

গণিত ওয়ার্ক বুক

দশম শ্রেণি



প্রস্তুতকরণ

রাজ্য শিক্ষা গবেষণা ও প্রশিক্ষণ পর্ষদ, ত্রিপুরা সরকার ।

© এস সি ই আর টি, ত্ৰিপুৰা কৰ্তৃক সৰ্বস্বত্ব সংৰক্ষিত।

দশম শ্ৰেণীৰ গণিত ওয়াৰ্ক বুক

প্ৰথম প্ৰকাশ- সেপ্টেম্বৰ, ২০২১

প্ৰচ্ছদ : অশোক দেব, শিক্ষক

অক্ষৰ বিন্যাস : এস সি ই আর টি, ত্ৰিপুৰা।

মুদ্ৰক : সত্যযুগ এমপ্লয়িজ কো-অপাৰেটিভ সোসাইটি লিমিটেড
১৩ প্ৰফুল্ল সরকার ষ্ট্ৰিট, কলকাতা-৭২

প্ৰকাশক

অধিকাৰ্তা

ৰাজ্য শিক্ষা গবেষণা ও প্ৰশিক্ষণ পৰ্যদ, ত্ৰিপুৰা।

রতন লাল নাথ
মন্ত্রী
শিক্ষা দপ্তর
ত্রিপুরা সরকার



শিক্ষার প্রকৃত বিকাশের জন্য, শিক্ষাকে যুগোপযোগী করে তোলার জন্য প্রয়োজন শিক্ষাসংক্রান্ত নিরন্তর গবেষণা। প্রয়োজন শিক্ষা সংশ্লিষ্ট সকলকে সময়ের সঙ্গে সঙ্গে প্রশিক্ষিত করা এবং প্রয়োজনীয় শিখন সামগ্রী, পাঠ্যক্রম ও পাঠ্যপুস্তকের বিকাশ সাধন করা। এস সি ই আর টি ত্রিপুরা রাজ্যের শিক্ষার বিকাশে এসব কাজ সূনামের সঙ্গে করে আসছে। শিক্ষার্থীর মানসিক, বৌদ্ধিক ও সামাজিক বিকাশের জন্য এস সি ই আর টি পাঠ্যক্রমকে আরো বিজ্ঞানসম্মত, নান্দনিক এবং কার্যকর করবার কাজ করে চলেছে। করা হচ্ছে সুনির্দিষ্ট পরিকল্পনার অধীনে।

এই পরিকল্পনার আওতায় পাঠ্যক্রম ও পাঠ্যপুস্তকের পাশাপাশি শিশুদের শিখন সক্ষমতা বৃদ্ধির জন্য তৈরি করা হয়েছে ওয়ার্ক বুক বা অনুশীলন পুস্তক। প্রসঙ্গত উল্লেখ্য, ছাত্র-ছাত্রীদের সমস্যার সমাধানকে সহজতর করার লক্ষ্যে এবং তাদের শিখনকে আরো সহজ ও সাবলীল করার জন্য রাজ্য সরকার একটি উদ্যোগ গ্রহণ করেছে, যার নাম 'প্রয়াস'। এই প্রকল্পের অধীনে এস সি ই আর টি এবং জেলা শিক্ষা আধিকারিকরা বিশিষ্ট শিক্ষকদের সহায়তা গ্রহণের মাধ্যমে প্রথম থেকে দ্বাদশ শ্রেণির ছাত্র-ছাত্রীদের জন্য ওয়ার্ক বুকগুলো সুচারুভাবে তৈরি করেছেন। ষষ্ঠ থেকে অষ্টম শ্রেণি পর্যন্ত বিজ্ঞান, গণিত, ইংরেজি, বাংলা ও সমাজবিদ্যার ওয়ার্ক বুক তৈরি হয়েছে। নবম দশম শ্রেণির জন্য হয়েছে গণিত, বিজ্ঞান, সমাজবিদ্যা, ইংরেজি ও বাংলা। একাদশ দ্বাদশ শ্রেণির ছাত্র-ছাত্রীদের জন্য ইংরেজি, বাংলা, হিসাবশাস্ত্র, পদার্থবিদ্যা, রসায়নবিদ্যা, অর্থনীতি এবং গণিত ইত্যাদি বিষয়ের জন্য তৈরি হয়েছে ওয়ার্ক বুক। এইসব ওয়ার্ক বকের সাহায্যে ছাত্র-ছাত্রীরা জ্ঞানমূলক বিভিন্ন কার্য সম্পাদন করতে পারবে এবং তাদের চিন্তা প্রক্রিয়ার যে স্বাভাবিক ছন্দ রয়েছে, তাকে ব্যবহার করে বিভিন্ন সমস্যার সমাধান করতে পারবে। বাংলা ও ইংরেজি উভয় ভাষায় লিখিত এইসব অনুশীলন পুস্তক ছাত্র-ছাত্রীদের মধ্যে বিনামূল্যে বিতরণ করা হবে।

এই উদ্যোগে সকল শিক্ষার্থী অতিশয় উপকৃত হবে। আমার বিশ্বাস, আমাদের সকলের সক্রিয় এবং নিরলস অংশগ্রহণের মাধ্যমে ত্রিপুরার শিক্ষাজগতে একটি নতুন দিগন্তের উন্মেষ ঘটবে। ব্যক্তিগত ভাবে আমি চাই যথাযথ জ্ঞানের সঙ্গে সঙ্গে শিক্ষার্থীর সামগ্রিক বিকাশ ঘটুক এবং তার আলো রাজ্যের প্রতিটি কোণে ছড়িয়ে পড়ুক।

(রতন লাল নাথ)

গণিত ওয়ার্কবুক

দশম শ্রেণি

পুস্তকটি মারা তৈরি করেছেন—

ড: মণিময় পাল, অ্যাসোসিয়েট প্রফেসর

শ্রীমতী মণিদীপা সূত্রধর, লেকচারার

শ্রী মৃগাল কান্তি বৈদ্য, শিক্ষক

শ্রী জয়দীপ চৌধুরী, শিক্ষক

শ্রী সিদ্ধার্থ সূত্রধর, শিক্ষক

শ্রী প্রদীপ দেবনাথ, শিক্ষক

শ্রী সোমেন দেবনাথ, শিক্ষক

শ্রী প্রশান্ত সরকার, শিক্ষক

শ্রীমতী মধুমিতা চৌধুরী, শিক্ষিকা

শ্রী অর্ণব কুমার রায়, শিক্ষক

পরিমার্জনায়

শ্রী মৃগাল কান্তি বৈদ্য, শিক্ষক

শ্রী জয়দীপ চৌধুরী, শিক্ষক

শ্রী লিটন দত্ত, শিক্ষক

সূচিপত্র

অধ্যায় - 1	বাস্তব সংখ্যা (Real numbers)	3-8
অধ্যায় - 2	বহুপদ রাশিমালা (Polynomials)	9-12
অধ্যায় - 3	দ্বি-চলরাশি বিশিষ্ট রৈখিক সমীকরণযুগল (Pair of linear equations in two variables)	13-23
অধ্যায় - 4	দ্বিঘাত সমীকরণ (Quadratic equations)	24-29
অধ্যায় - 5	সমাস্তর প্রগতি (Arithmetic Progressions)	30-34
অধ্যায় -6	ত্রিভুজ (Triangles)	35-48
অধ্যায় - 7	স্থানাঙ্ক জ্যামিতি (Coordinate geometry)	49-56
অধ্যায় - 8	ত্রিকোণমিতির পরিচয় (Introduction to trigonometry)	57-64
অধ্যায় - 9	ত্রিকোণোমিতির কয়েকটি প্রয়োগ (Applications of trigonometry)	65-70
অধ্যায় - 10	বৃত্ত (Circles)	71-81
অধ্যায় - 11	অঙ্কন (Constructions)	82-83
অধ্যায় - 12	বৃত্ত সম্পর্কিত ক্ষেত্রফল (Areas related to circles)	84-91
অধ্যায় - 13	পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তন (Surface areas and volumes)	92-99
অধ্যায় - 14	রাশিবিজ্ঞান (Statistics)	100-111
অধ্যায় - 15	সম্ভাবনা (Probability)	112-116

অধ্যায় - 1

বাস্তব সংখ্যা (REAL NUMBERS)

মূল বিষয় ও সূত্রাবলি :

- ইউক্লিডের ভাগ-সহায়ক উপপাদ্য (Euclid's Division Lemma) : প্রদত্ত ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা a ও b -এর জন্য দুটি অনন্য অখণ্ড সংখ্যা q ও r -এর অস্তিত্ব থাকে, যেখানে $a = bq + r$, $0 \leq r < b$ হয়।

মন্তব্য : ধরো a এবং b দুটি ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা। যদি $a = bq + r$, $0 \leq r < b$ হয়, তবে গ.সা.গু (a,b) = গ.সা.গু (b,r) ।

- পাটিগণিতের মৌলিক উপপাদ্য (Fundamental Theorem of Arithmetic) :

প্রতিটি যৌগিক সংখ্যাকে একাধিক মৌলিক সংখ্যার গুণফলরূপে (উৎপাদক বিশ্লেষণে) প্রকাশ করা যেতে পারে এবং মৌলিক উৎপাদকগুলোর ক্রম নিরপেক্ষতার সাপেক্ষে এই উৎপাদকীকরণ অনন্য (factorisation is unique)।

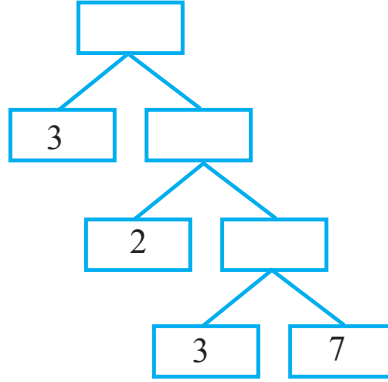
- যে-কোনো দুটি ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা a ও b -এর জন্য গ.সা.গু $(a,b) \times$ ল.সা.গু $(a,b) = a \times b$ ।
- ধরা যাক p একটি মৌলিক সংখ্যা। যদি p দিয়ে a^2 বিভাজ্য হয়, তবে p দিয়ে a -ও বিভাজ্য হয়, যেখানে a একটি ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা।
- $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, হল অমূলদ সংখ্যা।
- একটি মূলদ এবং একটি অমূলদ সংখ্যার সমষ্টি বা অন্তর একটি অমূলদ সংখ্যা হবে।
- একটি অশূন্য মূলদ সংখ্যা এবং একটি অমূলদ সংখ্যার গুণফল বা ভাগফল একটি অমূলদ সংখ্যা হবে।
- ধরা যাক, $x = \frac{p}{q}$, p এবং q পরস্পর মৌলিক, একটি মূলদ সংখ্যা যার দশমিক বিস্তৃতি সসীম। তাহলে q -এর মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণের আকার হয় $2^m \cdot 5^n$, যেখানে m, n হল অ-ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যা।
- ধরা যাক, $x = \frac{p}{q}$ এমন একটি মূলদ সংখ্যা যেখানে q -এর মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ $2^m \cdot 5^n$ আকারে নয়, যেখানে m, n হল অ-ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যা। তাহলে x -এর একটি দশমিক বিস্তৃতি থাকে যা অসীম আবৃত্ত (পৌনঃপুনিক) হয়।

অনুশীলনী-1

ক-বিভাগ (প্রতিটি 1 নম্বর)

I. শূন্যস্থান পূরণ করো :

1. যদি q যে-কোনো অখণ্ড সংখ্যা হয় তবে একটি অযুগ্ম অখণ্ড সংখ্যার আকার হবে _____ ।
2. বাস্তবগুলো পূর্ণ করো :



3. একটি অশূন্য মূলদ ও একটি অমূলদ সংখ্যার গুণফল হল _____ ।
4. যদি $p=a^2b^3c$ এবং $q=ab^2c^4$ হয় তবে ল.সা.গু $(p,q) =$ _____ ।
5. মূলদ সংখ্যা $\frac{23}{2^3 \times 5}$ এর দশমিক বিস্তৃতি, দশমিক বিন্দুর পরে _____ টি অঙ্কে সমাপ্ত হবে।

II. বহু নির্বাচনী প্রশ্নাবলি (MCQ) :

1. ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা a এবং 3 এর জন্য q এবং r অনন্য দুটি সমগ্র সংখ্যা পাওয়া যাবে যেখানে $a = 3q + r$ হয়, তবে
(a) $0 < r < 3$ (b) $0 \leq r < 3$ (c) $0 < r \leq 3$ (d) $0 \leq r \leq 3$ ।
2. যদি 46 এবং 69 -এর গ.সা.গু $23m - 115$ হয়, তবে m এর মান হল—
(a) 3 (b) 4 (c) 5 (d) 6
3. যদি $a = 2 \times 3^2 \times 5^2$ এবং $b = 2^2 \times 3 \times 5$ হয় তবে a এবং b এর গ.সা.গু হবে—
(a) 3 (b) 5 (c) 30 (d) 60
4. যে বৃহত্তম সংখ্যা দিয়ে 96 এবং 120 কে ভাগ করলে যথাক্রমে 8 এবং 10 ভাগশেষ থাকে, তা হল
(a) 20 (b) 22 (c) 24 (d) 26
5. দুটি সংখ্যার ল.সা.গু এবং গ.সা.গু হল যথাক্রমে 819 এবং 13; যদি একটি সংখ্যা 91 হয় তবে অপর সংখ্যাটি হবে—
(a) 117 (b) 26 (c) 52 (d) 130

6. নীচের কোন মূলদ সংখ্যার দশমিক বিস্তৃতি সসীম ?

