেখচিত্র — আয়তলেখ — পরিসংখ্যা বহুভুজ — পরিসংখ্যা রেখা — ওজাইভ

i) **রৈখিক পরিসংখ্যা লেখচিত্র:** বিচ্ছিন্ন সারি বর্ণনা করতে এই ধরনের লেখচিত্র ব্যবহার করা হয়। এরূপ লেখচিত্রে চলকের মানগুলো X অক্ষ বরাবর এবং অনুরূপ পরিসংখ্যা Y অক্ষ বরাবর ধরা হয়।

উদাহরণ : নীচে দেওয়া রাশিতথ্য থেকে রৈখিক পরিসংখ্যা লেখচিত্র অঙ্কন করো।

ওজন (কেজিতে)	51	52	53	54	55
শিক্ষার্থীর সংখ্যা	10	05	15	20	25



স্কেল : 1 সেমি = 1 কেজি (X-অক্ষ)
1 সেমি = 5 জন শিক্ষার্থী (Y-অক্ষ)

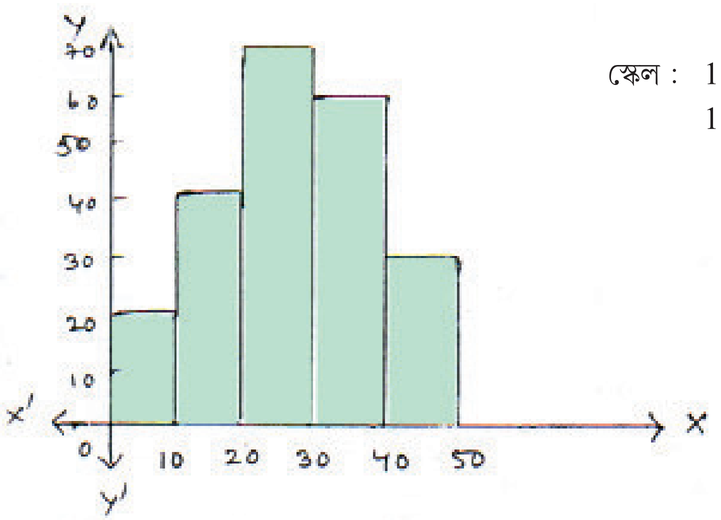
আয়তলেখ: আয়তলেখ বলতে পরিসংখ্যা বিভাজনের অবিচ্ছিন্ন সারিকে লেখচিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপনাকে বুঝায়। এটা হল দ্বিমাত্রিক চিত্র। এটা হল কতগুলো আয়তক্ষেত্রের সেটের সমষ্টি যার ভূমি হল শ্রেণি সীমার ব্যাপ্তি (X-অক্ষ বরাবর) এবং ক্ষেত্রফল হল শ্রেণি পরিসংখ্যার সমানুপাতিক।

আয়তলেখ তৈরী করতে যে সমস্ত কৌশল অবলম্বন করা হয় তা নীচে সচিত্র বর্ণনা করা হয়েছে।

i) **যখন শ্রেণি প্রসার দেওয়া থাকে:** এক্ষেত্রে প্রতিটা আয়তক্ষেত্রের উচ্চতা অনুরূপ শ্রেণির পরিসংখ্যার সমান হিসাবে ধরা হয়।

উদাহরণ : নিম্নলিখিত রাশিতথ্য থেকে একটা আয়তলেখ অঙ্কন করো।

নম্বর	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
শিক্ষার্থীর সংখ্যা	20	40	70	60	30



স্কেল : 1 সেমি = 10 নম্বর (X-অক্ষ)
1 সেমি = 10 জন শিক্ষার্থী (Y-অক্ষ)

ii) **যখন শ্রেণি প্রসার দেওয়া থাকে না:** এক্ষেত্রে, আয়তলেখ গঠন করার পূর্বে পরিসংখ্যা গুলোর সমন্বয় সাধন করা হয়। সম শ্রেণি প্রস্থ্য অনুযায়ী পরিসংখ্যা বিভাজনটা সমন্বিত করা হয়।

উদাহরণ: নীচের রাশিতথ্য থেকে একটা আয়তলেখ অঙ্কন করো।

নম্বর	0-10	10-20	20-30	30-60	60-80	80-90	90-100
শিক্ষার্থীর সংখ্যা	7	5	10	18	4	3	9

সমাধান : এখানে সর্বনিম্ন প্রসার হল 10.

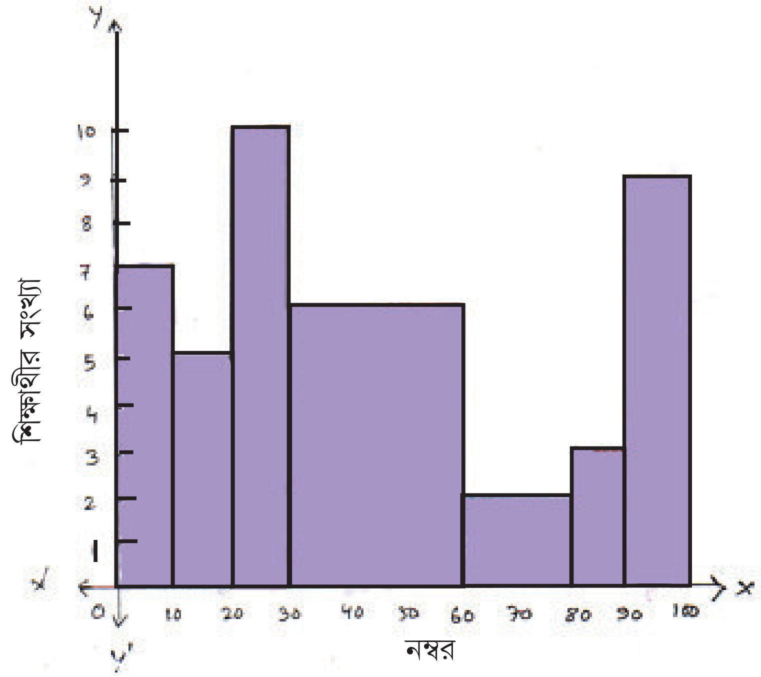
$\therefore$ 30-60 এই শ্রেণির সমন্বিত গুণক হল $\frac{30}{10} = 3$

এবং 60-80 এই শ্রেণির সমন্বিত গুণক হল $\frac{20}{10} = 2$

$\therefore$ 30-60 এই শ্রেণির সমন্বিত পরিসংখ্যা হল $\frac{18}{3} = 6$

এবং 60-80 এই শ্রেণির সমন্বিত পরিসংখ্যা হল $\frac{4}{2} = 2$

নম্বর	শিক্ষার্থীর সংখ্যা	সমন্বিত পরিসংখ্যা
0-10	7	7
10-20	5	5
20-30	10	10
30-60	18	6
60-80	4	2
80-90	3	3
90-100	9	9



স্কেল : 1 সেমি = 10 নম্বর (X-অক্ষ)
1 সেমি = 1 জন শিক্ষার্থী (Y-অক্ষ)

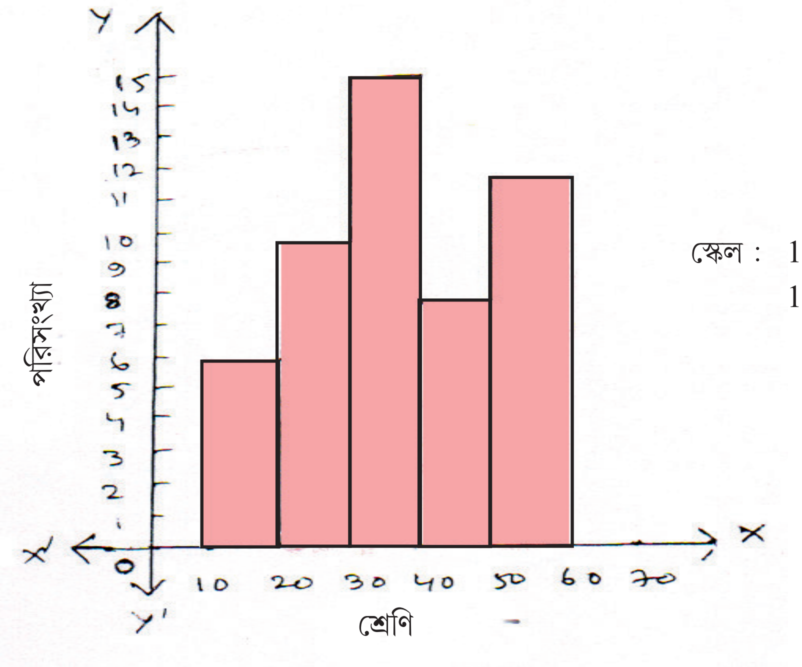
iii) **যখন মধ্য বিন্দু দেওয়া থাকে:** যখন শ্রেণি প্রসারের পরিবর্তে মধ্যবিন্দু দেওয়া থাকে তখন মধ্যবিন্দুগুলোকে শ্রেণি প্রসারে পরিবর্তিত করতে হয়।

উদাহরণ : নিম্নলিখিত পরিসংখ্যা বিভাজন থেকে আয়তলেখ অঙ্কন করো।

মধ্যবিন্দু	15	25	35	45	55
পরিসংখ্যা	6	10	15	8	12

সমাধান: এখানে দুটি মধ্যবিন্দুর অন্তঃফল হল 10 এই অন্তঃফলের অর্ধেক অর্থাৎ $\frac{10}{2}$ = 5-কে প্রতিটা মধ্যবিন্দু থেকে বিয়োগ ও যোগ করে শ্রেণি প্রসার নির্ণয় করতে হবে।

শ্রেণি	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
পরিসংখ্যা	6	10	15	8	12



স্কেল : 1 সেমি = 10 শ্রেণি (X-অক্ষ)
1 সেমি = 1 পরিসংখ্যা (Y-অক্ষ)

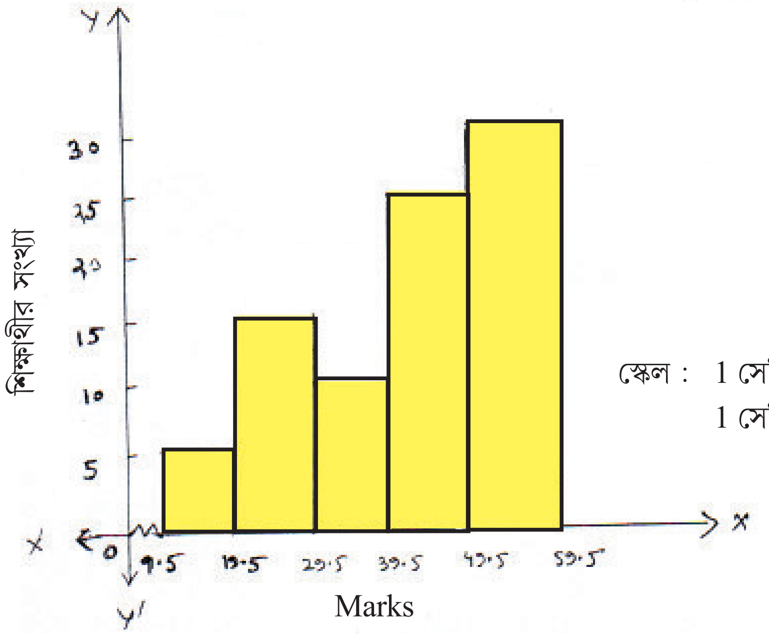
iv) **যখন শ্রেণি প্রসারগুলো অন্তর্ভুক্তিকর হয়:** এক্ষেত্রে, শ্রেণি প্রসারের অন্তর্ভুক্ত সারিকে প্রথম বহির্ভুক্ত সারিতে রূপান্তরিত করতে হয়।

উদাহরণ: নিম্নলিখিত রাশিতথ্য থেকে একটা আয়তলেখ অঙ্কন করো।

নম্বর	10-19	20-29	30-39	40-49	50-59
শিক্ষার্থীর সংখ্যা	5	15	10	25	30

সমাধান : কোন একটি শ্রেণি প্রসারের উর্ধ্বশ্রেণি সীমার মানকে পরবর্তী শ্রেণির নিম্নশ্রেণি সীমা থেকে বিয়োগ করতে হবে। এই অন্তরফলের অর্ধেক মান অর্থাৎ $\frac{1}{2}$ = 0.5 কে প্রতিটা শ্রেণির নিম্নসীমা থেকে বিয়োগ এবং উর্ধ্বশ্রেণি সীমার সঙ্গে যোগ করে শ্রেণি সীমানা পাওয়া যায়।

নম্বর	9.5-19.5	19.5-29.5	29.5-39.5	39.5-49.5	49.5-59.5
শিক্ষাথীর সংখ্যা	5	15	10	25	30



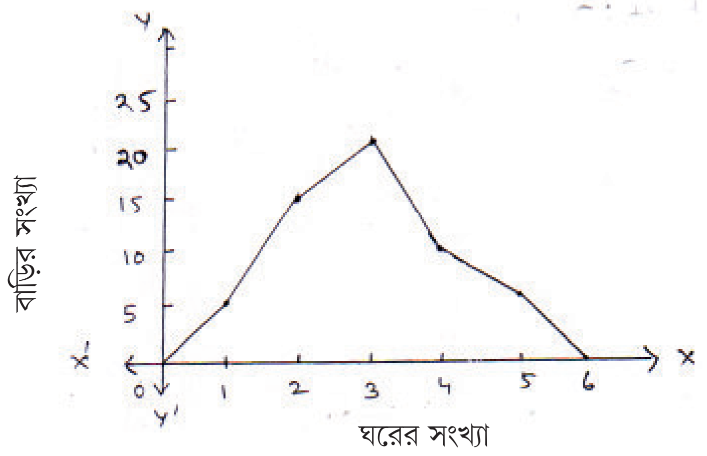
স্কেল : 1 সেমি = 10 নম্বর (X-অক্ষ)
1 সেমি = 5 জন শিক্ষার্থী (Y-অক্ষ)

পরিসংখ্যা বহুভূজ : পরিসংখ্যা বহুভূজ হল সাধারণত একই সমতলে চার বা ততোধিক সরলরেখা দ্বারা বেষ্টিত অঞ্চল। পরিসংখ্যা বহুভূজ হল আয়তলেখ-এর বিকল্প এবং আয়তলেখ হতে নির্ণয় করা হয়। যদি আয়তলেখর পরপর সবগুলো আয়তক্ষেত্রের ওপরের মধ্যবিন্দুর সরলরেখা দ্বারা সংযোগ স্থাপন করা হয়, তখন তাকে পরিসংখ্যা বহুভূজ বলা হয়।

পরিসংখ্যা বহুভূজকে হয় বিচ্ছিন্ন সারি অথবা অবিচ্ছিন্ন সারির ক্ষেত্র গঠন করা হয়। উপরন্তু অবিচ্ছিন্ন পরিসংখ্যাবিভাজনের ক্ষেত্রে পরিসংখ্যা বহুভূজ দুইভাবে আঁকা যেতে পারে —আয়তলেখ এর সাহায্য এবং আয়তলেখ এর সাহায্য ছাড়া।

উদাহরণ: নীচের রাশিতথ্য থেকে পরিসংখ্যা বহুভূজ অঙ্কন করো।

ঘরের সংখ্যা	1	2	3	4	5
বাড়ির সংখ্যা	5	15	20	10	5

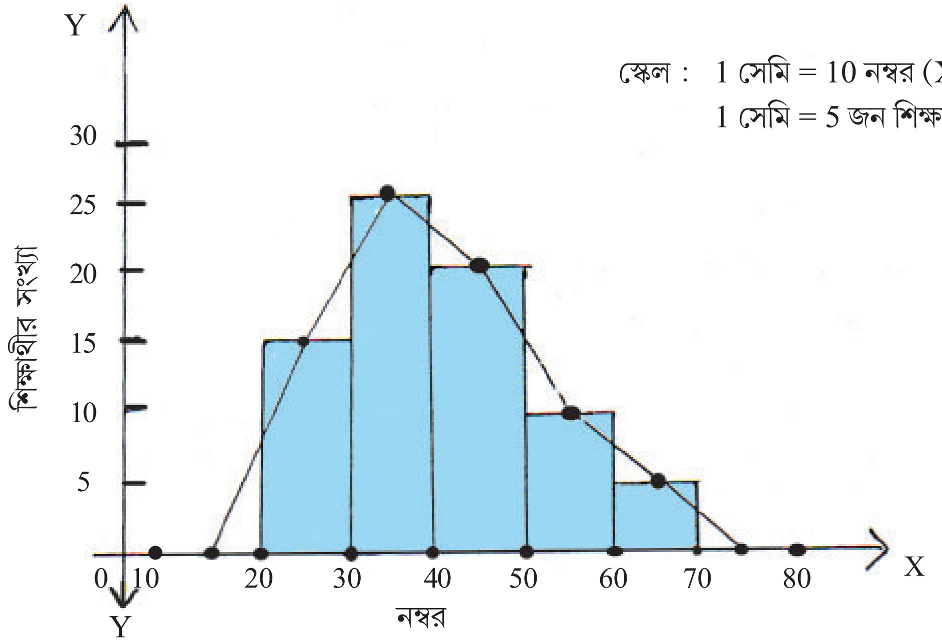


স্কেল : 1 সেমি = 1 টা ঘর (X-অক্ষ)
1 সেমি = 5 টা বাড়ি (Y-অক্ষ)

উদাহরণ ২: নিম্নলিখিত রাশিতথ্য থেকে আয়তলেখ-এর সাহায্যে এবং আয়তলেখ-এর সাহায্য ছাড়া পরিসংখ্যা বহুভূজ অঙ্কন করো।

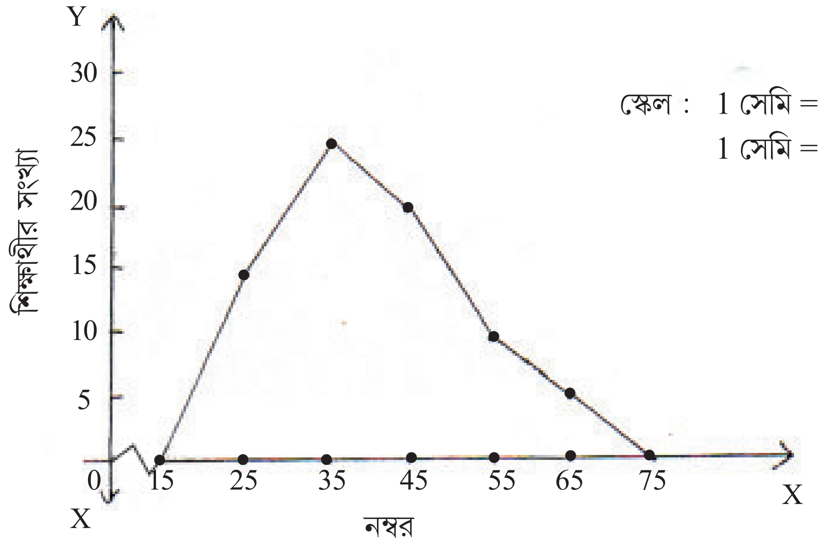
নম্বর	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
শিক্ষার্থীর সংখ্যা	15	25	20	10	5

আয়তলেখ এর সাহায্যে :



আয়তলেখ এর সাহায্য ছাড়া:

নম্বর (মধ্যবিন্দু)	25	35	45	55	65
শিক্ষার্থীর সংখ্যা	15	25	20	10	5



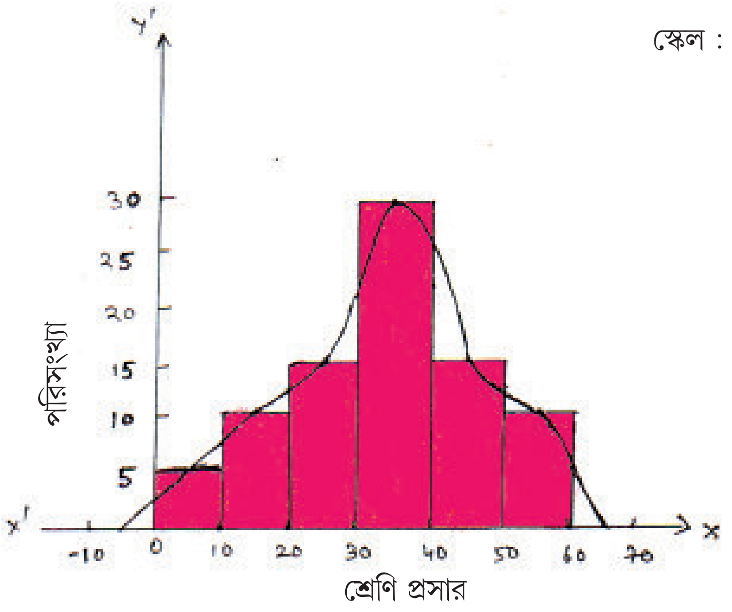
পরিসংখ্যা রেখা: পরিসংখ্যা রেখা হল সেই রেখা যা আয়তলেখর পরপর সবগুলো আয়তক্ষেত্রের ওপরের মধ্যবিন্দুগুলো মুক্ত হস্তে মসৃণ রেখা দ্বারা যোগ করে পাওয়া যায়। এক্ষেত্রে প্রতিটা মধ্যবিন্দু সরলরেখা দ্বারা যোগ করা হয়না। এই রেখাটিকে মসৃন পরিসংখ্যা বক্ররেখাও বলা হয়।

আমরা আয়তলেখ এর সাহায্যে এবং আয়তলেখ-এর সাহায্য ছাড়া পরিসংখ্যা রেখা গঠন করতে পারি।

আয়তলেখ-এর সাহায্যে:

উদাহরণ: নিম্নলিখিত রাশিতথ্য থেকে পরিসংখ্যা রেখা অঙ্কন করো।

শ্রেণি প্রসার	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
পরিসংখ্যা	5	10	15	30	15	10

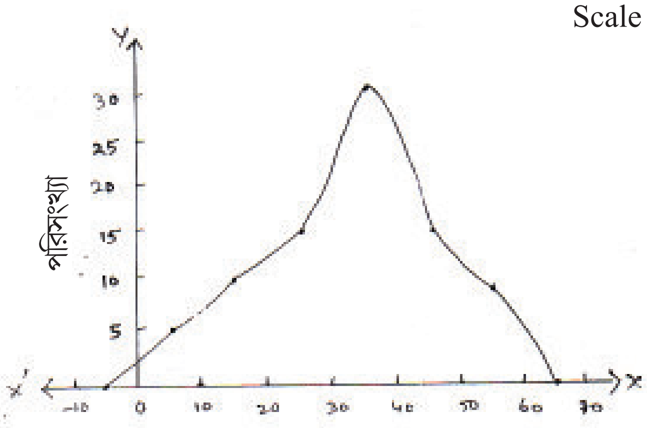


স্কেল : 1 সেমি = 10 শ্রেণি প্রসার (X-অক্ষ)
1 সেমি = 5 পরিসংখ্যা (Y-অক্ষ)

আয়তক্ষেত্রের সাহায্য ছাড়া :

শ্রেণি প্রসার	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60
মধ্যবিন্দু	5	15	25	35	45	55
পরিসংখ্যা	5	10	15	30	15	10

Scale : 1 সেমি 10 শ্রেণী প্রসার (X-অক্ষ)
1 সেমি 5 পরিসংখ্যা (Y-অক্ষ)



শ্রেণিপ্রসার (মধ্যবিন্দু)

ওজাইভ/ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা রেখা : ওজাইভ হল সেই রেখা যেটা ছক কাগজে ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা তথ্য গুলো বসিয়ে মসৃন বক্ররেখা দ্বারা যোগ করে পাওয়া।

যেহেতু দুই প্রকার ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা রয়েছে যেমন 'উর্ধ্বক্রমিক' এবং 'নিম্নক্রমিক' ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা। সেঅনুযায়ী দুই ধরনের ওজাইভ রয়েছে— 'উর্ধ্বক্রমিক' ওজাইভ এবং 'নিম্নক্রমিক' ওজাইভ।

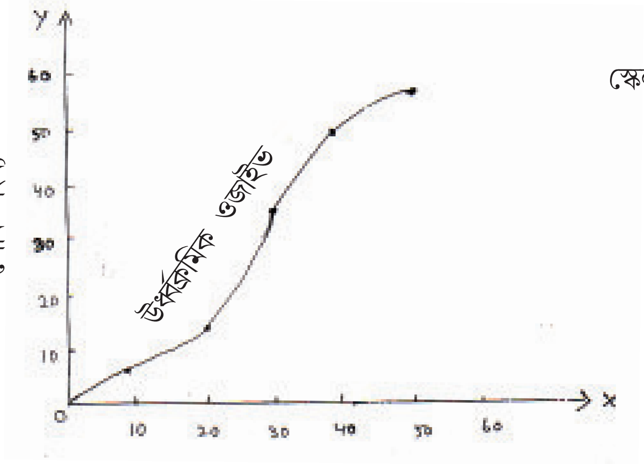
'উর্ধ্বক্রমিক' ওজাইভ : এই পদ্ধতিতে শ্রেণীসীমার উর্ধ্বসীমার পবিপ্রেক্ষিতে ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা অঙ্কন করা হয়।

উদাহরণ : নীচে প্রদত্ত রাশিতথ্য থেকে 'উর্ধ্বক্রমিক' ওজাইভ অঙ্কন করো।

আয়	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50
লোকসংখ্যা	5	10	20	15	5

সমাধান :

আয় (০০০' টাকায়)	লোকসংখ্যা
10 এর কম	5
20 এর কম	15
30 এর কম	35
40 এর কম	50
50 এর কম	55



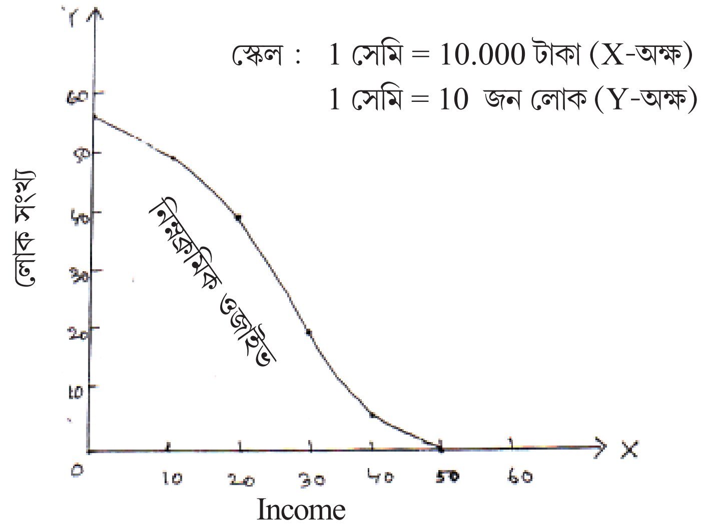
স্কেল : 1 সেমি = 10.000 টাকা (X-অক্ষ)
1 সেমি = 10 জন লোক (Y-অক্ষ)

'নিম্নক্রমিক' ওজাইভ : 'নিম্নক্রমিক' ওজাইভের জন্য শ্রেণিসীমার পরিপ্রেক্ষিতে ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা অঙ্কন করা হয়।

উদাহরণ : নিম্নলিখিত রাশিতথ্য থেকে 'নিম্নক্রমিক' ওজাইভ অঙ্গন করো।

আয়	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50
লোকসংখ্যা	5	10	20	15	5

আয় (০০০' টাকায়)	**লোকসংখ্যা**
0 এর বেশি	55
10 এর বেশি	50
20 এর বেশি	40
30 এর বেশি	20
40 এর বেশি	5
50 এর বেশি	0

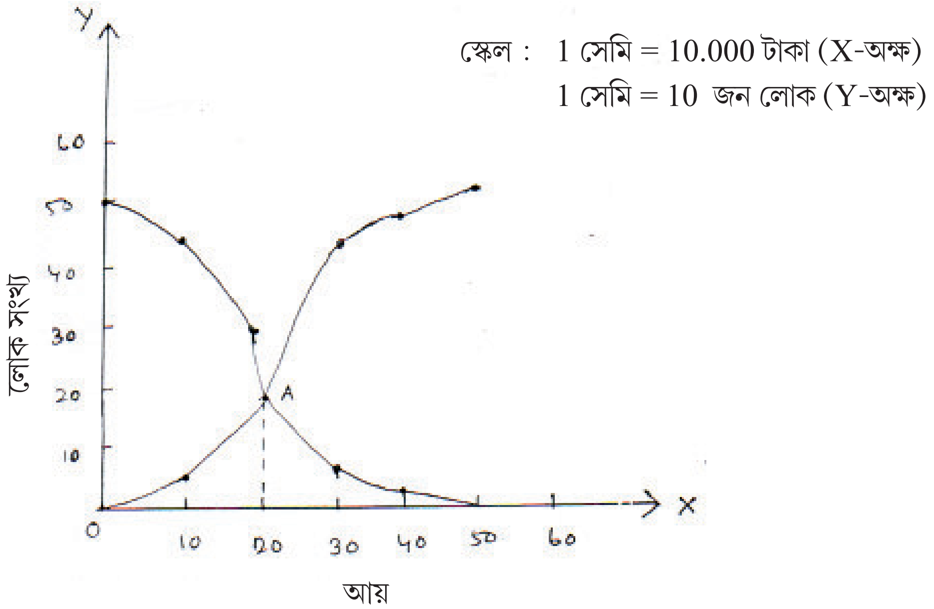


উদাহরণ : নিচের রাশিতথ্য থেকে একই সঙ্গে 'উর্ধ্বক্রমিক' ওজাইড এবং 'নিম্নক্রমিক' ওজাইড অঙ্কন করো। এর থেকে মধ্যমার মান নির্ণয় করো।

আয়	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50
লোকসংখ্যা	5	15	25	3	2

সমাধান :

অপেক্ষাকৃত কম (Less than)		**অপেক্ষাকৃত বেশি (More than)**	
আয় (০০০' টাকায়)	লোকসংখ্যা	আয় (০০০' টাকায়)	লোকসংখ্যা
10 এর কম	5	0 এর বেশি	50
20 এর কম	20	10 এর বেশি	45
30 এর কম	45	20 এর বেশি	30
40 এর কম	48	30 এর বেশি	5
50 এর কম	50	40 এর বেশি	2
		50 এর বেশি	0



মধ্যমা হল x অক্ষের উপর চলকটির মান যা দুইটা ওজাইভের ছেদবিন্দু থেকে x অক্ষের উপর লম্ব টানলে পাওয়া যায়। এখানে মধ্যমা হল 20.

4.5.3 গাণিতিক রেখাচিত্র: গাণিতিক রেখা চিত্রকে কালীন সারি লেখচিত্রও বলা হয়। এই চিত্রে x-অক্ষ বরাবর সময় (ঘন্টা, দিন/তারিখ, সপ্তাহ, মাস, বছর ইত্যাদি এবং Y অক্ষ বরাবর চলকের মান (কালীন সারি রাশিতথ্য) অঙ্কন করা হয়। অঙ্কিত বিন্দুগুলো সংযুক্ত করে যেহেতু রেখচিত্র অঙ্কন করা হয়, তাই তাকে গাণিতিক রেখাচিত্র বলে। এটা একটি দীর্ঘ সময়ব্যপী কালীন সারি যা রাশিতথ্যের প্রবনতা, সময়সীমা ইত্যাদি বোঝাতে সাহায্য করে।

কালীন সারি লেখ চিত্রের প্রকারভেদ: কালীন সারি লেখচিত্র বা গাণিতিক রেখাচিত্র সাধারণত দুই প্রকার হয়— একচল বিশিষ্ট লেখচিত্র এবং দুই বা দুই-এর অধিকচল বিশিষ্ট লেখচিত্র।

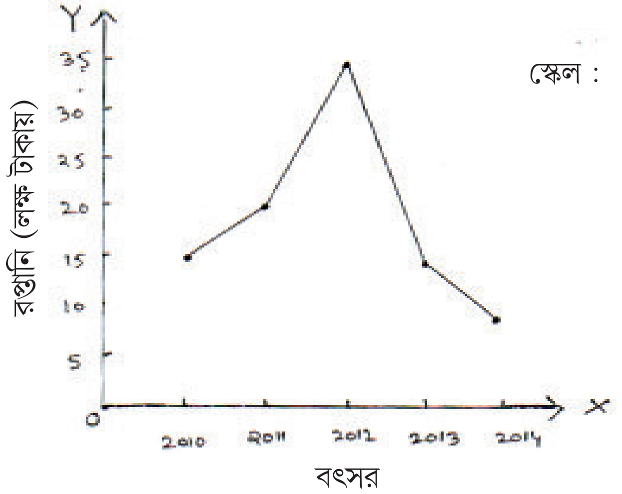
কালীন সারি লেখচিত্র

↓

এক চল বিশিষ্ট লেখচিত্র | দুই বা দুই এর অধিক চল বিশিষ্ট লেখচিত্র

i) **এক চলক বিশিষ্ট লেখচিত্র:** এই ধরনের লেখচিত্রগুলো কোন একটা সময়কালের পরিপ্রেক্ষিতে ছক কাগজে শুধুমাত্র একটি চলকের মানগুলো বর্ণনা করে।

বৎসর	2010	2011	2012	2013	2014
রপ্তানি (লক্ষ টাকায়)	15	20	35	15	10



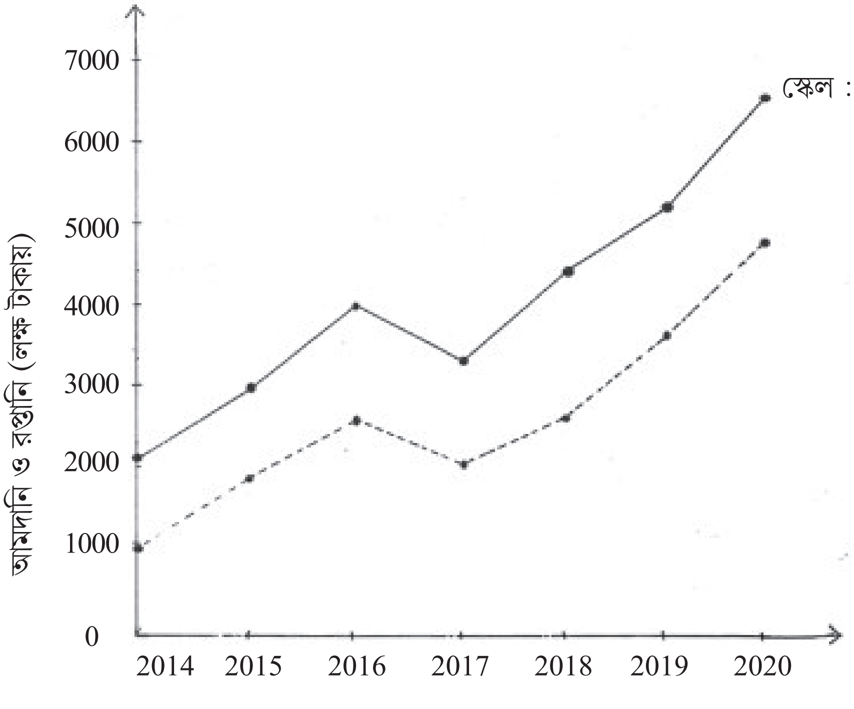
স্কেল : 1 সেমি = 1 বৎসর (X-অক্ষ)
1 সেমি = 5 লক্ষ টাকা (Y-অক্ষ)

ii) **দুই বা দুই এর অধিক চল বিশিষ্ট লেখচিত্র:**

এই ধরনের লেখচিত্র গুলো কোন একটা সময়কালের পরিপ্রেক্ষিতে ছক কাগজে দুই বা তার অধিক চলকের মানগুলো দেখায়।

উদাহরণ : নিম্নলিখিত রাশিতথ্য থেকে কালীন সারি লেখচিত্র অঙ্কন করো।

বৎসর	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
আমদানি (লক্ষ টাকায়)	1,000	1,800	2,500	2,100	2,700	3,800	5,000
রপ্তানি (লক্ষ টাকায়)	2,100	3,000	4,000	3,500	4,500	5,300	6,900



স্কেল : 2 সেমি = 1 বৎসর (X-অক্ষ)
2 সেমি = 1000 লক্ষ টাকা (Y-অক্ষ)

লেখচিত্রের মাধ্যমে রাশিতথ্য উপস্থাপনার সুবিধা:

i) লেখচিত্রের মাধ্যমে রাশিতথ্যের উপস্থাপনা সর্বদাই আকর্ষনীয় ও চিত্তাকর্ষক হয়।

ii) লেখচিত্রের মাধ্যমে জটিল রাশিতথ্যকে সহজ ভাবে উপস্থাপন করা যায়।

iii) লেখচিত্রটা বুঝতে ও হৃদয়ঙ্গম করতে কোন বিশেষ অভিজ্ঞতার প্রয়োজন হয় না।

iv) দুই বা তার বেশী কোন ঘটনা তুলনা করতে খুব সহজ হয়।

v) রাশিতথ্য উপস্থাপনের ক্ষেত্রে লেখচিত্র সার্বিকভাবে ব্যবহৃত হয়।

লেখচিত্রের মাধ্যমে রাশিতথ্য উপস্থাপনার অসুবিধা:

i) শুধুমাত্র সীমিত সেট এর রাশিতথ্যই লেখচিত্রের আকার প্রকাশ করা যায়।

ii) স্কেল পরিমাপের ক্ষেত্রে একটা ছোট ভূল লেখচিত্রের আকারে বিশদ পরিবর্তন করে এবং এর ফলে বিভ্রান্তিকর ফল দিতে পারে।

iii) লেখচিত্রটা দেখে সবসময় একটা চূড়ান্ত সিদ্ধান্তে পৌছানো সহজ হয়না। এর মাধ্যমে শুধুমাত্র প্রাথমিক সিদ্ধান্তে পৌছানো যায়।

iv) লেখচিত্রের মাধ্যমে রাশিতথ্যের প্রবণতা প্রদর্শিত হয়। সুতরাং রাশিতথ্যের যথাযথতা পরীক্ষা করতে লেখচিত্র ব্যবহার করা যায় না।

অনুশীলনী

1. **সত্য না মিথ্যা লেখো :**

i) ওজাইভের সাহায্যে মধ্যমা বা মধ্যম মান নির্ণয় করা যায়।

ii) তৃতীয় পাদ-এ x এবং y উভয় মানই ধনাত্মক হয়।

iii) গাণিতিক রেখাচিত্রকে কালীন সারি লেখচিত্রও বলা হয়।

iv) পরিসংখ্যা বহুভুজের সরল আকার হল পরিসংখ্যা রেখা যা মুক্ত হস্তে মসৃণ রেখার সাহায্যে আঁকা হয়।

v) 'নিম্নক্রমিক' ওজাইভের ক্ষেত্রে ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার মান বাড়তে থাকে।

vi) দণ্ড চিত্রে প্রতিটা দণ্ড একে অপর থেকে সমদূরত্বে থাকে।

vii) শতাংশিক দন্ডচিত্র রাশিতথ্য সেটের আংশিক মান দেখায়।

viii) পাইচিত্র হল দ্বিমাত্রিক চিত্র।

ix) ছকবিন্যাসের ক্ষেত্রে তথ্যের উৎস, পাদটীকার ঠিক ওপরে লেখা হয়।

x) সাধারণ উদ্দেশ্যের সারণিকে সারাংশ সারণিও বলা হয়।

2. সঠিক উত্তরটি নির্বাচন করো:

i) স্তম্ভ ও সারির মাধ্যমে রাশিতথ্যের সুশৃঙ্খল বিন্যাসকে বলা হয়—

a) সারণিবদ্ধকরণ b) শ্রেণিবিন্যাসকরণ c) অনুসন্ধান d) কোনটাই নয়।

ii) কোন সারণি থেকে যখন দুই ধরনের তথ্য পাওয়া যায় তখন তাকে বলা হয়—

a) সরল সারণি b) দ্বিমুখী সারণি c) ত্রিমুখী সারণি d) কোনটাই নয়।

iii) পাইচিত্র অন্য যে নামে পরিচিত সেটি হল—

a) পাই চার্ট b) কৌনিক বৃত্তীয় চিত্র c) a এবং b উভয়ই d) কোনটাই নয়।

iv) সারণির স্তম্ভ শিরোনামকে বলা হয়—

a) স্টাব b) সহ-শিরোনাম c) সহায়ক টীকা d) স্তম্ভ শিরোনাম।

v) চিত্রের মাধ্যমে রাশিতথ্য উপস্থাপনের মূল উদ্দেশ্য হল—

a) সংক্ষিপ্তকরণ b) উপস্থাপন c) বিবেচনা d) সবগুলোই

vi) পাইচিত্রে কেন্দ্রস্থ কোণের মোট মান হল—

a) 90^0 b) 180^0 c) 270^0 d) 360^0

vii) দণ্ডচিত্র হল একটি —

a) একমাত্রিক চিত্র b) দ্বিমাত্রিক চিত্র c) ত্রিমাত্রিক চিত্র d) কোনটাই নয়।

viii) পাই চিত্র অঙ্কন করতে অপরিহার্য শর্তটা হল—

a) বিচ্ছিন্ন সারি b) অবিচ্ছিন্ন সারি c) a এবং b উভয়ই d) কোনটাই নয়।

ix) যে লেখচিত্রটি সময়কালের উপর নির্ভর সেটা হল—

a) পরিসংখ্যা লেখচিত্র b) কালীন সারি লেখচিত্র c) আয়তলেখ d) কোনটাই নয়।

x) ক্রমযোগিক পরিসংখ্যা বিভাজনের লেখচিত্রটাকে বলা হয়—

a) রেখা চিত্র b) আয়তলেখ c) ওজাইভ d) কোনটাই নয়।

3. শূন্যস্থান পূরণ করো:

i) পাইচিত্রে রাশিতথ্যকে ——————— এর ভিত্তিতে উপস্থাপন করা হয়। (ক্ষেত্রফল / কোণ)

ii) দন্ড চিত্রে দন্ডগুলোকে বলা হয়——————— (স্তম্ভ / সারি)

iii) ——————— সারণির শিরোনামে দেওয়া তথ্যকে পূর্ণতা দেয়। (স্তম্ভ শিরোনাম / শিরটীকা)

iv) সাধারণ উদ্দেশ্যের সারণি ——————— নামেও পরিচিত। (উদ্ভুত সারণি / সহায়ক সারণি)

v) সময়ের উপর ভিত্তি করে সারণির ——————— শ্রেণিবিন্যাস করা হয়। (সময়গত / গুণগত)

vi) একমাত্রিক চিত্রের ক্ষেত্রে দন্ডগুলোর ——————— সমান থাকে। (দৈর্ঘ্য / প্রস্থ)

vii) কালীন সারি লেখচিত্রে, বৎসর, মাস, দিনকে ——————— বরাবর ধরা হয়। (x-অক্ষ / y-অক্ষ)

viii) সাধারণত ———— দন্ডচিত্র ব্যবহার করা হয় যখন রাশিতথ্যের মান বা প্রসার খুবই বেশী হয়। (সরল / শতাংশিক)

ix) পরিসংখ্যা বহুভুজের ক্ষেত্রে, বিন্দুগুলো ———— দ্বারা যুক্ত করা হয়। (মুক্ত হস্ত / সরলরেখা)

x) ———— থেকে লেখচিত্রের মাধ্যমে সংখ্যাগুরু মান নির্ণয় করা যায়। (আয়তলেখ / ওজাইভ)

4. নীচের প্রশ্নগুলোর অতি সংক্ষিপ্ত উত্তর দাও:

i) রাশিতথ্যের উপস্থাপন বলতে কি বোঝ?

ii) স্টাব কি?

iii) পরিসংখ্যান সারণির কোন অংশটা স্তম্ভে লিখিত সংখ্যাতথ্যগুলো সম্পর্কে সংক্ষেপে ব্যাখ্যা করে?

iv) জটিল সারণি কি?

v) সারণির দুটি মূল অংশের নাম লেখো।

vi) বারচিত্র বা দন্ডচিত্রকে কেন একমাত্রিক চিত্র বলা হয়?

vii) সারণিবদ্ধকরণ বা ছকবিন্যাস কি ?

viii) স্থান সংক্রান্ত শ্রেণিবিন্যাস কি ?

ix) পরিসংখ্য রেখা কি ?

x) এমন একটা দন্ডচিত্রের নাম লেখো যেখানে সমস্ত দন্ডগুলোর উচ্চতা সমান হয়।

xi) পরিসংখ্যা বিভাজন লেখচিত্র কি ?

xii) আয়তলেখ কি ?

xiii) গাণিতিক রেখাচিত্র বলতে কি বোঝ ?

xiv) কোন রেখাচিত্রের মাধ্যমে মধ্যমমান নির্ণয় করা যায় ?

xv) কোন ধরনের ওজাইড বা ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা রেখা ডান দিক থেকে উর্দ্ধগামী হয়?

5. নীচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও : **(3/4 এর মান)**

i) সারণিবদ্ধকরণ বলতে কি বোঝ ? এক উদ্দেশ্য কি?

ii) সরল সারণি ও জটিল সারণির মধ্যে পার্থক্য কি ?

iii) টীকা লেখো - 'ত্রিমুখী সারণি'।

iv) বর্ণনামূলক উপস্থাপানা ও সারণির মাধ্যমে উপস্থাপনার মধ্যে পার্থক্য কি ?

v) বর্ণনামূলক বা বিবরণমূলক উপস্থাপনার দুটি সুবিধা ও দুটি অসুবিধা লেখো।

vi) ছকাকার উপস্থাপনার কয়েকটা সীমাদ্ধতা লেখো।

vii) টীক লেখো - 'স্থানসংক্রান্ত শ্রেণিবিন্যাস'।

viii) গুনগত শ্রেণিবিন্যাস ও পরিমানগত শ্রেণিবিন্যাসের মধ্যে পার্থক্য কি ?

ix) সারণিবদ্ধকরণ ও শ্রেণিবিন্যাসের মধ্যেপার্থক্য কি?

x) চিত্রের মাধ্যমে রাশিতথ্যের উপস্থাপনার চারটি সুবিধা লেখো।

xi) টীকা লেখো - 'খন্ডিত মাত্রার দণ্ডচিত্র'

xii) অংশ বিশিষ্ট দণ্ডচিত্র এবং শতাংশিক দন্ডচিত্রের মধ্যে পার্থক্য কি?

xiii) দন্ডচিত্রের কয়েকটা বৈশিষ্ট লেখো।

xiv) পরিসংখ্যা বিভাজন লেখচিত্র বলতে কি বোঝ? এর প্রকারভেদ উল্লেখ করো।

xv) পরিসংখ্যা বহুভূজ ও পরিসংখ্যা রেখার মধ্যে পার্থক্য কি?

xvi) টীকা লেখো— 'কালীন সারি লেখচিত্র'।

xvii) লেখচিত্রের মাধ্যমে রাশিতথ্য উপস্থাপনের কয়েকটা সীমাবদ্ধতা লেখো।

xviii) দন্ডচিত্র ও আয়তলেখ-এর মধ্যে পার্থক্য করো।

xix) কাল্পনিক সংখ্যাতথ্যের মাধ্যমে একটা সরল সারণি তৈরী করো।

xx) সংক্ষেপে বর্ণনা করো —

(a) শিরোনাম (b) সারণির মূল অংশ

xxi) নিম্নলিখিত একটা সিমেন্ট ফ্যাক্টরির উৎপাদন (2015-20) সংক্রান্ত তথ্য থেকে একটা সরল দন্ডচিত্র তৈরী করো।

বৎসর	2015	2016	2017	2018	2019	2020
উৎপাদন (মেট্রিক টনে)	100	150	250	300	450	500

xxii) নিম্নের রাশিতথ্য থেকে পরিসংখ্যা রেখা অঙ্কন করো।

নম্বর	30	40	50	60	70
পরিসংখ্যা	20	15	05	10	15

xxiii) নিম্নের রাশিতথ্য থেকে কালীন সারি লেখচিত্র অঙ্কন করো।

বৎসর	2016	2017	2018	2019	2020
মুনাফা (কোটি টাকায়)	20	32	37	45	48

6. নীচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও : (6-এর মান)

i) একটা আদর্শ সারণির উপাদানগুলো সংক্ষেপে আলোচনা করো।

ii) রাশিতথ্যের চিত্রাকার উপস্থাপনার সংজ্ঞা দাও। এটা সারণিবদ্ধকরণ থেকে কিভাবে আলাদা ?

iii) ওজাইভ রেখা কি ? এটা কিভাবে গঠন করা হয়?

iv) নিম্নের রাশিতথ্য থেকে বহু দন্ড চিত্র অঙ্কন করো।

বিভাগ	শিক্ষার্থীর সংখ্যা		
	2018	2019	2020
কলা	600	500	400
বাণিজ্য	400	450	600
বিজ্ঞান	200	350	500

v) নিম্নের রাশিতথ্যকে অংশ বিশিষ্ট দন্ড চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ করো।

বৎসর	উৎপাদন (০০০' টন)		
2018	40	25	10
2019	10	22	14
2020	20	14	21

vi) ডিসেম্বর মাসের শেষ সপ্তাহে সিমলায় তাপমাত্রার ন্যূনতম মানগুলো নীচে দেওয়া হল। রাশিতথ্যগুলোকে দ্বিপাক্ষিক দন্ডচিত্রে উপস্থাপন করো।

তারিখ	25th-Dec	26th-Dec	27th-Dec	28th-Dec	29th-Dec	30th-Dec	31st-Dec
তাপমাত্রা (^{0}C)	3	–1	–2	2	5	–2	–4

vii) নিম্নের রাশিতথ্যকে শতাংশিক দন্ডচিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপন করো।

বিষয়	শিক্ষার্থীর সংখ্যা (০০০'-এ)		
	2011-12	2012-13	2013-14
পরিসংখ্যা	25	30	28
অর্থনীতি	40	32	36
অংক	35	42	30

viii) নিচে প্রদত্ত একটা ফার্মের রপ্তানি সংক্রান্ত তথ্য থেকে খন্ডিত মাত্রার দন্ডচিত্র অঙ্কন করো।

বৎসর	2016	2017	2018	2019	2020
রপ্তানি (লক্ষ টাকা)	16	22	35	340	25

ix) নিচে প্রদত্ত একটা পরিবারের ব্যয় সংক্রান্ত তথ্যকে পাইচিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপন করো।

দ্রব্য / বিষয়	খাদ্য	বস্ত্র	ভাড়া	শিক্ষা	অন্যান্য	সঞ্চয়
ব্যয়	300	125	200	110	75	90

x) নিম্নলিখিত রাশিতথ্য থেকে একটা আয়তলেখ অঙ্কন করো।

মধ্যমান	2.5	7.5	12.5	17.5	22.5
পরিসংখ্যা	5	10	35	15	5

xi) নিম্নলিখিত রাশিতথ্যকে আয়তলেখ এর মাধ্যমে উপস্থাপন করো।

নম্বর	0–10	10–20	20–50	50–70	70–80
শিক্ষার্থীর সংখ্যা	8	12	28	16	12

xii) আয়তলেখ ব্যবহার করে নিচে প্রদত্ত রাশি তথ্য থেকে পরিসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করো।

নম্বর	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50	50–60	60–70	70–80
পরিসংখ্যা	5	12	18	20	30	25	14	7

xiii) আয়তলেখর সাহায্য ছাড়া নিচের রাশিতথ্য থেকে একটা পরিসংখ্যা বহুভুজ অঙ্কন করো।

প্রাপ্ত নম্বর	10–20	20–30	30–40	40–50	50–60	60–70
শিক্ষার্থীর সংখ্যা	5	10	20	25	15	40

xiv) আয়তলেখ-এর সাহায্যে নিচের রাশিতথ্যকে পরিসংখ্যা রেখায় উপস্থাপন করো।

মজুরি	100–110	110–120	120–130	130–140	140–150
শমিক সংখ্যা	130	160	80	120	240

xv) নিম্নের রাশিতথ্য থেকে ‘উর্ধ্বক্রমিক’ এবং ‘নিম্নক্রমিক’ ওজাইভ অঙ্কন করো। এর থেকে মধ্যমার মান নির্ণয় করো।

মুনাফা (লক্ষ টাকা)	0–20	20–40	40–60	60–80	80–100
কোম্পানির সংখ্যা	10	20	40	25	15

উত্তরমালা :

1. (i) সত্য (ii) মিথ্যা (iii) সত্য (iv) সত্য (v) মিথ্যা (vi) সত্য (vii) মিথ্যা (viii) সত্য (ix) সত্য (x) মিথ্যা

2. (i) a (ii) b (iii) c (iv) d (v) b (vi) d (vii) a (viii) b (ix) b (x) c

3. (i) কোণ (ii) স্তম্ভ (iii) শিরটীকা (iv) সহায়ক সারণি (v) সময়গত (vi) প্রস্থ (vii) X-অক্ষ (viii) শতাংশিক (ix) সরলরেখা (x) আয়তলেখ

4. (i) রাশিতথ্যের উপস্থাপন বলতে স্পষ্ট ও আকর্ষণীয় উপায়ে রাশিতথ্যের প্রদর্শনকে বোঝায়, যার ফলে রাশিতথ্য সহজেই বোঝা যায় ও বিশ্লেষণ করা যায়।

   (ii) সারণির সারির শিরোনামকে স্টাব বলে।

   (iii) স্তম্ভ শিরোনাম।

   (iv) জটিল সারণি হল সেই সারণি যেখানে রাশিতথ্যের একের বেশি বৈশিষ্ট্য পরিলক্ষিত হয়।

   (v) শিরোনাম এবং সারণি সংখ্যা।

   (vi) কারন দন্ডচিত্রে একমাত্র উচ্চতাই চলকের মানকে নির্দেশ করে।

   (vii) ছকবিন্যাস হল শ্রেণিবদ্ধ রাশিতথ্যকে সুশৃঙ্খলভাবে উপস্থাপন করার বিজ্ঞানসম্মত প্রক্রিয়া যারফলে রাশিতথ্য সহজেই বোধগম্য হয়।

   (viii) যখন স্থানের ভিত্তিতে রাশিতথ্যের শ্রেণিবিভাগ করা হয় তখন তাকে স্থান সংক্রান্ত শ্রেণিবিন্যাস বলা হয়।

   (ix) পরিসংখ্যা রেখা হল সেই রেখা যা আয়তলেখর পরপর সবগুলো আয়তক্ষেত্রের ওপরের মধ্যবিন্দুগুলো মুক্ত হস্তে মসৃন রেখা দ্বারা যোগ করে পাওয়া যায়।

   (x) শতাংশিক দন্ডচিত্র।

   (xi) পরিসংখ্যা বিভাজন লেখচিত্র হল সেই লেখচিত্র যেগুলো পরিসংখ্যার সাহায্যে অঙ্কন করা হয়।

   (xii) আয়তলেখ বলতে পরিসংখ্যা বিভাজনের অবিচ্ছিন্ন সারিকে লেখচিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপনা বোঝায়।

   (xiii) যে লেখচিত্রটা কালীন সারি বিভাজনকে চিত্রিত বা বর্ণনা করে তাকে গাণিতিক রেখাচিত্র বলে।

   (xiv) ওজাইভ।

   (xv) উর্ধ্বক্রমিক ওজাইভ।

অধ্যায়-5

কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ

পূর্বের অধ্যায় গুলোতে আমরা রাশিতথ্যের সংগ্রহ, সংকলনের বিভিন্ন পদ্ধতি সমূহ এবং রাশিতথ্যের উপস্থাপনের বিভিন্ন কৌশল সমূহ আলোচনা করেছি।

তা সত্বেও, এক্ষেত্রে কিছু একক পরিমাপ মানের প্রয়োজনীয়তা রয়েছে, যা কোন রাশিতথ্য সমূহের বা ক্রমের মূল চরিত্র বা বৈশিষ্ট্যকে সহজে ব্যাক্ষা (প্রদর্শন) করতে পারে। এই অধ্যায়ে, আমরা কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ সম্পর্কে আলোচনা করবো, যা হল কোন রাশিতথ্যকে সংক্ষিপ্ত আকারে প্রকাশের গাণিতিক পদ্ধতি।

5.1 অর্থ বা সংজ্ঞা : কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ হল একটি একক মান বের করার প্রক্রিয়া, যার মাধ্যমে সামগ্রিক রাশিতথ্য সমূহকে উপস্থাপন করা যায়। কেন্দ্রীয় প্রবণতার সংখ্যা সূচক পরিমাপটি তথ্যরাশির প্রতিনিধিত্বকারী সংখ্যামান হিসাবে বিবেচিত হয়।

5.2 পরিসংখ্যানগত গড়মানের উদ্দেশ্য এবং কার্যকারিতা:

1. গড়ের মূল উদ্দেশ্য হল কোন রাশিতথ্যকে সরল এবং সংক্ষিপ্ত আকারে প্রকাশ করা যাতে একে সহজে বোঝা যায় এবং মনে রাখা যায়।
2. গড়ের মাধ্যমে রাশিতথ্যের তুলনামূলক আলোচনা খুব সহজ ও কার্যকরি হয় কারণ এগুলো সমগ্র রাশিমালাকে একটি একক মানে পরিণত করে।
3. সিদ্ধান্ত গ্রহণ এবং নীতি নির্দেশিকা রূপায়নের জন্য গড় মানগুলো খুবই উপযোগী।
4. রাশিতথ্যের নমুনা থেকে প্রাপ্ত গড় মানের উপর ভিত্তি করে সামগ্রিক রাশিতথ্যের ধারণা পাওযা যায়।

5.3 একটি আদর্শ গড়ের প্রয়োজনীয় বিষয়সমূহ: একটি আদর্শ গড়ের জন্য নিম্নলিখিত গুনগত বৈশিষ্ট্যগুলো প্রয়োজন—

1. এটি বোঝার মতো সহজ সরল হতে হবে।
2. এটি সবগুলো পর্যবেক্ষণের উপর ভিত্তি করে করতে হবে।
3. নমুনার পরিবর্তন বা তারতম্যতার উপর যেন কম প্রভাবিত হয়।
4. এটি যেন বীজগাণিতিক সূত্রগুলোর প্রয়োগের জন্য উপযুক্ত হয়।
5. এর সংজ্ঞা দ্ব্যর্থহীন (rigid) হতে হবে।

5.4 পরিসংখ্যান গড়ের বিভিন্ন ধরনসমূহ—

বিভিন্ন ধরনের পরিসংখ্যান গড় রয়েছে। এর মধ্যে থেকে আমরা গাণিতিক গড়, মধ্যমা এবং সংখ্যাগুরু মান আলোচনা করব।

5.4.1 গাণিতিক গড় বা মধ্যক (Arithmetic Average or Mean)

কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপের ক্ষেত্রে সচরাচর গাণিতিক গড়ই বেশি ব্যবহৃত হয়। গাণিতিক বা যৌগিক গড়ের সংজ্ঞা অনুসারে সমস্ত পর্যবেক্ষণের মানগুলোর যোগফলের সমষ্টিকে মোট পর্যবেক্ষণের সংখ্যা দিয়ে ভাগ করলে যৌগিক গড় পাওয়া যায় এবং যৌগিক গড়কে $\overline{X}$ দ্বারা চিহ্নিত করা হয়।

মনে করি, $x_1, x_2, x_3.......x_n$ হল N সংখ্যক পর্যবেক্ষণ।

$$\overline{X} = \frac{\text{পর্যবেক্ষণ মানের সমষ্টি}}{\text{পর্যবেক্ষণ সংখ্যা}} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + ... + X_n +}{N} = \frac{\sum X}{N}$$

যৌগিক গড় দুই প্রকারের

(i) সরল যৌগিক গড় (ii) ভারযুক্ত যৌগিক গড়

সরল যৌগিক গড়ের গণনা পর্ব:

A. একক সারির ক্ষেত্রে : একক সারির ক্ষেত্রে গাণিতিক গড় গণনার পদ্ধতিসমূহ হল—

(i) প্রত্যক্ষ পদ্ধতি:- এই পদ্ধতিতে, সবগুলো পর্যবেক্ষণ এককগুলোকে যোগ করা হয় এবং তারপর তাদের সমষ্টিকে মোট উপাদান বা পর্যবেক্ষণ সংখ্যা দ্বারা ভাগ করা হয় এবং এভাবে প্রাপ্ত ভাগফলই হল গাণিতিক গড় বা মধ্যক।

সূত্র - গাণিতিক গড় ($\overline{x}$) $= \frac{\sum X}{N}$

ΣX = সমস্ত উপাদান বা পর্যবেক্ষণ মানের যোগফল

N = মোট পর্যবেক্ষণ সংখ্যা

উদাহরণ: নীচে 5 জন ছাত্রের প্রাপ্ত নাম্বার দেওয়া হল- 50, 52, 54, 58, 60

সমাধান ঃ

ক্রমিক সংখ্যা	প্রাপ্ত নাম্বার
1	50
2	52
3	54
4	58
5	60
N = 5	**ΣX = 274**

গাণিতিক গড় ($\overline{x}$)

$$= \frac{\sum X}{N} = \frac{274}{5} = 54.8$$

ছাত্রছাত্রীদের প্রাপ্ত নাম্বারে গাণিতিক গড় হল 54.8

(ii) **সংক্ষিপ্ত পদ্ধতি (কল্পিত গড় পদ্ধতি) :**

যদি রাশিতথ্যের পর্যবেক্ষণের সংখ্যা বেশি হয়, তবে কল্পিত গড় পদ্ধতিতে গণনা সহজতর হয়। এক্ষেত্রে, তোমাকে রাশিতথ্যের মধ্যে থেকেই একটি নির্দিষ্ট মানকে কল্পিত গড় হিসাবে অনুমান করতে হবে। তারপর প্রতিটি পর্যবেক্ষণ থেকে ঐ কল্পিত গড়ের পার্থক্য (deviation) বের করো এবং এই পার্থক্যগুলোর সমষ্টি বা যোগফল বের করো। এরপর এই সমষ্টি বা যোগফলকে রাশিতথ্যে উপস্থিত পর্যবেক্ষণ সংখ্যা দিয়ে ভাগ করো—

সূত্র - গাণিতিক গড় $(\overline{x}) = A + \frac{\sum d}{N}$

A=কল্পিত গড়, d=প্রতিটি একক পর্যবেক্ষণ থেকে কল্পিত গড়ের পার্থক্য- d=(x-A)

উদাহরণ : নিম্নে 5 জন ছাত্র-ছাত্রীর প্রাপ্ত নাম্বার দেওয়া হল—

50, 52, 54, 58, 60

সমাধান :

ক্রমিক সংখ্যা	প্রাপ্ত নম্বর	**d = X - A**
1	50	–4
2	52	–2
3	(54) – A	0
4	58	4
5	60	6
N = 5		$\Sigma d = 4$

মনে করো, কল্পিত গড় = 54.