(a) $\frac{16}{225}$ (b) $\frac{2}{21}$ (c) $\frac{7}{250}$ (d) $\frac{5}{18}$

7. মূলদ সংখ্যা $\frac{47}{1250}$ এর দশমিক বিস্তৃতির সমাপ্তি ঘটে—

- (a) চার দশমিক স্থানের পর (b) এক দশমিক স্থানের পর (c) তিন দশমিক স্থানের পর
(d) দুই দশমিক স্থানের পর।

8. $\sqrt{8}$ -কে যে ক্ষুদ্রতম সংখ্যার দ্বারা গুণ করলে একটি মূলদ সংখ্যা পাওয়া যায় সেটি হল—

(a) $\sqrt{8}$ (b) $2\sqrt{2}$ (c) $\sqrt{2}$ (d) 2

9. যদি n একটি স্বাভাবিক সংখ্যা হয়, তবে $7^{2n} - 4^{2n}$ সর্বদা বিভাজ্য হবে—

- (a) 7 ও 4 উভয় দ্বারা (b) 7 দ্বারা (c) 4 দ্বারা (d) 3 ও 11 উভয় দ্বারা

10. নীচের কোনটি একটি অমূলদ সংখ্যা ?

(a) 2.17347 (b) $1.7\overline{32}$ (c) $\frac{22}{7}$ (d) 1.3131131113...

III. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

1. যদি একটি সংখ্যাকে 23 দিয়ে ভাগ করলে ভাগফল 21 এবং ভাগশেষ 17 হয়, তবে সংখ্যাটি নির্ণয় করো।
2. যদি $a = x^2y^3$ এবং $b = xy^4$ হয়, তবে a এবং b এর ল.সা.গু ও গ.সা.গু নির্ণয় করো।
3. একটি ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা n কে যখন 7 দিয়ে ভাগ করা হয় তখন 3 ভাগশেষ থাকে। $(3n-1)$ কে 7 দিয়ে ভাগ করলে ভাগশেষ কী হবে?
4. যদি গ.সা.গু $(26, 169) = 13$ হয়, তবে ল.সা.গু $(26, 169) = ?$
5. 1 থেকে 10 পর্যন্ত সবগুলো স্বাভাবিক সংখ্যা দ্বারা বিভাজ্য ক্ষুদ্রতম সংখ্যাটি কত?
6. যদি p এবং q দুটি মৌলিক সংখ্যা হয়, তবে তাদের গ.সা.গু কত?
7. যদি p এবং q দুটি মৌলিক সংখ্যা হয়, তবে তাদের ল.সা.গু কত?
8. 144 এর মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণে 2 এর ঘাত লেখো।
9. মূলদ সংখ্যা $\frac{7}{75}$ এর দশমিক বিস্তৃতি সসীম অথবা অসীম তা যাচাই করো।
10. $\sqrt{2}$ এবং $\sqrt{3}$ -এর মধ্যবর্তী একটি মূলদ সংখ্যা নির্ণয় করো।

IV. নিম্নলিখিত উক্তিগুলো সত্য অথবা মিথ্যা লেখো :

1. $\sqrt{8}$ একটি অমূলদ সংখ্যা কিন্তু $\frac{22}{7}$ হল মূলদ সংখ্যা।
2. 4^n আকারের যে কোনো সংখ্যা '0' অঙ্ক দ্বারা শেষ হয়, যেখানে n একটি স্বাভাবিক সংখ্যা।
3. $3 \times 5 \times 7 + 7$ একটি মৌলিক সংখ্যা।
4. $4 + \sqrt{3}$ হল একটি অমূলদ সংখ্যা।
5. প্রতিটি অযুগ্ম অখণ্ড সংখ্যার আকার $2m - 1$, যেখানে m হল একটি অখণ্ড সংখ্যা।

খ-বিভাগ (প্রতিটি 2 নম্বর)

সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্নাবলি :

1. দেখাও যে $5 + \sqrt{2}$ একটি অমূলদ সংখ্যা, দেওয়া আছে $\sqrt{2}$ একটি অমূলদ সংখ্যা।
2. প্রমাণ করো যে, প্রতিটি ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যার আকার হল $3q + 1$, যেখানে q হল একটি স্বাভাবিক সংখ্যা।
3. $\frac{17}{30}$ একটি সসীম দশমিক কি না যাচাই করো।
4. দুটি অমূলদ সংখ্যা যাদের সমষ্টি একটি মূলদ সংখ্যা, এমন একটি উদাহরণ দাও।
5. দুটি ক্রমিক ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যার গুণফল 2 দ্বারা বিভাজ্য। এই উক্তিটি কি সত্য না মিথ্যা? কারণ দেখাও।
6. একটি ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা a -কে যখন 3 দ্বারা ভাগ করা হয়, তখন ভাগশেষ r -এর মান হয় শুধুমাত্র 0 এবং 1। উক্তিটির সত্যতা যাচাই করো।
7. যদি 525 এবং 3000 উভয় সংখ্যা কেবলমাত্র 3, 5, 15, 25 এবং 75 দ্বারা বিভাজ্য হয় তবে, গ.সা.গু (525, 3000) = কত? তোমার উত্তরের স্বপক্ষে যুক্তি দাও।
8. দুটি সংখ্যার গ.সা.গু 14 এবং ল.সা.গু 230 হতে পারে কি? কারণ দেখাও।
9. দেখাও যে 12^n , আকার বিশিষ্ট যে-কোনো সংখ্যা কখনোই 0 অঙ্ক দ্বারা শেষ হয় না, যেখানে n একটি স্বাভাবিক সংখ্যা।
10. দুটি অমূলদ সংখ্যার উদাহরণ দাও যাদের অন্তর একটি মূলদ সংখ্যা।

গ-বিভাগ (প্রতিটি 3/4 নম্বর)

দীর্ঘ উত্তরধর্মী প্রশ্নাবলি :

1. দেখাও যে, একটি ধনাত্মক অযুগ্ম অখণ্ড সংখ্যার বর্গের আকার হবে $8m + 1$, যেখানে m হল কতিপয় সমগ্র সংখ্যা।
2. দেখাও যে, একটি ধনাত্মক অযুগ্ম অখণ্ড সংখ্যার বর্গের আকার হবে $6q + 1$ অথবা $6q + 3$, যেখানে q হল কতিপয় অখণ্ড সংখ্যা।

3. প্রমাণ করো যে $\sqrt{2} + \sqrt{5}$ অমূলদ সংখ্যা।
4. 441, 567 এবং 693 এর গ.সা.গু নির্ণয় করো।
5. ইউক্লিডের ভাগ কলনবিধি প্রয়োগে গ.সা.গু নির্ণয় করো :
(i) 504 এবং 1188 (ii) 960 এবং 1575.
6. ইউক্লিডের ভাগ কলনবিধি প্রয়োগে 1190 এবং 1445 এর গ.সা.গু নির্ণয় করো। গ.সা.গু-কে $1190m + 1445n$ আকারে প্রকাশ করো।
7. যে-কোনো ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা n এর জন্য, প্রমাণ করো যে, $n^3 - n$ সর্বদা 6 দ্বারা বিভাজ্য।
8. যদি n একটি অযুগ্ম অখণ্ড সংখ্যা হয়, তবে দেখাও যে $n^2 - 1$, 8 দ্বারা বিভাজ্য।
9. দেখাও যে, যে-কোনো অখণ্ড সংখ্যা q এর জন্য, যে-কোনো ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যার বর্গের আকার $5q + 2$ অথবা $5q + 3$ হতে পারে না।
10. যে বৃহত্তম সংখ্যা দিয়ে 320 এবং 457 কে ভাগ করলে যথাক্রমে 5 এবং 7 ভাগশেষ থাকে সেটি নির্ণয় করো।
11. যদি 210 এবং 55 এর গ.সা.গু $210 \times 5 + 55y$ আকারে প্রকাশ করা হয় তবে y এর মান নির্ণয় করো।
12. চার অঙ্কের বৃহত্তম সংখ্যা নির্ণয় করো যা 15, 24 এবং 36 দ্বারা সম্পূর্ণরূপে বিভাজ্য।
13. 2497 এর সাথে যে ক্ষুদ্রতম সংখ্যা যোগ করলে যোগফল 5, 6, 4 এবং 3 দ্বারা সম্পূর্ণরূপে বিভাজ্য হয় তা নির্ণয় করো।
14. একটি প্রাতঃভ্রমণে তিন ব্যক্তি একই সাথে হাঁটা শুরু করলে এবং তাদের প্রতি পদক্ষেপের পরিমাপ যথাক্রমে 40 সেমি, 42 সেমি এবং 45 সেমি। প্রত্যেকে ন্যূনতম কত দূরত্ব ভ্রমণ করলে প্রত্যেকে সম্পূর্ণ পদক্ষেপে সমান দূরত্ব অতিক্রম করবেন?
15. মূলদ সংখ্যা $\frac{257}{5000}$ এর হরকে $2^m \times 5^n$ আকারে লেখো, যেখানে m, n হল অঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যা। অতঃপর, প্রকৃত ভাগ না করে এটির দশমিক বিস্তৃতি লেখো।

উত্তরমালা

ক-বিভাগ

- I. 1. $2q + 1$ 2. 126, 42, 21 3. অমূলদ 4. $a^2 b^3 c^4$ 5. 3
- II. 1. (b) 2. (d) 3. (c) 4. (b) 5. (a) 6. (c) 7. (a) 8. (c) 9. (d) 10. (d)
- III. 1. 500 2. $xy^3; x^2 y^4$ 3. 1 4. 338 5. 2520 6. 1 7. $p \times q$ 8. 4
9. অসীম আবৃত্ত দশমিক বিস্তৃতি; যেহেতু হর $75 = 3 \times 5^2$ এর আকার $2^m \times 5^n$ -এর অনুরূপ নয়।
10. 1.5 অথবা 1.6 (1.41 এবং 1.73 এর মধ্যবর্তী যে-কোনো মূলদ সংখ্যা)
- IV. 1. সত্য 2. মিথ্যা 3. মিথ্যা 4. সত্য 5. সত্য

খ-বিভাগ

4. $(2 + \sqrt{3})$ এবং $(2 - \sqrt{3})$
5. সত্য, কারণ $n(n+1)$ সর্বদাই যুগ্ম সংখ্যা হবে, যেহেতু n বা $(n+1)$ এর মধ্যে একটি অবশ্যই যুগ্ম সংখ্যা।
6. না, কারণ $a = 3q + r$, যেখানে $0 \leq r < 3$. $\therefore r$ এর মানগুলো হল 0, 1 বা 2।
7. গ.সা.গু = 75, যেহেতু গ.সা.গু হল গরিষ্ঠ সাধারণ গুননীয়ক।
8. না, কারণ গ.সা.গু (14) দিয়ে ল.সা.গু (230) বিভাজ্য নয়।
10. $(4 + \sqrt{3})$ এবং $(2 + \sqrt{3})$ ।

গ-বিভাগ

3. ইঙ্গিত : $\sqrt{2} + \sqrt{5} = a$, ধরো, যেখানে a হল মূলদ সংখ্যা। তাহলে $\sqrt{2} = a - \sqrt{5}$
- $\therefore 2 = a^2 + 5 - 2a\sqrt{5} \Rightarrow \sqrt{5} = \frac{a^2 + 3}{2a}$, যা একটি মূলদ সংখ্যা। কিন্তু $\sqrt{5}$ একটি অমূলদ সংখ্যা অতএব, $\sqrt{2} + \sqrt{5}$ একটি অমূলদ সংখ্যা।
4. 63. 5. (i) 36, (ii) 15, 6. 85; $m = -6, n = 5$, 10. 45, 11. -19, 12. 9720, 13. 23, 14. 2520 সেমি., 15. $2^3 \times 5^4, 0.0514$ ।

অধ্যায় - 2

বহুপদ রাশিমালা (POLYNOMIALS)

মূল বিষয় এবং সূত্রাবলি :

- বহুপদ রাশিমালা : একটি বীজগাণিতিক রাশিমালা যার সাথে যুক্ত চলগুলো শুধুমাত্র অক্ষাণাঙ্ক যাত বিশিষ্ট হয়, তবে ওই বীজগাণিতিক রাশিমালাকে বহুপদ রাশিমালা বলে।
 - প্রদত্ত একটি বিন্দুতে কোনো বহুপদ রাশিমালার মান : যদি $p(x)$ একটি x চলরাশিযুক্ত বহুপদ রাশিমালা এবং ' α ' একটি বাস্তব সংখ্যা হয়, তবে $p(x)$ -এ $x = \alpha$ বসিয়ে প্রাপ্ত মান অর্থাৎ $p(\alpha)$ হল $x = \alpha$ -তে $p(x)$ এর মান।
 - বহুপদ রাশিমালার শূন্য : একটি বাস্তব সংখ্যা α -কে কোনো বহুপদ রাশিমালা $p(x)$ -এর শূন্য বলা হবে যদি $p(\alpha) = 0$ হয়।
 - একটি বহুপদ রাশিমালার শূন্য এবং সহগের মধ্যে সম্পর্ক :
- i) যদি $ax + b$ একটি প্রদত্ত রৈখিক রাশিমালা হয়, তবে রৈখিক রাশিমালা $ax + b$ -এর শূন্য

$$\frac{-b}{a} = \frac{-(\text{ধ্রুবক পদ})}{x\text{-এর সহগ}}$$

- ii) যদি α এবং β একটি দ্বিঘাত রাশিমালা $ax^2 + bx + c$ -এর শূন্য হয়, তবে

$$\alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{-(x\text{-এর সহগ})}{x^2\text{-এর সহগ}} \quad \text{এবং} \quad \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{\text{ধ্রুবক পদ}}{x^2\text{-এর সহগ}}$$

- iii) যদি α , β এবং γ একটি ত্রিঘাত রাশিমালা $ax^3 + bx^2 + cx + d$ -এর শূন্য হয়, তবে

$$\alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a} = \frac{-(x^2\text{-এর সহগ})}{x^3\text{-এর সহগ}}$$

$$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a} = \frac{x\text{-এর সহগ}}{x^3\text{-এর সহগ}}$$

$$\alpha\beta\gamma = \frac{-d}{a} = \frac{-(\text{ধ্রুবক পদ})}{x^3\text{-এর সহগ}}$$

- বহুপদ রাশিমালার শূন্যগুলোর জ্যামিতিক তাৎপর্য : কোনো বহুপদ রাশিমালা $p(x)$ -এর শূন্যগুলো হল প্রকৃতপক্ষে x -এর স্থানাঙ্ক যেখানে $y = p(x)$ -এর লেখচিত্র x -অক্ষকে ছেদ করে।
- বহুপদ রাশিমালার ভাগ কলনবিধি : যদি $p(x)$ এবং $g(x)$ যে-কোনো দুটি বহুপদ রাশিমালা হয় যেখানে $g(x) \neq 0$, তবে আমরা দুটি বহুপদ রাশিমালা $q(x)$ এবং $r(x)$ এরূপে পাই যে,

$$p(x) = g(x) \times q(x) + r(x) \text{ হয়,}$$

এখানে $r(x) = 0$ অথবা $r(x)$ এর মাত্রা $< g(x)$ -এর মাত্রা

দ্রষ্টব্য : (i) যদি $r(x) = 0$ হয়, তবে $g(x)$ হল $p(x)$ এর একটি উৎপাদক।

(ii) ভাজ্য = ভাজক \times ভাগফল + ভাগশেষ।

অনুশীলন - 2

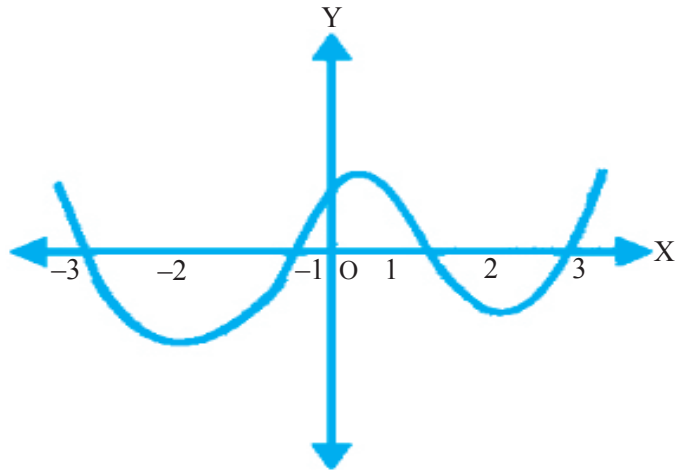
ক-বিভাগ (প্রতিটি 1 নম্বর)

শূন্যস্থান পূরণ করো :

1. $x^2 - 3x + 2$ দ্বিঘাত রাশিমালার শূন্যগুলোর যোগফল হল _____
2. $ax^3 + bx^2 + cx + d$ ত্রিঘাত রাশিমালার দুটি শূন্য যদি 0 হয়, তবে তৃতীয় শূন্যটি হল _____

নিম্নে প্রদত্ত প্রশ্নগুলোর সঠিক বিকল্প বেছে নাও :

3. -3 এবং 2 শূন্য বিশিষ্ট দ্বিঘাত রাশিমালাটি হল —
(a) $x^2 - x + 6$ (b) $x^2 + x - 6$ (c) $x^2 - x - 6$ (d) $x^2 + x + 6$
4. 2 এবং -7 শূন্য হয় এমন রাশিমালার সংখ্যা হবে—
(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 3 -এর অধিক
5. যদি $f(x) = x^2 - 7x - 8$ রাশিমালার একটি শূন্য -1 হয় তবে অপর শূন্যটি হল—
(a) 8 (b) 9 (c) -9 (d) 7
6. যদি দ্বিঘাত রাশিমালা $3x^2 - kx + 6$ -এর শূন্যগুলোর যোগফল 3 হয় তবে k -এর মান হল
(a) 7 (b) 8 (c) 9 (d) 10
7. $2x^3 - x^2 + 5x + \frac{1}{x} - 3$ একটি বহুপদ রাশিমালা। বিবৃতিটি সত্য/মিথ্যা কিনা যাচাই করো।
8. $x = -1$ হল $x^2 + 3x + 2$ -এর একটি শূন্য। বিবৃতিটি সত্য/মিথ্যা কিনা যাচাই করো।
9. নিম্নে প্রদত্ত বহুপদ রাশিমালা $f(x)$ -এর লেখচিত্রে -2 এবং 2 এর মধ্যবর্তী শূন্যের সংখ্যা নির্ণয় করো।



10. $p(x) = ax^2 + bx + c$ বহুপদ রাশিমালার শূন্যগুলো পরস্পর অন্যান্যক হওয়ার শর্ত কী?

খ-বিভাগ (প্রতিটি 2 নম্বর)

- কোনো বহুপদ রাশিমালা $p(x)$ -কে $3x-2$ দ্বারা ভাগের ক্ষেত্রে $x + 2$ ভাগশেষ হতে পারে কি? তোমার উত্তরের পক্ষে যুক্তি দাও।
- $p(x) = x^2 - x - 2$ -এর সকল শূন্যগুলো নির্ণয় করো।
- যদি বহুপদ রাশিমালা $2y^2 + 7y + 5$ -এর শূন্যগুলো α, β হয় তবে $\alpha + \beta + \alpha\beta$ -এর মান লিখো।
- যদি $p(x) = g(x) \cdot q(x) + r(x)$ হয়, যেখানে $p(x)$ -এর মাত্রা = 6 এবং $g(x)$ -এর মাত্রা = 3 হয়, তবে $q(x)$ -এর মাত্রা লেখো।
- m -এর মান নির্ণয় করো যাতে $4x^2 - 6x - m$ সম্পূর্ণরূপে $x-3$ দ্বারা বিভাজ্য হয়।
- যদি $x - \sqrt{2}$ দ্বারা $f(x) = 5x^2 - 10$ -কে ভাগ করা হয়, তবে ভাগশেষ নির্ণয় করো।
- বহুপদ রাশিমালা $p(x)$ এর লেখচিত্র x অক্ষকে তিনবার ছেদ করলে এর বাস্তব শূন্যের সংখ্যা নির্ণয় করো।
- $p(x) = 4x^3 + 8x^2 + 8x + 7$ কে $g(x) = 2x^2 - x + 1$ দ্বারা ভাগের ক্ষেত্রে ভাগশেষ এবং ভাগফল নির্ণয় করো।
- $g(x) = x^2 + 3x + 1$ বহুপদ রাশিমালাটি $f(x) = 3x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 2x + 4$ বহুপদ রাশিমালার একটি উৎপাদক কিনা যাচাই করো।
- যদি a ও b বহুপদ রাশিমালা $x^2 + ax + b$ -এর দুটি শূন্য হয় তবে a এবং b -এর মান নির্ণয় করো।

গ-বিভাগ (প্রতিটি 3/4 নম্বর)

- বহুপদ রাশিমালা $x^2 + \frac{1}{6}x - 2$, -এর শূন্যগুলো নির্ণয় করো এবং বহুপদ রাশিমালার সহগ এবং শূন্যগুলোর মধ্যবর্তী সম্পর্কের সত্যতা যাচাই করো।
- যদি α ও β বহুপদ রাশিমালা $x^2 + 8x + 6$ -এর দুটি শূন্য হয়, তবে এমন একটি দ্বিঘাত রাশিমালা গঠন করো যার শূন্যগুলো $\frac{1}{\alpha}$ এবং $\frac{1}{\beta}$ হয়।
- দেখাও যে, $x + 1$ এবং $2x - 3$ হল $p(x) = 2x^3 - 9x^2 + x + 12$ -এর উৎপাদক।
- $3x^3 + x^2 - 22x + 9$ -এর সাথে কত যুক্ত করতে হবে যাতে প্রাপ্ত ফলটি $3x^2 + 7x + 6$ দ্বারা বিভাজ্য হয়।
- যদি $x + 1$ এবং $x + 2$, $p(x) = x^3 + 3x^2 - 2ax + \beta$ -এর উৎপাদক হয় তবে α ও β -এর মান নির্ণয় করো।
- যদি 1 এবং -1 বহুপদ রাশিমালা $px^4 + qx^3 + rx^2 + sx + t$ এর শূন্য হয়, তবে দেখাও যে $p + r + t = q + s = 0$ ।
- $x^3 - 6x^2 - 15x + 80$ থেকে কত বিয়োগ করলে প্রাপ্ত ফলটি $x^2 + x - 12$ দ্বারা বিভাজ্য হবে।
- যদি $x + a$, বহুপদ রাশিমালা $x^2 + px + q$ এবং $x^2 + mx + n$, এর একটি উৎপাদক হয়, তবে প্রমাণ করে যে $a = \frac{n - q}{m - p}$ ।

9. যদি বহুপদ রাশিমালা $kx^3 - 5x + 9$ এর শূন্যগুলো α, β, γ এবং $\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 = 27$ হয়, তবে k -এর মান নির্ণয় করো।
10. গুণনীয়ক উপপাদ্য প্রয়োগে $p(x) = 2x^4 - 7x^3 - 13x^2 + 63x - 45$ -কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করো।
11. $f(x) = 10x^4 + 17x^3 - 62x^2 + 30x - 3$ -কে $g(x) = 2x^2 - x + 1$ দ্বারা ভাগের ক্ষেত্রে ভাগ-কলন বিধির সত্যতা যাচাই করো।
12. যদি বহুপদ রাশিমালা $f(x) = 2x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 3x + 6$ -এর দুটি শূন্য $-\sqrt{\frac{3}{2}}$ এবং $\sqrt{\frac{3}{2}}$ হয় তবে সকল শূন্যগুলো নির্ণয় করো।
13. যদি α, β দ্বিঘাত রাশিমালা $kx^2 + 4x + 4$ -এর শূন্য হয়, তবে k -এর মান নির্ণয় করো যাতে $(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 24$ হয়।
14. m -এর মান নির্ণয় করো যাতে $2x^4 + x^3 - 14x^2 + 5x + 6$ -এর একটি উৎপাদক $x^2 + 2x + m$ হয়।
15. যদি $x^3 + 2x^2 + kx + 3$ -কে $x - 3$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ 21 হয়। তবে ভাগফল এবং k এর মান নির্ণয় করো।
অতপর, ত্রিঘাত রাশিমালা $x^3 + 2x^2 + kx - 18$ -এর শূন্যগুলো নির্ণয় করো।

উত্তরমালা

ক-বিভাগ

1. 3
2. $\frac{-b}{a}$
3. b
4. d
5. a
6. c
7. মিথ্যা
8. সত্য
9. 2
10. $c=a$

খ-বিভাগ

1. না
2. -1 এবং 2
3. -1
4. 3
5. 18
6. 0
7. 3
8. ভাগশেষ = $11x + 2$, ভাগফল = $2x + 5$.
9. $p(x)$ -এর একটি উৎপাদক $g(x)$ হবে না।
10. $a = 1, b = -2$ ।