গাণিতিক গড় $(\overline{x}) = A + \frac{\sum d}{N}$

$= 54 + \frac{4}{5}$

$= 54 + 0.8$

$= 54.8$

∴ গাণিতিক গড় হল = 54.8

(iii) ধাপবিচ্যুতি পদ্ধতি (Step Deviation Method)

এই পদ্ধতিতে, পর্যবেক্ষণ মান থেকে কল্পিত গড়ে ভিত্তিতে প্রাপ্ত পাথর্ক্যগুলোকে (বিচ্যুতিগুলোকে) একটি (C) সাধারন গুণনীয়ক দ্বারা ভাগ করা হয়। i. e, $d' = \left(\frac{X - A}{C}\right)$

গাণিতিক গড় ($\overline{X}$) $= A + \frac{\sum d'}{N} \times C \quad \left\{ d' = \frac{d}{c},\ d = (X - A) \right\}$

c = common factor

(সাধারণ গুণনীয়ক)

উদাহরণ : মনে করো 5 জন ছাত্রছাত্রীদের, প্রাপ্ত নাম্বার

ক্রমিক সংখ্যা	প্রাপ্ত নম্বর (X)	$d' = \frac{X-A}{C}$, (c = 2)
1	50	$\frac{50-54}{2} = \frac{-4}{2} = -2$
2	52	$\frac{-2}{2} = -1$
3	(54) – A	0 / 2 = 0
4	58	$\frac{4}{2} = 2$
5	60	$\frac{6}{2} = 3$
N = 5		$\Sigma d' = 2$

$= 54 + \frac{2}{5} \times 2$

$= 54 + \frac{4}{5}$

$= 54 + 0.8$

$= 54.8$

প্রাপ্ত নাম্বারের গাণিতিক গড় ($\overline{X}$) =54.8

(B) বিচ্ছিন্ন সারির গাণিতিক (যৌগিক) গড় গণনা :

(i) **প্রত্যক্ষ পদ্ধতি :** বিচ্ছিন্ন সারির ক্ষেত্রে বিভিন্ন চলকের মানের সাথে তাদের পরিসংখ্যাও দেওয়া থাকবে।

মোট পর্যবেক্ষণ সংখ্যা (N) = পরিসংখ্যা সমূহের সমষ্টি।

এক্ষেত্রে প্রত্যক্ষ পদ্ধতিতে, প্রতিটি পর্যবেক্ষণ পরিসংখ্যাও পর্যবেক্ষণের মান গুণ করা হয়। তারপর প্রাপ্ত যোগফলটিকে মোট পর্যবেক্ষণ সংখ্যা অর্থাৎ মোট পরিসংখ্যা দিয়ে ভাগ করা হয়।

গাণিতিক গড় $(\overline{X}) = \frac{\sum fx}{N} = \frac{\sum fx}{\sum f}$

উদাহরণ : মনে করো, ছাত্রছাত্রীদের দ্বারা প্রাপ্ত নাম্বার।

নাম্বার :	5	10	12	14	16
ছাত্রছাত্রীদের সংখ্যা :	2	1	3	3	1

সমাধান :

নাম্বার (X)	ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা (f)	fx
5	2	10
10	1	10
12	3	36
14	3	42
16	1	16
	$N = \Sigma f = 10$	$\Sigma fX = 114$

গাণিতিক গড় $(\overline{X}) = \frac{\sum fx}{N} = \frac{114}{10} = 11.4$

গাণিতিক গড় হল : $= 11.4$

(ii) সংক্ষিপ্ত পদ্ধতি (কল্পিত গড় পদ্ধতি) :

আমরা একক সারির ক্ষেত্রে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতি বা কল্পিত গড় পদ্ধতিটি আলোচনা করেছি। বিচ্ছিন্ন সারির ক্ষেত্রে, আমরা প্রত্যেকটি বিচ্যুতি বা পার্থক্যকে (deviation) $d = (X–A)$ তার সাপেক্ষে প্রদত্ত পরিসংখ্যা (frequency or f) দিয়ে গুণ করবো এবং fd বের করবো। এক্ষেত্রে $N = \Sigma f$ (পরিসংখ্যাগুলোর যোগফল)

সূত্র , গাণিতিক গড় $(\overline{X}) = A + \frac{\sum fx}{\sum f}$

উদাহরণ :

5	10	12	14	16
2	1	3	3	1

সমাধান :

নাম্বার (X)	ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা (*f*)	*d* = (X - A)	*fd*
5	2	–7	–14
10	1	–2	–2
12 – A	3	0	0
14	3	2	6
16	1	4	4
	N = 10		Σ*f*d= - 6

এখানে, A= 12

$$\text{গাণিতিক গড় } (\overline{X}) = A + \frac{\sum fd}{N} = 12 + \frac{(-6)}{10}$$

$$= 12 - 0.6$$

ছাত্রছাত্রীদের প্রাপ্ত নাম্বারের গাণিতিক গড় হল = 11.4

(iii) ধাপ বিচ্যুতি পদ্ধতি : এক্ষেত্রে , বিচ্যুতি বা পার্থক্য (d) মানগুলিকে একটি সাধারন গুণনীয়ক (c) দ্বারা ভাগ করতে হয়, যাতে গণনার কাজ আরো সহজতর হয়।

$$\text{অর্থাৎ } d' = \frac{d}{c} = \frac{X-A}{C} \text{ এবং } N = \Sigma f$$

$$\text{সূত্র, গড় } (\overline{X}) = A + \frac{\sum fd'}{N} \times C$$

উদাহরণ : ছাত্র ছাত্রীদের দ্বারা প্রাপ্ত নাম্বার—

নাম্বার :	5	10	12	14	16
ছাত্র ছাত্রীর সংখ্যা :	2	1	3	3	1

সমাধান :

নাম্বার (X)	ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা (f)	d= (X–A)	$d' = \frac{d}{c}$	fd'
5	2	–7	$\frac{-7}{2} = -3.5$	–7
10	1	–2	$\frac{-2}{2} = -1$	–1
(12) – A	3	0	$\frac{-0}{2} = 0$	0
14	3	2	$\frac{2}{2} = 1$	3
16	1	4	$\frac{4}{2} = 2$	2
	$N = \Sigma f = 10$			$\Sigma fd' = -3$

গাণিতিক গড় $(\overline{X}) = A + \frac{\sum fd'}{N} \times C$

$$= 12 + \frac{(-3)}{10} \times 2$$

$$= 12 - \frac{6}{10}$$

$$= 12 - 0.6 = 11.4$$

ছাত্র-ছাত্রীদের প্রাপ্ত নাম্বারের গাণিতিক গড় 11.4

(C) অবিচ্ছিন্ন সারির ক্ষেত্রে গাণিতিক গড় গণনা :

অবিচ্ছিন্ন সারির ক্ষেত্রে, চলকের মান গুলো বিভিন্ন শ্রেণি ব্যবধানের মধ্যে সংঘবদ্ধ করা আছে, এবং এদের সাপেক্ষে তাদের পরিসংখ্যার (frequency) মান রয়েছে। অবিচ্ছিন্ন সারির ক্ষেত্রে গাণিতিক গড় গণনার পদ্ধতির সাথে বিচ্ছিন্ন সারির গাণিতিক গড় গণনার পদ্ধতির সাদৃশ্য রয়েছে এক্ষেত্রে, শ্রেণি ব্যবধানের পরিবর্তে শ্রেণি ব্যবধানের ভিত্তিতে প্রাপ্ত মধ্যবিন্দু (m) গুলোকে গণনার কাজে ব্যবহার করা হয়।

(i) প্রত্যক্ষ পদ্ধতি : প্রত্যেকটি শ্রেণি ব্যবধানের থেকে শ্রেণি মধ্যবিন্দু বের করার জন্য সূত্রটি হল—

$$\text{মধ্যবিন্দু (m),} = \frac{\text{উর্ধ্ব শ্রেণিসীমা + নিম্ন শ্রেণিসীমা}}{2}$$

প্রত্যেকটি শ্রেণি মধ্যবিন্দুকে (m) তার সাপেক্ষে প্রদত্ত পরিসংখ্যা মান (f) দ্বারা গুণ করো এবং এই গুণফলের সমষ্টি নির্ণয় করো (Σfm) এবং একে N দিয়ে ভাগ করো। এক্ষেত্রে N=Σf

সূত্র , গাণিতিক গড় $(\overline{X}) = \frac{\sum fm}{N}$

উদাহরণ : ছাত্র ছাত্রীদের প্রাপ্ত নাম্বারসমূহ হল -

নাম্বার :	0–10	10–20	20–30	30–40
ছাত্র ছাত্রীর সংখ্যা :	2	2	3	3

সমাধান :

নাম্বার (X)	**ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা (*f*)**	**মধ্যবিন্দু (*m*)**	***f*m**
0–10	2	5	10
10–20	2	15	30
20–30	3	25	75
30–40	3	35	105
	N=10		Σfm = 220

$$\text{গাণিতিক গড়} = \frac{\sum fm}{N}$$

$$= \frac{220}{10}$$

$$= 22$$

(ii) সংক্ষিপ্ত কল্পিত গড় পদ্ধতি : এক্ষেত্রে, প্রথমে প্রত্যেকটি শ্রেণি ব্যবধানের মধ্যবিন্দু (m) এবং একটি কল্পিত গড় (A) বের করতে হবে। এখন, মধ্যবিন্দুগুলো থেকে কল্পিত গড়কে বিয়োগ করে প্রত্যেক ক্ষেত্রে বিচ্যুতি বা পার্থক্য (deviation) বের করো (d=m–A)। তারপর, প্রত্যেকটি বিচ্যুতি মান (d) কে তাদের সাপেক্ষে প্রদত্ত পরিসংখ্যা (f) মান দিয়ে গুণ করো এবং Σfd বের করো।

সূত্র, গড় $(\overline{X}) = A + \frac{\sum fd}{N}$

উদাহরণ : ছাত্রছাত্রীদের প্রদত্ত নাম্বারসমূহ

নাম্বার (X) :	0–10	10–20	20–30	30–40
ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা :	2	2	3	3

সমাধান :

নাম্বার (X)	ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা (f)	মধ্যবিন্দু (m)	d = m – A	fd
0 - 10	2	5	–20	–40
10 - 20	2	15	–10	–20
20 - 30	3	(25)–A	0	0
30 - 40	3	35	10	30
N = 10				$\Sigma fd = -30$

গড় (X) $= A + \frac{\sum fd}{N}$

$= 25 + \frac{(-30)}{10}$

$= 25 - 3 \quad = 22$

ছাত্র-ছাত্রীদের প্রাপ্ত নাম্বারের গাণিতিক গড় হল 22

(iii) ধাপ বিচ্যুতি পদ্ধতি:

এই পদ্ধতিতে, শ্রেণিমধ্যবিন্দু থেকে কল্পিত গড় বিয়োগের দ্বারা বিচ্যুতিকে একটি সাধারণ গুণনীয়ক (C) (Commonfactor) দ্বারা ভাগ করা হয়, অর্থাৎ $d' = \frac{d}{c} = \frac{m-A}{C}$ {A= কল্পিত গড়, m = মধ্যবিন্দু, c = সাধারণ গুণনীয়ক}

সূত্র, গড় $(\overline{X}) = A + \frac{\sum fd'}{N} \times C$

উদাহরণ: ছাত্রছাত্রীদের প্রাপ্ত নাম্বার—

নাম্বার (X) :	0–10	10–20	20–30	30–40
ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা (f) :	2	2	3	3

সমাধান:

নাম্বার (X)	ছাত্র-ছাত্রীর সংখ্যা (f)	মধ্যবিন্দু (m)	d = m – A	$d' = \frac{d}{c}$	fd′
0 - 10	2	5	–10	– 5	–10
10 - 20	2	(15) – A	0	0	0
20 - 30	3	25	10	5	15
30 - 40	3	35	20	10	30
N = 10					$\Sigma fd' = 35$

গাণিতিক গড় $(\overline{X}) = A + \frac{\sum fd'}{N} \times C$

$= 15 + \frac{35}{10} \times 2$

$= 15 + \frac{70}{10} \times 7$

$= 15 + 7 = 22$

ছাত্র-ছাত্রীদের প্রাপ্ত নাম্বারের গাণিতিক গড় 22

* **ভারযুক্ত গাণিতিক গড় :** ভারযুক্ত গড় বলতে এমন গড়কে বোঝায় যেখানে কোন সারির উপাদান বা পর্যবেক্ষণগুলোর বিষয়ের গুরুত্ব অনুসারে বিষয়গুলোকে ভার নিযুক্ত করা হয়।

যেমন, মনে করো $W_1, W_2, ...W_n$ হল $X_1, X_2, X_3 ....X_n$ চলকের ভার বা গুরুত্ব।

সুতরাং ভারযুক্ত গড় $(\overline{X}_W) = \frac{W_1X_1 + W_2X_2 + W_3X_3...W_nX_n}{W_1 + W_2 + W_3 + ... + W_n}$

$$(\overline{X}_W) = \frac{\sum W_i X_i}{\sum W_i}$$

নিম্নলিখিত ক্ষেত্রে ভারযুক্ত গড় নির্ণয় করো

বিষয় সমূহ	10	12	20	17	22
ভার	5	9	5	6	7

বিষয় সমূহ	**ভার**	
(x)	(w)	WX
10	5	50
12	9	108
20	5	100
17	6	102
22	7	154
	$\sum W = 32$	$\sum WX = 514$

$$\overline{X}_W = \frac{\sum WX}{\sum W} = \frac{554}{32} = 16.06$$

ভারযুক্ত গড় (Weighted Mean) $(\overline{X}_W) = 16.06$

2. মধ্যমা : মধ্যমমান বা মধ্যমা হল রাশিতথ্যগুলোর পরমমানের ভিত্তিতে সাজানোর অবস্থায় 'মধ্যম' পদের মান বা উপাদান; অর্থাৎ রাশিতথ্যকে মানের উচ্চক্রমে বা নিম্নক্রমে সাজানোর পরে মাঝখানের অবস্থান মান।

তাই, মাধ্যমাকে 'অবস্থানগত' গড়মান বলে যা রাশিতথ্যের বন্টনকে সমান দুই ভাগে ভাগ করে।

(i) একক সারির ক্ষেত্রে মধ্যমা গণনা :

পদক্ষেপ সমূহ :-

(i) প্রথমে রাশিতথ্যসমূহকে মানের উচ্চক্রমে বা নিম্নক্রমে সাজাও।

(ii) তারপর সূত্রের প্রয়োগ করে মধ্যমার অবস্থান নির্ণয় করো।

মধ্যমার অবস্থান $= \left(\frac{N+1}{2}\right)$ তম পদ

এবং মধ্যমার মান (Me) $= \left(\frac{N+1}{2}\right)$ তম পদের পরিমাপ

N = পদের সংখ্যা

Me = মধ্যমা

উদাহরণ : ছাত্র ছাত্রীদের প্রদত্ত নাম্বার থেকে মধ্যমা নির্ণয় করো 10, 11, 12, 15, 17, 16, 18

সাধারন : প্রথমে নাম্বারগুলোকে মানের উর্ধ্বক্রমে সাজানো হলো 10, 11, 12, 15, 17, 16, 18

এক্ষেত্রে N = 7 (বেজোড় সংখ্যা)

$\therefore$ মধ্যমার মান $= \left(\frac{N+1}{2}\right)$ তম পদের পরিমাপ

$= \left(\frac{7+1}{2}\right)$ তম পদের পরিমাপ

= 4 তম পদের মান

$\therefore$ মধ্যমা হল 15

(**) যদি N সংখ্যাটি জোড় হয়, তবে মধ্যমার মান হবে দুটি সংখ্যার গড়।

মনে করো, ছাত্র-ছাত্রীদের নাম্বার 7, 8, 9, 10, 11, 13

এক্ষেত্রে N = 6 {জোড় সংখ্যা}

মধ্যমা মান $= \left(\frac{7+1}{2}\right)$ তম পদের পরিমাপ

$= \left(\frac{6+1}{2}\right)$ তম পদের পরিমাপ

= 3.5 তম পদের পরিমাপ

অর্থাৎ মধ্যমা হল $= \dfrac{9\ (3\ \text{তম পদ}) + 10\ (4\ \text{তম পদ})}{2}$

$= \dfrac{19}{2} = 9.5$

(ii) বিচ্ছিন্ন সারির ক্ষেত্রে মধ্যমা :

পদক্ষেপ সমূহ :

(i) রাশিতথ্যকে একটি নির্দিষ্ট ক্রমে সাজাও (উচ্চক্রম বা নিম্নক্রম)

(ii) তারপর ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা নির্ণয় করো (c.f)

(iii) মধ্যমার পদ নিণয় করো সূত্রের ব্যবহারের মাধ্যমে

মধ্যমার মান $= \left(\dfrac{N+1}{2}\right)$ তম পদের মান

N = পরিসংখ্যা মানের সমষ্টি (Σf)

এই $\left(\dfrac{N+1}{2}\right)$ তম পদের মানের সাপেক্ষে সমান ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা মান বা এর পরবর্তী ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা মান নির্ণয় করো। এই নির্ণয় করা ক্রমযৌগিক মানের সাপেক্ষে প্রদত্ত রাশিতথ্যের মানই হল মধ্যমা।

উদাহরণ : ছাত্রছাত্রীদের প্রাপ্ত নাম্বার সমূহ

নাম্বার (X)	10	12	14	16	17
ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা (f)	2	3	2	1	3

সমাধান :

নাম্বার (X)	ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা (f)	c.f
10	2	2
12	3	5
14	2	7
16	1	8
17	3	11
	N = 11	

মধ্যমার মান $= \left(\dfrac{N+1}{2}\right)$ তম পদের মান

$= \dfrac{(11+1)}{2} = \dfrac{12}{2}$ তম পদের মান

$= \frac{12}{2}$ তম পদের মান

= 6 তম পদের নাম

6-তম পদটি 7 তম ক্রমযৌগিক সংখ্যার অধীনে, তাই মধ্যমা হল 14।

(iii) অবিচ্ছিন্ন সারিতে মধ্যমা মান গণনা :

পদক্ষেপ :

(i) রাশিতথ্যগুলিকে একটি নির্দিষ্ট ক্রমে সাজাও (উচ্চতম বা নিম্নতম)।

(ii) ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা গণনা করো।

(iii) মধ্যমার অবস্থান পদ নির্ণয় করো, মধ্যমা অবস্থান $= \left(\frac{N}{2}\right)$ তম পদের মান

এক্ষেত্রে মধ্যমার শ্রেণীটি নির্ণয় করতে হবে ঐস্থানে যেখানে $\left(\frac{N}{2}\right)$ এর মানের সাথে c.f মান সমান হয় বা c.f এর মান $\left(\frac{N}{2}\right)$ এর পরবর্তী বৃহৎ মান।

(iv) তারপর, সূত্রের প্রয়োগ,

$$\text{মধ্যমা (Median)} = l_1 + \frac{N/2 - f_1}{f} \times i$$

l_1= মধ্যমার অবস্থান শ্রেণির নিম্নসীমা।

i= মধ্যমা অবস্থান শ্রেণির উচ্চ শ্রেণি সীমা এবং নিম্ন শ্রেণি সীমার পার্থক্য।

f= মধ্যমা শ্রেণির পরিসংখ্যা।

f_1 = মধ্যমা শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণীর c.f

উদাহরণ : নিম্নলিখিত তথ্যসমূহ থেকে মধ্যমা নির্ণয় করো।

নম্বর (X)	0–10	10–20	20–30	30–40
ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা (f)	2	3	3	2

নাম্বার (X)	**ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা (f)**	**c.f**	
0–10	2	2	
10–20	3	5	→ মধ্যমা শ্রেণী
20–30	3	8	
30–40	2	10	
	N = 10		

মধ্যমা মান $= \left(\frac{N}{2}\right)$ তম পদের মান $= \frac{10}{2} = 5$ তম পদের মান

মধ্যমার মান $= l_i + \frac{N/2 - f_1}{f} \times i$

$= 10 + \frac{5-2}{3} \times 10$

$= 10 + \frac{3}{3} \times 10$

$= 10 + 10$

মধ্যমা (Mediam) $= 20$

চতুর্থক (Quartile) : চতুর্থক হল এমন একটি পরিমাপ, যা রাশিতথ্যমালাকে সমান চারভাগে ভাগ করে, যেখানে প্রত্যেকটি ভাগে সমান সংখ্যক পর্যবেক্ষণ থাকে। একটি পূর্ণাঙ্গ রাশিমালাতে তিনটি চতুর্থক থাকে। প্রথম চতুর্থক (Q_1 / নিম্ন চতুর্থক) যাতে বণ্টনের 25% পদ থাকে। দ্বিতীয় চতুর্থক (Q_2 বা মধ্যমা) যার অধীনের বণ্টনের 50% পদ থাকে, তৃতীয় চতুর্থক (Q_3 বা উচ্চ চতুর্থক) যার অধীনে বন্টনের 75% পদ থেকে। দ্বিতীয় চতুর্থকটি মধ্যমা (Median) সমান হয়।

কোনো ক্রমবদ্ধ সারিতে Q_1 এবং Q_3 এর মান নিম্নলিখিত সূত্রের সাহায্যে পাওয়া যেতে পারে।

$Q_1 = \left(\frac{N+1}{4}\right)$ তম পদের মান

$Q_3 = 3\left(\frac{N+1}{4}\right)$ তম পদের মান

} একক সারি এবং বিচ্ছিন্ন সারির ক্ষেত্রে

$Q_1 = \left(\frac{N}{4}\right)$ তম পদের মান

$Q_3 = 3\left(\frac{N}{4}\right)$ তম পদের মান

} অবিচ্ছিন্ন সারির ক্ষেত্রে

সূত্র : $Q_1 = l_1 + \frac{N/4 - cf_1}{f} \times i$

$Q_3 = l_1 + \frac{3(N/4) - cf_1}{f} \times i$

} অবিচ্ছিন্ন সারির ক্ষেত্রে

দশমক (Decile) : দশমক সমগ্র বন্টনকে দশটি সমান ভাগে বিভক্ত করে। একে D_1 , D_2 ....D_9 এর মাধ্যমে প্রকাশ করা হয়। এক্ষেত্রে নয়টি দশমক থাকে।

শততমক : এটি রাশিতথ্যের ক্রমভুক্ত সারিকে 100 টি সমান ভাগে ভাগ করে। একে P_1 , P_2 ....P_{99} এর মাধ্যমে প্রকাশ করা হয়। P_{50} এর মানটি মধ্যমার সমান হয়।

চতুর্থকের গণনা :

(i) একক সারি (ক্রমের) ক্ষেত্রে : নিম্নলিখিত রাশিতথ্য থেকে Q_1 এবং Q_3 মান বের করো,

ছাত্রছাত্রীদের নাম্বার :— 62, 38, 45, 43, 50, 55, 57

সমাধান : এখানে N = 7,

প্রদত্ত রাশিকে ক্রমভুক্ত করে পাই

38 , 43 , 45 , 50 , 55 , 57 , 62

$$\therefore \quad Q_1 = \left(\frac{N+1}{4}\right) \text{তম পদের মান}$$

$$= \left(\frac{7+1}{4}\right) \text{তম পদের মান}$$

সুতরাং $Q_1 = 43$

= 2 তম পদের মান

$$Q_3 = 3\left(\frac{N+1}{4}\right) \text{তম পদের মান}$$

$\therefore Q_3 = 57$

$$= 3\left(\frac{7+1}{4}\right) \text{তম পদের মান}$$

= 6 তম পদের মান

(ii) বিচ্ছিন্ন সারির ক্ষেত্রে :

Q_1 এবং Q_3 গণনা করো।

নাম্বার	10	20	30	40	50	60	70
ছাত্রছাত্রী সংখ্যা (f)	2	3	5	10	5	3	2

সমাধান : এক্ষেত্রে , $N = \Sigma f = 30$

নাম্বার (X)	f	c.f
10	2	2
20	3	5
30	5	10
40	10	20
50	5	25
60	3	28
70	2	30

$Q_1 = \left(\frac{N+1}{4}\right)$ তম পদের নাম

$= \left(\frac{30+1}{4}\right) = 7.7$ তম পদের নাম $\quad \therefore \quad Q_1 = 30$

$Q_3 = 3\left(\frac{N+1}{4}\right)$ তম পদের নাম

$= 3\left(\frac{30+1}{4}\right)$ তম পদের নাম

$= 23.25$ তম পদের নাম $\quad \therefore \quad Q_3 = 50$

(iii) অবিচ্ছিন্ন সারির ক্ষেত্রে : নিম্নলিখিত রাশিতথ্য থেকে Q_1 এবং Q_3 গণনা করো।

নাম্বার	0–5	5–10	10–15	15–20	20–25	25–30	30–35	35–40
ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা (f)	4	6	8	12	12	8	6	4

সমাধান :

নাম্বার	ছাত্রছাত্রী (f)	C.f	
0 - 5	4	4	
5 - 10	6	10	
10 - 15	8	18	$\rightarrow Q_1$ শ্রেণি
15 - 20	12	30	
20 - 25	12	42	
25 - 30	8	50	$\rightarrow Q_3$ শ্রেণি
30 - 35	6	56	
35 - 40	4	60	
N = 60			

(i) $Q_1 = \left(\frac{N}{4}\right)$ তম পদের মান $\therefore Q_1 = l_1 + \frac{(N/4) - cf_1}{f} \times i$

$= \left(\frac{60}{4}\right)$ তম পদের নাম $= 10 + \frac{15-10}{8} \times 5$

$=15$ তম পদের নাম $= 10 + \frac{5\times5}{8}$

$= 10+3.12$

$= 13.12$

(ii) $Q_3 = 3\left(\frac{N}{4}\right)$ তম পদের সংখ্যা

$= 3\left(\frac{60}{4}\right)$ তম পদের সংখ্যা

$= 45$ তম পদের সংখ্যা

$\therefore Q_3 = l_1 + \frac{3(N/4) - cf_1}{f} \times i$

$= 25 + \frac{45-42}{8} \times 5$

$= 25 + \frac{15}{8}$

$= 25 + 1.87 \quad = 26.87$

3. **সংখ্যাগুরু মান :** সংখ্যাগুরু মান হল সবচেয়ে বেশি পুনরাবৃত্ত তথ্যের মান। যাকে Mo দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

(i) একক সারিতে সংখ্যা গুরু মান নির্ণয় :

পদক্ষেপ:

(a) একক সারিকে বিচ্ছিন্ন সারিতে রুপান্তর করো।

(b) তারপর কোন পদের সর্ববৃহৎ সংখ্যার পুনরাবৃত্তির (frequency বা পরিসংখ্যা মান) উপর ভিত্তি করে সংখ্যাগুরুমান পাওয়া যায়।

উদাহরণ : মনে করো, ছাত্রছাত্রীদের প্রাপ্ত নাম্বার হল—

5 , 7 , 2 , 7 , 6 , 6 , 2 , 3 , 3 , 9 , 9 , 9 , 7 , 2 , 7

সমাধান : একক সারিকে বিচ্ছিন্ন সারিতে রুপান্তরের মাধ্যমে দেখা যায়।

নাম্বার	পরিসংখ্যা
2	3
3	1
5	1
6	1
7	4
9	1

এক্ষেত্রে, সংখ্যাগুরু মান হল 7, যেহেতু এটি অধিক বার পুনরাবৃত্ত হয়েছে।

(ii) বিচ্ছিন্ন সারিতে সংখ্যাগুরু মান গণনা : একক সারির মতোই বিচ্ছিন্ন সারিতেও সংখ্যাগুরু মান নির্ণয় করা হয় পরিসংখ্যা মানের উপর ভিত্তি করে।

(iii) অবিচ্ছিন্ন সারিতে সংখ্যাগুরু মান গণনা : অবিচ্ছিন্ন সারি (ক্রম) বা পরিসংখ্যা বন্টনের ক্ষেত্রে সংখ্যাগুরু মানের শ্রেণি (Model Class) হল সর্ব্বোচ্চ পরিসংখ্যা মানের শ্রেণি।

এক্ষেত্রে সংখ্যাগুরু মান নির্ণয়ের সূত্রটি হল-

$$\text{Mo} = l_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times \text{i}$$

l_1 = সংখ্যাগুরু মানের শ্রেণির (Modal Class) নিম্ন শ্রেণিসীমা।

f_0 = সংখ্যাগুরু মানের শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণির পরিসংখ্যা (frequency)।

f_1 = সংখ্যাগুরু মানের শ্রেণি পরিসংখ্যা।

f_2 = সংখ্যাগুরু মানের শ্রেণির পরবর্তী শ্রেণির পরিসংখ্যা।

i = সংখ্যাগুরু মানের শ্রেণির শ্রেণি ব্যবধান।

উদাহরণ : নিম্নলিখিত তথ্যগুলো থেকে সংখ্যাগুরুর মান (Mode) নির্ণয় করো।

ছাত্রছাত্রীর নাম্বার :	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50
ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা :	2	4	9	3	2

সমাধান :

	নাম্বার (x)	ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা (f)	
	0 - 10	2	
	10 - 20	4	$\rightarrow f_o$
সংখ্যাগুরু শ্রেণী	20 - 30	9	$\rightarrow f_1$
	30 - 40	3	$\rightarrow f_2$
	40 -50	2	

$$M_0 = l_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times i$$

$$M_0 = 20 + \frac{9-4}{18-4-3} \times 10$$

$$= 20 + \frac{3}{11} \times 10$$

$$= 20 + \frac{30}{11}$$

$$= 20 + 2.72 \quad = 22.72$$

$\therefore$ সংখ্যাগুরু মান = 22.72

(*) গাণিতিক বা যৌগিক গড়ের সুবিধা ও অসুবিধা :

সুবিধাসমূহ :

(i) এটি বোঝার জন্য খুব সরল এবং গণনা করাও সহজ।

(ii) এটি একটি চল রাশির সবগুলো মানের উপর নির্ভরশীল।

(iii) এটি পরবর্তী বীজগাণিতিক নিয়মাবলি প্রয়োগের পক্ষে উপযুক্ত।

(iv) এখানে মানগুলোকে ক্রমানুসারে সাজানোর প্রয়োজন হয় না।

অসুবিধাসমূহ :

(i) এটি চলকের চরম মানের দ্বারা প্রভাবিত হয়।

(ii) এটি লেখচিত্র বা গ্রাফের দ্বারা উপস্থাপন করা যায় না।

(iii) একটি মাত্র রাশি অনুপস্থিত থাকলেও এটি গণনা করা বা নির্ণয় করা যায় না।

(iv) গুনগত মান বা অবস্থানের ক্ষেত্রে এটি ব্যবহার করা যায় না।

(**) মধ্যমার সুবিধা এবং অসুবিধা সমূহ :

সুবিধাসমূহ :

(i) এটি বোঝার জন্যে খুব সরল এবং গণনা করাও সহজ।

(ii) মধ্যমার মানকে লেখচিত্রের মাধ্যমে উপস্থাপন করা সম্ভব (ওজাইব) (ogive)

(iii) এটি চলকের চরমমান দ্বারা প্রভাবিত হয় না।

(iv) চলকের কোন মানের অনুপস্থিতি বা অসম্পূর্ণতা সত্ত্বেও মধ্যমা গণনা করা যায়।

অসুবিধাসমূহ :

(i) এটি পরবর্তী বীজগাণিতিক নিয়মাবলি প্রয়োগের পক্ষে অনুপযুক্ত।

(ii) মধ্যমা গণনার জন্য চলরাশির মানগুলোকে ক্রমানুসারে (উচ্চক্রম বা নিম্নক্রম) সাজানো প্রয়োজন,যার জন্য অনেক সময়ের প্রয়োজন।

(iii) এটি নমুনার বিচ্যুতির দ্বারা প্রভাবিত হয়।

(***) সংখ্যাগুরু মানের সুবিধা এবং অসুবিধা :

সুবিধাসমূহ :

(i) এটি গণনা করা সহজ।

(ii) এটি লেখচিত্রের দ্বারা উপস্থাপন করা যায়। (আয়তলেখ)

(iii) এটি চলকের চরমমান দ্বারা প্রভাবিত হয় না।

(iv) এটি পরিমানবাচক এবং গুণবাচক উভয় তথ্যের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য

অসুবিধাসমূহ :

(i) এটি চলকের সকল মানের উপর নির্ভর করে না।

(ii) সংখ্যাগুরু মানের সংজ্ঞা দ্ব্যর্থহীন নয় এবং অনেক ক্ষেত্রে দুর্বল ভাবে সংজ্ঞায়িত হয়।

(iii) বীজগাণিতিক সূত্রের প্রয়োগের ক্ষেত্রে এটা উপযুক্ত নয়।

(iv) এটি নমুনার বিচ্যুতির দ্বারা প্রভাবিত হয়।

এখানে আমরা গাণিতিক গড়, মধ্যমা এবং সংখ্যাগুরু মান সম্পর্কে সংক্ষেপে আলোচনা করেছি। বিভিন্ন প্রকারের গড় সমূহ তাদের বৈশিষ্ট্য বা চরিত্রের উপর ভিত্তি করে বিভিন্ন পরিস্থিতিতে গ্রহনযোগ্য হয়। প্রত্যেকেরই কিছু সামর্থ্য এবং দুর্বলতা রয়েছে।

গাণিতিক বা যৌগিক গড়, এবং মধ্যমা খুবই দ্ব্যর্থহীন (rigidly) ভাবে সংজ্ঞায়িত হলেও সংখ্যাগুরু মানের সংজ্ঞাটি দ্ব্যর্থহীন নয়।

গাণিতিক গড় চলকের সবগুলো পর্যবেক্ষন মানের উপর ভিত্তি করে গণনা করা হয় কিন্তু মধ্যমা এবং সংখ্যাগুরু মানের ক্ষেত্রে তা হয় না।

গাণিতিক বা যৌগিক গড়ের ক্ষেত্রে পরবর্তীতে বীজগাণিতিক সূত্রের যথার্থ প্রয়োগ করা যায়।

গাণিতিক বা যৌগিক গড় চলকের চরম মান দ্বারা প্রভাবিত হয় কিন্তু মধ্যমা বা সংখ্যাগুরু মান চরমমান দ্বারা প্রবাবিত হয় না।

অনুশীলনী

1.1 নিম্নলিখিত বক্তব্যগুলো সত্য নাকি মিথ্যা লেখো— (১ এর মান)

(i) গড়মানসমূহ অর্থনৈতিক নীতি নির্দেশিকা গঠনের ক্ষেত্রে সহায়তা করে।

(ii) গাণিতিক বা যৌগিক গড় চলকের চরমমান দ্বারা সবচেয়ে কম প্রভাবিত হয়।

(iii) যৌগিক গড়ের সূত্রটি হল—

$$\overline{X} = X_1 + X_2 + \text{.........} + Xn \div N$$
$$= \Sigma X \div N_2$$

(iv) কেন্দ্রীয় প্রবণতা বলতে পরিসংখ্যান ক্রমের কেন্দ্রীয় মানকে বোঝায়।

(v) আয়তলেখ (Histogram) কেন্দ্রীয় প্রবণতা পরিমাপের অন্তর্গত বিশেষত যৌগিক গড় প্রদর্শনের পদ্ধতি।

(vi) মধ্যমার সাপেক্ষে পদগুলোর বিচ্যুতির সমষ্টির মান শূন্য হয় $\{\Sigma(X - M_d) = 0\}$ ।

(viii) গাণিতিক গড় হল একটি অবস্থানগত মান।

(ix) মধ্যমা চলকের চরমমান দ্বারা খুবই প্রভাবিত হয়।

(x) 3 , 4 , 4 , 5 , 5 , 2 , 1 , 1 , 4 , রাশিতথ্যের সংখ্যাগুরু মান হল 4।

1.2 সঠিক উত্তর বাছাই করো (MCQ) :

(i) 3 , 9 , 7 , 5 , 13 এই রাশিতথ্যের মধ্যমার মান হল—

(a) 3 (b) 6 (c) 7 (d) 13

(ii) মধ্যমা কোন পরিসংখ্যা সারিকে কয়টি ভাগে ভাগ করে ?