গ-বিভাগ

1. শূন্যগুলো হল $\frac{4}{3}$ এবং $\frac{-3}{2}$
2. $p(x) = \frac{1}{6}(6x^2 + 8x + 1)$
4. $2x + 3$.
5. $\alpha = -1, \beta = 0$
7. $4x - 4$
9. $k = -1$
10. $p(x) = (x-1)(x-3)(x+3)(2x-5)$
12. $-\sqrt{\frac{3}{2}}, \sqrt{\frac{3}{2}}, 2, -1$
13. $k = -1, \frac{2}{3}$
14. $m = -3$
15. $k = -9; -3, -2, 3$ ।

অধ্যায়-3

দ্বি-চলরাশি বিশিষ্ট রৈখিক সমীকরণযুগল (PAIR OF LINEAR EQUATIONS IN TWO VARIABLES)

মূল বিষয় এবং সূত্রাবলি :

- ★ একই রকম দুটি চলযুক্ত রৈখিক সমীকরণ জোড়াকে দ্বি-চলবিশিষ্ট রৈখিক সমীকরণযুগল বলা হয়।
- ★ রৈখিক সমীকরণযুগলের সাধারণ রূপ হল—

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0$$

$$a_2x + b_2y + c_2 = 0$$

যেখানে $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2$ হল বাস্তব সংখ্যা এবং $a_1^2 + b_1^2 \neq 0, a_2^2 + b_2^2 \neq 0$

- ★ একটি রৈখিক সমীকরণযুগল সংগত হবে যদি উহাদের সমাধান অনন্য বা অসীম সংখ্যক হয়। অসীম সংখ্যক সমাধানের ক্ষেত্রে, রৈখিক সমীকরণযুগলকে অধীনও বলা হয়। তাহলে এই ক্ষেত্রে রৈখিক সমীকরণযুগল হবে, সংগত এবং অধীন।
 - ★ এক জোড়া রৈখিক সমীকরণ অসংগত হবে, যদি উহাদের কোনো সমাধান না থাকে।
 - ★ ধরা যাক দ্বি-চল বিশিষ্ট একজোড়া রৈখিক সমীকরণ হল $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ এবং $a_2x + b_2y + c_2 = 0$
- I) যদি $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ হয় তবে (i) রৈখিক সমীকরণযুগল হবে সংগত (ii) লেখচিত্র হবে একজোড়া রেখার পরস্পরছেদী একটি অনন্য ছেদবিন্দু, যা ঐ রেখাদুটির সমীকরণের সমাধান।

- II) যদি $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ হয় তবে (i) রৈখিক সমীকরণযুগল হবে অসংগত (ii) লেখচিত্র হবে একজোড়া সমান্তরালরেখা, তাই তাদের কোনো সমাধান থাকবে না।

- III) যদি $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ হয় তবে (i) রৈখিক সমীকরণযুগল হবে অধীন এবং সংগত। (ii) লেখচিত্র হবে একজোড়া রেখা পরস্পর সমাপতিত। রেখাগুলোর উপর অবস্থিত প্রত্যেকটি বিন্দু হবে একটি সমাধান এবং তাই সমীকরণযুগলের থাকবে অসীম সংখ্যক সমাধান।

★ একজোড়া রৈখিক সমীকরণকে, নীচের যে-কোনো পদ্ধতির সাহায্যে বীজগাণিতিকভাবে সমাধান করা যায়—

- i) পরিবর্ত পদ্ধতি
- ii) অপনয়ন পদ্ধতি
- iii) বজ্রগুণন পদ্ধতি

★ একজোড়া রৈখিক সমীকরণকে জ্যামিতিভাবে বা লেখচিত্রের সাহায্যে দেখানো যায়—

সংক্ষেপে

রেখাযুগল $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ $a_2x + b_2y + c_2 = 0$	$\frac{a_1}{a_2}$	$\frac{b_1}{b_2}$	$\frac{c_1}{c_2}$	অনুপাতের তুলনা	লেখ উপস্থাপন	বীজগাণিতিক ব্যাখ্যা
$2x + 3y + 4 = 0$ $5x + 6y + 9 = 0$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$	পরস্পরছেদী রেখা	ঠিক একটি সমাধান (অনন্য)
$x + 2y + 5 = 0$ $3x + 6y + 15 = 0$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{5}{15}$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$	সমাপতিত রেখা	অসীম সংখ্যক সমাধান
$2x - 3y + 4 = 0$ $4x - 6y + 10 = 0$	$\frac{2}{4}$	$\frac{-3}{-6}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$	সমান্তরাল রেখা	সমাধান নেই

অনুশীলনী-3

বিভাগ-ক (প্রতিটি 1 নম্বর)

I. শূন্যস্থান পূরণ করো :

1. $5x - 15y = 8$ এবং $3x - 9y = \frac{24}{5}$ সমীকরণদ্বয়ের সমাধান হল ———।
2. $x + y = 7$ এবং $2x - 3y = 9$ সমীকরণদ্বয়ের সমাধান সংখ্যা ———।
3. $3x - 5y + 4 = 0$ এবং $9x = 15y - 12$ সমীকরণদ্বয়ের সমাধান সংখ্যা হল ———।
4. $x + 4y = 7$ এবং $2x - y = 5$ সমীকরণদ্বয়ের ——— সমাধান আছে।
5. $3x - 2y = 7$ এবং $2x + y = 7$ সমীকরণদ্বয়ের সমাধান সংখ্যা ———।
6. $-x + 2y + 2 = 0$ এবং $\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}y - 1 = 0$ সমীকরণদ্বয়ের ——— সমাধান আছে।
7. লেখচিত্র অঙ্কন না করে সনাক্ত করো $5x - 4y + 8 = 0$ এবং $7x + 6y - 9 = 0$ সরলরেখাদ্বয় হল ———।

8. $9x+3y+12=0$ এবং $18x+6y+24=0$ রৈখিক সমীকরণদ্বয় পরস্পর—— ।
9. $6x-3y+10=0$ এবং $2x-y+9=0$ রৈখিক সমীকরণদ্বয় পরস্পর—— ।
10. $a_1x+b_1y+c_1=0$ এবং $a_2x+b_2y+c_2=0$ রৈখিক সমীকরণদ্বয় পরস্পরচ্ছেদী হবে, যদি —— হয়।
11. $a_1x+b_1y+c_1=0$ এবং $a_2x+b_2y+c_2=0$ রৈখিক সমীকরণদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল হবে, যদি —— হয়।
12. $(k-1)x+3y=7$ এবং $(k+1)x+6y=(5k-1)$ রৈখিক সমীকরণদ্বয়ের অসংখ্য সমাধান থাকলে k এর মান হবে —— ।
13. $8x+5y=9$ এবং $kx+10y=8$ রৈখিক সমীকরণদ্বয়ের কোনো সমাধান না থাকলে k এর মান হবে —— ।
14. $2x+3y=7$ এবং $2ax+(\alpha+\beta)y=28$ সমীকরণদ্বয়ের অসংখ্য সমাধান থাকলে, α ও β এর মান হবে যথাক্রমে —— - ও —— ।

II. বহুমুখী উত্তরধর্মী প্রশ্ন (সঠিক উত্তরটি বাছাই করো) :

1. $5x-15y=8$ এবং $3x-9y=\frac{24}{5}$ সমীকরণদ্বয়ের সমাধান আছে—— ।
(a) একটি (b) দুটি (c) অসংখ্য (d) একটিও না।
2. k এর কোন মানের জন্য $2x+ky=1$ এবং $3x-5y=7$ সমীকরণদ্বয়ের অনন্য সমাধান হবে?
(a) $k \neq -\frac{10}{5}$ (b) $k \neq -\frac{5}{3}$ (c) $k \neq -\frac{20}{3}$ (d) $k \neq -\frac{1}{3}$
3. k এর কোন মানের জন্য $3x-y+8=0$ এবং $6x-ky=-16$ সমীকরণদ্বয় পরস্পর সমাপতিত হবে?
(a) $\frac{1}{2}$ (b) $-\frac{1}{2}$ (c) 2 (d) -2
4. যদি $3x+2\gamma x=2$ এবং $2x+5y+1=0$ রেখাদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল হয়, তবে γ এর মান হবে——
(a) $\frac{-5}{4}$ (b) $\frac{2}{5}$ (c) $\frac{15}{4}$ (d) $\frac{3}{2}$
5. যদি $kx+2y-1=0$ এবং $5x-3y+2=0$ সমীকরণদ্বয়ের কোনো সমাধান না থাকে, তবে k এর মান হবে—
(a) $k = -\frac{17}{3}$ (b) $k = -\frac{13}{3}$ (c) $k = -\frac{11}{3}$ (d) $k = -\frac{10}{3}$
6. $2x+3x-5=0$ এবং $kx-6y-8=0$ সমীকরণদ্বয়ের অনন্য সমাধান থাকলে, k এর মান হবে—
(a) $k \neq -1$ (b) $k \neq -2$ (c) $k \neq -3$ (d) $k \neq -4$
7. $4x-6=2y$ এবং $2x=y+3$ সমীকরণদ্বয়ের আছে—
(a) অনন্য সমাধান (b) ঠিক দুটি সমাধান (c) অসীম সংখ্যক সমাধান (d) কোনো সমাধান নেই।

8. $x - 2y = 2$ এবং $4x - 2y = 5$ সমীকরণদ্বয়ের সমাধান আছে—
 (a) একটি (b) দুটি (c) অসীম সংখ্যক (d) কোন সমাধান নেই।
9. $x = a$ এবং $y = b$ সমীকরণদ্বয়ের লেখচিত্রের রেখাগুলো হবে—
 (a) পরস্পর সমান্তরাল, (b) (b, a) বিন্দুতে পরস্পর ছেদ করে (c) সমাপতিত হয় (d) (a, b) বিন্দুতে পরস্পর ছেদ করে।
10. যদি একটি রৈখিক সমীকরণযুগল সংগত হয়, তবে রেখাগুলো হবে—
 (a) পরস্পর সমান্তরাল (b) সর্বদা সমাপতিত (c) পরস্পরছেদী বা সমাপতিত (d) সর্বদা পরস্পরছেদী
11. যে রৈখিক সমীকরণযুগলের অনন্য সমাধান $x = 2, y = -3$ সেই সমীকরণদ্বয় হল—
 (a) $x + y = -1$ (b) $2x + 5y = -11$ (c) $2x - y = 1$ (d) $x - 4y - 14 = 0$
 $2x - 3y = -5$ $4x + 10y = -22$ $3x + 2y = 0$ $5x - y + 13 = 0$
12. যদি $3x + 2ky = 2$ এবং $2x + 5y + 1 = 0$ সমীকরণদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল হয়, তবে k এর মান হবে—
 (a) $-\frac{5}{4}$ (b) $\frac{2}{5}$ (c) $\frac{15}{4}$ (d) $\frac{3}{2}$
13. $kx - y = 2$ এবং $6x - 2y = 4$ সমীকরণদ্বয়ের অসীম সংখ্যক সমাধান থাকলে, k এর মান হবে—
 (a) 3 (b) -3 (c) -12 (d) কোনো মান নেই।
14. যদি $x - y = 2$ এবং $x + y = 4$ সমীকরণদ্বয়ের সমাধান $x = a, y = b$ হয়, তবে a ও b এর মান যথাক্রমে হবে—
 (a) 3 এবং 5 (b) 5 এবং 3 (c) 3 এবং 1 (d) -1 এবং -3
15. k এর কোন মানের জন্য, $2x + ky = 11$ এবং $5x - 7y = 5$ সমীকরণদ্বয়ের কোনো সমাধান থাকবে না, যদি
 (a) $k = \frac{-13}{5}$ (b) $k = \frac{-14}{5}$ (c) $k = -\frac{17}{5}$ (d) $k = -\frac{19}{5}$
16. $3x + 4y = 12$ এবং $(m+n)x + 2(m-n)y = 5m - 1$ এর অসীম সংখ্যক সমাধান আছে। m এবং n এর মান হবে—
 (a) $m = 4, n = 1$ (b) $m = 5, n = 1$ (c) $m = 1, n = 5$ (d) $m = 1, n = 4$
17. $(a-1)x + 3y = 2$ এবং $6x + (1-2b)y = 6$, সমীকরণদ্বয়ের অসীম সংখ্যক সমাধান থাকলে a এবং b এর মান হবে—
 (a) $a = 3, b = -4$ (b) $a = -4, b = 3$ (c) $a = 4, b = -3$ (d) $a = -4, b = -4$
18. $2x + 3y = 2$ এবং $x - 2y = 8$ সমীকরণদ্বয়ের লেখচিত্রে অঙ্কিত রেখা দুটি হল—
 (a) পরস্পর সমাপতিত (b) পরস্পর সমান্তরাল (c) ঠিক একটি বিন্দুতে ছেদ করে (d) কোনটিই নয়।
19. k এর কোন মানের জন্য $kx - 2y = 3$ এবং $3x + y = 5$ সমীকরণদ্বয়ের রেখা দুটি পরস্পরকে একটি বিন্দুতে ছেদ করবে?
 (a) $k = 3$ (b) $k = -3$ (c) $k = 6$ (d) -6 ব্যতীত সকল বাস্তব মান।