(a) দুইভাগে (b) তিনভাগে (c) চারভাগে (d) কোনটাই নয়

(iii) মধ্যমা গণনা করার জন্য সমস্ত পদগুলোকে সাজানো হয়—

(a) নিম্নক্রমানুসারে (b) উচ্চক্রমানুসারে (c) (a) অথবা (b) এর যেকোন একটি (d) কোনটাই নয়

(iv) যৌগিক গড় বের করার সূত্রটি হল—

a) $\overline{X} = \Sigma X$ b) $\overline{X} = \frac{\Sigma X}{N}$. c) $\overline{X} = \Sigma X - N$ d) $\overline{X} = \frac{\Sigma X}{N - X}$

(v) নীচের কোনটি কেন্দ্রীয় প্রবনতা পরিমাপের পদ্ধতি নয় ?

(a) যৌগিক গড় (b) সংখ্যাগুরু মান (c) সম্যক বিচ্যুতি (d) মধ্যমা

(vi) চলকে সমস্ত পদ বা পর্যবেক্ষণগুলোকে ব্যবহার করে গণনা করা হয়—

(a) মধ্যমা (b) সংখ্যাগুরু মান (c) যৌগিক গড় (d) কোনটিই নয়

(vii) গাণিতিক গড় 5 এর সাপেক্ষে 8 , 1, 6 , 5 মানগুলোর বিচ্যুতির সমষ্টি হল—

(a) –1 (b) 0 (c) 1 (d) কোনটাই নয়

(viii) গাণিতিক গড় (A.M) এর সাপেক্ষে চলকের মানের বিচ্যুতির বর্গের যোগফল হল—

(a) সর্ববৃহৎ (b) সর্বনিম্ন (c) শূন্য (d) কোনটাই নয়

(ix) —————— এর ক্ষেত্রে বীজগাণিতিক সূত্রের প্রয়োগ উপযুক্ত নয়।

(a) যৌগিক গড় (b) মধ্যমা (c) কোনটাই নয় (d) উভয়ই

(x) যৌগিক গড় হল—

(a) দুই প্রকার (b) আট প্রকারের (c) দশ প্রকারের (d) সাত প্রকারের

1.3 শূন্যস্থান পূরণ করো :

(i) —————— হল অবস্থানগত গড়।

(ii) মধ্যমা হল কোন সারির —————।

(iii) $M_0 = l_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}$, এখানে l_1 এর অর্থ হল সংখ্যাগুরু মানের শ্রেণীর ————— শ্রেণী সীমা।

(iv) বিচ্ছিন্ন ক্রমের ক্ষেত্রে মধ্যমা অবস্থান পদ হল —————।

(v) অবিচ্ছিন্ন ক্রমের ক্ষেত্রে মধ্যমার অবস্থান পদ হল —————।

1.4 খুব সংক্ষিপ্ত প্রশ্ন :

1. কোন যৌগিক গড় প্রত্যেকটি পদ বা পর্যবেক্ষণ মানকে আপেক্ষিক গুরুত্ব প্রদান করে ?
2. যৌগিক গড়ের অর্থ লেখো।
3. কেন্দ্রীয় প্রবনতার পরিমাপ বলতে কি বোঝ ?
4. যৌগিক গড়ের ধারণগুলো কি কি ?
5. অবিচ্ছিন্ন ক্রমের তথ্যে যৌগিক গড় গণনা করার সংক্ষিপ্ত পদ্ধতি বা কল্পিত গড় পদ্ধতির সূত্রটি দেখাও।
6. মধ্যমার সংজ্ঞা দাও ?
7. সংখ্যাগুরু মান এর সংজ্ঞা দাও।
8. মধ্যমাকে দেখানোর জন্য কোন লেখচিত্র ব্যবহৃত হয় ?
9. কোন গড়মানটি রাশিতথ্যের ক্রমকে দুইটি সমান ভাগে ভাগ করে ?
10. 3 , 5 , 6 , 9 - এই রাশিতথ্যের মধ্যমা গণনা করো।

2. সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্নোপত্র : (3/4 এর মান)

(i) মধ্যমার দুটি সুবিধা এবং দুটি অসুবিধা উল্লেখ করো।

(ii) সংখ্যাগুরু মানের দুটি সুবিধা এবং দুটি অসুবিধা উল্লেখ করো।

(iii) যৌগিক গড়ের যেকোন তিনটি সুবিধার উল্লেখ করো।

(iv) যৌগিক গড়ের যোকোন তিনটি অসুবিধার উল্লেখ করো।

(v) 'ভারযুক্ত গড়' এর উপর একটি টিকা লিখ।

3. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলো উত্তর দাও : (6 এর মান)

(i) কেন্দ্রীয় প্রবনতা পরিমাপের উদ্দেশ্যগুলো আলোচনা করো।

(ii) একটি আদর্শ গড়মানের প্রয়োজনী শর্তাবলি কি কি?

(iii) যৌগিক গড়, মধ্যমা এবং সংখ্যাগুরু মানের তুলনামূলক ধারণা প্রদান করো।

(iv) নিম্নলিখিত রাশিতথ্যের ভিত্তিতে মধ্যমা এবং যৌগিক গড় বের করো -

10 , 100 , 500 , 1000 , 1190

(v) নিম্নলিখিত তথ্যের ভিত্তিতে মধ্যমা এবং যৌগিক গড় বের করো -

10 , 12 , 17 , 16 , 14 , 11 , 15 , 17

(vi) নিম্নলিখিত রাশিতথ্যের ভিত্তিতে যৌগিক গড়, মধ্যমা এবং সংখ্যাগুরু মান বের করো-

33 , 20 , 35 , 50 , 35 , 52 , 35 , 39

(vii) নিম্নলিখিত রাশিতথ্যের ভিত্তিতে যৌগিক গড়, মধ্যমা এবং সংখ্যাগুরু মান গণনা করো।

নাম্বার	0–10	10–20	20–30	30-40	40–50
ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা	3	13	18	12	5

(ix) নিম্নে প্রদত্ত তথ্য থেকে যৌগিক গড় মান বের করো—

(a) প্রত্যক্ষ পদ্ধতি (b) সংক্ষিপ্ত পদ্ধতি (c) ধাপ বিচ্যুতি পদ্ধতি

নাম্বার	5	15	25	35	45	55	65
ছাত্র-ছাত্রী	4	6	10	20	10	6	4

(x) নিম্নোক্ত তথ্যের ব্যবহার করে যৌগিক গড় মান বের করো—

(a) সংক্ষিপ্ত পদ্ধতি (b) ধাপ বিচ্যুতি পদ্ধতি

X	100–200	200–300	300–400	400–500	500–600
F	10	18	12	20	4

(xi) নিম্নলিখিত তথ্যরাশি থেকে মধ্যমা এবং সংখ্যাগুরু মান গণনা করো—

নাম্বার	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50	50–60	60–70	70–80
পরিসংখ্যা	2	18	30	45	35	20	6	3

(xii) নিম্নলিখিত তথ্যরাশি থেকে মধ্যমা এবং সংখ্যাগুরু মান গণনা করো—

নাম্বার	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50	50–60
পরিসংখ্যা	4	15	10	7	3	1

উত্তরমালা

1.1 সত্য / মিথ্যা সংক্রান্ত প্রশ্নের দাও :

(i) সত্য (ii) মিথ্যা (iii) সত্য (iv) সত্য (v) মিথ্যা (vi) মিথ্যা

(vii) সত্য (viii) মিথ্যা (ix) মিথ্যা (x) সত্য

1.2 MCQ প্রশ্নের উত্তর :

(i) (c) (ii) (a) (iii) (c) (iv) (b) (v) (c) (vi) (c)

(vii) (b) (viii) (b) (ix) (b) (x) (a)

1.3 শূন্যস্থান পূরনের উত্তর :

(i) মধ্যমা (ii) মধ্যবিন্দু (iii) নিম্ন (iv) $\left(\frac{N+1}{2}\right)$ তম পদের মান (v) $\left(\frac{N}{2}\right)$ তম পদ

1.4 অতি ক্ষুদ্র প্রশ্নের উত্তর :

1. ভারযুক্ত যৌগিক গড়।
2. যৌগিক গড়ের সংজ্ঞানুসারে সমস্ত পর্যবেক্ষণের মানগুলোর যোগফলের সমষ্টিকে মোট পর্যবেক্ষনের সংখ্যা দিয়ে ভাগ করে যৌগিক গড় পাওয়া যায়।
3. কেন্দ্রীয় প্রবনতার পরিমাপ হল একটি একক মান বের করার প্রক্রিয়া, যার মাধ্যমে সামগ্রিক রাশিতথ্যসমূকে উপস্থাপন করা যায়।
4. দুই ধরনের যৌগিক গড় রয়েছে- সরল যৌগিক গড় এবং ভারযুক্ত যৌগিক গড়।
5. A.M (যৌগিক গড়)

   $(\overline{X}) = A + \frac{\sum fd}{N}$, যেখানে $(d = m - A)$
6. মধ্যমা মান বা মধ্যমা হল রাশিতথ্যের পরম মানের ভিত্তিতে (ক্রমানুসারে) সাজানোর অবস্থায় 'মধ্যম' উপাদান বা পদের মান।
7. সংখ্যাগুরু মান হল সবচেয়ে বেশি পুনরাবৃত্ত তথ্যের মান।
8. ওজাইব রেখা।
9. মধ্যমা।
10. মধ্যমার মান হল 5।

অধ্যায়-6

বিস্তৃতির পরিমাপ

পূর্বের অধ্যায়ে আমরা কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ অর্থাৎ কিভাবে গড়, মধ্যমা ও ভূয়িষ্ঠক (সংখ্যা গুরুমান) নির্ণয় করা যায় সে সম্পর্কে জেনেছি। কিন্তু রাশিতথ্যের বিভিন্ন মানের বৈশিষ্টগুলো ব্যাখ্যা করার ক্ষেত্রে এই পরিমাপগুলো যথেষ্ট নয়। নিচের সারণিতে তিনটি কারখানার পাঁচজন করে শ্রমিকের মজুরির তালিকা দেওয়া হল, এর বিশ্লেষণ করে দেখা যাক্।

তিনটি কারখানাতেই মজুরির গড়, মধ্যমা ও সংখ্যাগুরু মান 4000। A কারখানাতে গড় মজুরি ও শ্রমিকদের প্রকৃত মজুরিতে কোন পার্থক্য নেই। B কারখানায় গড় মজুরি ও প্রত্যেকের প্রকৃত মজুরির মধ্যে অল্প পার্থক্য রয়েছে। কিন্তু C কারখানায় গড় মজুরি ও প্রকৃত মজুরির মধ্যে বিরাট পার্থক্য দেখা যাচ্ছে।

কারখানা A	**কারখানা B**	**কারখানা C**
4000	3500	500
4000	3800	750
4000	4000	4000
4000	4200	7250
4000	4500	7500

তাই কোন পরিসংখ্যা বিভাজনের বৈশিষ্ট্যগুলো যথাযথ ভাবে উপস্থাপন করতে কিছু অতিরিক্ত সংক্ষিপ্ত পরিমাপের প্রয়োজন। এমনই একটি পরিমাপ হল—'বিস্তৃতির পরিমাপ'।

6.1 বিস্তৃতির পরিমাপের অর্থ :

গড় হতে রাশিতথ্যের মানগুলো পার্থক্য বা ভেদ পরিমাপক সংখ্যাকে বিস্তৃতি (Dispersion) বলা হয়। অন্যভাবে বলা যায়, কোনো পরিসংখ্যা বণ্টন বা রাশিতথ্যগুলোর মানসমূহ তাদের পরিসংখ্যান গড়ের চারদিকে কিভাবে বিস্তৃত অথবা মান সমূহের সাথে পরিসংখ্যা গড়ের যে পার্থক্য বা ভেদ রয়েছে তা প্রকাশ করার সংখ্যাগত পরিমাপকই হল বিস্তৃতির পরিমাপ।

6.2 বিস্তৃতির পরিমাপের উদ্দেশ্য :

বিস্তৃতির পরিমাপের সাথে সম্পর্কিত কিছু নির্দিষ্ট উদ্দেশ্য হল—

(a) একটি রাশিতথ্য মালার গড় মান হতে প্রকৃত মানগুলোর কি ভিন্নতা রয়েছে তা জানতে।

(b) কেন্দ্রীয় প্রবণতার উভয় পক্ষের একটি রাশিমালা রচনা বা মানগুলির বিচ্ছুরণ বিষয়ে জানতে।

(c) রাশিতথ্যমালার মানগুলির ব্যপ্তি (অর্থাৎ সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মানের পার্থক্য) সম্পর্কে জানতে।

(d) দুই বা ততোধিক রাশিতথ্য মালার মধ্যে বৈষম্যের তুলনা করতে। (বৈষম্যের মাত্রা জানতে)

(e) কেন্দ্রীয় প্রবনতা প্রকৃত অর্থেই রাশিতথ্য মালার প্রতিনিধিত্ব করে কিনা তা জানতে।

6.3 বিস্তৃতির পরিমাপের পরম ও অপেক্ষিক পরিমাপ :

যখন কোন রাশিতথ্যমালার বিস্তৃতিকে রাশিতথ্যমালার প্রকৃত একক গুলির ভিত্তিতে প্রকাশ করা হয় তাকে বলে বিস্তৃতির পরম পরিমাপ। যখন শুধুমাত্র একটি বিভাজন (Statistical distribution) সেট কে বিবেচনা করা হয় তখনই এই পরম পরিমাপ ব্যবহার হয়। দুই বা ততোধিক পরিসংখ্যা বিভাজন সেট যেখানে ভিন্ন পরিমাপের একক ব্যবহার হয়, এর তুলনা করার ক্ষেত্রে পরম পরিমাপের ব্যবহার করা যায় না [যেমন টাকার সাথে কিলোগ্রামের তুলনা]। বিস্তৃতির পরম পরিমাপ গুলি হল—

(a) প্রসার (Range)

(b) চতুর্থক বিচ্যুতি (Quartile deviation)

(c) গড় বিচ্যুতি (Mean deviation)

(d) সমক বিচ্যুতি (Standard deviation)

(e) লরেঞ্জ রেখা (Lorenz Curve)

অন্যদিকে, বিস্তৃতির আপেক্ষিক পরিমাপ কিছু আপেক্ষিক মান বা শতাংশের মধ্যমা রাশিতথ্যের (data) পরিবর্তনশীলতা প্রকাশ করে। এক সাথে দুই বা ততোধিক রাশিতথ্যমালার বিশ্লেষণের ক্ষেত্রে তা ব্যবহার করা হয়। বিস্তৃতির আপেক্ষিক পরিমাপকে বিস্তৃতির গুণাংক (Coefficient of dispersion) বলা হয়। বিস্তৃতির অপেক্ষিক পরিমাপগুলো হল—

(a) প্রসার গুণাংক /সহগ

(b) চতুর্থক বিচ্যুতির গুণাংক / সহগ

(c) গড় বিচ্যুতির গুণাংক / সহগ

(d) সমক বিচ্যুতি গুণাংক / সহগ

(e) প্রকরনের গুণাংক / সহগ (Coefficient of variation)

6.3.1 একটি ভাল বিচ্যুতির পরিমাপের গুণাবলি :

বিচ্যুতির পরিমাপ হল দ্বিতীয় পর্যায়ের গড়। তাই গড়ের সবগুলো ভাল গুণাবলিই বিচ্যুতির পরিমাপে থাকা দরকার। একটি ভাল বিচ্যুতির পরিমাপের যে সব গুণাবলি থাকা দরকার তা হল—

(a) এটা সহজেই গণনা ও বোঝা যেতে হবে

(b) এটা চলের সবগুলো মানের উপর ভিত্তি করে নির্ধারণ করতে হবে

(c) এটি কঠোরভাবে (rigidly) সংগায়িত করা উচিত

(d) নমুনা (Sampling) চয়নের পরিবর্তনে যাতে তা প্রভাবিত না হয় এবং প্রান্তীয় (চরম) রাশিসমূহের দ্বারা যাতে তা প্রভাবিত না হয়।

(e) বীজগণিতীয় রাশিমালা (বীজগাণিতিক সূত্র) প্রয়োগের ক্ষেত্রে যাতে তা উপযুক্ত হয়।

6.4 প্রসার (Range) :

বিচ্যুতি পরিমাপের সরলতম পদ্ধতি হল প্রসার। প্রসার কোন রাশিমালার বন্টনের সর্বোচ্চ মান (H) ও সর্বনিম্ন মানের (L) অন্তর ফল। তাই প্রসার (R) = H – L যেখানে, H = রাশিমালার সর্বোচ্চ মান

L = রাশিমালার সর্বনিম্ন মান

প্রসারের অপেক্ষিক পরিমাপ হল প্রসার গুণাংক (Coefficient of Range) প্রসার গুনাংক হল চলকের সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মানের অন্তর এবং সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্নমানের সমষ্টির অনুপাত। তাই

$$\text{প্রসার গুণাংক} = \frac{H-L}{H+L}$$

সমাধান সহ গাণিতিক উদাহরণ :

— প্রসার ও প্রসার গুণাংক নির্ণয় করো —

1. নম্বর : 20 40 30 70 50

সমাধান : প্রসার = H – L = 70 – 20 = 50

$$\text{প্রসার গুণাংক} \quad \frac{H-L}{H+L} = \frac{70-20}{70+20} = \frac{50}{90} = 0.55$$

(H = সর্বোচ্চ মান , L = সর্বনিম্ন মান)

2.

নম্বর :	10	20	30	40	50
পরিসংখ্যা :	7	10	12	8	3

সমাধান : প্রসার = H – L = 50–10 = 40

$$\text{প্রসার গুণাংক} = \frac{H-L}{H+L} = \frac{50-10}{50+10} = \frac{40}{60} = 0.66$$

3.

শ্রেণী :	0–10	10–20	20–30	30–40
পরিসংখ্যা :	7	9	15	5

সমাধান : প্রসার = H–L = 40 – 0 = 40

$$\text{প্রসার গুণাংক} = \frac{H-L}{H+L} = \frac{40-0}{40+0} = \frac{40}{40} = 1$$

6.4.1 প্রসারের সুবিধা এবং অসুবিধা :

প্রসারের সুবিধাগুলো হল—

(a) প্রসার গণনা ও বোঝার পক্ষে সহজ

(b) প্রসার হতে আমরা খুব সহজেই এবং দ্রুতভাবে পরিবর্তনশীলতার পরিমাপ পেতে পারি।

(c) প্রসার হতে আমরা এক নজরে রাশিতথ্যের (data) বিস্তৃত চিত্র পেতে পারি।

প্রসারের অসুবিধাগুলো হল—

(a) প্রসার চলের চরম মান দ্বারা প্রভাবিত হয়। সবগুলো চলের ব্যবহার হয় না।

(b) প্রসারের ক্ষেত্রে নমুনা বিচ্যুতি (Sample fluctuation) প্রভাব খুব বেশী

(c) উন্মুক্ত প্রান্ত বিশিষ্ট শ্রেণিযুক্ত পরিসংখ্যা বিভাজনের ক্ষেত্রে প্রসার নির্ণয় করা যায় না, কারন সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মান থাকে না।

(d) প্রসার নির্ণয়ে কোন কেন্দ্রীয় মানের সাপেক্ষে অন্য মানগুলোর বিস্তৃতি দেখানো হয় না।

6.5 চতুর্থক বিচ্যুতি (Quartile deviation)

বিস্তৃতির পরিমাপক হিসাবে প্রসারের (Range) চেয়ে চতুর্থক পার্থক্য তুলনামূলকভাবে উন্নতর। চতুর্থক বিচ্যুতিতে আমাদের ১ম চতুর্থক (Q_1) ও ৩য় চতুর্থক (Q_3) প্রথমেই নির্ণয় করতে হয় যা কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ অধ্যায়ে শেখানো হয়েছে।

চতুর্থক পার্থক্য (Inter Quartile range) :

উচ্চ চতুর্থক বা তৃতীয় চতুর্থক (Q_3) এবং নিম্ন চতুর্থক বা প্রথম চতুর্থকের (Q_1) পার্থক্যকে বলা হয় চতুর্থক পার্থক্য।

চতুর্থক পার্থক্য = $Q_3 - Q_1$

চতুর্থক বিচ্যুতি (Quartile deviation) :

তৃতীয় বা উচ্চ চতুর্থক (Q_3) এবং প্রথম বা নিম্ন চতুর্থকের (Q_1)

পার্থক্যের অর্ধেকেই বলা হয় চতুর্থক বিচ্যুতি।

$$\text{চতুর্থক বিচ্যুতি} = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

চতুর্থক বিচ্যুতি গুণাংক (Coefficient of Quartile deviation)

চতুর্থক বিচ্যুতির আপেক্ষিক পরিমাপকেই বলা হয় চতুর্থক বিচ্যুতি গুণাংক। এর সূত্র হল—

$$\text{চতুর্থক বিচ্যুতি গুণাংক} = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

6.5.1 চতুর্থক পার্থক্য, চতুর্থক বিচ্যুতি ও চতুর্থক বিচ্যুতির গুণাংক নির্ণয়

(a) সতন্ত্রক্রম (Individual Series) : নিচের সারণি হতে চতুর্থক পার্থক্য, চতুর্থক বিচ্যুতি ও চতুর্থক বিচ্যুতি গুণাংক নির্ণয় করো।

200 , 160 , 210 , 208 , 220 , 250 , 300

সমাধান : প্রথমেই আমাদের সংখ্যা গুলিকে মানের উর্দ্ধক্রমে সাজাতে হবে—

160 , 2100 , 208 , 210 , 220 , 250 , 300

এক্ষেত্রে N = 7

$\therefore$ ১ম চতুর্থক (Q_1) = $\left(\frac{N+1}{4}\right)$ তম রাশির মান = $\left(\frac{N+1}{4}\right)$ তম রাশির নাম = 2য় রাশির মান = 200

$\therefore$ ৩য় চতুর্থক (Q_3) = 3 $\left(\frac{N+1}{4}\right)$ তম রাশির মান = 3 $\left(\frac{N+1}{4}\right)$ তম রাশির মান = 6 ষ্ঠ রাশির মান = 250

$\therefore$ চতুর্থক পার্থক্য $= Q_3 - Q_1 = 250 - 200 = 50$

$\therefore$ চতুর্থক বিচ্যুতি $= \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{250-200}{2} = \frac{50}{2} = 25$

$\therefore$ চতুর্থক বিচ্যুতি গুণাংক $= \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} = \frac{250-200}{250+200} = \frac{50}{450} = 0.11$

(b) বিচ্ছিন্ন ক্রম (Discrete Series) :

নিচের সারণি হতে চতুর্থক পার্থক্য, চতুর্থক বিচ্যুতি ও চতুর্থক বিচ্যুতির গুণাংক নির্ণক করো।

নম্বর :	2	4	6	8	10	12
ছাত্র সংখ্যা :	3	5	10	12	6	4

সমাধান :

নম্বর	ছাত্রসংখ্যা (F)	ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (CF)
2	3	3
4	5	8
6	10	18
8	12	30
10	6	36
12	4	40
	N = 40	

$\therefore$ Q_1 = চলের $\left(\frac{N+1}{4}\right)$ তম মান = চলের $\left(\frac{40+1}{4}\right)$ তম মান = চলের 10.25 তম মান = 6

$\therefore$ Q_3 = চলের 3 $\left(\frac{N+1}{4}\right)$ তম মান = চলের 3 $\left(\frac{40+1}{4}\right)$ তম মান = চলের 10.75 তম মান = 10

$\therefore$ চতুর্থক পার্থক্য $= Q_3 - Q_1 = 10 - 6 = 4$

$\therefore$ চতুর্থক বিচ্যুতি $= \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{10-6}{2} = \frac{4}{2} = 2$

$\therefore$ চতুর্থক বিচ্যুতি গুণাংক $= \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} = \frac{10-6}{10+6} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} = 0.25$

(c) নিরবিচ্ছিন্ন চল বা ক্রম (Contineous Series) :

নিচের সারণি হতে চতুর্থক পার্থক্য, চতুর্থক ও চতুর্থক বিচ্যুতি গুণাংক নির্ণয় করো।

শ্রেণী :	0–5	5–10	10–15	15–20	20–15	25–30
পরিসংখ্যা :	3	9	15	23	30	20

সমাধান :

শ্রেণি	পরিসংখ্যা (f)	ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (cf)
0–5	3	3
5–10	9	12
10–15	15	27
15–20	23	50
20–25	30	80
25–30	20	100
N = 100		

$\therefore$

$Q_1 = \frac{N}{4}$ তম মান $= \frac{100}{4}$ তম মান = 25 তম মান এক্ষেত্রে 25 তম মানটি (10–15) শ্রেণিতে রয়েছে,

অর্থাৎ (10–15) হল Q_1 শ্রেণি।

$$\therefore \quad Q_1 = l_1 + \frac{N/4 - CF}{F} \times h$$

$$= 10 + \frac{25-12}{15} \times 5 \qquad = 14.33$$

(যেখানে, $L_1 = Q_1$ শ্রেণির নিম্নসীমা, $CF = Q_1$ শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণির ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা, $F = Q_1$ শ্রেণির পরিসংখ্যা $h = Q_1$ শ্রেণির দৈর্ঘ্য।)

$\therefore$ $Q_3 = 3\frac{N}{4}$ তম মানের $= \frac{3\times100}{4}$ তম মান = 75 তম মান। এক্ষেত্রে 75 তম মানটি (20–25) শ্রেণিতে রয়েছে, অর্থাৎ (20–25) ই হল Q_3 শ্রেণি।

$$\therefore \quad Q_3 = L_1 + \frac{N/4 - CF}{F} \times h$$

$$= 20 + \frac{75-50}{30} \times 5 \quad = 24.17$$

যেখানে,

L_1 = Q_3 শ্রেণির নিম্নসীমা

CF = Q_3 শ্রেণির পূর্বের শ্রেণির ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা

F = Q_3 শ্রেণির পরিসংখ্যা

h = Q_3 শ্রেণির শ্রেণি দৈর্ঘ্য

∴ চতুর্থক পার্থক্য $= Q_3 - Q_1 = 24.17 - 14.33 = 9.85$

∴ চতুর্থক বিচ্যুতি $= \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{24.17 - 14.33}{2} = \frac{9.84}{2} = 4.92$

∴ চতুর্থক বিচ্যুতি গুণাংক $= \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} = \frac{24.17 - 14.33}{24.17 + 14.33} = \frac{9.84}{38.50} = 0.25$

6.5.2 চতুর্থক বিচ্যুতির সুবিধা ও অসুবিধা :

চতুর্থক বিচ্যুতির সুবিধাগুলো হল—

(a) এটি গণনা ও বোঝার পক্ষে সহজ

(b) এটি চলরাশির কোন চরম মানের দ্বারা প্রভাবিত হয় না।

(c) উন্মুক্ত প্রান্ত শ্রেণীর (open ended) ক্ষেত্রে এটা বিশেষ ভাবে প্রযোজ্য

(d) অপ্রতিগম (Skewed) বিভাজনের ক্ষেত্রেও তা প্রযোজ্য যেখানে বিস্তৃতির অন্যান্য পরিমাপগুলো তখন চরম মান দ্বারা প্রভাবিত হয়।

চতুর্থক বিচ্যুতির অসুবিধাগুলো হল—

(a) ইহা চলের সব মানের উপর নির্ভর করে না।

(b) এর নমুনা বিচ্যুতি খুব বেশী।

(c) বীজগণিতের সহজ নিয়মাবলি প্রয়োগের ক্ষেত্রে এর ব্যবহার সুবিধাজনক নয়।

(d) এর থেকে বিস্তৃতির পরিধি সম্পর্কে নিখুত ধারণা পাওয়া যায় না, শুধুমাত্র একটি আসন্ন (Approximate) ধারণা পাওয়া যায়

6.6 গড় বিচ্যুতি (Mean Deviation)

প্রসার ও চতুর্থক বিচ্যুতি উভয়ই ক্ষেত্রেই একটি সাধারণ দূর্বলতা রয়েছে অর্থাৎ এই গুলিকে গণনা করার সময় কোন চলের চূড়ান্ত মান (প্রসারের ক্ষেত্রে) বা চতুর্থকের মান (চতুর্থক বিচ্যুতির ক্ষেত্রে) এর উপর ভিত্তি করে। তাই এমন একটি বিস্তৃতির পরিমাপ প্রয়োজন যা কোন চলের সবগুলি মানকেই প্রাধান্য দেয় এবং চলের কেন্দ্রীয় মানের সাথে সম্পর্কযুক্ত হয়ে নির্ধারিত হয়। এমনই একটি পরিমাপ হল গড় বিচ্যুতি।

6.6.1 গড় বিচ্যুতি :

গড় বিচ্যুতি হল কোন একটি কেন্দ্রীয় গড় (গাণিতিক গড়, মধ্যমা বা সংখ্যাগুরু মান) হতে তাদের মান গুলির বিস্তৃতির একটি পরম পরিমাপ এবং এর গড় মান হতে চলের মান সমুহের ধনাত্বক পার্থক্যের গাণিতিক গড়ের সমান।

তাত্ত্বিক ভাবে গড় বিচ্যুতি নির্ণয়ের ক্ষেত্রে গাণিতিক গড় বা মধ্যমা বা সংখ্যাগুরু মান এর যে কোনটি হতেই বিচ্যুতি নির্ণয় করা যায়। কিন্তু সংখ্যাগুরু মান হতে তা নির্ধারণ করা হয় না। বিভ্রান্তকর ফলাফল প্রদান করায় গড় বিচ্যুতি নির্ণয়ে তা সাধারণত ব্যবহার করা যায় না। গাণিতিক গড় ও মধ্যমার ক্ষেত্রে মধ্যমাকেই বেশী প্রাধান্য দেওয়া হয় গড় বিচ্যুতি নির্ধারণে কারণ মধ্যমা হতে বিচ্যুতিগুলির সমষ্টি, গড় হতে বিচ্যুতিগুলির সমষ্টির তুলনায় কম হয়। বিচ্যুতি নির্ণয়ে চিহ্নকে (+ বা –) অবজ্ঞা করা হয় এবং বিচ্যুতিগুলোকে ধনাত্বক ধরা হয়।