20. $\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 6$ এবং $\frac{1}{x} + \frac{1}{2y} = 2$ সমীকরণদ্বয়ের সমাধান হবে—

(a) $x=1, y=\frac{2}{3}$ (b) $x=\frac{2}{3}, y=1$ (c) $x=1, y=\frac{3}{2}$ (d) $x=\frac{3}{2}, y=1$

21. ABC ত্রিভুজে, $\angle C = 3\angle B = 2(\angle A + \angle B)$ হলে $\angle B$ এর মান হবে—

(a) 20° (b) 40° (c) 60° (d) 80°

22. $5x - 15y = 8$ এবং $3x - 9y = \frac{24}{5}$ সমীকরণদ্বয়ের, লেখচিত্রে অঙ্কিত রেখা দুটি হল—

(a) পরস্পর সমাপতিত (b) পরস্পর সমান্তরাল (c) ঠিক একটি বিন্দুতে ছেদ করে (d) কোনটিই নয়।

III. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলো এক কথায় উত্তর দাও :

1. $x+2y=3$ এবং $2x+4y+7=0$ সমীকরণদ্বয়ের লৈখিক উপস্থাপন কিরূপ হবে?
2. $2x+y=5$ এবং $3x+2y=8$ সমীকরণদ্বয়ের কতগুলো সমাধান আছে?
3. k এর কোন মানের জন্য $10x+5y - (k-5) = 0$ এবং $20x+10y - k = 0$ রৈখিক সমীকরণদ্বয়ের অসীম সংখ্যক সমাধান থাকবে?
4. $x+3y-4=0$ এবং $2x+6y-7=0$ রৈখিক সমীকরণদ্বয়ের সমাধান সংখ্যা লেখ।
5. $x+2y-8=0$ এবং $2x+4y=16$ সমীকরণদ্বয়ের সমাধান সংখ্যা নির্ণয় করো।
6. k এর কোন মানের জন্য $3x+ky=0$ এবং $2x-y=0$ রৈখিক সমীকরণদ্বয়ের সমাধান অনন্য হবে?
7. k এর কোন মানের জন্য $3x+5y=0$ এবং $kx+10y=0$ সমীকরণদ্বয়ের একটি অশূন্য সমাধান থাকবে?
8. k এর কোন মানের জন্য $x+2y=3$ এবং $5x+ky+7=0$ সমীকরণদ্বয় অসংগত হবে?
9. k এর কোন মানের জন্য $kx - y = 2$ এবং $6x - 2y = 3$ সমীকরণদ্বয়ের সমাধান অনন্য হবে?
10. k এর কোন মানের জন্য $kx+3y = k-2$ এবং $12x+ky = k$ সমীকরণদ্বয় অসংগত হবে?

বিভাগ-খ : (প্রতিটি 2 / 3 নম্বর)

1. দেখাও যে, $-x+2y+2=0$ এবং $\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y - 1 = 0$ সমীকরণদ্বয়ের অনন্য সমাধান আছে।
2. দেখাও যে, $9x-10y=21$ এবং $\frac{3x}{2} - \frac{5y}{3} = \frac{7}{2}$ সমীকরণদ্বয়ের অসীম সংখ্যক সমাধান আছে।
3. দেখাও যে, $x-3y=2$ এবং $-2x+6y=5$ সমীকরণদ্বয় দিয়ে উপস্থাপিত রেখাদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল।
4. দেখাও যে, $2x+3y=1$ এবং $4x+6y=4$ সমীকরণদ্বয়ের কোনো সমাধান নেই।
5. $ax+by+c=0$ এবং $lx+my+n=0$ সমীকরণদ্বয়ের কোনো সমাধান না থাকার শর্ত লেখো।
6. দেখাও, $4x+y=5$ এবং $12x+3y=10$ সমীকরণদ্বয় অসংগত।
7. k এর কোন মানের জন্য $4x+5y=0$, $kx+10y=0$ সমীকরণদ্বয়ের অসংখ্য সমাধান থাকবে?
8. $x+2y=3$ এবং $(k-1)x+(k+1)y=k+2$ এর অসীম সংখ্যক সমাধান থাকলে, k এর মান নির্ণয় করো।
9. দেখাও যে, $2x+4y=10$ এবং $3x+6y=12$ এর কোনো সমাধান নেই।
10. দেখাও যে, $2x+7y=11$ এবং $5x+\frac{35}{2}y=25$ সমীকরণদ্বয় অসংগত।
11. দুটি সংখ্যার অন্তর 3 এবং তাদের গুণফল 54, সংখ্যা দুটি নির্ণয় করো।
12. k এর কোন মানের জন্য নিম্নলিখিত সমীকরণগুলোর অনন্য সমাধান আছে—
 - i) $x-2y=3$ এবং $3x+ky=1$
 - ii) $2x+5y=7$ এবং $3x-ky=5$
13. k এর কোন মানের জন্য নিম্নলিখিত সমীকরণগুলোর অসীম সংখ্যক সমাধান আছে—
 - i) $3x+2y=1$ এবং $(2k+1)x+(k+2)y=k-1$
 - ii) $x+(k+1)y=5$ এবং $(k+1)x+9y=8k-1$
14. নিম্নলিখিত সমীকরণগুলোর অসীম সংখ্যক সমাধান থাকার শর্ত নির্ণয় করো—
 - i) $2x+3y=7$ এবং $(p+q)x+(2p-q)y=3(p+q+1)$, p এবং q এর মান নির্ণয় করো।
 - ii) $3x+4y=12$ এবং $(m+n)x+2(m-n)y=5m-1$, m এবং n এর মান নির্ণয় করো।
 - iii) $2x-(2a+5)y=5$ এবং $(2b+1)x-9y=15$, a এবং b এর মান নির্ণয় করো।
15. k এর কোন মানের জন্য নিম্নলিখিত সমীকরণগুলোর কোনো সমাধান থাকবে না—
 - i) $x-4y=6$ এবং $3x+ky=5$
 - ii) $2x+ky=1$ এবং $3x-5y=7$
 - iii) $4x+6y=11$ এবং $2x+ky=7$

16. দেখাও যে নিম্নলিখিত সমীকরণগুলো অসংগত—

$$\begin{array}{lll} \text{i)} & 3x-5y = 20 & \text{(ii)} \quad 2y-x = 9 & \text{(iii)} \quad 4x+y = 5 \\ & 6x-10y = -40 & 6y-3x = 21 & 12x+3y = 10 \end{array}$$

বিভাগ-গ : (প্রতিটি 3 / 4 নম্বর)

1. $x=2, y=1$ এবং $x=1, y=2$ রৈখিক সমীকরণ $2x+y=5$ এর সমাধান কিনা যাচাই করো। আরো দুটি সমাধান নির্ণয় করো।

2. $3x+7y=10$ সমীকরণের লেখ অঙ্কন করো। $x=1, y=1$ সমীকরণটির সমাধান কিনা নির্ণয় করো।

3. সমাধান করো : $6x + 3y = 6xy, 2x + 4y = 5xy$.

4. $3x-2y+6=0$ সমীকরণের লেখচিত্র অঙ্কন করো। $(2,6)$ এবং $(1,2)$ বিন্দুগুলো লেখচিত্রে অবস্থিত কি না নির্ণয় করো।

5. দেখাও যে, $x=3$ এবং $y=2$ রৈখিক সমীকরণ $3x-2y = 5$ এবং $2x+y = 7$ এর সমাধান নয়।

6. লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণতন্ত্রটির সমাধান করো : $4x - 5y = 20$ এবং $3x + 5y - 15 = 0$

উপরিউক্ত সমীকরণগুলো দিয়ে উপস্থাপিত রেখা এবং y - অক্ষ দ্বারা গঠিত ত্রিভুজটির শীর্ষবিন্দুগুলো নির্ণয় করো।

7. লেখচিত্রের সাহায্যে দেখাও যে, $x-y = 8$ এবং $3x - 3y = 16$ রৈখিক সমীকরণগুলো অসংগত অর্থাৎ তাদের কোনো সমাধান নেই।

8. লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান করো :
$$\left. \begin{array}{l} 2x+3y=8 \\ x-2y+3=0 \end{array} \right\}$$

9. নিম্নলিখিত সমীকরণগুলো লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান করো x - অক্ষ ও এই রেখাগুলোর সাহায্যে উৎপন্ন ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো—

i) $2x - 3y+4= 0$ এবং $x + 2y-5 = 0$

ii) $x - y+1 = 0, 3x+ 2y - 12= 0$

iii) $4x - 3y +4 = 0, 4x + 3y - 20= 0$

10. লেখচিত্রের সাহায্যে দেখাও, নিম্নলিখিত সমীকরণগুলো অসংগত বা কোনো সমাধান নেই—

i) $x - 2y = 6; 3x - 6y = 0$

ii) $2x + y = 6; 6x+ 3y = 20$

11. পরিবর্ত পদ্ধতি ব্যবহার করে x এবং y এর মান নির্ণয় করো—

$$\frac{3x}{2} - \frac{5y}{3} = -2; \quad \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = \frac{13}{6}$$

12. নিম্নলিখিত সমীকরণগুলো সমাধান করো—

$$\begin{array}{lll} \text{i)} & x + y = 3 & \text{ii)} \quad \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 11 \\ & 4x - 3y = 26 & \text{iii)} \quad \frac{x}{2} - \frac{y}{9} = 6 \\ & & \frac{5x}{6} - \frac{y}{3} = -7 \\ & & \frac{x}{7} + \frac{y}{3} = 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{iv)} & \frac{5}{x+y} - \frac{2}{x-y} = -1 & \text{v)} \quad x + y = a + b \\ & \frac{15}{x+y} + \frac{7}{x-y} = 10 & ax - by = a^2 - b^2 \\ & & \text{vi)} \quad \frac{bx}{a} + \frac{ay}{b} = a^2 + b^2 \\ & & x + y = 2ab \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{vii)} & 0.4x + 0.3y = 1.7 & \text{viii)} \quad \frac{5}{x-1} + \frac{1}{y-2} = 2 \\ & 0.7x - 0.2y = 0.8 & \text{ix)} \quad px + qy = p - q \\ & & qx - py = p + q \\ & & \frac{6}{x-1} - \frac{3}{y-2} = 1 \end{array}$$

13. বজ্রগুণন পদ্ধতির সাহায্যে নিম্নলিখিত সমীকরণগুলো সমাধান করো—

$$\begin{array}{lll} \text{i)} & \left. \begin{array}{l} x + 2y + 1 = 0 \\ 2x - 3y - 12 = 0 \end{array} \right\} & \text{ii)} \quad \left. \begin{array}{l} 3x + 2y + 25 = 0 \\ 2x + y + 10 = 0 \end{array} \right\} & \text{iii)} \quad \left. \begin{array}{l} 7x - 2y = 3 \\ 22x - 3y = 16 \end{array} \right\} \\ \text{iv)} & \left. \begin{array}{l} \frac{x}{6} + \frac{y}{15} = 4 \\ \frac{x}{3} - \frac{y}{12} = \frac{19}{4} \end{array} \right\} & \text{v)} \quad \left. \begin{array}{l} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 7 \\ \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 17 \quad (x \neq 0, y \neq 0) \end{array} \right\} & \text{vi)} \quad \left. \begin{array}{l} 4x - 7y + 28 = 0 \\ 5y - 7x + 9 = 0 \end{array} \right\} \end{array}$$

14. k এর কোন মানের জন্য $5x - 3y = 0$ এবং $2x + ky = 0$ সমীকরণতন্ত্রের অশূন্য সমাধান থাকবে?

15. k এর কোন মানের জন্য $x + 2y = 3$ এবং $5x + ky + 7 = 0$ সমীকরণদ্বয়ের

i) অনন্য সমাধান থাকবে ii) কোনো সমাধান থাকবে না।

16. A এবং B এর মাসিক আয়ের অনুপাত 8:7 এবং তাদের ব্যয়ের অনুপাত 19:16। যদি প্রত্যেকের মাসিক সঞ্চয় 5000 টাকা হয় তবে তাদের প্রত্যেকের মাসিক আয় কত?