■ স্বতন্ত্রক্রমের **(Individual Series)** ক্ষেত্রে—

গড় হতে গড় বিচ্যুতি $MD_{\overline{X}}) = \dfrac{\Sigma|D|}{N}$ যেখানে, $|D| = |X - \overline{X}|$

N = চলক সংখ্যা

$\overline{X}$ = গড়

মধ্যমা হতে গড় বিচ্যুতি $(MD_{Me}) = \dfrac{\Sigma|D|}{N}$ যেখানে, $|D| = |\overline{X} - M|$

Me = মধ্যমা

■ বিচ্ছিন্নক্রমের ক্ষেত্রে (Discrete Series) –

গড় হতে গড় বিচ্যুতি $(MD_{\overline{X}}) = \dfrac{\Sigma f\,|D|}{N}$ যেখানে,

f = পরিসংখ্যা $|D| = |X - \overline{X}|$

N = পরিসংখ্যা সমষ্টি = Σf

মধ্যমা হতে গড় বিচ্যুতি $(MD_{Me}) = \dfrac{\Sigma f\,|D|}{N}$ যেখানে, $|D| = |X - Me|$ (Me= মধ্যমা)

f = পরিসংখ্যা

■ নিরবিচ্ছিন্নক্রমের ক্ষেত্রে (Contineous Series) –

গড় হতে গড় বিচ্যুতি $(MD_{\overline{X}}) = \dfrac{\Sigma f\,|D|}{N}$ যেখানে $|D| = |M - \overline{X}|$

M = শ্রেণির মধ্যবিন্দু

মধ্যমা হতে গড় বিচ্যুতি $(MD_{Me}) = \dfrac{\Sigma f\,|D|}{N}$ যেখানে, $|D|=|M-Me|$

M = শ্রেণির মধ্যবিন্দু

Me = মধ্যমা

6.6.2 গড় বিচ্যুতি গুণাংক (Coefficient of Mean deviation (MD))

গড় বিচ্যুতির আপেক্ষিক পরিমাপ হল গড় বিচ্যুতি গুণাংক। গড় বা মধ্যমা উভয় মান হতেই তা নির্ধারন করা যায়।

(a) গড় বিচ্যুতি গুণাংক $= \frac{MD_{\bar{x}}}{\bar{X}}$ (গড় হতে)

যেখানে, $\bar{X}$ = গড়

Me = মধ্যমা (Medium)

(b) গড় বিচ্যুতি গুনাংক (মধ্যমা হতে) $= \frac{MD_{Me}}{Me}$

(গাণিতিক উদাহরণ)

6.6.3 গড় বিচ্যুতি ও তার গুণাংক নির্ণয়

(a) স্বতন্ত্র চলের ক্ষেত্রে—

নিচের রাশিতথ্য গড় বিচ্যুতি ও তার গুণাংক নির্ণয় করো

5 , 8 , 11 , 12 , 14

সমাধান—

(i) গড় হতে গড় বিচ্যুতি ও গড় বিচ্যুতি গুণাংক—

মান (X)	$\mid D \mid = \mid X - \bar{X} \mid = \mid X - 10 \mid$
5	5
8	2
11	1
12	2
14	4
$\Sigma X = 50$	$\mid \Sigma \mid D = 14$

$\therefore$ গড় ($\bar{X}$) $= \frac{\sum X}{N} = \frac{50}{5} = 10$

$\therefore$ গড় হতে গড় বিচ্যুতি $MD_{\bar{X}} = \frac{\sum |D|}{N} = \frac{14}{5} = 2.8$

$\therefore$ গড় বিচ্যুতি গুণাংক $= \frac{MD_{\bar{x}}}{\bar{X}} = \frac{2.8}{10} = 0.28$

(ii) মধ্যমা হতে গড় বিচ্যুতি ও গড় বিচ্যুতি গুণাংক—

মান (X)	$|D| = |X - Me| = |X \; 11|$
5	6
8	3
11	3
12	1
14	3
N = 5	Σ | D | = 13

মধ্যমা Me) = $\left(\dfrac{N+1}{2}\right)$ তম রাশির মান

$= \dfrac{5+1}{2}$ তম রাশির মান

= ৩য় রাশির মান (3rd রাশি)

= 11

$\therefore$ মধ্যমা হতে গড় বিচ্যুতি $(MD_{Me}) = \dfrac{\Sigma|D|}{N} = \dfrac{13}{5} = 2.6$

$\therefore$ গড় বিচ্যুতি গুণাংক $\dfrac{MD_{Me}}{Median} = \dfrac{2.6}{11} = 0.23$

(b) বিচ্ছিন্ন চলের ক্ষেত্রে—

নিচের সারণি হতে গড় বিচ্যুতি ও তার গুণাংক নির্ণয় করো

নম্বর (x) :	10	11	12	13	
পরিসংখ্যা (f) :	3	12	18	12	

সমাধান—

(i) গড় হতে গড় বিচ্যুতি ও তার গুণাংক নির্ণয়—

নম্বর (x)	পরিসংখ্যা (f)	fx	$|D| = |X - \bar{X}|$ $= |X - 11.87|$	f | D |
10	3	30	1.87	5.16
11	12	132	0.87	10.44
12	18	216	0.13	2.34
13	12	156	1.13	13.56
	N = Σf = 45	Σfx = 534		Σf| D| = 31.95

গড় $(\overline{X}) = \dfrac{\sum fx}{N} = \dfrac{534}{45} = 11.87$

$\therefore$ গড় হতে গড় বিচ্যুতি $(MD_{\overline{X}}) = \dfrac{\sum f\,|D|}{N} = \dfrac{31.95}{45} = 0.71$

$\therefore$ গড় বিচ্যুতি গুণাংক $= \dfrac{MD_{\bar{x}}}{\overline{X}} = \dfrac{0.71}{11.87} = 0.056$

(ii) মধ্যমার হতে গড় বিচ্যুতি :

নম্বর (x)	পরিসংখ্যা (f)	ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা	$\|D\| = \|X - Me\|$ $\|X - 12\|$	$f\,\|D\|$
10	3	3	2	6
11	12	15	1	12
12	18	33	0	0
13	12	45	1	12
	N = 45			$\Sigma f\,\|D\| = 30$

মধ্যমা $(Me) = \left(\dfrac{N+1}{2}\right)$ তম রাশির মান

$= \dfrac{45+1}{2}$ তম রাশির মান

= 23 তম রাশির মান = 12

$\therefore$ মধ্যমা হতে গড় বিচ্যুতি $(MD_{Me}) = \dfrac{\sum f\,|D|}{N} = \dfrac{30}{45} = 0.67$

$\therefore$ গড় বিচ্যুতি গুণাংক $= \dfrac{MD_{Me}}{Median} = \dfrac{0.67}{12} = 0.05$

(c) নিরবিচ্ছিন্ন চলের ক্ষেত্রে —

নিচের সারণি হতে গড় বিচ্যুতি ও তার গুণাংক নির্ণয় করো

শ্রেণি :	2–4	4–6	6–8	8–10
পরিসংখ্যা :	3	4	2	1

সমাধান—

(i) গড় হতে গড় বিচ্যুতি ও তার গুণাংক নির্ণয় :

শ্রেণি	পরিসংখ্যা(f)	মধ্যবিন্দ (X)	fx	$\|D\| = \|X - \overline{X}\|$	$f\|D\|$
2 - 4	3	3	9	2.2	6.6
4 - 6	4	5	20	0.2	0.8
6 - 8	2	7	14	1.8	3.6
8 - 10	1	9	9	3.8	3.8
	$\Sigma f N = N = 10$		$\Sigma f X = 52$		$\Sigma f\|D\| = 14.8$

$\therefore$ গড় $(\overline{X}) = \dfrac{\sum X}{N} = \dfrac{52}{10} = 5.2$

$\therefore$ গড় হতে গড় বিচ্যুতি $MD_{\overline{X}} = \dfrac{\sum f\ |D|}{N} = \dfrac{14.8}{10} = 14.8$

$\therefore$ গড় হতে গড় গুণাংক $= \dfrac{MD_{\bar{x}}}{\bar{X}} = \dfrac{1.48}{5.2} = 0.28$

(ii) মধ্যমা হতে গড় বিচ্যুতি :

শ্রেণি	পরিসংখ্যা (f)	ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা	শ্রেণির মধ্যবিন্দু (X)	$\|D\| = \|X - Me\|$	$f\|D\|$
2 - 4	3	3	3	2	6
4 - 6	4	7	5	0	0
6 - 8	2	9	7	2	4
8 - 10	1	10	9	4	4
	N = 10				$\Sigma f\|D\| = 14$

মধ্যমা (Me) $= \dfrac{N}{2}$ তম রাশির মান

$= \dfrac{10}{2}$ তম রাশির মান = 5ম রাশির মান

এক্ষেত্রে, 5ম রাশিটি (4–6) শ্রেণীতে রয়েছে, তাই (4–6) হল মধ্যমা শ্রেণি

$\therefore$ মধ্যমা (Me) $= L_1 + \dfrac{N/2 - CF}{F} \times h$

$$= 4 + \frac{5-3}{4} \times 2 \quad = 5$$

$\therefore$ মধ্যমা হতে গড় বিচ্যুতি $MD_{Me} = \frac{\sum f|D|}{N} = \frac{14}{10} = 1.4$

$\therefore$ মধ্যমা হতে গড় বিচ্যুতি গুণাংক $= \frac{MD_{Me}}{Median} = \frac{1.4}{5} = 0.28$

6.6.4 গড় বিচ্যুতির সুবিধা ও অসুবিধা

গড় বিচ্যুতির সুবিধাগুলো হল—

(a) এটি সহজেই বোঝা যায় ও গণনা করা যায়।

(b) এর মান প্রান্তীয় রাশি (চরম) সমূহের দ্বারা খুব একটা প্রভাবিত হয় না।

(c) এর সংজ্ঞা দ্বার্থহীন (rigid)

(d) রাশিমালার সকল রাশির উপর এর মান নির্ভরশীল।

(e) এর মাধ্যমে ভিন্ন বণ্টনগত রাশিমালার তুলনামূলক আলোচনা ভালো হয়।

গড় বিচ্যুতির অসুবিধাগুলি হল —

(a) বীজগাণিতিক দিক দিয়ে এই পদ্ধতি অযোক্তিক কারণ গড় বিচ্যুতি নির্ণয়ে ঋণাত্বক চিহ্নকে উপেক্ষা করা হয়।

(b) বীজগণিতীয় নিয়মাবলির প্রয়োগের ক্ষেত্রে এই পদ্ধতি উপযুক্ত নয়।

(c) এটি উন্মুক্ত প্রান্তীয় রাশিমালার ক্ষেত্রে প্রযোজ্য নয়।

(d) এটি যখন সংখ্যাগুরু মানের থেকে নির্ণয় করা হয় তখন তা খুব একটি নির্ভরশীল হয় না, কারন অনেক ক্ষেত্রে সংখ্যাগুরু মানের কোন নির্দিষ্ট মান থাকে না।

6.7 সমক বিচ্যুতি (Standard Deviation) :

বিচ্যুতির পরিমাপের সবচেয়ে বিজ্ঞানসম্মত পদ্ধতিটি হল সমক বিচ্যুতি এবং তাই রাশিবিজ্ঞানের বিশ্লেষণে এর ব্যাপক ব্যবহার হয়ে থাকে।

সমক পার্থক্য হল মানগুলোর গাণিতিক গড় হতে তাদের পার্থক্য গুলির বর্গসমূহের গাণিতিক গড়ের ধনাত্বক বর্গমূল। সমক পার্থক্য (SD) কে সাধারণত ক্ষুদ্র গ্রীক অক্ষর ‘σ’ (সিগমা) দ্বারা চিহ্নিত করা হয়।

সমক পার্থক্যের আপেক্ষিক পরিমাপকে বলা হয় সমক পার্থক্য গুণাংক (Coefficient of Standard Deviation) -যা হল সমক পার্থক্য ও গড় এর অনুপাত।

সমক পার্থক্য গুণাংক $= \frac{\text{সমক পার্থক্য}\,\sigma}{\text{গড়}\,(\bar{X})} = \frac{\sigma}{\bar{X}}$

সমক পার্থক্য উপর ভিত্তি করে অন্য একটি পারিমাপও নির্ধারণ করা হয় যাকে বলে ভেদাঙ্ক (Cofficient of Variation)

$$\text{ভেদাঙ্ক} = \frac{\text{সমক বিচ্যুতি}}{\text{গড়}\left(\overline{X}\right)} \times 100$$

সমক বিচ্যুতিকে নিম্নলিখিত চারটি পদ্ধতিতে পরিমাপ করা যায়—

(a) প্রকৃত গড় পদ্ধতি

(b) প্রত্যক্ষ পদ্ধতি

(c) কল্পিত গড় পদ্ধতি / শর্টকাট্ পদ্ধতি

(d) ধাপ বিচ্যুতি পদ্ধতি

বিভিন্ন ধরনের চলের বা ক্রমের ক্ষেত্রে সমক বিচ্যুতি নির্ণয়ে বিভিন্ন সূত্রের ব্যবহার হয়।

6.7.1 স্বতন্ত্র সারির (Individual Series) বা ক্রমের ক্ষেত্রে সমক বিচ্যুতি নির্ণয়

প্রশ্ন নিচের রাশিতথ্যের থেকে সমক বিচ্যুতি (SD) নির্ণয় করো :

5 , 8 , 7 , 11 , 14

সমাধান :

(a) প্রকৃত গড় পদ্ধতিতে SD নির্ণয় :

নম্বর (X)	$Y = X - \overline{X}$	Y^2
5	– 4	16
8	–1	1
7	–2	4
11	2	4
14	5	25
$\Sigma x = 45$		$\Sigma y^2 = 50$

$$\therefore \quad \text{গড়}\ (\overline{X}) = \frac{\sum x}{N} = \frac{45}{5} = 9$$

$$\therefore \quad \text{সমক বিচ্যুতি} = \sqrt{\frac{\sum y^2}{N}} = \sqrt{\frac{50}{5}} = \sqrt{10} = 3.16$$

$$\therefore \quad \text{সমক বিচ্যুতি গুণাংক} = \frac{SD}{\overline{X}} \times 100 = \frac{3.46}{9} = 0.45$$

(b) প্রত্যক্ষ পদ্ধতিতে SD নির্ণয় :

নম্বর X)	X^2
5	25
8	64
7	49
11	121
14	196
$\Sigma x = 45$	$\Sigma x^2 = 455$

$\therefore$ সমক বিচ্যুতি (SD) $= \sqrt{\frac{\sum x^2}{N} - \left(\frac{\sum x}{N}\right)^2}$

$$= \sqrt{\frac{455}{5} - \left(\frac{45}{5}\right)^2} = \sqrt{91-81} = \sqrt{10} = 3.16$$

(c) শর্টকাট্ পদ্ধতিতে SD নির্ণয়— (কল্পিত গড় পদ্ধতি) :

নম্বর (x)	Y = X–A	Y^2
5	– 2	4
8	1	1
7 (A)	0	1
11	4	16
14	7	49
N = 5	$\Sigma y=10$	$\Sigma y^2 = 70$

[এক্ষেত্র, A= কল্পিত গড় =7]

$\therefore$ সমক বিচ্যুতি (SD)

$$= \sqrt{\frac{\sum x^2}{N} - \left(\frac{\sum x}{N}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{70}{5} - \left(\frac{10}{5}\right)^2}$$

$$= \sqrt{14-4} = \sqrt{10}$$

$$= 3.16$$

6.7.2 বিচ্ছিন্ন সারির ক্ষেত্রে SD নির্ণয়

প্রশ্ন : নিচের সারণি হতে SD নিণয় করো—

নম্বর :	5	10	15	20
পরিসংখ্যা :	2	1	4	3

সমাধান—

(a) প্রকৃত গড় পদ্ধতি SD নির্ণয়—

নম্বর (x)	পরিসংখ্যা (f)	fx	$y = X - \overline{X}$	y^2	fy^2
5	2	10	– 9	81	162
10	1	10	4	16	16
15	4	60	1	1	4
20	3	60	6	36	108
	$\Sigma f = N = 10$	$\Sigma fx = 140$			$\Sigma fy^2 = 290$

$$\therefore \text{গড় } \overline{X} = \frac{\Sigma fx}{N} = \frac{140}{10} = 14$$

$$\therefore \text{সমক বিচ্যুতি } (\sigma) = \sqrt{\frac{\Sigma y^2}{N}} = \sqrt{\frac{290}{10}} = \sqrt{29} = 5.36$$

(b) প্রত্যক্ষ পদ্ধতিতে SD নির্ণয়—

নম্বর (x)	পরিসংখ্যা (f)	fx	x^2	fx^2
5	2	10	25	50
10	1	10	100	100
15	4	60	225	900
20	3	60	400	1200
	N = 10	$\Sigma fx = 140$		$\Sigma fx^2 = 2250$

$$\therefore \quad \text{সমক বিচ্যুতি } (\sigma) = \sqrt{\frac{\Sigma fx^2}{N} - \left(\frac{\Sigma fx}{N}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{2250}{10} - \left(\frac{140}{10}\right)^2} = \sqrt{225 - 14^2} = \sqrt{225 - 196}$$

$$= \sqrt{29} = 5.38$$

(c) শর্টকাট্ পদ্ধতিতে SD নির্ণয়— (কল্পিত গড় পদ্ধতি) :

নম্বর(x)	পরিসংখ্যা (f)	$y = x - A$	fy	fy^2
5	2	–5	–10	50
10 (A)	1	0	0	0
15	4	5	20	100
20	3	10	30	300
	N = 10	Σfy=40		$\Sigma fx^2 = 450$

$$\therefore \text{ সমক বিচ্যুতি } (\sigma) = \sqrt{\frac{\Sigma fy^2}{N} - \left(\frac{\Sigma fy}{N}\right)^2} = \sqrt{\frac{450}{10} - \left(\frac{40}{10}\right)^2}$$

$$= \sqrt{45-16} = \sqrt{29} = 5.38$$

6.7.3 নিরবিচ্ছিন্ন সারির ক্ষেত্রে SD নির্ণয় :

প্রশ্ন : নিচের সারণি হতে SD নির্ণয় করো :

শ্রেণি :	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50
পরিসংখ্যা :	4	3	6	5	2

সমাধান :

(a) প্রকৃত গড় পদ্ধতিতে SD নির্ণয়—

শ্রেণি	পরিসংখ্যা (f)	মধ্যবিন্দু (x)	fx	$y = X - \overline{X}$	y^2	fy^2
0 - 10	4	5	20	– 19	361	1444
10 - 20	3	15	45	– 9	81	243
20 - 30	6	25	150	1	1	6
30 - 40	5	35	175	11	121	605
40 - 50	2	45	90	21	441	882
	Σf = N =20		Σfx=480			Σfy^2 = 3180

$$\therefore \text{ গড় } (\overline{X}) \frac{\Sigma fx}{N} = \frac{480}{20} = 24$$

$$\therefore \text{ সমক বিচ্যুতি } (\sigma) = \sqrt{\frac{\Sigma fy^2}{N}} = \sqrt{\frac{3180}{20}} = \sqrt{159} = 12.61$$

(b) প্রত্যক্ষ পদ্ধতিতে SD নির্ণয়—

শ্রেণি	পরিসংখ্যা (f)	মধ্যবিন্দু (x)	fx	fx^2 ($fx.x$)
0 - 10	4	5	20	100
10 - 20	3	15	45	645
20 - 30	6	25	150	3750
30 - 40	5	35	175	6125
40 - 50	2	45	90	4050
	N = 20		$\Sigma fx = 480$	$\Sigma fx^2 = 14700$

$$\therefore \quad (\sigma) = \sqrt{\frac{\sum fx^2}{N} - \left(\frac{\sum fx}{N}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{14700}{20} - \left(\frac{480}{20}\right)^2} = \sqrt{735 - 576} = \sqrt{159} = 12.61$$

(c) ধাপ বিচ্যুতি পদ্ধতিতে SD নির্ণয়—

শ্রেণি	পরিসংখ্যা (f)	মধ্যবিন্দ (x)	$y = \dfrac{X-A}{d(10)}$	fy	fy²
0 - 10	4	5	–2	–8	16
10 - 20	3	15	–1	–3	3
20 - 30	6	25(A)	0	0	0
30 - 40	5	35	1	5	5
40 - 50	2	45	2	4	8
	N=20		$\Sigma fy =$ (–) 2		$\Sigma fy^2 = 32$

$$\therefore \text{SD} = \sqrt{\frac{\sum fy^2}{N} - \left(\frac{\sum fy}{N}\right)^2} \times d$$

$$= \sqrt{\frac{32}{20} - \left(\frac{-2}{20}\right)^2} \times 10$$

$$= \sqrt{1.6 - 0.01} \times 10 = \sqrt{1.59} \times 10 = 12.61$$

(যেখানে, A = কল্পিত গড় = 25

d = শ্রেণী অন্তর = 10)

6.7.4 ভেদমান (Variance) :

সমক বিচ্যুতির উপর নির্ভর করে অন্য একটি পরিমাপ নির্ধারণ করা হয় যাকে বলে ভেদমান, ভেদমান হল সমক বিচ্যুতির বর্গ।

ভেদমান = (সমক বিচ্যুতি)^2 = $(\sigma)^2$

অর্থাৎ, সমক বিচ্যুতি = $\sqrt{\text{ভেদমান}}$

সমক বিচ্যুতি ও ভেদমান হল পরিবর্তনশীলতার (Variability) পরিমাপ এবং উভয়ই একে অপরের সাথে খুব সম্পর্কযুক্ত। ভেদমান যত কম হবে, পরিবর্তনশীলতাও তত কম হবে বা স্থিতিশীলতা তত বেশি হবে এবং বিপরীত ক্রমেও তা সত্য।

6.7.5 সমক বিচ্যুতির ধর্মাবলি :

সমক বিচ্যুতির ধর্মগুলো (Property) হল—

(a) যদি চলের প্রতিটি মান একই থাকে তবে সমক বিচ্যুতি শূন্য হয়।

(b) সমক বিচ্যুতির মান মূল্যবিন্দুর (origin) দ্বারা প্রভাবিত হয় না কিন্তু স্কেলের (scale) উপর নির্ভর করে।

(c) দুই বা ততোধিক শ্রেণির সমক বিচ্যুতি নির্ণয় সম্ভব। (একত্রিত সমক বিচ্যুতি)

(d) একটি প্রদত্ত রাশি মালার ক্ষেত্রে, সমক বিচ্যুতি কখনো গড় হতে গড় বিচ্যুতির কম হবে না।

অর্থাৎ, $SD > MD_{\overline{X}}$

6.7.6 সমক বিচ্যুতির সুবিধা ও অসুবিধা :

সমক বিচ্যুতির সুবিধাগুলো—

(a) সমক বিচ্যুতি হল বিস্তৃতির শ্রেষ্ঠ পরিমাপ কারণ তা চলের সব মানের উপর নির্ভর করে।

(b) বীজগণিতের সূত্রাবলি প্রয়োগেও তা উপযুক্ত

(c) দুই বা ততোধিক বিভাগ সম্পন্ন (একই এককে প্রকাশিত) সমক বিচ্যুতির একত্রিত সমক বিচ্যুতি নির্ণয় করা যায়।

(d) নমুনার তারতম্যের জন্য এটি কম প্রভাবিত হয়।

সমক বিচ্যুতির অসুবধিাগুলো হল—

(a) সমক বিচ্যুতির গণনা বিস্তৃতির অন্যান্য পরিমাপের চেয়ে তুলনামূলকভাবে কঠিন।

(b) এর গণনায় চলের চরম মানের উপর অধিক গুরুত্ব দেওয়া হয় এবং গড়ের নিকটবর্তী মানগুলো কম গুরুত্ব পায়।

(c) বিভিন্ন এককে প্রদত্ত দুই বা ততোধিক বিভাজনের পরিবর্তনশীলতার তুলনা করতে এটা ব্যবহার করা যায় না।

6.8 লরেঞ্জ রেখা (Lorenz Curve) :

বিস্তৃতির পরিমাপের লেখ চিত্রাকার পদ্ধতিটিই হল লরেঞ্জ রেখা। সমাজে আয় ও সম্পদের বন্টন বৈষম্য নির্ধারণের জন্য বিখ্যাত অর্থনৈতিক রাশি বিজ্ঞানী Dr. Max O. Lorenz এই রেখাটি ব্যবহার করেছিলেন। বর্তমানে এই রেখাটি মুনাফা বন্টন, মজুরি বন্টন ইত্যাদি পরিমাপেও ব্যবহার করা হয়।

প্রকৃতপক্ষে Lorenz রেখা হল একটি ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা রেখা। সমনিবেশনী (সমবন্টন) রেখা (line of equal distribution) হতে প্রকৃত বন্টনের যে পরিমাপ বিচ্যুতি রয়েছে তা নিরূপণ করা হয় Lorenz রেখার মাধ্যমে। সমনিবেশনী (সমবন্টন) রেখা হতে Lorenz রেখা যত দূরে অবস্থান করবে, আয় ও সম্পদের বন্টন বৈষম্য তত বেশী হবে এবং এর বিপরীত ক্রমেও তা সত্য।

6.8.1 Lorenz রেখা অংকনের ধাপসমূহ :

১ম ধাপ : প্রথমে একটি বর্গক্ষেত্র অংকন করতে হবে

২য় ধাপ : তারপর X অক্ষে জনসংখ্যার ক্রমযৌগিক যোগফল বা জনসংখ্যার শতাংশ এবং Y অক্ষে আয়ের ক্রমযৌগিক শতাংশ 0 হতে 100 ভাগ দেখাতে হবে।

৩য় ধাপ : এরপর প্রদত্ত মান অনুসারে ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার শতাংশ নির্ণয় করতে হবে।

৪র্থ ধাপ : উৎস বিন্দু (0,0) বরাবর বর্গক্ষেত্রটিকে সমান দুভাগ করে একটি কর্ণ আঁকতে হবে। এই রেখাটি হল সমনিবেশনী রেখা বা পূর্ণ সমতা রেখা।

৫ম ধাপ : উৎস বিন্দু হতে প্রকৃত বন্টন রেখা (Actual line of Distribution) অংকন করা হয়-যা হল লরেঞ্জ রেখা। পূর্ন সমতারেখাটিকে আদর্শ বন্টন রেখা এবং লরেঞ্জ রেখাকে প্রকৃত বন্টন রেখা ধরা হলে এদের মধ্যে দূরত্বই হবে আয় বন্টনের বৈষম্যের পরিমাপ।

6.8.1 গাণিতিক উদাহরণ :

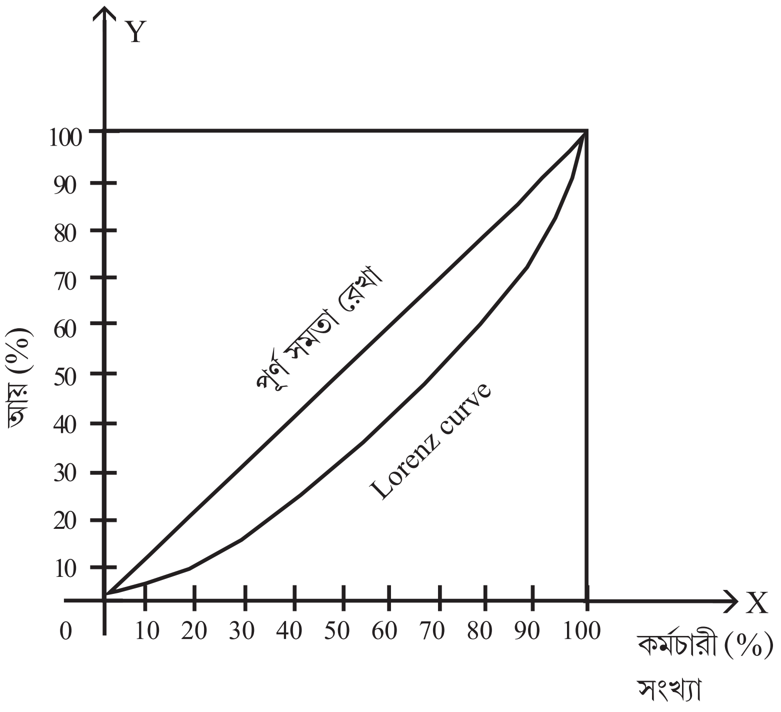
নিচের সারণি হতে একটি লরেঞ্জ রেখা অংকন করো :

আয় :	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50
কর্মচারীর সংখ্যা :	4	5	7	5	4

সমধান :

আয়	মধ্যবিন্দু	ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা	ক্রমযৌগিক সংখ্যা (শতাংশ)	কর্মচারীর পরিসংখ্যা	ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (শতাংশ)	ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা
0 - 10	5	5	4	4	4	16
10 - 20	15	20	16	5	9	36
20 - 30	25	45	36	7	16	64
30 - 40	35	80	64	5	21	84
40 - 50	45	125	100	4	25	100

পাশের চিত্রে দেখা যাচ্ছে লরেঞ্জ রেখাটি পুর্ণ সমতা রেখা হতে দূরে রয়েছে, অর্থাৎ এক্ষেত্রে আয়ের বন্টন বৈষম্য রয়েছে।



6.8.2 লরেঞ্জ রেখার সুবিধাগুলো হল :

লরেঞ্জ রেখার সুবিধাগুলো হল—

(a) বিচ্যুতির একটি সাধারণ ধারণা পাওয়ার ক্ষেত্রে এই রেখাটি খুবই আকর্ষণীয়।

(b) দুই বা ততোধিক চলের তুলনা করতে রেখাটি সাহায্য করে।

লরেঞ্জ রেখার অসুবিধাগুলো হল—

(a) বিচ্যুতির পরিমাপের কোন গাণিতিক ধারনার রেখাটি প্রদানে ব্যর্থ হয়।

(b) রেখাটির অংকন পদ্ধতি খুবই জাটিল।

অনুশীলন

সঠিক উত্তর বাছাই করো : **(1 Mark)**

1. নিচের কোনটি নির্ণয় করা কঠিন—

   (a) বিচ্যুতির আপেক্ষিক পরিমাপ (b) বিচ্যুতির পরম পরিমাপ (c) (a) ও (b) উভয়ই (d) প্রসার

2. বহুল প্রচলিত ও ব্যবহৃত বিচ্যুতির পরিমাপটি হল—

   (a) ভেদাঙ্ক (b) সমক বিচ্যুতি (c) প্রসার (d) চতুর্থক বিচ্যুতি

3. নিচের কোনটি বিচ্যুতির পরিমাপ নয়—

   (a) ভেদমান (b) গড় বিচ্যুতি (c) সমক বিচ্যুতি (d) সংখ্যাগুরু মান

4. কোনটি বিচ্যুতির আপেক্ষিক পরিমাপ—

   (a) ভেদমান (b) ভেদাঙ্ক (c) গড় বিচ্যুতি (d) সবগুলোই

5. দুটি ভিন্ন রাশি মালার ক্ষেত্রে তুলনার জন্য শ্রেষ্ঠ বিচ্যুতির পরিমাপ হল—

   (a) গড় বিচ্যুতি (b) প্রসার (c) সমক বিচ্যুতি (d) ভেদাঙ্ক

6. এটি রাশিমালার সর্বনিম্ন মান 9 এবং প্রসার 57 হলে, সর্ব্বোচ্চ মান হবে—

   (a) 35 (b) 66 (c) 48 (d) কোনটিই নয়

7. বিচ্যুতির কোন পরিমাপের একক তার মানের এককগুলি হতে ভিন্ন হয়—

   (a) গড় বিচ্যুতি (b) প্রসার (c) সমক বিচ্যুতি (d) ভেদমান

8. বিচ্যুতির কোন পরিমাপে শুধুমাত্র পরম মান বিচ্যুতি ব্যবহার হয়—

   (a) সমক বিচ্যুতি (b) গড় বিচ্যুতি (c) প্রসার (d) চতুর্থক বিচ্যুতি

9. নিচের কোনটি বিচ্যুতির পরম পরিমাপ—

   (a) সমক বিচ্যুতি (b) গড় বিচ্যুতি (c) প্রসার (d) সবগুলোই

10. ভেদাঙ্ক হল—

   (a) পরম পরিমাপ (b) আপেক্ষিক পরিমাপ (c) (a) ও (b) উভয়ই (d) কোনটিই নয়।

11. উন্মুক্ত প্রান্ত বিশিষ্ট শ্রেণির ক্ষেত্রে উপযুক্ত বিচ্যুতির পরিমাপ হল—

   (a) গড় বিচ্যুতি (b) সমক বিচ্যুতি (c) চতুর্থক বিচ্যুতি (d) কোনটিই নয়

12. যদি $Q_1 = 104$, চতুর্থক বিচ্যুতি = 8 হয় তবে $Q_3 = ?$

   (a) 130 (b) 120 (c) 136 (d) 146

অতি সংক্ষিপ্ত প্রশ্ন : **(1 Marks)**

1. বিস্তৃতির পরিমাপ কি ?
2. বিস্তৃতির পরম পরিমাপ কি ?
3. বিস্তৃতির আপেক্ষিক পরিমাপ কি ?
4. প্রসার কাকে বলে ?
5. বিস্তৃতির পরিমাপের লেখচিত্রাকার প্রকাশকে কি বলে ?
6. ভেদমান কি ?
7. সমক বিচ্যুতি কাকে বলে ?
8. আন্তঃ চতুর্থক প্রসারের সূত্র লিখো।
9. বিচ্যুতির কোন পরিমাপটি 50% মানের উপর ভিত্তি করে গঠিত হয় ?
10. বিস্তৃতির পরিমাপের দুটি ভাগ কি কি ?