17. একটি টিভি 5% লাভ এবং একটি ফ্রিজ 10% লাভে বিক্রি করে একজন দোকানদারের লাভ হয় 3250 টাকা। কিন্তু যদি টিভিটি 10% লাভ এবং ফ্রিজটি 5% ক্ষতিতে বিক্রি করে তবে তার লাভ হয় 1500 টাকা। টিভি এবং ফ্রিজের প্রকৃত মূল্য নির্ণয় করো।

18. দুটি সংখ্যার সমষ্টি 8 এবং তাদের অন্যান্যকের সমষ্টি $\frac{8}{15}$ । সংখ্যা দুটি নির্ণয় করো।

19. দুই অঙ্কবিশিষ্ট একটি সংখ্যার অঙ্ক দুটির গুণফল 14। যদি সংখ্যাটির সহিত 45 যোগ করা হয় তবে সংখ্যাটি অঙ্ক দুটি স্থান পরিবর্তন করে। সংখ্যাটি নির্ণয় করো।
20. একটি ভগ্নাংশের লব ও হর উভয়ের সহিত 2 যোগ করলে ভগ্নাংশটি হয় $\frac{1}{3}$ । যদি লব ও হর উভয়ের সহিত 3 যোগ করা হয় তবে ভগ্নাংশটি হয় $\frac{2}{5}$ । ভগ্নাংশটি নির্ণয় করো।
21. A এবং B দুটি স্থানের সড়কপথে দূরত্ব 100 কিমি। একটি গাড়ি A হতে এবং আরেকটি গাড়ি B হতে একই সময়ে যাত্রা শুরু করে। যদি গাড়ি দুটি একই দিকে ভিন্ন গতিবেগে দূরত্ব অতিক্রম করে তবে তাদের মধ্যে সাক্ষাৎ হয় 5 ঘণ্টা পরে। আবার পরস্পরের দিকে অগ্রসর হলে 1 ঘণ্টা পরে সাক্ষাৎ হয়। গাড়ি দুটির গতিবেগ নির্ণয় করো।
22. অপনয়ন পদ্ধতির সাহায্যে নিম্নলিখিত সমীকরণগুলো সমাধান করো—
- i) $12x + 5y = 17, 7x - y = 6.$
- ii) $x + \frac{y}{2} = 4, \frac{x}{3} + 2y = 5$
- iii) $\frac{2x}{a} + \frac{y}{b} = 2, \frac{x}{a} - \frac{y}{6} = 4. (a \neq 0, b \neq 0)$
- iv) $2^x + 3^y = 17, 2^{x+2} - 3^{y+1} = 5$
- v) $6x+3y = 8x + 9y -5 = 10x + 12y - 8$

উত্তরমালা

বিভাগ-ক

I 1) অসীম সংখ্যক 2) অনন্য 3) অসীম সংখ্যক 4) অনন্য 5) অনন্য 6) অনন্য 7) পরস্পরছেদী

8) সমাপতিত 9) সমান্তরাল 10) $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ 11) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ 12) 3 13) 16

14) $a = 3, b = -4$

II. 1) c 2) a 3) c 4) c 5) d 6) d 7) c 8) a 9) d 10) d 11) b 12) c

13) a 14) c 15) b 16) b 17) a 18) c 19) d 20) b 21) b 22) a

III. 1) সমান্তরাল রেখা 2) অনন্য সমাধান 3) $k = 10$ 4) 0 5) অসীম সংখ্যক

6) $k \neq \frac{-3}{2}$ 7) $k = 6$ 8) $k = 10$ 9) $k \neq 3$ 10) $k = \pm 6$

বিভাগ - খ

5. $\frac{a}{l} = \frac{b}{m} \neq \frac{c}{n}$ 7. $k = 8$ 8. $k = 3$ 11. (6,9) বা (-6, -9) 12. (i) $k \neq -6$

(ii) $k \neq \frac{-15}{2}$ 13. (i) $k = 4$ (ii) $k = 2$ 14. (i) $p = 5, q = 1$ (ii) $m = 5, n = 1$

(iii) $a = -1, b = \frac{5}{2}$ 15. (i) $k = -12$ (ii) $k = \frac{-70}{3}$ (iii) $k = 3$

বিভাগ - গ

1. $x = 2, y = 1$ হল সমাধান কিন্তু $x = 1, y = 2$ সমাধান নয়। অপর দুটির সমাধান হল $x = 3, y = -1$ এবং $x = 1, y = 3$

2. হ্যাঁ। 3. $x = 1, y = 2$ 4. (1,2) বিন্দু রেখাটির উপর অবস্থিত নয়, কিন্তু (2,6) উহার উপর অবস্থিত।

6. $x = 5, y = 0$ এবং শীর্ষবিন্দুগুলো হল (0, -4), (0,3) এবং (5,0) 8. $x = 1, y = 2$

9. (i) $x=1, y=2$; A (1,2), B (-2,0), C (5,0) ΔABC এর ক্ষেত্রফল = 7 বর্গএকক।
(ii) $x=2, y=2$; A (2,3), B (-1, 0), C (4,0), ΔABC এর ক্ষেত্রফল = 7.5 বর্গএকক।
(iii) $x=2, y=4$; A (2,4), B (-1, 0) এবং C (5,0), ΔABC এর ক্ষেত্রফল = 12 বর্গএকক।
11. $x=2, y=3$
12. (i) $x=5, y=-2$ (ii) $x=6, y=36$ (iii) $x=14, y=9$ (iv) $x=3, y=2$
(v) $x=a, y=b$ (vi) $x=ab, y=ab$ (vii) $x=2, y=3$ (viii) $x=4, y=5$
(ix) $x=1, y=-1$
13. (i) $x=3, y=2$ (ii) $x=5, y=-20$ (iii) $x=1, y=2$ (iv) $x=18, y=15$
(v) $x=\frac{1}{4}, y=\frac{1}{3}$ (vi) $x=7, y=8$.
14. $k=-\frac{6}{5}$ 15. (i) $k \neq 10$ (ii) $k=10$
16. A-এর আয় = R 24,000; B এর আয় = R 21,000
17. টিভির ক্রয়মূল্য = R 25,000 এবং ফ্রিজের ক্রয়মূল্য R 20,000
18. 5 এবং 3. 19. 27 20. $\frac{1}{7}$ 21. A এর বেগ = 60 কিমি/ঘণ্টা। B এর বেগ = 40 কিমি/ঘণ্টা।
22. (i) $x=1, y=1$ (ii) $x=3, y=2$ (iii) $x=2a, y=-2b$
(iv) $x=3, y=2$ (v) $x=\frac{1}{2}, y=\frac{2}{3}$

অধ্যায়-4

দ্বিঘাত সমীকরণ (QUADRATIC EQUATIONS)

মূল বিষয় এবং সূত্রাবলি :

- দ্বিঘাত সমীকরণ : x চলরাশিযুক্ত একটি দ্বিঘাত সমীকরণের আকার হল $ax^2 + bx + c = 0$, যেখানে a, b, c বাস্তব সংখ্যা, $a \neq 0$ ।
- একটি দ্বিঘাত সমীকরণের বীজ : একটি বাস্তব সংখ্যা α কে $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের একটি বীজ বলা হবে যদি $a\alpha^2 + b\alpha + c = 0$ হয়।
- দ্বিঘাত রাশিমালা $ax^2 + bx + c$ এর শূন্যগুলোকে $ax^2 + bx + c = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের বীজ বলা হয়।
- দ্বিঘাত সমীকরণ সমাধান পদ্ধতি :
 - i) উৎপাদক বিশ্লেষণ পদ্ধতি (মধ্যপদ সহগ বিশ্লেষণ)
 - ii) পূর্ণবর্গ গঠনের মাধ্যমে
 - iii) দ্বিঘাত সূত্রের মাধ্যমে (শ্রীধর আচার্যের সূত্রের মাধ্যমে)
- উৎপাদকে বিশ্লেষণ পদ্ধতিতে একটি দ্বিঘাত সমীকরণের বীজ নির্ণয় : যদি আমরা, $ax^2 + bx + c, a \neq 0$ কে দুটি রৈখিক উৎপাদকের গুণফলে বিশ্লেষণ করতে পারি, তবে দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$ -এর বীজদ্বয়, রৈখিক উৎপাদক দুটির প্রতিটিকে শূণ্যের সমান করে পাওয়া যাবে।
- একটি দ্বিঘাত সমীকরণকে পূর্ণবর্গ গঠনের মাধ্যমে এর বীজ নির্ণয় : একটি সুবিধাজনক ধ্রুবক পদকে যোগ এবং বিয়োগের মাধ্যমে আমরা, দ্বিঘাত সমীকরণের অন্তর্গত x^2 এবং x যুক্ত পদগুলিকে এমনভাবে যুক্ত করবে যাতে একটি পূর্ণবর্গ রাশি গঠিত হয়— এবং x এর জন্য সমাধান করবো।
- দ্বিঘাত সূত্র প্রয়োগ করে একটি দ্বিঘাত সমীকরণের বীজ নির্ণয় : যদি নিরূপক $D = b^2 - 4ac \geq 0$ হয় তবে দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর বাস্তব বীজ দুটি হবে $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ।
- দ্বিঘাত সমীকরণের বীজের প্রকৃতি : একটি দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর
 - i) বাস্তব এবং অসমান বীজ থাকবে যদি, $D > 0$ অর্থাৎ, $b^2 - 4ac > 0$ হয়
 - ii) বাস্তব এবং সমান বীজ থাকবে যদি, $D = 0$ অর্থাৎ, $b^2 - 4ac = 0$ হয়
 - iii) অবাস্তব বীজ থাকবে যদি $D < 0$ অর্থাৎ, $b^2 - 4ac < 0$ হয়।

অনুশীলনী - 4

বিভাগ-ক (প্রতিটি 1 নম্বর)

I. শূন্যস্থান পূরণ কর :

1. $x^2 + 10x + 24 = 0$ সমীকরণের একটি বীজ -4 হলে অপর বীজটি হবে _____ ।
2. $2x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের _____ বাস্তব বীজ আছে।
3. যদি একটি দ্বিঘাত সমীকরণের নিরূপক শূন্য হয় তবে এর বীজগুলো _____ এবং _____ ।
4. যদি $x^2 - 2x + k = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের সমান বীজ থাকে, তবে k এর মান হবে _____ ।
5. $px^2 + qx + 2 = 0$ সমীকরণের বীজগুলো একটি অপরটির অন্যান্যক হলে p এর মান হবে _____ ।
6. $px^2 - 14x + 8 = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণটির একটি বীজ অপরটির 6 গুণ হলে p এর মান হবে _____ ।

II. নীচের বিবৃতিগুলো সত্য/মিথ্যা লেখো :

1. $x^3 - x^2 = (x-1)^3$ একটি দ্বিঘাত সমীকরণ।
2. একটি দ্বিঘাত সমীকরণের বীজগুলো সর্বদা বাস্তব।
3. $4x^2 - 12x + 9 = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের বীজ দুটির যোগফল -3 ।
4. $\sqrt{3}x^2 + 2\sqrt{2}x - 2\sqrt{3} = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের নিরূপকের মান হল 32 ।
5. যদি $3x^2 + 2x + k = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের বাস্তব বীজ থাকে তবে $k \geq \frac{1}{3}$ হবে ।