সংক্ষিপ্ত উত্তর : **(3/4 Marks)**

1. বিস্তৃতির পরিমাপ এর প্রয়োজনীয়তা সম্পর্কে লিখো।
2. একটি বিস্তৃতির পরিমাপে ভাল গুণাবলিগুলো লিখো।
3. সমক বিচ্যুতির সুবিধা ও অসুবিধাগুলো লিখো।
4. লরেঞ্জ রেখার অংকনের ধাপগুলো লিখো।
5. গড় বিচ্যুতির সুবিধা ও অসুবিধাগুলো লিখো।
6. সমক বিচ্যুতির ধর্মগুলো লিখো।
7. উদাহরণ সহ বিস্তৃতির পরম ও আপেক্ষিক পরিমাপকে ব্যাখ্যা করো।
8. লরেঞ্জ রেখার সুবিধা ও অসুবিধাগুলো লিখো।

গাণিতিক প্রশ্নাবলি

1. প্রসার ও প্রসার গুণাংক নির্ণয় করো :

(a)

22, 35, 32, 45, 42, 48, 39

Ans : R = 26, Coefficient of Range = 0.37

b)

নম্বর :	10	20	30	40	50	60	70
পরিসংখ্যা :	8	12	7	30	10	5	2

Ans : 60, 0.75

(c)

নম্বর :	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60
পরিসংখ্যা :	12	18	14	63	19

Ans : 50 , 0.71

d)

নম্বর :	5 - 9	10 - 14	15 - 19	20 - 24	25 - 29	30 - 34
পরিসংখ্যা :	4	6	3	2	6	4

Ans : 30, 0.76

2. **চতুর্থক বিচ্যুতি ও তার গুণাংক নির্ণয় করো।**

(a) 55, 60, 70, 90, 110, 90, 120, 130, 170, 155, 145, 145

Ans : 35, 0.31

b)

নম্বর :	10	20	30	40	50	60
পরিসংখ্যা :	4	7	15	8	7	2

Ans : 10, 0.33

c)

উচ্চতা :	153	155	157	159	161	163	165	167	169
ছাত্র সংখ্যা :	25	21	28	20	18	24	22	18	23

Ans : 4, 0.025

(d)

নম্বর :	11–15	16–20	21–25	26–30	31–35	36–40	41–45	46–50	51–55
পরিসংখ্যা :	10	17	22	31	42	32	28	19	14

Ans : 7.7, 0.2

(e)

নম্বর :	Below 20	20–30	30–40	above 40
পরিসংখ্যা :	7	10	14	9

Ans : 8.14, 0.26

(f)

নম্বর :	5–10	10–15	15–20	20–25	25–30	30–35	35–40	40–45	45–50
পরিসংখ্যা :	6	10	18	30	15	12	10	6	4

Ans : 6.73, 0.27

(g)

নম্বর :	20–25	25–30	30–35	35–40	40–45
পরিসংখ্যা :	2	10	26	16	7

Ans :3.4, 0.1

3. গড় হতে গড় বিচ্যুতি ও তার গুণাংক নির্ণয় করো।

(a) 210, 220, 225, 225, 235, 235, 240, 250, 270, 280

Ans : 17.6, 0.07

(b)

নম্বর :	5	10	15	20	25	30	35	40
পরিসংখ্যা :	16	32	36	44	28	18	12	14

Ans : 7.65, 0.38

(c)

নম্বর :	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50	50–60
পরিসংখ্যা :	3	5	7	2	9	4

Ans : 14.3, 0.44

(d)

নম্বর :	0–5	5–10	10–15	15–20	20–25	25–30
পরিসংখ্যা :	4	7	8	2	6	3

Ans : 6.33, 0.506

(e)

নম্বর :	0–20	20–40	40–60	60–80	100
পরিসংখ্যা :	10	16	30	32	12

4. মধ্যমা হতে গড় বিচ্যুতি ও তার গুণাংক নির্ণয় করো—

(a) 90, 160, 140, 200, 100, 150, 80

Ans : 34.28, 0.24

(b)

নম্বর :	10	11	12	13	14
পরিসংখ্যা :	3	12	18	12	3

Ans : 0.75

(c)

নম্বর :	0–20	20–40	40–60	60–80	80–100
পরিসংখ্যা :	10	16	30	32	12

Ans :19.12, 0.34

(d)

নম্বর :	140–150	150–160	160–170	170–180	180–190	190–200
পরিসংখ্যা :	4	6	10	18	9	3

Ans : 10.24

(e)

নম্বর :	80	100	150	180	200	250
পরিসংখ্যা :	16	24	26	30	20	6

Ans : 39.51, 0.26

5. সমক বিচ্যুতি ও তার গুণাংক নির্ণয় করো—

(a)

নম্বর :	10	20	30	40	50	60	70
পরিসংখ্যা :	6	8	16	15	32	11	12

Ans : 16.43, 37.34

(b) SD নির্ণয় করো—

নম্বর :	0–5	5–10	10–15	15–20	20–25
পরিসংখ্যা :	6	10	12	10	8

Ans : 6.41

(c) SD নির্ণয় করো—

নম্বর :	0–10	10–20	20–30	30–40
পরিসংখ্যা :	2	3	4	1

Ans : $\sigma = 9.16$

(d) ভেদমান ও ভেদাংক নির্ণয় করো—

উচ্চতা :	2	6	10	14
পরিসংখ্যা :	4	8	2	1

Ans : 10.66, 54.4%

(e) SD ও তার গুণাংক নির্ণয় করো—

নম্বর :	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50	50–60	60–70
পরিসংখ্যা :	5	15	20	25	18	10	7

Ans : 15.67, 45.55

(f) SD নির্ণয় করো—

নম্বর :	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50	0–60	60–70
পরিসংখ্যা :	2	4	6	8	6	4	2

Ans :15.81

(g) SD ও ভেদাংক নির্ণয় করো—

শ্রেণি :	0–4	4–8	8–12	12–16	16–20	20–24
পরিসংখ্যা :	10	15	20	25	20	10

Ans :$\sigma = 5.85$, ভেদাঙ্ক = 47.19%

(h) SD নির্ণয় করো—

8, 9, 15, 23, 5, 11, 19, 19, 8, 10, 12

Ans : $\sigma = 5.23$

(i) SD নির্ণয় করো—

3, 5, 6, 7, 10, 12, 15, 18

Ans : $\sigma = 4.87$

উত্তর সংকেত

সঠিক উত্তর নির্বাচন :

1.	(a) বিচ্যুতির আপেক্ষিক পরিমাপ	2.	(b) সমক বিচ্যুতি
3.	(d) সংখ্যাগুরু মান	4.	(b) ভেদাঙ্ক
5.	(d) ভেদাঙ্ক	6.	(b) 66
7.	(d) ভেদমান	8.	(b) গড় বিচ্যুতি
9.	(d) সবগুলিই	10.	(c) a ও b উভয়ই
11.	(c) চতুর্থক বিচ্যুতি	12.	(b) 120

অত সংক্ষিপ্ত উত্তর :

1. গড় হতে রাশিতথ্যের মানগুলির পার্থক্য পরিমাপক সংখ্যাকে বলা হয় বিস্তৃতি।
2. যখন বিস্তৃতির পরিমাপকে রাশিমালার প্রকৃত একক গুলির ভিত্তিতে প্রকাশ করা হয় তাকে বলে বিস্তৃতির পরম পরিমাপ।
3. কিন্তু আপেক্ষিক মান বা শতাংশের ক্ষেত্রে রাশিমালার পরিবর্তনশীলতাই হল বিস্তৃতির আপেক্ষিক পরিমাপ।
4. প্রসার হল সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মানের অন্তর।
5. লরেঞ্জ রেখা।
6. সমক বিচ্যুতির বর্গ হল ভেদমান।
7. সমক বিচ্যুতি হল রাশিমালার মানগুলির গাণিতিক গড় হতে তাদের পার্থক্য গুলির বর্গসমূহের গাণিতিক গড়ের ধনাত্মক বর্গমূল।
8. $Q_3 - Q$
9. চতুর্থক বিচ্যুতি।

10 বিচ্যুতির পরম ও আপেক্ষিক পরিমাপ।

অধ্যায়-7

সহপরিবর্তন

পূর্ববর্তী অধ্যায়গুলোতে আমরা আলোচনা করছি এক চল বিশিষ্ট বিভিন্ন সমস্যা নিয়ে, কিন্তু বাস্তবে এমন অনেক ঘটনা আছে যেখানে দুইটি চলক পরস্পর সম্পর্কযুক্ত। এই অধ্যায়ে আমরা শিখব কীভাবে দুইটি চলকের মধ্যে বিদ্যমান সম্পর্ক নিরূপণ করা হয়। পরিসংখ্যান বিদ্যায় সহপরিবর্তন (Correlation) হল এমন একটি বিশ্লেষণ যেখানে দুই বা ততোধিক চলকের মধ্যে সংযোগ নিয়ে আলোচনা করা হয়।

7.1 সহপরিবর্তন (Correlation)

পরিসংখ্যানে 'সহপরিবর্তন' চলকগুলোর মধ্যে পারস্পরিক সম্পর্কের মাত্রা এবং দিক নিয়ে আলোচনা এবং পরিমাপ করে । সহপরিবর্তন সহভেদাঙ্ক (Covarince) পরিমাপ করে, কার্যকারণ সম্বন্ধ নয়। ইহা কখনো সম্পর্কের অর্থবহ কারণ ও ফলাফল বিশ্লেষণ করে না।

দুটি চলক X এবং Y এর মধ্যে সহপরিবর্তন আছে বলতে সহজে বোঝায়, একটি চলকের মান যেদিকে পরিবর্তন হয়, অন্য চলকের মানও একই দিকে বা বিপরীত দিকে পরিবর্তন হতে দেখা যায়।

7.1.1 সহপরিবর্তন পাঠের গুরুত্ব—

গুরুত্বপূর্ণ ক্ষেত্রসমূহ—

(i) ইহা চলকগুলোর মধ্যে পারস্পরিক সম্পর্ক অধ্যায়ন করে। ইহা চলকগুলোর মধ্যে সম্পর্কের মাত্রা ও দিক নির্দেশ করে।

(ii) ইহা আমাদের অর্থনৈতিক বৈশিষ্ট্য বোঝাতে সাহয্যে করে। অর্থনীতিতে অনেক চলক পরস্পরের মধ্যে সম্পর্কযুক্ত। যেমন, দ্রব্যের দাম ও চাহিদা, দ্রব্যের দাম ও যোগান, আয় এবং ব্যয় ইত্যাদি। সহপরিবর্তন তাদের মধ্যে সম্পর্ক নির্ধারন করতে সাহায্য করে।

(iii) ইহা অনিশ্চয়তার পরিসর হ্রাস করে। কোনো পূর্ব সম্পর্কের বিশ্লেষণ ছাড়াই পূর্বাভাস করা ক্রটিযুক্ত, কম নির্ভরযোগ্য এবং আরো অনিশ্চিত হতে পারে।

7.1.2 সহপরিবর্তন ধারণ—

(i) ধনাত্বক ও ঋণাত্বক সহপরিবর্তন : সহপরিবর্তন ধনাত্বক হয় যখন দুটি চলকের একই সাথে একই দিকে পরিবর্তন হয়। যেমন, আইসক্রিম বিক্রি ও উষ্ণতার পরিবর্তন একই দিকে স্থানান্তরিত হয়। অপরপক্ষে, যদি চলক দুটির বিপরীত দিকে পরিবর্তন হয়, তখন ইহা বিপরীত বা ঋণাত্বক সহপরিবর্তন। যেমন- দ্রব্যের চাহিদার পরিবর্তন ও দামের পরিবর্তন।

(ii) রৈখিক (Linear) ও অরৈখিক (Non-linear) সহপরিবর্তন : দুটি চলকের পরিবর্তনের পরিমাণের অনুপাত(বৃদ্ধি

হ্রাস) নির্দিষ্ট হলে চলক দুটির সহপরিবর্তনকে রৈখিক বলে। এরূপ ক্ষেত্রে ছক কাগজে চলকদ্বয়ের লেখচিত্র অঙ্কন করলে একটি- সরলরেখা পাওয়া যায়। একে সরল (simple) সহপরিবর্তনও বলে।

যদি চলক দুইটির পরিবর্তনের অনুপাত নির্দিষ্ট না হয় (বৃদ্ধি বা হ্রাস), তাদের সহপরিবর্তন অরৈখিক বা বক্ররৈখিক সহপরিবর্তন। ছক কাগজে এর লেখচিত্র বক্রাকার হয়।

(iii) সরল (simple) ও যৌগিক (multiple) সহপরিবর্তন :

যদি শুধুমাত্র দুটি চলকের মধ্যে সম্পূর্ণ নির্ধারণ করা হয় তখন একে সরল সহপরিবর্তন বলে। আর যখন আমরা দুই এর বেশি চলক নিয়ে অধ্যায়ন করি, তবে ইহা যৌগিক সহপরিবর্তন।

(iv) সম্পূর্ণ ধনাত্বক (Perfect Positive) ও সম্পূর্ণ ঋণাত্বক (Perfect Negative) সহপরিবর্তন :

যদি চলক দুটির মধ্যে পরিবর্তন সম্পর্ন সমানুপাতিক বা সমান তবে এই সম্পর্কটি হল সম্পূর্ণ সহপরিবর্তন। যখন চলক দুটির সমান সমানুপাতিক পরিবর্তন একই দিকে ঘটে তখন ইহা হল সম্পূর্ণ ধনাত্মক সহপরিবর্তন। আর যদি এই পরিবর্তন বিপরীত দিকে ঘটে, তখন তাকে ঋণাত্বক সহপরিবর্তন বলে।

(v) শূন্য সহপরিবর্তন : যখন দুটি চলকের মধ্যে কোনো নির্ভরশীলতা নেই, তখন ইহা হল শূন্যসহ পরিবর্তন।

7.1.3 পরিবর্তনের মাত্রা :

ধরন	ধনাত্বক (+)	ঋণাত্বক (–)
সম্পূর্ণ সহপরিবর্তন	+1	–1
উচ্চ সহপরিবির্তন	0.75 ও 1 এর মধ্যবর্তী	–0.75 ও –1 এর মধ্যবর্তী
মাঝারি সহপরিবর্তন	0.75 ও 0.5 এর মধ্যবর্তী	–0.75 ও –0.5 এর মধ্যবর্তী
নিম্ন সহপরিবর্তন	0.5 এর কম	–0.5 এর কম
শূন্য সহপরিবর্তন	0	0

7.1.4 সহপরিবর্তন পরিমাপের কৌশল :

সহপরির্তন পরিমাপের নানাবিধ পদ্ধতি আছে। কিছু গুরুত্বপূর্ণ পদ্ধতি বা হাতিয়ার হল—

(i) বিক্ষিপ্ত চিত্র (Scatter Diagram)

(ii) কার্ল পিয়ারসনের সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক (Karl Pearson's Coefficient of Correlation)

(iii) স্পিয়ারম্যানের অনুক্রমিক সহপরিবর্তন (Spearman's Rank Correlation)

7.2 বিক্ষিপ্ত চিত্র (Scatter Diagram)

বিক্ষিপ্ত চিত্র হল একটি রেখাচিত্র যেখানে দুইটি চলকের মানগুলো ছক কাগজে স্থাপন করা হয়।

7.2.1 প্রয়োগ :

বিক্ষিপ্ত চিত্র হল একটি দৃশ্যমান পদ্ধতি, যেখানে কোনো সংখ্যাগত মান গণনা ছাড়াই সহপরিবর্তনের উপস্থিতি দেখানো হয়। এই পদ্ধতিতে, ছক কাগজে দুটি চলকের মানগুলো বিন্দু আকারে স্থাপন করা হয়। একটি বিক্ষিপ্ত চিত্রে, বিক্ষিপ্ত বিন্দুগুলোর নিবিড়তার মাত্রার সামগ্রিক দিক আমাদের চলকের সম্পর্ক পরীক্ষা করতে সহায়তা করে। এই সম্পর্কগুলো রৈখিক, অরৈখিক বা শূন্য হতে পারে।

7.2.2 সুবিধা :

(i) ইহা পরিমাপ করতে ও বোঝতে সহজ।

(ii) ইহা সহপরিবর্তন অধ্যায়নের অগাণিতিক পদ্ধতি।

(iii) বিক্ষিপ্ত চিত্রপদের পরম মান দ্বারা প্রভাবিত হয় না।

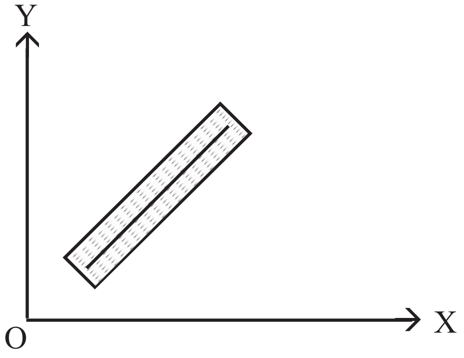
7.2.3 অসুবিধা :

(i) ইহা শুধুমাত্র সহপরিবর্তন সম্বন্ধে অস্বচ্ছ ধারণা দেয়। সহপরিবর্তনের সঠিক মান পাওয়া যায় না।

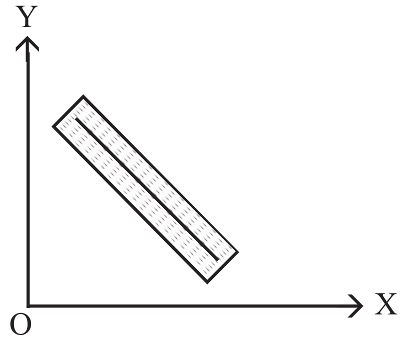
(ii) সহপরিবর্তনের মাত্রা নির্ণয়ের জন্য এই পদ্ধতি প্রযোজ্য নয়। আমরা শুধুমাত্র সহপরিবর্তনের দিক সম্বন্ধে একটা ধারনা বিক্ষিপ্ত চিত্রে দেখতে পাই।

7.2.3 বিক্ষিপ্ত চিত্রের প্রকৃতি ও তীব্রতা :

(a) ধনাত্বক ও ঋণাত্বক সহপরিবর্তন : দুটি চলকের মানগুলো যখন একটি উর্ধ্বমুখী রেখার চারদিকে বিক্ষিপ্ত বিন্দুর আকারে ধাবিত হয় তখন তাকে ধনাত্বক সহপরিবর্তন বলে। আর যখন বিক্ষিপ্ত বিন্দুগুলো একটি নিম্নমুখী রেখার চারদিকে ধাবিত হয় তখন তাকে ঋণাত্বক সহপরিবর্তন বলে।



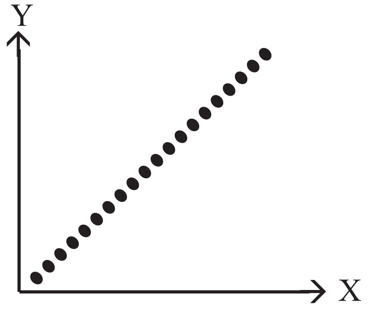
ধনাত্বক সহপরিবর্তন



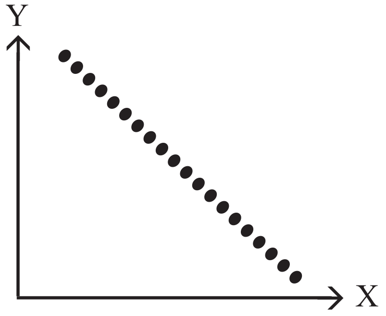
ঋণাত্বক সহপরিবর্তন

(b) সম্পূর্ণ ধনাত্বক ও সম্পূর্ণ ঋণাত্বক সহপরিবর্তন :

বিক্ষিপ্ত চিত্রের প্রতিটি বিন্দু যখন একটি উর্ধ্বমুখী রেখার উপর অবস্থান করে তখন তাকে পূর্ণ ধনাত্বক সহপরিবর্তন বলে। যদি বিন্দুগুলো নিম্নমুখী রেখার উপর অবস্থান করে তখন তাকে পূর্ণ ঋণাত্বক সহপরিবর্তন বলে।



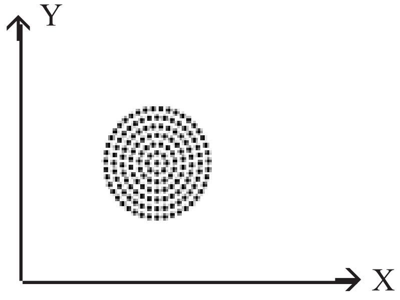
সম্পূর্ণ ধনাত্বক সহপরিবর্তন



সম্পূর্ণ ঋণাত্বক সহপরিবর্তন

(c) শূন্য সহপরির্তন :

যখন বিক্ষিপ্ত চিত্রের উপস্থিত বিন্দুগুলো কোনো রৈখিক চিত্রের ইঙ্গিত করেনা, বক্ররেখার মতো দেখতে হয় তখন তাকে শূন্য সহপরিবর্তন বলে।



শূন্য সহপরির্তন

7.3 কার্ল পিয়ারসনের (Karl Pearson) সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক :

দুটি চলকের মধ্যে সম্বন্ধের প্রকৃতি ও দৃঢ়তা বিচার করার জন্য একটি গাণিতিক সংখ্যামান যুক্ত প্রক্রিয়া হল কার্ল পিয়ারসনের সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক। একে গুণফল ক্ষণিক (Product moment) সহপরিবর্তন বা সাধারণ সহপরিবর্তন গুণাঙ্কও বলা হয়।

7.3.1 প্রয়োগ :

দুটি চলকের মধ্যে সরলরৈখিক সম্পর্ক থাকলেই এর ব্যবহার সম্ভব তাই প্রথমে চলক দুটির মধ্যে সম্পর্কের বিক্ষিপ্ত চিত্রটি পরীক্ষা করে এর ব্যবহার করা সমীচীন হবে। কার্ল পিয়ারসনের সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক হিসাবে ‘r’ ব্যবহার করা হয়। r-এর মান ধনাত্বক, ঋণাত্বক বা শূন্য হতে পারে।

7.3.2 সুবিধা :

(i) দুটি চলকের মধ্যে সহপরিবর্তন বিচারের সবচেয়ে জনপ্রিয় প্রক্রিয়া।

(ii) সহপরিবর্তনের সংক্ষিপ্ত এবং নির্দিষ্ট গাণিতিক মান প্রদান করে।

(iii) সহপরিবর্তনের তীব্রতা ও দিক নির্দেশ করে।

7.3.3 অসুবিধা :

(i) চরম মান দ্বারা খুব প্রভাবিত হয়।

(ii) ইহা গণনা সময় সাপেক্ষ ও জটিল।

(iii) শুধু সরল রৈখিক সম্পর্কের ক্ষেত্রেই এর ব্যবহার সম্ভব।

7.3.4 সূত্রাবলি :

(i) প্রকৃত গড় পদ্ধতি (Actual Mean Method) –

X ও Y চলকের মধ্যে কাল পিয়ারসনের সহপিরবর্তন গুণাঙ্ক হল,

$$r_{xy} = \frac{\sum xy}{\sum x^2 X \sum y^2}$$

এখানে, $x = (X - \overline{X})$

$y = (Y - \overline{Y})$

(ii) সমক আদর্শ বিচ্যুতি বা সহভেদমান পদ্ধতি (Standard deviation or Covariance Method)–

$$r_{xy} = \frac{Cov(x, y)}{\sigma_x.\sigma_y} \quad \text{অথবা} \quad \frac{\sum xy}{N\sigma_x.\sigma_y}$$

এখানে, COV (x,y) = x ও y এর সহভেদমান

x = $X-\overline{X}$

y = $Y-\overline{Y}$

σ_x = X রাশিমালার আদর্শ বিচ্যুতি / সমক বিচ্যুতি

σ_y = Y রাশিমালার আদর্শ বিচ্যুতি/ সমক বিচ্যুতি

N = পর্যবেক্ষণ সংখ্যা

(iii) প্রত্যক্ষ পদ্ধতি (Direct method) :

যখন X ও Y চলকের মান সরাসরি ব্যবহার করা হয়, তখন

$$r_{xy} = \frac{\sum xy - \frac{\sum x \sum y}{N}}{\sqrt{\sum x^2 - \left(\frac{\sum x}{N}\right)^2}\sqrt{\sum x^2 - \left(\frac{\sum x}{N}\right)^2}}$$

(iv) ধাপ বিচ্যুতি পদ্ধতি (Step Division Method) :

যখন চলকের (X ও Y) মান বড়ো হয় তখন r -একটি ধর্মকে কাজে লাগিয়ে তাদের মান হ্রাস করে সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক নির্ণয় করা হয়।

$$r_{uv} = \frac{\sum uv - \frac{\sum u \sum v}{N}}{\sqrt{\sum u^2 - \left(\frac{\sum u}{N}\right)^2}\sqrt{\sqrt{v^2} - \left(\frac{\sum v}{N}\right)^2}}$$

এখানে $u = \frac{X-A}{C}$

$v = \frac{Y-B}{D}$

A ও B হল X ও Y এর রাশিমালার কল্পিত গড় এবং C ও D হল সাধারন গুণনীয়ক বা উৎপাদক (Common Sector)।

7.3.5 সহপরিবর্তন গুণাঙ্কের (r) ধর্ম :

(i) সহপরিবর্তন গুণাঙ্কের কোনো একক নেই, এটি একটি বিশুদ্ধ সংখ্যা

(ii) r - ঋণাত্মক মান চলক দুটির মধ্যে বিপরীত সম্পর্ক নির্দেশ করে।

(iii) যদি r - এর মান ধনাত্মক তবে চলক দুটির একই দিকে পরিবর্তন নির্দেশ করে।

(iv) r এর মান -1 এবং $+1$ এর সমান বা মধ্যবর্তী, $-1 \le r \le 1$ ।

(v) $r = 0$ হলে, চলক দুটি সম্পর্কহীন। তাদের মধ্যে সরল রৈখিক সম্পর্ক নেই। কিন্তু তাদের মধ্যে অন্য সম্পর্কও থাকতে পারে।

(vi) যদি $r = +1$ বা $r = -1$, তখন চলক দুটির মধ্যে যথাক্রমে সম্পূর্ণ ধনাত্মক ও সম্পূর্ণ ঋণাত্মক সরলরৈখিক সম্পর্ক আছে।

(vii) r-এর উচ্চমান একটি সুদৃঢ় সরলরৈখিক সম্পর্কে নির্দেশ করে। এবং r এর নিম্নমান (0-এর কাছাকাছি), একটি দুর্বল সরলরৈখিক সম্পর্ককে নির্দেশ করে।

(viii) উৎস (origin) এবং পাল্লার (Scale) পরিবর্তনে r - এর মানের কোনো পরিবর্তন হয় না। প্রদত্ত X এবং Y চলক দুটিকে নতুন চলক হিসাবে ধরলে যথা U এবং V , সেখানে

$$u = \frac{X - A}{B} \quad ও \quad v = \frac{Y - C}{D}, \quad তখন \ r_{xy} = r_{uv}$$

7.3.6 গাণিতিক সমস্যা :

নিম্নের তথ্যগুলো থেকে জন্মহার ও মৃত্যুহারের মধ্যে সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক নির্ণয় করো —

বছর	জন্মহার	মৃত্যুহার
2002	26	20
2003	32	22
2004	33	24
2005	34	28
2006	30	26

সমধান : সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক (r) গণনা :

জন্মহার (X)	মৃত্যুহার (Y)	$X-\overline{X}=$ (x)	$Y-\overline{Y}=$ (y)	x^2	y^2	xy
26	20	–5	–4	25	16	20
32	22	+ 1	–2	1	4	–2
33	24	+ 2	0	4	0	0
34	28	+ 3	+ 4	9	16	12
30	26	–1	+ 2	1	4	–2
$\Sigma X = 155$	$\Sigma Y = 120$	$\Sigma x = 0$	$\Sigma y = 0$	$\Sigma x^2 = 40$	$\Sigma y^2 = 40$	$\Sigma xy = 28$

$$\overline{X} = \frac{\sum x}{N} = \frac{155}{5} = 31$$

$$\overline{Y} = \frac{\sum y}{N} = \frac{120}{5} = 24$$

(a) প্রকৃত গড় পদ্ধতি :

$$r = \frac{\sqrt{\sum xy}}{\sqrt{\sum x^2 \times \sum y^2}} = \frac{28}{\sqrt{40 \times 40}} = \frac{28}{40} = 0.7$$

(b) আদর্শ বিচ্যুতি পদ্ধতি :

এখানে,

$$r = \frac{\sum xy}{N\sigma x\ \sigma y} \qquad N = 5$$

$$= \frac{28}{\sqrt{8.\sqrt{8}}} \qquad \sigma_x = \sqrt{\frac{\sum x^2}{N}} = \sqrt{\frac{40}{5}} = \sqrt{8}$$

$$= \frac{28}{5 \times 8} \qquad \sigma_y = \sqrt{\frac{\sum y^2}{N}} = \sqrt{\frac{40}{5}} = \sqrt{8}$$

$= 0.7$

$r = 0.7$ এর অর্থ হল জন্মহার ও মৃত্যু হারের মধ্যে মাঝারি ধনাত্বক সহপরিবর্তন আছে।

7.4 স্পিয়ারম্যান অনুক্রমিক সহপরিবর্তন (Spearman's Rank Correlation) –

স্পিয়ারম্যান অণুক্রমিক সহপরিবর্তন হল একটি প্রক্রিয়া যেখানে দুই চলবিশিষ্ট শ্রেণির দুটি চলের পদগুলোকে নির্দিষ্ট বৈশিষ্টের সাপেক্ষে ক্রম (Rank) তৈরি করে, ক্রমানুযায়ী প্রাপ্ত দুটি চলকের সহপিরবর্তন নির্ণয় করা হয়। ব্রিটিশ মানোবিদ C.E Spearman এই পদ্ধতির উদ্ভাবন করেন।

7.4.1 প্রয়োগ : বাস্তবে এমন অনেক পরিস্থিতির সন্মুখীন হতে হয় যখন সাধারণ সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক প্রয়োগ করা সম্ভব নয়। যেমন—

(i) চল দুটির মান সরাসরি দেওয়া না থাকলে বা পরিমাপ করা সম্ভব না হলে, তখন তাদের বৈশিষ্ট্য অনুযায়ী ক্রম তৈরী করে সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক নির্ণয় করা যায়।

(ii) গুণবাচক বৈশিষ্ট্য সম্পন্ন চলকের ক্ষেত্রে যেমন, বুদ্ধি, সৌন্দর্য, সততা ইত্যাদি পর্যবেক্ষণকে পরিমাপ করা যায় না, তখন অনুক্রমিক সহপরিবর্তন প্রয়োগ সবচেয়ে শ্রেয়।

(iii) রাশিতথ্যে যদি চরম মান থাকে তখন সাধারণ বা কার্ল পিয়ারসনের পরিবর্তে স্পীয়ারম্যান অনুক্রমিক সহপরিবর্তন ব্যবহার করা শ্রেয়।

(iv) অসরলরৈখিক তবে যাদের গতিপথ স্পষ্ট চলের এই সব সম্পর্কের ক্ষেত্রে অণুক্রমিক সহপরিবর্তন ব্যবহার করা যায়।

7.4.2 সুবিধা:

(i) কার্ল পিয়ারসনের সহপরিবর্তন গুণাঙ্কের তুলনায় স্পিয়ারম্যানের অনুক্রমিক সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক গণনা করা ও বোঝা সহজ।

(ii) যদি শ্রেণির মানের ক্রম দেওয়া থাকে তবে সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক পরিমাপের জন্য শুধুমাত্র স্পিয়ারম্যান অনুক্রমিক সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক প্রযোজ্য।

(iii) গুণগত বৈশিষ্ট্য সম্পন্ন তথ্যের সহপরিবর্তন নির্ণয়ের ক্ষেত্রে ইহা সুবিধাজনক।

(iv) সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক নির্ণয়ের উভয় পদ্ধতি একই ফল দেয়।

7.4.3 অসুবিধা :

(i) শ্রেণিকৃত পরিসংখ্যা বিভাজন ক্ষেত্রে এই পদ্ধতিটি সঠিকভাবে ব্যবহার করা যায় না।

(ii) যদি শ্রেণির রাশির সংখ্যা 30 -এর অধিক হয় তখন এই পদ্ধতি ব্যবহার অনেক কষ্টকর।

(iii) অনুক্রমিক সহপরিবর্তন ক্রমের উপর নির্ভর করে গণনা করা হয়। তাই তথ্য সম্বন্ধীয় সব বিষয় গণনায় ব্যবহার করা হয় না।

7.4.4 সূত্রাবলি —

(a) যদি শ্রেণির ক্রম প্রদত্ত অথবা ক্রম প্রদত্ত নয়—

$$r_K = 1 - \frac{6.\sum D^2}{N^3 - N}$$

যেখানে, r_K = সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক

N= পর্যবেক্ষণ সংখ্যা

D= অনুরূপ ক্রমের পার্থক্য

(b) যদি ক্রম পুনরাবৃত্তি হয়—

$$r_K = 1 - \frac{6.\left[\sum D^2 + \frac{1}{12}(m^3 - m) + \frac{1}{12}(m^3 - m) + ...\right]}{N^3 - N}$$

এখানে, m=উভয় শ্রেণিতে ক্রমের পুনরাবৃত্তির সংখ্যা।

7.4.5 গাণিতিক সংখ্যা ঃ

a) যখন ক্রম প্রদত্ত ঃ 9 জন ছাত্রকে দু'জন শিক্ষক দ্বারা পছন্দের ক্রম নীচে দেওয়া হল। ক্রম পদ্ধতিতে সহ পরিবর্তন গুনাঙ্ক নির্ণয় করো।

ছাত্র - :	A	B	C	D	E	F	G	H	I
শিক্ষক I :	1	2	3	4	5	6	7	8	9
শিক্ষক II :	3	2	1	5	6	4	7	8	6

b) যখন ক্রম প্রদত্ত নয়: r_k নির্ণয় করো।

X	30	50	14	59	36	27	38	47	9	54
Y	44	29	64	19	52	69	54	39	83	32

সমাধান:

a) সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক গণনা:

ছাত্র	শিক্ষক-I এর ক্রম (R_1)	শিক্ষক-II এর ক্রম (R_2)	R_1 - R_2 (D)	D^2
A	1	3	–2	4
B	2	2	0	0
C	3	1	+2	4
D	4	5	–1	1
E	5	6	–1	1
F	6	4	+2	4
G	7	7	0	0
H	8	8	0	0
I	9	6	+3	9
N = 9				$\Sigma D^2 = 23$

$$\therefore \quad r_K = 1 - \frac{6.\sum D^2}{N^3 - N} = 1 - \frac{6 \times 23}{9^3 - 9} = 1 - \frac{138}{720} = 0.81$$

উচ্চ ধনাত্বক সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক প্রকাশ পায়।

b) সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক (r_k) নির্ণয় :

X	R_1	Y	R_2	R_1–R_2 (D)	D^2
30	4	44	5	–1	1
50	8	29	2	+6	36
14	2	64	8	–6	36
59	10	19	1	+9	81
36	5	52	6	–1	1
27	3	69	9	–6	36
38	6	54	7	–1	1
47	7	39	4	+ 3	9
9	1	83	10	– 9	81
54	9	32	3	+ 6	36
N=10					$\Sigma D^2 = 318$

$$\therefore r_k = 1 - \frac{6.\sum D^2}{N^3 - N} = 1 - \frac{6 \times 318}{10^3 - 10} = 1 - \frac{1908}{990}$$

$$= 1 – 1.927 \quad = – 0.93$$

উচ্চ ঋণাত্মক সহপরিবর্তন প্রকাশ পায়।

(c) যখন ক্রমের পুনরাবৃত্তি হয় : r_k নির্ণয় করো।

X	45	30	37	6	13	13	62	22	12	54
Y	10	10	21	3	12	1	17	6	3	16

সমাধান : ক্রম সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক নির্ণয় :

X	R_1	Y	R_2	$R_1 - R_2$ (D)	D^2
45	4	10	5.5	+2.5	6.25
30	6	10	5.5	+0.5	0.25
37	7	21	10	–3.0	9.00
6	1	3	2.5	–1.5	2.25
13	3.5	12	7	–3.5	12.25
13	3.5	1	1	+2.5	6.25
62	10	17	9	+1.0	1.00
22	5	6	4	+1.0	1.00
12	2	3	2.5	– 0.5	0.25
54	9	16	8	+1.0	1.00
N=10					$\Sigma D^2 = 39.5$

$$\therefore \quad r_K = 1 - \frac{6\left[\sum D^2 + \frac{1}{12}(m^3 - m) + \frac{1}{12}(m^3 - m) + ...\right]}{N^3 - N}$$

$$= 1 - \frac{6.\left[39.5 + \frac{1}{12}(2^3 - 2) + \frac{1}{12}(2^3 - 2) + \frac{1}{12}(2^3 - 2)\right]}{10^3 - 10}$$

$$= 1 - \frac{6(39.5 + 1.5)}{990}$$

$$= 1 - \frac{6 \times 41}{990}$$

$$= 1 - 0.25 \quad = 0.75$$

উচ্চ ধনাত্বক সহপরিবর্তন প্রকাশ পায়।

অনুশীলনী

Multiple Choice Question (MCQ) :

1. সরল সহপরিবর্তন পরিমাপ করে—

   (i) সহভেদাঙ্ক (ii) কার্যকরণ সম্বন্ধ (iii) (i) ও (ii) উভয় (iv) কোনোটি নয়।

2. r_{xy} ধনাত্বক হবে যখন X ও Y এর মধ্যে সম্পর্ক হবে—

   (i) যখন Y বৃদ্ধি পায়, X বৃদ্ধি পায়।

   (ii) যখন Y হ্রাস পায়, X বৃদ্ধি পায়।

   (iii) যখন Y বৃদ্ধি পায়, X অপরিবর্তনীয় থাকে

   (iv) কোনোটি নয়।

3. চলক দুটির একই দিকে সমান সমানুপাতিক পরিবর্তন হল—

   (i) সম্পূর্ণ ধনাত্বক সহপরিবর্তন (ii) সম্পূর্ণ ঋণাত্বক সহপরিবর্তন

   (iii) রৈখিক সহপরিবর্তন (iv) ধনাত্বক সহপরিবর্তন

4. যদি $r_{xy} = 0$ হয়, X ও Y চলক দুটির সম্পর্ক—

   (i) সরল রৈখিক (ii) অরৈখিক (iii) স্বাধীন (iv) কোনোটি নয়

5. r - এর মান হবে না—

   (i) –1 (ii) +2 (iii) 0.75 (iv) +1

6. নীচের পরিমাপ-এর মধ্যে কোনোটি যে কোনো ধরনের সম্পর্ক পরিমাপ করতে পারে ?

   (i) কাল পিয়ারসনের সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক (ii) স্পিয়ারম্যানের অনুক্রমিক সহপরিবর্তন

   (iii) বিক্ষিপ্ত চিত্র (iv) সবগুলো সঠিক

7. সহপরিবর্তনের মাত্রা নির্ণয় কোন পদ্ধতিটি ভালোভাবে করতে পারে না ?

   (i) কার্ল পিয়ারসনের সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক (iv) স্পিয়ারম্যানের অনুক্রমিক সহপরিবর্তন

   (iii) বিক্ষিপ্ত চিত্র (iv) সবগুলো সঠিক

8. উচ্চতা (ফুট) এবং ওজন (কেজিতে) এর মধ্যে সহপরিবর্তন গুণাঙ্কের একক হল—

   (i) কেজি / ফুট (ii) শতকরা মান (iii) ফুট / কেজি (iv) বিদ্যামান নয়

9. গুণগত বৈশিষ্ট্য সম্পন্ন তথ্যের সহপরিবর্তন নির্ণয়- এর জন্য কোন পরিমাপ প্রযোজ্য—

   (i) কার্ল পিয়ারসনের সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক (iv) স্পিয়ারম্যানের অনুক্রমিক সহপরিবর্তন

   (iii) বিক্ষিপ্ত চিত্র (iv) উপরের কোনটি নয়

10. কার্ল পিয়ারসনের সহপরিবর্তন পরিমাপ ব্যবহারের জন্য, চলকের মধ্যে সম্পর্ক হতে হয়—

    (i) অরৈখিক (ii) সরলরৈখিক (iii) শূন্য (iv) সবক্ষেত্রে প্রযোজ্য

সত্য/মিথ্যা

1. দ্রব্যের দাম ও তার চাহিদা ধনাত্মক সহপরিবর্তন নির্দেশ করে।
2. বিক্ষিপ্ত চিত্র দ্বারা সহপরিবর্তনের মান ও দিক প্রকাশ পায়।
3. বিক্ষিপ্ত চিত্র রৈখিক না হলে তা শূন্য সহপরিবর্তন।
4. উৎস ও পাল্লার পরিবর্তনে r -এর মান পরিবর্তন হয়।
5. অসরল রৈখিক সম্পর্কের ক্ষেত্রে স্পিয়ার ম্যানের অনুক্রমিক সহপরিবর্তন প্রয়োগ করা যায় না।

শূন্যস্থান পূরণ

1. সহপরিবর্তন চলকগুলোর সম্পর্কের ——————— ও ——————— পরিমাপ করে।
2. দুটি চলকের পরিবর্তনের অনুপাত ——————— হলে তাদের সহপরিবর্তন রৈখিক।
3. ছক কাগজে সহপরিবর্তনের উপস্থিতি নির্দেশ করে ———————।
4. পূর্ণ সহপরিবর্তনের সময় বিক্ষিপ্তচিত্রে প্রতিটি বিন্দু রেখার ——————— উপস্থিতি।
5. সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক নির্ণয়ের সবচেয়ে জনপ্রিয় পদ্ধতি হল ———————।

1 মানের প্রশ্ন

1. সহপরিবর্তন বলতে কি বোঝ?
2. সহভেদমান বলতে কি বোঝ?
3. একটি ধনাত্মক সহপরিবর্তনের উদাহরণ দাও?
4. সম্পূর্ণ ঋণাত্মক সহপরিবর্তন বলতে কি বোঝ?
5. উচ্চ ঋণাত্মক সহপরিবর্তনের মাত্রা কত?
6. ধনাত্মক সহপরিবর্তনের সময় বিক্ষিপ্ত চিত্রের আকৃতি কি রকম হয়?
7. r এর মান কত হতে পারে?
8. কোন পরিস্থিতিতে স্পিয়ারম্যানের অনুক্রমিক সহপরিবর্তন পরিমাপ পদ্ধতি ব্যবহার করা হয়?

3/4 মানের প্রশ্ন

1. সহপরিবর্তন সহভেদাঙ্ক পরিমাপ করে, কার্যকরণ সম্বন্ধ নয়-ব্যাখ্যা করো।
2. বিভিন্ন ধরনের বিক্ষিপ্ত চিত্রের বর্ণনা করো।
3. সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক (r) এর ধর্ম গুলো লেখ।
4. r -এর মান +1, –1 এবং 0 কখন হয়?
5. কখন অনুক্রমিক সহপরিবর্তন সরল সহপরিবর্তন থেকে বেশি যথাযথ ?
6. কেন অনুক্রমিক সহপরিবর্তন সহগ পিয়ারসনের সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক হতে ভিন্ন?
7. r_{xy} নির্ণয় করো :

a)

X :	78	89	97	69	59	79	68	61
Y :	125	137	156	112	107	136	123	108

Ans : 0.96

b)

Price (X) :	4	6	8	10	12	14	16	18
Supply(Y) :	10	15	20	25	30	35	40	45

Ans : 1

c)

X :	10	12	11	13	12	14	9	12	14	13
Y :	7	9	12	9	13	8	10	12	7	13

Ans : - 0. 115

8. ক্রম সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক (r_k) নির্ণয় করো :

a)

X :	90	37	42	82	50
Y :	21	73	68	52	56

Ans : 0.1

(b) দুজন বিচারকের দ্বারা প্রদত্ত ক্রমের ভিত্তিতে 12 জন প্রতিযোগির সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক নির্ণয় করো।

প্রতিযোগী -	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
বিচারক I -	7	8	2	1	9	3	12	11	4	10	6	5
বিচারক II -	6	4	1	3	11	2	12	10	5	9	7	8

Ans :- 0.86

(c) অনুক্রমিক সহপরিবর্তন পদ্ধতি ইংরেজি এবং অর্থনীতিতে প্রাপ্ত নম্বরের সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক নির্ণয় করো।

ইংরেজি :	15	10	20	28	12	10	16	18
অর্থনীতি :	16	14	10	12	11	15	18	12

Ans : -0.36

উত্তরমালা

MCQ :

1 (i) 2 (i) 3 (i) 4 (ii) 5 (ii) 6 (iii) 7 (iii) 8 (iv) 9 (ii) 10 (ii)

সত্য/মিথ্যা :

1. মিথ্যা 2. মিথ্যা 3. সত্য 4. মিথ্যা 5. মিথ্যা

শূন্যস্থান পূরণ :

1. মাত্রা, দিক 2. নির্দিষ্ট 3. বিক্ষিপ্ত চিত্র 4. উপর 5. কার্ল পিয়ারসনের সহপরিবর্তন গুণাঙ্ক

1 মানের প্রশ্ন :

1. সহপরিবর্তন চলকের মধ্যে সম্পর্কের মাত্রা ও দিক পরিমাপ পদ্ধতি।
2. সহভেদমান হল দুটি চলকের মধ্যে সম্পর্ক পরিমাপ পদ্ধতি।
3. দ্রব্যের দাম ও তার যোগানের মধ্যে সম্পর্ক।
4. যখন দুটি চলকের মধ্যে পরিবর্তন পরস্পর সমান কিন্তু বিপরীত দিকে হয় তখন তাকে সম্পূর্ণ ঋণাত্মক সহপরিবর্তন বলে।
5. -1 ও -0.75 এর মধ্যবর্তী কোনো মান।
6. দুটি চলকের মানগুলো একটি উর্ধ্বমুখী রেখার চারদিকে বিক্ষিপ্ত বিন্দুর আকারে ধাবিত হয়।
7. $-1 \leq r \leq +1$
8. যখন শ্রেণির রাশিমান গুলোর ক্রম দেওয়া থাকে।

অধ্যায়-8

সূচক সংখ্যা

বর্তমানে অর্থনীতির স্পন্দন বিচার করার জন্য সূচক সংখ্যা একটি বহুল ব্যবহৃত পরিসংখ্যানগত কৌশল হয়ে উঠেছে। যদিও শুরুতে দাম পরিবর্তনের প্রভাব অনুমান করার জন্যই সূচক সংখ্যা গঠন করা হতো। আজ আমরা জীবিকা নির্বাহের ব্যয়, শিল্পজাত উৎপাদন, কৃষিজ উৎপাদন ইত্যাদি সংখ্যা সূচক বিভিন্ন ক্ষেত্রে ব্যবহার করা হয়।

8.1 সূচক সংখ্যা :

সূচক সংখ্যা হল একটি পরিসংখ্যান সংক্রান্ত হাতিয়ার যা কোনো একটি চলরাশি বা পরস্পর সম্পর্কিত চলরাশিসমূহের মানের পরিবর্তনকে পরিমাপ করে। এটি একটি একক অনুপাত (বা শতাংশ) যা ভিন্ন ভিন্ন সময়, স্থান বা পরিস্থিতির মধ্যে পরিবর্তনশীল চলরাশির সম্মিলিত বা আপেক্ষিক পরিবর্তনকে পরিমাপ করে। বিস্তৃতভাবে বলতে গেলে প্রধানত দুই ধরনের সূচক সংখ্যা রয়েছে—সরল সূচক সংখ্যা এবং যৌগিক (composite)সূচক সংখ্যা। সরল সূচক সংখ্যা শুধুমাত্র একটি চলরাশির জন্য পরিগণিত হয় এবং যৌগিক সূচক সংখ্যা দুই বা ততোধিক চলরাশি থেকে গণনা করা হয়।

8.2 সূচক সংখ্যা গঠনকারী বিষয়সমূহ:

সূচক সংখ্যা গঠনকারী কিছু গুরুত্বপূর্ণ নির্ণায়ক বা সমস্যাগুলো নিম্নরূপ:

a) **উদ্দেশ্য স্থির করা:** পছন্দসই সূচকসংখ্যার উদ্দেশ্য এবং লক্ষ্য স্পষ্টভাবে সংজ্ঞায়িত এবং নির্ধারণ করা অত্যন্ত প্রয়োজনীয়।

b) **ভার (Weight) নির্বাচন:** যৌগিক সূচক সংখ্যার ক্ষেত্রে ইহা প্রয়োজনীয়, সূচক সংখ্যাটির উদ্দেশ্য ও প্রয়োগের কথা মাথায় রেখে বিভিন্ন পদের জন্য বিভিন্ন ভার নির্ধারণ করতে হবে।

c) **দাম নির্বাচন:** দ্রব্যের দাম এক বাজার থেকে অন্য বাজার, এক স্থান থেকে অন্য স্থান এমনকি এক দোকান থেকে অন্য দোকানে ভিন্ন হয়। সুতরাং এটি প্রয়োজনীয় যে প্রতিনিধিত্বমূলক বাজারের দাম যেন নির্বাচন করা হয়।

d) **ভিত্তি বৎসর নির্বাচন:** সূচক সংখ্যা কোনো নির্দিষ্ট পূর্ববর্তী বছরের তুলনায় চলতিবছরের পরিবর্তন অধ্যায়ন করে। দুটি সময়কালের মধ্যে যে সুনির্দিষ্ট সময়কালের সঙ্গে তুলনা করা হয়, তা ভিত্তি সময়কাল নামে পরিচিত। ভিত্তি বছর হবে স্বাভাবিক, অর্থাৎ ওই সময়ে সামগ্রীর দামের মধ্যে যেন কোনো অস্বাভাবিকতা না থাকে। ভিত্তি বছর চলতি বছরের তুলনায় বেশি দূরের কিংবা বেশি কাছের কোনো বছর হবে না। ভিত্তি বছর সময় সময়ে পরিবর্তন করা প্রয়োজন কারণ ইহা লক্ষ্য করা হয় পূর্ববর্তী ভিত্তি বছরের দ্রব্যের ঝুড়ি থেকে অনেক দ্রব্য বর্তমান কালে অদৃশ্য হয়ে যায়।

e) **দ্রব্য সামগ্রীর নির্বাচন:** সূচকসংখ্যা গঠনকারী দ্রব্য সামগ্রীগুলো যেন সঠিকভাবে প্রতিনিধিত্বমূলক হয় সেই দিকে নজর থাকতে হবে।

f) **রাশি তথ্যের উৎসের নির্বাচন:** ইহা খুবই প্রয়োজনীয় যে, নির্ভরযোগ্য, নির্ভুল এবং প্রতিনিধিত্বমূলক রাশিতথ্যের উৎস যেন নির্বাচন করা হয়। কম নির্ভরযোগ্য রাশিতথ্যগুলো বিভ্রান্তকর ফলাফল প্রদান করে।

g) **পদ্ধতি নির্বাচন:** আরেকটি গুরুত্বপূর্ণ বিষয় হল, উদ্দেশ্য ও প্রয়োগের কথা মাথায় রেখে যথোপযুক্ত পদ্ধতি বা সূত্রের সাহায্যে সূচক সংখ্যার মান নির্ণয় করতে হবে।

h) **গড় নির্বাচন:** যেহেতু সূচক সংখ্যা নিজেই একটি বিশেষ ধরণের গড় মান, তাই প্রথমে পছন্দসই গড় নির্বাচনের ব্যাপারে সিদ্ধান্ত নিতে হবে। অন্যান্য গড় (যেমন, মধ্যমা, সংখ্যাগুরু মান বা জ্যামিতিক গড়) এর তুলনায় যৌগিক গড় ব্যবহার এবং গণনা করা সহজ বলে এর বহুল ব্যবহার করা হয়।

8.3 সূচক সংখ্যার বৈশিষ্ট্য:

সূচক সংখ্যার কিছু গুরুত্বপূর্ণ বৈশিষ্ট্য নিম্নরূপ—

a) সূচক সংখ্যা হল একটি বিশেষ ধরনের গড়, যা সময়ে সময়ে নির্দিষ্ট ঘটনা স্তরের আপেক্ষিক পরিবর্তন পরিমাপ করে।

b) সূচক সংখ্যা শতাংশে প্রকাশ করা হয় যা আপেক্ষিক পরিবর্তনের মাত্রা প্রকাশ করে।

c) সূচক সংখ্যা কোনো একটি চলরাশি বা পরস্পর সম্পর্কিত একাধিক চলরাশির মধ্যে আপেক্ষিক পরিবর্তন পরিমাপ করে।।

d) সূচক সংখ্যা ঐসব পরিবর্তনকেও পরিমাপ করতে পারে যেগুলো সরাসরি পরিমাপ করা যায় না। যেমন, জীবিকা নির্বাহের ব্যয়, দামস্তর ইত্যাদি।

e) সূচকসংখ্যা একক বিহীন, কারণ ইহা আপেক্ষিক পরিবর্তনের অনুপাত।

8.4 দাম সূচক এবং পরিমানগত সূচকের মধ্যে পার্থক্য:

দাম সূচক	পরিমাণগত সূচক
1) দাম সূচক সংখ্যা কিছু নির্দিষ্ট দ্রব্যের দামের পরিমাপ করে।	1) পরিমানগত সূচক সংখ্যা উৎপাদনের ভৌতিকমাত্রা, নির্মাণ বা কর্মসংস্থানের পরিমানকে পরিমাপ করে।
2) দাম সূচক ক্রেতার ক্রয় ক্ষমতাকে প্রভাবিত করে	2) পরিমানগত সূচক উৎপাদকের উৎপাদন স্তরকে প্রভাবিত করে।
3) ভোক্তার দাম সূচক হল দাম সূচকের একটি উদাহরণ।	3) উৎপাদকের দাম সূচক হল পরিমানগত সূচকের একটি উদাহরণ।

8.5 অর্থনীতিতে সূচক সংখ্যার ব্যবহার:

সূচকসংখ্যা নিম্নলিখিত উপায়ে ব্যবহৃত হয়—

a) অর্থনীতির গতিপ্রকৃতি পরিমাপক: সূচকসংখ্যাকে অর্থনীতির ব্যারোমিটার বলা হয়। ইহা ব্যবসা-বাণিজ্য এবং অর্থনীতির বিভিন্ন কার্যাবলির স্তর পরিমাপ করে, তাই দেশের অর্থনীতির অবস্থা ইহা দেখে অনুমান করা যায়। মজুরি, দাম, উৎপাদন, ব্যাঙ্ক আমানত, বৈদেশিক মুদ্রা ইত্যাদি নানাহ সূচক অর্থ ব্যবস্থার স্বাভাবিক অর্থনৈতিক পরিস্থিতির উপর আলোকপাত করে।

b) উপযুক্ত অর্থনৈতিক নীতি গঠনে সহায়ক : সূচক সংখ্যাগুলো ব্যবসায়িক ও অর্থনৈতিক নীতি নির্ধারণের দিক নির্দেশক হিসাবে কাজ করে।

c) সূচক সংখ্যাসমূহ বিভিন্ন গতিবিধি এবং কৌশল অধ্যায়নে সহায়তা করে।

d) সূচক সংখ্যা চলরাশির দুটি সেটের মধ্যে আপেক্ষিক পরিবর্তনগুলো পরিমাপ করে, যা দুটি ভিন্ন এককেও থাকতে পারে। যেমন, আমরা সূচক সংখ্যার সাহায্যে কৃষিজ এবং শিল্পজ উৎপাদনের অগ্রগতির তুলনা করতে পারি।

e) ভবিষ্যতের অর্থনৈতিক ক্রিয়াকলাপের পূর্বাভাসের জন্য সূচক সংখ্যাগুলো ব্যবহৃত হয়।

f) ইহা আমাদের প্রকৃত মানের (Real) বৃদ্ধি বা হ্রাস সম্পর্কে জ্ঞান প্রদান করে। যেমন, আমরা প্রকৃত আয়, প্রকৃত মজুরি পরিমাপ করতে পারি।

g) অর্থের ক্রয় ক্ষমতা সম্বন্ধে জ্ঞান আমরা ভোক্তার দাম সূচক সংখ্যা পরিবর্তন থেকে পাই।

8.6 সূচক সংখ্যা গঠনের কৌশলসমূহ:

সূচকসংখ্যার গঠন

- সমষ্টিগত পদ্ধতি (Aggregative Method)
  - সরল সমষ্টিগত পদ্ধতি (simple aggregative method)
  - ভারযুক্ত সমষ্টিগত পদ্ধতি (weighted aggregative method)
    - লাসপ্যায়ারের পদ্ধতি (Laspeyer's method)
    - প্যাসির পদ্ধতি (Paasche's method)
    - ফিসারের পদ্ধতি (Fisher's method)
- আপেক্ষিক পদ্ধতি বা গড় নির্ণীত আপেক্ষিক পদ্ধতি (Relative method or Average of price relative method)
  - সরল আপেক্ষিক পদ্ধতি (simple relative method)
  - ভারযুক্ত আপেক্ষিক পদ্ধতি (weighted relative method)

8.6.1 A. সমষ্টিগত পদ্ধতি :

A (1) সরল সমষ্টিগত পদ্ধতি : এই পদ্ধতিটি হল ভারহীন সূচক সংখ্যা পরিমাপ পদ্ধতি। এই পদ্ধতিতে অনুমান করা হয় যে, বিভিন্ন দ্রব্যসামগ্রী ও তাদের দাম একই এককে হবে। প্রতিটি দ্রব্যের গুরুত্ব সমান বলে গণ্য করা হয়।

সূত্র: $$P_{01} = \frac{\sum P_1}{\sum P_0} \times 100$$

যেখানে, P_1 এবং P_0 হল যথাক্রমে চলতি সময়কালে এবং ভিত্তি বছরে দ্রব্যের দাম।

এই ধরণের সূচকের ব্যবহার সীমিত। কারণ, বাস্তবে দ্রব্য ঝুড়ির প্রতিটি দ্রব্যের গুরুত্ব এবং ভার সমান হয় না। এমনকি বিভিন্ন দ্রব্যের বিভিন্ন একক থাকে। তাই ভারযুক্ত সমষ্টিগত পদ্ধতির ব্যবহার তাৎপর্যপূর্ণ।

A (2) ভারযুক্ত সমষ্টিগত পদ্ধতি : ভারযুক্ত সমষ্টিগত দামসূচকে দ্রব্য ঝুড়ির প্রতিটি দ্রব্যের ভার নির্দিষ্ট করা থাকে। বেশিরভাগ ক্ষেত্রে দ্রব্যের পরিমানকেই ঐ দ্রব্যের ভার ধরা হয়। এই পদ্ধতির অনেকগুলো সূত্র থেকে লাসপ্যায়ার, প্যাসি এবং ফিসারের সূত্র সমূহ অনন্য।

(i) লাসপ্যায়ের সূত্র:

$$P_{01} = \frac{\sum P_1 q_0}{\sum P_0 q_0} \times 100$$

এখানে ভিত্তি বছরের দ্রব্যের পরিমানকে (q_0) দ্রব্যের ভার হিসাবে গণনা করা হয়।

(ii) প্যাসির সূত্র:

$$P_{01} = \times \frac{\sum P_1 q_1}{\sum P_0 q_1} \times 100$$

এখানে চলতি বছরের দ্রব্যের পরিমানকে (q_1) দ্রব্যের ভার হিসাবে গণনা করা হয়।

(iii) ফিসারের সূত্র:

$$P_{01} = \sqrt{\frac{\sum P_1 q_o}{\sum P_0 q_0} \times \frac{\sum P_1 q_1}{\sum P_0 q_1}} \times 100$$

এই পদ্ধতিতে ভিত্তি ও চলতি উভয় সময়কালের পরিমানকে দ্রব্যের ভার হিসাবে ধরা হয়।

8.6.2 B. আপেক্ষিক পদ্ধতি :

B(1) সরল গড় নির্ণীত আপেক্ষিক পদ্ধতি : ইহা হল ভারযুক্তহীন পদ্ধতি, যেখানে দ্রব্যের দাম আপেক্ষকের প্রয়োজন হয়। তাই এই পদ্ধতিটি একক দ্বারা প্রভাবিত হয় না, দ্রব্যগুলোর আলাদা আলাদা একক থাকলেও এর ব্যবহার করা যায়। দাম আপেক্ষক ব্যবহার করে দাম সূচক সংখ্যার সূত্রটি হল:

$$P_{01} = \frac{1}{N} \quad \frac{P_1}{P_0} \times 100$$

যেখানে p_1 এবং p_0 হল যথাক্রমে চলতি এবং ভিত্তি সময়কালে দ্রব্যসমূহের দাম। $\frac{p_1}{p_0}$ -কে দ্রব্যের আপেক্ষিক দাম হিসেবে চিহ্নিত করছে এবং n হল দ্রব্যের সংখ্যা।

যদিও এই পদ্ধতিটি একক দ্বারা প্রভাবিত হয় না, কিন্তু ইহা প্রতিটি দ্রব্যকে সমান গুরুত্ব দেয়। তাই দ্রব্যসমূহের আপেক্ষিক গুরুত্ব এখানে উল্লেখিত হয়।

B(2) ভারযুক্ত দাম আপেক্ষিক সূচক : এই পদ্ধতিতে দাম সূচক নির্ণয় করার জন্য সকল ভারযুক্ত দাম আপেক্ষকের গড় হিসাব করা হয়।

$$p_{01} \text{ (ভারযুক্ত যৌগিক গড়)} = \frac{\sum\left(W \times \frac{P_1}{P_0}\right)}{\sum W} \times 10$$

এখানে w হল ভার এবং $\frac{p_1}{p_0}$ হল দাম আপেক্ষক।

8.7 কিছু গুরুত্বপূর্ণ সূচক সংখ্যা :

8.7.1 ভোক্তার দাম সূচক (Consumer Price Index)

ভোক্তার দাম সূচক একটি নিদিষ্ট দ্রব্য ঝুড়িতে বর্তমান কতকগুলি ভোগপণ্য এবং সেবাকার্যের দাম স্তরের পরিবর্তনকে পরিমাপ করে। এইসূচক বিভিন্ন শ্রেণির মানুষের জীবিকা নির্বাহের ব্যয়ের উপর সাধারণ মূল্য স্তরের পরিবর্তনের প্রভাব সম্বন্ধে ধারণা প্রদান করে।

প্রধান বৈশিষ্ট্য সমূহ :

(i) ভোক্তার দাম সূচক, জীবিকা নির্বাহের ব্যয় সূচক বা খুচরা মূল্য সূচক হিসাবে পরিচিত।