III. নীচের প্রশ্নগুলোর চারটি বিকল্প উত্তর থেকে সঠিক উত্তরটি বাছাই করো :

1. নীচের কোনটি দ্বিঘাত সমীকরণ—

a) $2x^2 = (5+x)\left(2x - \frac{3}{5}\right)$

b) $x^3 - x^2 = (x-2)^3$

c) $x^2 + 2x = (4-x)^2 + 3$

d) $(k+1)x^2 + \frac{3}{2}x = 8$, যেখানে $k = -1$

2. নীচের কোনটি দ্বিঘাত সমীকরণ হবে না—

a) $3(x-1)^2 = 4x^2 - 2x + 1$

b) $2x - x^2 = x^2 + 5$

c) $(\sqrt{2}x + \sqrt{3})^2 + x^2 = 3x^2 - 5x$

d) $(x^2 + 2x)^2 = x^4 + 3 + 4x^3$

3. নীচের কোন সমীকরণটির কোনো বাস্তব বীজ থাকবে না—
- a) $3x^2 + 4\sqrt{3}x + 4 = 0$ b) $x^2 - 4x - 3\sqrt{2} = 0$
- c) $x^2 + 4x = 3\sqrt{2}$ d) $x^2 - 4x + 3\sqrt{2} = 0$
4. $(x^2+1)^2 - x^2 = 0$ সমীকরণটির
- a) দুটি বীজ বাস্তব b) কোনো বাস্তব বীজ নেই
- c) চারটি বীজ বাস্তব d) একটি বাস্তব বীজ।
5. যদি $kx^2 + 2x + 3k = 0$ সমীকরণের বীজ দুটির যোগফল তাদের গুণফলের সমান হয় তবে k এর মান হবে—
- a) $\frac{1}{3}$ b) $-\frac{1}{3}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $-\frac{2}{3}$
6. $5x^2 - 4x + 5 = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের বীজ দুটি হবে—
- a) বাস্তব এবং সমান b) বাস্তব এবং অসমান
- c) বাস্তব নয় d) বাস্তব নয় এবং সমান
7. পূর্ণবর্গ গঠন পদ্ধতিতে $4x^2 - \sqrt{3}x + 5 = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের সমাধান করতে কোন্ ধ্রুবক পদক যোগ অথবা বিয়োগ করতে হবে?
- a) $\frac{9}{16}$ b) $\frac{3}{64}$ c) $\frac{3}{4}$ d) $\frac{\sqrt{3}}{4}$
8. যদি $x^2 + kx - \left(\frac{5}{4}\right) = 0$ সমীকরণের একটি বীজ $\frac{1}{2}$ হয়, তবে k এর মান হবে—
- a) 2 b) -2 c) 3 d) -3
9. একটি স্বাভাবিক সংখ্যাকে 12 বৃদ্ধি করা হলে, সংখ্যাটির অন্যান্যকের 160 গুণ হয় সংখ্যাটি হবে—
- a) 3 b) 8 c) 4 d) 7
10. $\sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \dots}}}$ এর মান হবে—
- a) 3.5 b) 4 c) 3 d) -3
11. যদি $x^2 (a^2 + b^2) + 2x(ac + bd) + c^2 + d^2 = 0$ এর কোনো বাস্তব বীজ না থাকে, তবে
- a) $ad = bc$ b) $ad < bc$ c) $ad > bc$ d) এদের প্রত্যেকটি
12. যদি $4x^2 - 2x + p - 4 = 0$ সমীকরণের একটি বীজ অপর একটি বীজের অন্যান্যক হয় তবে p এর মান হবে—
- a) 8 b) -8 c) -4 d) 4

IV. নীচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

1. $(x-2)^2 - x^2 = 0$ সমীকরণের বাস্তব বীজ সংখ্যা বের করো।
2. $x^2 + kx + 3 = 0$ সমীকরণের একটি বীজ 1 হলে k এর মান নির্ণয় করো।
3. $4x^2 - 5x + 3 = 0$ সমীকরণের বীজের প্রকৃতি নির্ণয় করো।
4. 0.1 কি $x^2 - 0.1 = 0$ সমীকরণের একটি বীজ? যথার্থতা বিচার করো।
5. নীচের দ্বিঘাত সমীকরণের বীজ দুটি কি বাস্তব এবং সমান? উত্তরের যথার্থতা দাও।

a) $x^2 - 6x + 6 = 0$

b) $3x^2 - 2\sqrt{6}x + 2 = 0$

c) $x(1-x) - 2 = 0$

d) $\sqrt{2}x^2 - \frac{3}{\sqrt{2}}x + \frac{1}{\sqrt{2}} = 0$

বিভাগ-খ (প্রতিটি 2 নম্বর)

সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্ন :

1. নীচের দ্বিঘাত সমীকরণগুলো উৎপাদকে বিশ্লেষণের সাহায্যে সমাধান করো :

a) $3x^2 - 243 = 0$

b) $\frac{2}{5}x^2 - x - \frac{3}{5} = 0$

c) $3x^2 + 5\sqrt{5}x - 10 = 0$

d) $\sqrt{7}x^2 - 6x - 13\sqrt{7} = 0$

2. নীচের দ্বিঘাত সমীকরণগুলো দ্বিঘাত সূত্রের সাহায্যে সমাধান করো—

a) $3x^2 - 2x = 21$

b) $-x^2 + x - 10 = 0$

c) $\frac{1}{2}x^2 - \sqrt{11}x + 1 = 0$

d) $10x - \frac{1}{x} = 3$

বিভাগ-গ (প্রতিটি 3/4 নম্বর)

দীর্ঘ উত্তরধর্মী প্রশ্ন :

1. সমাধান করো : $\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x+5} = \frac{1}{6}, x \neq 3, -5$

2. সমাধান করো : $\frac{2x}{x-3} + \frac{1}{2x+3} + \frac{3x+9}{(x-3)(2x+3)} = 0, x \neq 3, -\frac{3}{2}$

3. সমাধান করো : $\frac{x+1}{x-1} + \frac{x-2}{x+2} = 4 - \frac{2x+3}{x-2}; x \neq 1, 2, -2$

4. সমাধান করো : $x^2 + \left(\frac{a}{a+b} + \frac{a+b}{a}\right)x + 1 = 0$
5. সমাধান করো : $\frac{1}{(x-1)(x-2)} + \frac{1}{(x-2)(x-3)} = \frac{2}{3}, x \neq 1, 2, 3$
6. সমাধান করো : $4x^2 - 4a^2x - a^4 - b^4 = 0$
7. যদি $x^2 + 2px + mn = 0$ দ্বিঘাত সমীকরণের বীজগুলো বাস্তব এবং সমান হয় তবে দেখাও
 $x^2 - 2(m+n)x + (m^2 + n^2 + 2p^2) = 0$ সমীকরণের বীজগুলোও সমান হবে।
8. একটি স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গ থেকে 84 হ্রাস করা হলে, সংখ্যাটির 3 গুণ থেকে 8 বেশি হয়— সংখ্যাটি নির্ণয় করো।
9. একটি স্বাভাবিক সংখ্যাকে এর দ্বিগুণ বৃদ্ধি করা হলে, সংখ্যাটির অন্যান্যকের 12 গুণ হয়— সংখ্যাটি নির্ণয় করো।
10. একটি ট্রেনের স্বাভাবিক গতিবেগ যদি 5 কিমি/ঘণ্টা বৃদ্ধি করা হয় তবে 360 কিমি যেতে ট্রেনটির 48 মিনিট সময় কম লাগে।
ট্রেনটির স্বাভাবিক গতিবেগ নির্ণয় করো।
11. শেলীর বয়স যদি বর্তমান বয়স থেকে 5 বৎসর কম হয়, তখন তার বয়সের বর্গ বর্তমান বয়সের 5 গুণ থেকে 11 গুণ বেশি হয়—
তার বর্তমান বয়স কত?
12. 2 টা বেজে t মিনিটে, মিনিটের কাটার 3 টা বাজতে $\frac{t^2}{4}$ মিনিট থেকে 3 মিনিট কম সময় লাগে। তাহলে t এর মান নির্ণয় করো।
13. দুটি পরপর অযুগ্ম সংখ্যার বর্গের সমষ্টি 394। সংখ্যাগুলো নির্ণয় করো।
14. দুটি নল একত্রে একটি জলের ট্যাঙ্ককে $1\frac{7}{8}$ ঘণ্টায় পূর্ণ করে। যদি নল দুটিকে পৃথক পৃথকভাবে খোলা হয় তবে বড়ো ব্যাসের
নলটি দিয়ে ট্যাঙ্কটি পূর্ণ হতে যে সময় লাগে তা ছোট ব্যাসের নলটি দিয়ে ট্যাঙ্কটি পূর্ণ করার সময় থেকে 2 ঘণ্টা সময় কম লাগে।
পৃথক পৃথকভাবে নল দুটি দিয়ে ট্যাঙ্কটি পূর্ণ করতে কত সময় লাগবে তা নির্ণয় করো।
15. একটি দুই অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের গুণফল 14। সংখ্যাটির সঙ্গে 45 যোগ করলে অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করে। সংখ্যা
দুটি নির্ণয় করো।
16. একটি ক্লাস টেস্টে একজন ছাত্র X এর গণিত এবং বিজ্ঞানের প্রাপ্ত নম্বরের সমষ্টি 28। যদি সে গণিতে 3 নম্বর বেশি এবং বিজ্ঞানে
4 নম্বর কম পেত তবে প্রাপ্ত নম্বর দুটির গুণফল হত 180। উভয় বিষয়ে তার প্রাপ্ত নম্বর নির্ণয় করো।
17. এক দোকানদার 480 টাকায় কিছু কলম ক্রয় করে। যদি ওই মূল্যে সে 4 টি কলম অধিক ক্রয় করত তবে প্রত্যেক কলমের মূল্য 4
টাকা কম হত। কতগুলো কলম ক্রয় করা হয়েছিল?
18. স্থির জলে নৌকার গতিবেগ 8 কিমি/ঘণ্টা। নৌকাটি স্রোতের প্রতিকূলে 15 কিমি এবং অনুকূলে 22 কিমি, 5 ঘণ্টায় যায়।
স্রোতের গতিবেগ নির্ণয় করো।
19. একটি আয়তাকার জমির ক্ষেত্রফল 2000 বর্গমিটার এবং এর পরিসীমা 180 মিটার। আয়তকার জমির দৈর্ঘ্য এবং প্রস্থ নির্ণয়
করো।
20. দুটি ক্রমিক 3 এর গুণিতক নির্ণয় করো যাদের গুণফল হয় 270।

উত্তরমালা

বিভাগ-ক

- I. (1) -6 (2) 0 (3) বাস্তব, সমান (4) 1 (5) 2 (6) 3
II. (1) T (2) F (3) F (4) T (5) F
III. (1) b (2) c (3) b (4) b (5) d (6) c (7) b (8) a (9) b (10) c (11) d (12) a
IV. (1) 1 (2) $k = -4$ (3) কোনো বাস্তব বীজ নেই (4) না (5) a. না b. হ্যাঁ c. না d. না।

বিভাগ-খ

1. a) ± 9 b) $-\frac{1}{2}, 3$ c) $-2\sqrt{5}, \frac{\sqrt{5}}{3}$ d) $-\sqrt{7}, \frac{13}{\sqrt{7}}$
2. a) $-\frac{7}{3}, 3$ b) 5, 2 c) $\sqrt{11}-3, \sqrt{11}+3$ d) $\frac{1}{2}, -\frac{1}{5}$

বিভাগ-গ

- (1) -9, 7 (2) -1 (3) -5, $\frac{6}{5}$ (4) $\frac{-a}{a+b}, \frac{-(a+b)}{a}$ (5) 0, 4
(6) $\frac{a^2+b^2}{2}, \frac{a^2-b^2}{2}$ (8) 12 (9) 2 (10) 45 কিমি/ঘণ্টা (11) 14 বৎসর
(12) $t = 14$ মিনিট (13) 13 এবং 15 (14) ছোট ব্যাসের টেপ 5 ঘণ্টা এবং বড়ো ব্যাসের টেপ 3 ঘণ্টা
(15) 27 (16) গণিতে 9 নম্বর, বিজ্ঞানে 19 নম্বর অথবা গণিতে 12 নম্বর, বিজ্ঞানে 16 নম্বর
(17) 20 টি (18) 3 কিমি/ঘণ্টা (19) 50 মিটার ও 40 মিটার (20) 15, 18

অধ্যায় - 5

সমান্তর প্রগতি

(ARITHMETIC PROGRESSIONS)

মূল বিষয় এবং সূত্রাবলি :

- সমান্তর প্রগতি (AP) : এটি সংখ্যার এমন একটি তালিকা যাতে প্রথম পদ ছাড়া প্রত্যেক পদ তার পূর্ববর্তী পদের সাথে একটি নির্দিষ্ট সংখ্যা যোগ করে পাওয়া যায়। এই নির্দিষ্ট সংখ্যাকে বলা হয় সাধারণ অন্তর এবং এটিকে 'd' দ্বারা সূচিত করা হয়। এটি ধনাত্মক অথবা ঋণাত্মক হতে পারে।

সমান্তর প্রগতির সাধারণ রূপ হল

$$a, a+d, a+2d, a+3d, \dots$$

- কোনো একটি সমান্তর প্রগতির n -তম পদ বা সাধারণ পদ হল $a_n = a + (n-1)d$, যেখানে, a হল প্রথম পদ এবং d হল সাধারণ অন্তর।
- কোনো একটি সমান্তর প্রগতির শেষ দিক হতে n -তম পদ হল $a_n = l - (n-1)d$, যেখানে, l হল সমান্তর প্রগতির শেষ পদ।
- কোনো একটি সমান্তর প্রগতির প্রতিটি পদকে একই সংখ্যা দ্বারা যোগ, বিয়োগ, গুণ অথবা ভাগ করলে প্রাপ্ত অণুক্রমটি সর্বদা সমান্তর প্রগতিভুক্ত হবে।
- এটি পছন্দ করা সর্বদা সুবিধাজনক হবে যদি—
 - i) সমান্তর প্রগতিভুক্ত তিনটি পদ $(a-d)$, a , $(a+d)$ হয়।
 - ii) সমান্তর প্রগতিভুক্ত চারটি পদ $(a-3d)$, $(a-d)$, $(a+d)$, $(a+3d)$ হয়।
 - iii) সমান্তর প্রগতিভুক্ত পাঁচটি পদ $(a-2d)$, $(a-d)$, a , $(a+d)$, $(a+2d)$ হয়।
- কোনো একটি সমান্তর প্রগতির প্রথম n টি পদের সমষ্টি S_n হলে—