(ii) এই সূচক শুধুমাত্র দামের পরিবর্তন পরিমাপ করে।

(iii) ভোক্তার দাম সূচক সমাজের বিভিন্ন শ্রেণির মানুষের জন্য গঠন করা হয়। যেমন, শিল্প শ্রমিক, কৃষি শ্রমিক, গ্রামীণ শ্রমিক ইত্যাদি। ইহা বিভিন্ন ভৌগোলিক অঞ্চলের জন্যও ভিন্ন হতে পারে।

(iv) ভোক্তার দাম সূচক গঠন করার জন্য একটি নির্দিষ্ট শ্রেণির লোক নির্বাচন করার পর, বাছাই করা শ্রেণির লোকদের পারিবারিক বাজেটের উপর তদন্ত করা হয়। পরিবার সমূহের ভোগের ধরণ বিচার করে দ্রব্য ঝুড়ির জন্য প্রধানত পাঁচটি শ্রেণি বা গ্রুপ নির্বাচন করা হয়। এইগুলা হল— (ক) খাদ্য (খ) বস্ত্র (গ) জ্বালানি এবং আলো (ঘ) বাড়িভাড়া এবং (ঙ) বিবিধ।

(v) সাধারণত প্রতি সপ্তাহে ভোক্তার দাম সূচক গণনা করা হয়।

(vi) CPI পরিমাপের দুটি কৌশল — (ক) সমষ্টিগত ব্যয় পদ্ধতি এবং (খ) পারিবারিক বাজেট পদ্ধতি।

CPI বা জীবিকা নির্বাহ ব্যয় সূচক = $\frac{\sum WP}{\sum W}$, যেখানে P = $\frac{p_1}{p_0} \times 100$ এবং W= ভার (পারিবারিক বাজেট পদ্ধতি)

(vii) ভোক্তা দাম সূচক মজুরির দরাদরি, ক্রয় ক্ষমতার পরিবর্তন পরিমাপ, বাজার আলোচনা, সরকারের মজুরি নীতি, দাম নীতি, রাজস্বনীতি, সাধারণ অর্থনৈতিক নীতি ইত্যাদি নীতি নির্ধারণের ক্ষেত্রে বিশেষ ভূমিকা পালন করে।

(viii) CPI ব্যবহার করে পরিমাপ করা হয়—

a) অর্থের ক্রয়ক্ষমতা = $\frac{1}{CPI} \times 100$ b) প্রকৃত মজুরি = $\frac{\text{আর্থিক মজুরি}}{\text{CPI}} \times 100$

8.7.2 পাইকারি দাম সূচক (Wholesale Price Index)

পাইকারি মূল্যসূচক (WPI) হল একটি প্রতিনিধিত্বমূলক ঝুড়ির পাইকারি দ্রব্যের দামের সূচক। WPI সংখ্যা সাধারণ দাম স্তরের পরিবর্তনকে নির্দেশ করে। CPI এর ন্যায় WPI এর ক্ষেত্রে ভোক্তার কোনো ধরনের শ্রেণি বিভাজন করা হয় না।

প্রধান বৈশিষ্ট্য:

i) ইহা দ্রব্যের পাইকারি দামের সাধারণ পরিবর্তনকে সূচিত করে। যদি মার্চ, 2014 সালে পাইকারি দাম সূচক 156 হয়, (2011 সালকে ভিত্তি বছর ধরে) এর অর্থ হল এই সময়কালে সাধারণ দামস্তর 156 শতাংশ হারে বৃদ্ধি পেয়েছে।

ii) বেশ কিছু দেশ পাইকারি দাম সূচকের পরিবর্তনকে মুদ্রাস্ফীতি পরিমাপের প্রধান হাতিয়ার হিসাবে গণ্য করে, তবে ভারতে নতুন ভোক্তার দাম সূচক (New CPI) ব্যবহৃত হয়।

iii) ভারতে WPI সংখ্যা বাণিজ্য ও শিল্প মন্ত্রকের অর্থনৈতিক উপদেষ্টা (Economic Adviser) প্রকাশ করেন।

iv) WPI গঠনকারী তিন প্রধান গ্রুপ হল—

a) প্রাথমিক পণ্যসমূহ, যার ভার 22.62 এবং দ্রব্য সংখ্যা 98টি।

b) জ্বালানি এবং শক্তি, যার ভার 13.15 এবং দ্রব্য সংখ্যা 19টি।

c) শিল্পজাত দ্রব্য, যার ভার 64.23 এবং দ্রব্য সংখ্যা 318টি।

v) WPI সংখ্যা প্রস্তুত করতে দাম আপেক্ষকের ভারযুক্ত জ্যামিতিক গড় ব্যবহার করা হয়।

vi) জাতীয় আয়, মূলধন গঠন ইত্যাদির মতো সামষ্টিকের (Aggregate) ক্ষেত্রে দামের পরিবর্তনের প্রভাব দূর করার জন্য পাইকারি দামসূচক ব্যবহার করা হয়।

8.7.3 শিল্পদ্রব্যের উৎপাদন সূচক (Index of Industrial Production) :

শিল্পদ্রব্যের উৎপাদন সূচক সংখ্যা হল একটি সূচক সংখ্যা যা কোনো একটি ভিত্তি সময়কালের সাপেক্ষ একটি নিদিষ্ট সময়কালে শিল্প উৎপাদন স্তরের পরিবর্তন পরিমাপ করে। ইহা দ্রব্যের পরিমাপগত সূচক। ইহার পরিমান আপেক্ষিককের ভারযুক্ত যৌগিক গড় ব্যবহার করে প্রস্তুত করা হয়। শিল্পদ্রব্যের উৎপাদন সূচকের তথ্য শিল্পক্ষেত্র এবং শিল্পের বিভিন্ন উপক্ষেত্র থেকে সংগ্রহ করা হয়। এই সূচকের মুখ্য শাখা গুলো হল— খনি, শিল্প সংস্থা এবং বিদ্যুৎ, যাদের ভারগুলো হল যথাক্রমে 14.4, 77.6 এবং 8.0। দ্রব্যের ব্যবহারের উপর নির্ভর করেও শিল্পদ্রব্যের উৎপাদন সূচক প্রস্তুত করা হয়।

8.7.4 সেনসেক্স (Sensex) :

সেনসেক্স হল বোম্বে স্টক এক্সচেঞ্জের সংবেদনশীল সূচকের সংক্ষিপ্ত রূপ, যা 1986 সালে 1978-79 সালকে ভিত্তি বছর ধরে প্রস্তুত করা হয়েছিল। ইহা 13টি ক্ষেত্রের 30টি স্টক নিয়ে গঠিত। সেনসেক্স এর উত্থান হলে বাজারের তেজি অবস্থার ইঙ্গিত পাওয়া যায় এবং বিনিয়োগকারীরা কোম্পানিগুলোর কাছ থেকে বাড়তি আয়ের প্রত্যাশা করে।

8.4 সূচক সংখ্যার ক্রটি :

সূচক সংখ্যার প্রধান প্রধান ক্রটি সমূহের নিম্নরূপ—

(a) সূচক সংখ্যা সাধারণত কিছু নমুনা দ্রব্যসামগ্রী নিয়ে প্রস্তুত করা হয়, সব দ্রব্য অন্তর্ভুক্ত করা হয় না।

(b) ইহা নির্বাচিত তথ্যের গুনগত পরিবর্তনকে পরিমাপ করতে পারে না।

(c) সূচক সংখ্যা ভোগের ধরনের পরিবর্তনের প্রকৃত চিত্র তুলে ধরতে পারে না।

(d) সূচক সংখ্যার ব্যবহার সীমিত। একটি সূচক সংখ্যা একটি নির্দিষ্ট উদ্দেশ্যকে সামনে রেখে প্রস্তুত করা হয়। সব উদ্দেশ্য পূরণ করার মতো সূচক সংখ্যা প্রস্তুত করা যায় না।

(e) ভিত্তি বছর, সূত্র, ভার বা দ্রব্যের নমুনা ভুল নির্বাচন করলে সূচক সংখ্যা ভুল ফলাফল প্রদান করতে পারে।

গাণিতিক সমস্যা :

(1) 2004 সালকে ভিত্তি বছর ধরে, 2009 সালের জন্য দাম সূচক সংখ্যা প্রস্তুত করে (a) সরল সমষ্টিগত পদ্ধতি এবং (b) সরল গড় নির্ণীত আপেক্ষিক পদ্ধতি ব্যবহার করো।

দ্রব্য	2004 সালের দাম	2009 সালের দাম
A	50	70
B	40	60
C	80	90
D	110	120
E	40	60
F	70	70

সমাধান : ধরি P_0 = ভিত্তি বছরের দাম (2004)

P_1 = চলতি বছরেরদাম (2009)

(a) সরল পদ্ধতি

পদ্ধতি :

$$\Sigma P_0 = 50+40+80+110+40+70 = 390$$
$$\Sigma P_1 = 70+60+90+120+60+70 = 470$$

সুতরাং $P_{01} = \dfrac{\Sigma P_1}{\Sigma P_0} \times 100 = \dfrac{470}{390} \times 100 = 120.5$

এটি নির্দেশ করে যে, 2004 সালের তুলনায় দ্রব্যের দাম 2009 সালে 20.5% বৃদ্ধি পেয়েছে।

(b) সরল গড় নির্ণীত আপেক্ষিক পদ্ধতি :

এখানে, $\dfrac{\Sigma P_1}{\Sigma P_0} = \dfrac{70}{50}+\dfrac{60}{40}+\dfrac{90}{80}+\dfrac{120}{110}+\dfrac{60}{40}+\dfrac{70}{70}$

n = 6

$\therefore \quad P_{01} = \dfrac{1}{N} \Sigma \dfrac{P_1}{P_0} \times 100$

$$= \frac{1}{6} \quad \frac{70}{50}\times 100 + \frac{60}{40}\times 100 + \frac{90}{80}\times 100 + \frac{120}{110}\times 100 + \frac{60}{40}\times 100 + \frac{70}{70}\times 100$$

সুতরাং, $= \dfrac{1}{6}$ (140 + 150 + 112.5 + 109 + 150 + 100)

$= \dfrac{1}{6} \times 761.5 = 126.9$

এখানে, দামসূচক সংখ্যা হল 126.9 , যা নির্দেশ করে যে, 2004 সালের তুলনায় 2009 সালে দ্রব্যের দাম 26.9% বৃদ্ধি পেয়েছে।

(2) ভারযুক্ত দাম সূচক সংখ্যা প্রস্তুত করো :

দ্রব্য	ভিত্তি বছর		চলতি বছর	
	P_0	q_0	P_1	q_1
A	2	10	4	5
B	5	12	6	10
C	4	20	5	15
D	2	15	3	10

সমাধান :

(i) লাসপ্যায়ারের পদ্ধতি :

$$P_{01} = \frac{\sum P_1q_0}{\sum P_0q_0} \times 100$$

$$= \frac{4\times10+6\times12+5\times20+3\times15}{2\times10+5\times12+4\times20+2\times15} \times 100$$

$$= \frac{257}{190} \times 100 \quad = 135.3$$

(ii) প্যাসির দাম :

$$P_{01} = \frac{\sum P_1q_1}{\sum P_0q_1} \times 100$$

$$= \frac{4\times5+6\times10+5\times15+3\times10}{2\times5+5\times10+4\times15+2\times10} \times 100$$

$$= \frac{185}{140} \times 100 \quad = 132.1$$

(iii) ফিসারের দাম সূচক :

$$P_{01} = \sqrt{\frac{\sum P_1q_o}{\sum P_0q_0} \times \frac{\sum P_1q_1}{\sum P_0q_1}} \times 100$$

$$= \sqrt{\frac{257}{190} \times \frac{185}{140}} \times 100 = 178.74$$

(3) ভোক্তার দামযুক্ত বা ভারযুক্ত দাম আপেক্ষিক সূচক সংখ্যা প্রস্তুত করো —

দ্রব্য	ভার (শতাংশ)	ভিত্তি বছরের দাম (টাকায়)	চলতি বছরের দাম (টাকায়)
A	40	2	4
B	30	5	6
C	20	4	5
D	10	2	3

সমাধান :

ভারযুক্ত দাম আপেক্ষিক সূচক সংখ্যা :

$$P_{01} = \frac{\sum\left(W \times \frac{P_1}{P_0}\right)}{\sum W} \times 100$$

$$= \frac{\left[\left(40\times\frac{4}{2}\right)+\left(30\times\frac{6}{5}\right)+\left(20\times\frac{5}{4}\right)+10\times\frac{3}{2}\right]}{40+30+20+10} \times 100$$

$$= \frac{(80+36+25+15)}{100}$$

$= 156$.

(4) ভিত্তি বছরে যদি একজন ব্যক্তির বাৎসরিক বেতন 8000 টাকা এবং চলতি বছরে বেতন 12000 টাকা হয় তাহলে জীবন যাত্রার মান একই রাখতে তার বেতন কতটুকু বাড়ানো উচিত যদি ভোক্তার দাম সূচক (CPI) 250 হয়।

সমাধান : চলতি বছরের বেতন $= \frac{\text{ভিত্তি বছরের বেতন}}{\text{ভিত্তি বছরের বেতন CPI}} \times$ চলতি বছরের CPI

$$= \frac{8000}{100} \times 250$$

= Rs. 20,000

সুতরাং, বেতন বৃদ্ধি করতে হবে = 20,000 – 12000 = 8000 টাকা।

(5) জুন 2012 এ ভোক্তর দাম সূচক ছিল 120 । খাদ্য সূচক ছিল 100 এবং অন্যান্য দ্রব্যের সূচক ছিল 130। তাহলে মোট ভারের কত শতাংশ খাদ্যের উপর আরোপিত হল ?

সমাধান : ধরি, খাদ্য সূচকের ভার X এবং অন্যান্য দ্রব্যের সূচক (100–X)

যেহেতু, $CPI = \frac{\sum WR}{\sum W}$

$$120 = \frac{100X + 130(100 - X)}{100}$$

$X = 33.33$

সুতরাং খাদ্যের উপর আরোপিত ভার মোট ভারের 33.33%।

অনুশীলনী

Multiple Choice Question : (MCQ)

1. একটি সূচককে সরল সূচক বলা হয়, যখন ইহা প্রস্তুত করতে ব্যবহৃত হয়—

   a) এক চল b) দ্বিচল c) বহুচল d) কোনটিই নয়।

2. যখন সকল চলকে সমান গুরুত্ব দেওয়া হয়, তখন এই সূচক সংখ্যা হল—

   a) ভারযুক্ত b) ভারহীন c) যৌগিক d) স্থির দাম যুক্ত।

3. ভিত্তি সময়কালের সূচককে সব সময় ধরা হয়—

   a) 1 b) 200 c) 100 d) 0

4. যখন সূচক সংখ্যা বহু চলরাশি থেকে প্রস্তুত করা হয়, ইহা হল—

   a) পাইকারি দাম সূচক b) সরল সূচক c) আয়তন সূচক d) যৌগিক সূচক

5. দাম আপেক্ষিক হল চলতি বছরের দাম এবং ——–——— শতাংশে অনুপাত।

   a) ভিত্তি বছরের পরিমাণ b) গত বছরের পরিমান c) চলতি বছরের পরিমান d) ভিত্তি বছরের দাম

6. লাসপ্যায়ারের সূচক সংখ্যায় ——–——— বছরের পরিমাপকে দ্রব্যসামগ্রীর ভার হিসাবে গণ্য করা হয়।

   a) চলতি b) ভিত্তি c) উভয় d) কোনটি নয়।

7. ভোক্তার দাম সূচক (CPI) প্রস্তুত করা সময় একটি পারিবারিক বাজেট সমীক্ষা করে কিসের তথ্য সংগ্রহ করা হয়—

   a) দ্রব্যের দামের b) পরিবারগুলো ভোগের ধরনের c) বিভিন্ন দ্রব্যের ভারের d) সবগুলো

8. দামসূচক সংখ্যা বৃদ্ধি নির্দেশ করে মুদ্রাস্ফীতির হারের—

   a) কমতি b) স্থিরতা c) বৃদ্ধি d) কোনটি নয়।

9. ভোক্তার দাম সূচকের জন্য দামের উদ্ধৃতি (Quotation) সংগ্রহ করা হয়—

   a) ন্যায্য মূল্যের দোকান থেকে b) সরকারি ডিপো থেকে c) খুচরা বাজার থেকে d) পাইকারি বিক্রেতা থেকে

10. দেশে মুদ্রার ক্রয়ক্ষমতা পরিমাপ করতে ব্যবহৃত হয়—

a) CPI b) WPI c) IIP d) মুদ্রার বিনিময় হার।

শূন্যস্থান পূরণ :

1. ———— গড় দ্বারা ভোক্তার দাম সূচক প্রস্তুত করা হয়।
2. ভোক্তার দাম সূচককে ———— ও বলা হয়।
3. ———— দ্রব্যের দামের পরিবর্তন পরিমাপ করে।
4. পাইকারি দাম সূচক (WPI) এ ————টি প্রধান গ্রুপ বা শ্রেণি আছে।
5. মহার্ঘ ভাতা ———— এর সাহায্য নিয়ে পরিমাপ করা হয়।
6. শিল্পদ্রব্যের উৎপাদন সূচকে (IIP), সর্বাধিক ভারযুক্ত গ্রুপটি হল ————।
7. ভোক্তার দাম সূচকে ———— হলে অর্থের ক্র য় ক্ষমতা কমে।

সত্য/মিথ্যা:

1. মজুরি দর কষাকষিতে WPI সহায়তা করে।
2. সেনসেক্স 50টি স্টক নিয়ে গঠিত।
3. শিল্পদ্রব্যের উৎপাদন সূচক হল একটি দাম সূচক।
4. সূচক সংখ্যা আমাদের চলকের প্রকৃত মানের বৃদ্ধি বা হ্রাসের সম্বন্ধে জ্ঞান প্রদান করে।
5. সাধারণত, মুদ্রাস্ফীতি পরিমাপ করতে WPI ব্যবহৃত হয়।
6. সূচক সংখ্যা দ্বারা শুধুমাত্র চলরাশিগুলোর পরিমাপযোগ্য পরিবর্তনই পরিমাপ করা হয়।
7. ভোক্তার দাম সূচকে পরিবর্তন প্রকৃত মজুরির পরিবর্তনকেও ত্বরান্বিত করে।

1 মানের প্রশ্ন :

1. সূচক সংখ্যা বলতে কি বোঝ?
2. ভিত্তি বছর কি?
3. আমরা বিভিন্ন ধরনের সূচক সংখ্যা কোথায় পেতে পারি (যেমন, CPI, WPI, IIP ইত্যাদি)?
4. যখন CPI 526 তখন অর্থের ক্রয় ক্ষমতার মান কত?
5. মানব উন্নয়ন সূচক (HDI) বলতে কি বোঝ?
6. শিল্প উৎপাদন সূচক (IIP) সংখ্যা বলতে কি বোঝ?
7. RBI কোন CPI সংখ্যা ব্যবহার করে?
8. ভারযুক্ত সূচক সংখ্যা কাকে বলে?
9. জীবিকা নির্বাহের ব্যয় সূচক কাকে বলে?
10. ভোক্তার দাম সূচক সংখ্যা প্রস্তুতকারী বিভিন্ন প্রকার ভোগকারীর নাম লেখ।

3/4 মানের প্রশ্ন:

1. সূচক সংখ্যার প্রধান বৈশিষ্ট্য গুলো লেখ।
2. সূচক সংখ্যা পাঠের গুরুত্ব লেখ।
3. সূচক সংখ্যা গঠনকারী বিষয় বা সমস্যা সমূহ কী কী?;
4. সূচক সংখ্যা প্রস্তুতের ক্ষেত্রে ভিত্তি সময়কালের বৈশিষ্ট্য লেখ।
5. ভারযুক্ত সূচক সংখ্যা প্রস্তুতের ক্ষেত্রে ভার এবং দ্রব্য নির্বাচনের বিচার্য্য বিষয় সমূহ লেখ।
6. ভোক্তার দাম সূচকের গুরুত্বপূর্ণ ব্যবহারগুলো লেখ।
7. বিভিন্ন প্রকার ভোগকারীর জন্য ভিন্ন ভিন্ন CPI প্রয়োজন কেন?
8. 1995 সালকে ভিত্তি বছর ধরে 2004 সালের সূচক সংখ্যা প্রস্তুত করো—

দ্রব্য :	A	B	C	D
দাম (1995 সাল) :	25	18	26	31
দাম (2001 সাল) :	30	25	30	30

(উত্তর : 115)

9. ভিত্তি বছর 2001 ধরে, 2004 সালের সূচক সংখ্যা প্রস্তুত করো (সরল গড় নির্ণীত আপেক্ষিক পদ্ধতি ব্যবহার করে)

দ্রব্য :	A	B	C	D	E
দাম (2001 সালের) :	40	60	100	90	25
দাম (2004 সালের) :	60	75	130	135	25

(উত্তর : 131)

10. বিভিন্ন ভারযুক্ত সামষ্টিক পদ্ধতির দ্বারা সূচক সংখ্যা গঠন করো—

	ভিত্তি বছরে		**চলতি বছরে**	
দ্রব্য	দাম	পরিমাণ	দাম	পরিমাণ
A	10	12	12	15
B	7	15	5	20
C	5	24	9	20
D	16	5	14	5

(উত্তর - লাসপ্যায়ার সূচক 1.11

প্যাসের সূচক 1.13

ফিসারের সূচক 1.25)

11. সরল গড় নির্মিত আপেক্ষিক পদ্ধতিতে সূচক সংখ্যা প্রস্তুত করো—

দ্রব্য:	A	B	C	D
দাম (2012 সাল) :	1	2	3	4
দাম (2018 সাল) :	5	4	3	2

(উত্তর : 212.5)

12. ভিত্তিবছর 2001 ধরে, 2002 সালের জন্য CPI প্রস্তুত করো—

a) সামষ্টিক ব্যয় পদ্ধতি (লাসপ্যায়ার সূচক)

b) পারিবারিক বাজেট পদ্ধতি (ভারযুক্ত দাম আপেক্ষক সূচক)

দ্রব্য :	গম	ধান	ডাল	ঘি	তেল
দাম (2001 সাল) :	50	20	2	5	3
দাম (2002 সাল) :	70	25	3	5	3
ভার :	20	30	5	20	10

(উত্তর : a) 131.89, b) 131.89)

13. মার্চ 2012 এ ভোক্তার দাম সূচক ছিল 125। খাদ্য সূচক ছিল 120 এবং অন্যান্য দ্রব্যের সূচক ছিল 135, মোট ভারের কত শতাংশ অন্যান্য দ্রব্যের উপর আরোপিত হয়?

(উত্তর : 33.33)

উত্তরমালা

Multiple Choice Question (MCQ) :

1) a 2) b 3) c 4) d 5) d 6) b 7) b 8) c 9) c 10) a

শূন্যস্থান পূরণ:

1. দাম আপেক্ষক 2. জীবিকা নির্বাহের ব্যয় সূচক 3. দাম সূচক 4. তিন 5. WPI 6. শিল্প সংস্থা 7. বৃদ্ধি

সত্য/মিথ্যা

1. মিথ্যা 2. মিথ্যা 3. মিথ্যা 4. সত্য 5. সত্য 6. মিথ্যা 7. সত্য

1 মানের প্রশ্নোত্তর:

1. সূচকসংখ্যা হল একটি পরিসংখ্যান সংক্রান্ত কৌশল যা পরস্পর সম্পর্কিত চলরাশির মানের পরিবর্তনকে পরিমাপ করে।
2. সূচকসংখ্যার হিসাবে তুলনা করার জন্য যে নির্দিষ্ট পূর্ববর্তী বছর নির্বাচন করা হয় তাকে ভিত্তি বছর বলে।
3. আর্থিক সমীক্ষা (Economic Survey)
4. অর্থের ক্রয় ক্ষমতা $= \frac{1}{CPI} \times 100 = \frac{100}{526} = 0.19$
5. মানব উন্নয়ন সূচক (HDI) হল মানব বিকাশের মূল মাত্রাগুলোর গড়-এর সংক্ষিপ্ত পরিমাপ — দীর্ঘ এবং স্বাস্থ্যকর জীবন, জ্ঞান বর্ধক জীবন এবং জীবন মাত্রার মান উন্নয়ন।
6. IIP সংখ্যা হল একটি সূচক সংখ্যা যা কোনো একটি ভিত্তি সময়কালের তুলনায় একটি নির্দিষ্ট সময়কালে শিল্প উৎপাদন স্তরের পরিবর্তন পরিমাপ করে।
7. সর্বভারতীয় সম্মিলিত ভোক্তার দাম সূচক (All-India combined CPI)
8. যখন কোনো সূচক সংখ্যায় অন্তর্ভুক্ত সকল দ্রব্য সমগুরুত্বপূর্ণ হয়না তখন তাদের পরিমাপকে ভার ধরে যে সূচক সংখ্যা প্রস্তুত করা হয় তাকে ভারযুক্ত সূচক সংখ্যা বলে।
9. জীবিকা নির্বাহের ব্যয় সূচক হল ভোক্তার দাম সূচক যা হল একটি দ্রব্য ঝুড়িতে ভোক্তার দ্রব্য ও সেবার পরিবর্তনের স্তর পরিমাপক।
10. CPI সংখ্যা বিভিন্ন ভোগকারীর জন্য প্রস্তুত করা হয়। যেমন— শিল্প শ্রমিক, কৃষি শ্রমিক, গ্রামীন শ্রমিক, শহরের অ-কায়িক শ্রমিক ইত্যাদি।

অধ্যায়-9

পরিসংখ্যান সরঞ্জামের ব্যবহার প্রকল্প

পূর্ববর্তী অধ্যায়গুলোতে তোমরা বিভিন্ন পরিসংখ্যান হাতিয়ার এবং বিভিন্ন কৌশল সম্পর্কে অধ্যয়ন করেছ। এখন আমরা কিছু প্রকল্পের মাধ্যমে এই হাতিয়ার ও কৌশলগুলোর ব্যবহার সম্পর্কে আলোচনা করব।

9.1 পরিসংখ্যান প্রকল্প (Statistical Project)

পরিসংখ্যান প্রকল্প হল অনুসন্ধান চালানো, সত্য যাচাই করা অথবা বাস্তব পরিস্থিতি যাচাই করার একটি শৃঙ্খলাবদ্ধ প্রক্রিয়া। কিছু নির্দিষ্ট এবং পূর্ব নির্ধারিত উদ্দেশ্য নিয়ে একটি পরিসংখ্যান প্রকল্প হাতে নেওয়া হয়। একটি ভালো এবং কার্যকর সমীক্ষার জন্য যত্নশীল পরিকল্পনা, পদ্ধতিগত প্রয়োগ এবং ফলাফলের বিশদ বিশ্লেষণ প্রয়োজন।

9.2 প্রকল্প প্রতিবেদনের গুরুত্ব (Utility of Project Report):

পরিসংখ্যান প্রকল্পের কিছু প্রয়োজনীয় অবদান নিম্নরূপ—

i) প্রতিষ্ঠান, ব্যবসা ও সরকারি কার্যক্রমের উন্নয়ন ও বিকাশ সম্পর্কিত তথ্য সরবরাহ এর জন্য প্রকল্প প্রতিবেদন তৈরি করা হয়।

ii) প্রকল্প প্রতিবেদন ভোগ্য পণ্যের ব্যাপারে বিভিন্ন তথ্য প্রদান করে।

iii) এটি গ্রাহকেদের পছন্দ অনুসন্ধান করতে সহায়ক।

iv) এটি কোনো সমস্যা ও সমস্যার কারণ চিহ্নিত করতেও সহায়ক।

v) এটি যে কোনো দেশের অর্থনৈতিক ও সামাজিক উন্নয়ন সম্পর্কে নীতি নির্ধারণেও সহায়ক।

9.3 একটি প্রকল্প প্রস্তুতির বিভিন্ন ধাপ:

প্রকল্পের বিভিন্ন ধাপ সমূহ নিম্নরূপ—

a) উদ্দেশ্য (Objective): প্রকল্পের উদ্দেশ্যগুলো স্পষ্টভাবে উল্লেখ করা উচিত। উদ্দেশ্যসমূহের ভিত্তিতে প্রয়োজনীয় তথ্য সংগ্রহ করা হবে।

b) সমগ্রক (Population): প্রকল্প প্রতিবেদন প্রস্তুতির পরবর্তী ধাপ হল সমগ্রক বা নির্দিষ্ট গোষ্ঠী বাছাই করা। অধ্যায়নের উদ্দেশ্য এবং গোষ্ঠীর উপর ভিত্তি করে একটি উপযুক্ত প্রশ্নপত্র তৈরি করা হয়। যেমন, গাড়ির বিপণন সম্পর্কিত প্রকল্পটির জন্য মধ্য ও উচ্চ আয়ের গোষ্ঠী অধ্যায়নের জন্য নির্বাচন করা উচিত।

c) রাশিতথ্য সংগ্রহ (Collection of data): সমীক্ষার উদ্দেশ্য সমীক্ষার জন্য প্রাথমিক রাশিতথ্য বা গৌন রাশিতথ্য নাকি উভয় রাশিতথ্যই উপযুক্ত হবে তা নির্ধারণ করে। প্রাথমিক রাশি তথ্য ব্যক্তিগত সাক্ষাৎকার অথবা প্রশ্নপত্র তৈরী করে

বিভিন্ন উপায়ে সংগ্রহ করা হয়। বলাবাহুল্য, গৌন রাশিতথ্য ব্যবহারের সময় বিশেষ যত্নবান হতে হবে।

d) রাশিতথ্য সংকলন ও উপস্থাপন (Organisation and Presentation of data): সংগ্রহিত রাশিতথ্য সারণি, ছক অথবা চিত্রের সাহায্যে সংকলন এবং উপস্থাপন প্রক্রিয়ার মাধ্যমে পেরিয়ে যেতে হয়।

e) বিশ্লেষণ এবং ব্যাখ্যা (Analysis and Interpretation): রাশিতথ্য গুলোকে সারণি অথবা ছকের মাধ্যমে প্রকাশ করার পর, অথবা তাদের বিশ্লেষণের জন্য পরিসংখ্যানগত কৌশল যেমন কেন্দ্রীয় প্রবনতার পরিমাপ, বিস্তৃতির পরিমাণ ইত্যাদি ব্যবহার প্রয়োজন অনুসারে করতে পারি। তারপর আমরা বিভিন্ন ফলাফল ব্যাখ্যা করতে পারি।

f) উপসংহার (Conclusion): ফলাফল বিশ্লেষণ এবং ব্যাখ্যার পর সর্বশেষ কাজ হল অর্থবহ উপসংহারে পৌঁছানো। যদি সম্ভব হয় তবে আমরা অবশ্যই ভবিষ্যৎ সম্ভাবনাগুলোর অনুমান করতে এবং পরামর্শ দিতে চেষ্টা করব।

g) গ্রন্থপঞ্জি (Bigliography) : এই বিভাগে রাশিতথ্যের গৌন উৎসগুলোর খুঁটিনাটি উল্লেখ করা প্রয়োজন, যেমন ম্যাগাজিন, সংবাদপত্র, গবেষণাপত্র ইত্যাদি যা প্রকল্প রূপায়নে ব্যবহৃত হয়েছে।

9.4 প্রকল্পের প্রস্তাবিত তালিকা:

কিছু প্রস্তাবিত প্রকল্প তোমাদের পাঠ্য বই এর নবম অধ্যায়ে পৃষ্ঠা নং-125 থেকে 126 এ দেওয়া হয়েছে। তোমরা এই প্রস্তাবিত প্রকল্প নিয়ে সমীক্ষা করতে পারো।

9.5 নমুনা প্রকল্প (Sample Project):

সমীক্ষার বিষয়বস্তুর উপর নির্ভর করে এক সমীক্ষা থেকে অপর সমীক্ষার সমীক্ষা পদ্ধতি ভিন্ন ভিন্ন হয়। তোমাদের সহায়তার জন্য তোমাদের পাঠ্যবই এর নবম অধ্যায়ে পৃষ্ঠা নং-126 থেকে 131 এ একটি নমুনা প্রকল্প দেওয়া হল। তোমরা এই নমুনা প্রকল্পটি অধ্যয়ন করো।