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

যদি n টি পদ যুক্ত কোনো সমান্তর প্রগতির শেষ পদ l হয়, তবে সবগুলো পদের সমষ্টিকে নিম্নলিখিত ভাবে লেখা যায়—

$$S_n = \frac{n}{2}(a+l)$$

- যদি কোনো একটি সমান্তর প্রগতির প্রথম n -সংখ্যক পদের সমষ্টি S_n হয়, তবে এর n -তম পদটি হল—

$$a_n = S_n - S_{n-1}$$

অনুশীলনী 5

বিভাগ-ক (প্রতিটি 1 নম্বর)

I. শূন্যস্থান পূরণ কর :

1. 17, 14, 11, , (-40) সমান্তর প্রগতির শেষদিক থেকে ষষ্ঠ পদটি হল _____ ।
2. 63, 65, 67, এবং 3, 10, 17..... সমান্তর প্রগতি দুটির n -তম পদ সমান হলে, n -এর মান হল _____ ।
3. $\frac{1}{a}$, $\frac{3-a}{3a}$, $\frac{3-2a}{3a}$ ($a \neq 0$) সমান্তর প্রগতির সাধারণ অন্তর হল _____ ।
4. কোনো একটি সমান্তর প্রগতির প্রথম n -সংখ্যক পদের যোগফল $S_n = 3n^2 - 4n$ হলে, এর সাধারণ অন্তর হল _____ .
5. প্রথম n -সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার যোগফল হল _____ ।
6. প্রথম পাঁচটি 3 -এর গুণিতকের যোগফল হল _____ ।
7. প্রথম 100 টি স্বাভাবিক সংখ্যার যোগফল নির্ণয়ের সাথে যুক্ত বিখ্যাত গণিতজ্ঞ হলেন _____ ।

II. প্রদত্ত চারটি বিকল্প উত্তর থেকে সঠিক উত্তরটি বাছাই করো :

1. -11, -8, -5,, 49 সমান্তর প্রগতির শেষ দিক থেকে চতুর্থ পদটি হল—
i) 37 ii) 40 iii) 43 iv) 58
2. একটি সমান্তর প্রগতির প্রথম, দ্বিতীয় এবং শেষ পদ যথাক্রমে 4, 7 এবং 31 । তবে প্রদত্ত সমান্তর প্রগতিটির পদসংখ্যা—
i) 10 ii) 12 iii) 8 iv) 13
3. একটি সমান্তর প্রগতির চতুর্থ এবং 12-তম পদ হল 14 এবং 70 । এর প্রথম পদটি হল—
i) -10 ii) -7 iii) 7 iv) 10
4. কোনো সমান্তর প্রগতিতে, যদি $d = -4$, $n = 7$ এবং $a_n = 4$ হয় তবে a এর মান হল—
i) 6 ii) 7 iii) 20 iv) 28
5. কোনো সমান্তর প্রগতির প্রথম দুটি পদ -3 এবং 4 হলে এর 21-তম পদটি হল—
i) 7 ii) 137 iii) 143 iv) -143
6. যদি একটি সমান্তর প্রগতির সাধারণ অন্তর 5 হয়, তবে $a_{18} - a_{13}$ এর মান—
i) 5 ii) 20 iii) 25 iv) 30
7. যদি $n-2$, $4n-1$ এবং $5n + 2$ সংখ্যাগুলো সমান্তর প্রগতিভুক্ত হয়, তবে n -এর মান হল—
i) 1 ii) 2 iii) -1 iv) -2
8. যদি -1, 4, 9, 14, সমান্তর প্রগতির n -তম পদ 129 হলে n এর মান নির্ণয় কর—
i) 24 ii) 22 iii) 24 iv) 27

9. $20, 19\frac{1}{4}, 18\frac{1}{2}, 17\frac{3}{4}, \dots$ সমান্তর প্রগতির প্রথম ঋণাত্মক পদ হল—

i) 27-তম পদ ii) 28-তম পদ iii) 26-তম পদ iv) 25-তম পদ

10. $-10, -6, -2, 2, \dots$ তালিকাবদ্ধ সংখ্যাগুলো হল সাধারণ অন্তর

i) $d = -16$ যুক্ত একটি সমান্তর প্রগতি

ii) $d = 4$ যুক্ত একটি সমান্তর প্রগতি

iii) $d = -4$ যুক্ত একটি সমান্তর প্রগতি

iv) সমান্তর প্রগতিভুক্ত নয়।

III. নিম্নলিখিত বিবৃতিগুলো 'সত্য' না 'মিথ্যা' লিখ :

1. কোনো একটি সমান্তর প্রগতির সাধারণ অন্তর সর্বদা ধনাত্মক।

2. $\frac{1}{3}, \frac{1-3b}{3}, \frac{1-6b}{3}, \dots$ সমান্তর প্রগতির সাধারণ অন্তর হল $-b$ ।

3. যদি 4, $x_1, x_2, x_3, 28$ সমান্তর প্রগতিভুক্ত হয় তবে $x_3 = 22$ ।

4. কোনো একটি সমান্তর প্রগতির প্রথম n -সংখ্যক পদের সমষ্টি $3n^2 + 6n$ হয় তবে এই প্রগতির সাধারণ অন্তর হল 9।

5. 3 দ্বারা বিভাজ্য দুই অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যার মোট সংখ্যা হল 25।

IV. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

1. n -তম পদ $9-5n$ হলে অণুক্রমটি লিখ।

2. $21, 42, 63, 84, \dots$ সমান্তর প্রগতির কোন পদটি 420 ?

3. $31, 28, 25, \dots$ সমান্তর প্রগতির কোনো পদ 0 হবে কি?

4. $10, 6, 2, \dots$ সমান্তর প্রগতির প্রথম 16 টি পদের সমষ্টি নির্ণয় করো ?

5. $-2, -4, -6, \dots -100$ সমান্তর প্রগতির শেষ দিক থেকে 12-তম পদটি নির্ণয় করো।

6. $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ সমান্তর শ্রেণিভুক্ত এবং $\frac{a_8}{a_6} = \frac{5}{4}$ হলে $\frac{a_7}{a_4}$ এর মান নির্ণয় করো।

বিভাগ-খ (প্রতিটি 2 নম্বর)

নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

1. $a, 7, b, 23, c$ সংখ্যাগুলো সমান্তর শ্রেণিভুক্ত হলে a, b এবং c এর মান নির্ণয় কর।

2. সমান্তর প্রগতিটি নির্ণয় করো, যার 5-তম পদ হল 19 এবং 13-তম পদ হতে 8-তম পদের অন্তর হল 20।

3. যদি একটি সমান্তর প্রগতির 9-তম পদ শূন্য হয়, তবে প্রমাণ করো যে এর 29-তম পদটি হল 19-তম পদের দ্বিগুণ।

4. $7, 10, 13, \dots$ সমান্তর প্রগতির একটি পদ 55 কি না যাচাই করো। যদি হয়, তবে এটি কত তম পদ নির্ণয় করো।

5. একটি সমান্তর প্রগতির 5-তম এবং 7-তম পদের সমষ্টি হল 52 এবং এর 10-তম পদ হল 46। প্রগতিটি নির্ণয় করো।
6. একটি প্রগতির 20-তম পদ নির্ণয় করো, যার 7-তম পদ, 11-তম পদ অপেক্ষা 24 কম হয় এবং প্রথম পদ 12।
7. $k^2 + 4k + 8$, $2k^2 + 3k + 6$, $3k^2 + 4k + 4$ একটি সমান্তর প্রগতির পর পর তিনটি পদ হলে k এর মান নির্ণয় করো।
8. একটি ত্রিভুজের কোণগুলো সমান্তর প্রগতিভুক্ত। এর বৃহত্তম কোণটি ক্ষুদ্রতম কোণের দ্বিগুণ। ত্রিভুজের কোণগুলো নির্ণয় করো।
9. 53, 48, 43, সমান্তর প্রগতির কোন পদটি প্রথম ঋণাত্মক পদ?
10. 10 এবং 300 এর মধ্যে কতগুলো সংখ্যা অবস্থিত, যেগুলোকে 4 দ্বারা ভাগ করলে 3 ভাগশেষ হিসেবে থাকে?
11. একটি সমান্তর প্রগতিতে, যদি $s_n = 4(4n+1)$ হয় তবে প্রগতিটি নির্ণয় করো।
12. 8, 10, 12, , 126 সমান্তর প্রগতির শেষ দশটি পদের যোগফল নির্ণয় করো।

বিভাগ-গ (প্রতিটি 3 / 4 নম্বর)

দীর্ঘ উত্তরধর্মী প্রশ্ন :

1. $-15, -13, -11, \dots$ সমান্তর প্রগতির কতগুলো পদের যোগফল -55 ? দুটি উত্তরের কারণ ব্যাখ্যা করো।
2. প্রথম পদ 8 এবং সাধারণ অন্তর 20 বিশিষ্ট কোনো একটি সমান্তর প্রগতির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টি, প্রথম পদ -30 এবং সাধারণ অন্তর 8 বিশিষ্ট অপর একটি সমান্তর প্রগতির প্রথম $2n$ সংখ্যক পদের সমষ্টির সমান হলে n এর মান নির্ণয় করো।
3. রেহানা 1 লা মার্চ, 2019 তারিখে পকেট মানি (pocket money) হিসেবে কিছু টাকা রেখেছিল। সে এই টাকা হতে প্রথম দিনে 1 টাকা, দ্বিতীয় দিনে 2 টাকা, তৃতীয় দিনে 3 টাকা এবং এভাবে মাসের শেষদিন পর্যন্ত তার piggy ব্যাঙ্কে জমা করে। সে পকেট মানি থেকে 204 টাকা খরচ করার পর মাসের শেষে দেখতে পেল যে ওর কাছে আরও 100 টাকা আছে। তাহলে মাসের পকেট মানি হিসেবে কত টাকা ছিল?
4. সুনীতি প্রথম মাসে 32 টাকা, দ্বিতীয় মাসে 36 টাকা এবং তৃতীয় মাসে 40 টাকা সঞ্চয় করে। যদি সে এভাবে সঞ্চয় করতে থাকে, তাহলে কত মাসে সে 2000 টাকা সঞ্চয় করবে?
5. সমান্তর প্রগতিভুক্ত পরপর চারটি সংখ্যার যোগফল 32 এবং প্রগতির প্রথম ও শেষ পদের গুণফল এবং এর মধ্যবর্তী দুটি পদের গুণফলের অনুপাত 7:15। সংখ্যাগুলো নির্ণয় করো।
6. সমাধান করো :

$$1+4+7+10 + \dots + x = 287$$

7. একটি প্রগতির প্রথম পাঁচটি পদের যোগফল এবং একই প্রগতির প্রথম সাতটি পদের যোগফল হল 167। যদি এই প্রগতির প্রথম দশটি পদের যোগফল 235 হয়, তবে এর প্রথম কুড়িটি পদের যোগফল নির্ণয় করো।
8. 1 হতে 500 এর মধ্যবর্তী 2 অথবা 5 এর গুণিতক অখণ্ড সংখ্যাগুলোর সমষ্টি নির্ণয় করো।
9. একটি প্রগতির প্রথম m এবং n প্রথম সংখ্যক পদের সমষ্টির অনুপাত হল $m^2 : n^2$ । দেখাও যে এর m -তম এবং n -তম পদের অনুপাত $(2m-1) : (2n-1)$ ।

10. কোনো সমান্তর প্রগতির p -তম পদ $\frac{1}{q}$ এবং q -তম $\frac{1}{p}$ হলে প্রমাণ করো যে, এর প্রথম pq সংখ্যক পদের যোগফল

$$\frac{1}{2} (pq+1)$$

11. যদি দুটি সমান্তর প্রগতির প্রথম n সংখ্যক পদের সমষ্টির অনুপাত $(7n+1) : (4n+27)$ হয়, তবে এদের 9-তম পদের অনুপাত নির্ণয় কর।
12. সমান্তর প্রগতিতে, প্রমাণ করো যে প্রগতির শুরুর এবং শেষ হতে সমদূরত্বে অবস্থিত পদগুলোর সমষ্টি সর্বদা একই এবং এটি প্রথম পদ এবং শেষ পদের সমষ্টির সমান।
13. একটি সমান্তর প্রগতির প্রথম n , $2n$ এবং $3n$ সংখ্যক পদের যোগফল যথাক্রমে s_1 , s_2 এবং s_3 হলে, প্রমাণ করো যে

$$s_3 = 3(s_2 - s_1)$$

14. একটি প্রগতির 11-তম পদ ও 18-তম পদের অনুপাত হল 2:3। প্রগতির 5-তম ও 21-তম পদের অনুপাত নির্ণয় করো এবং এর প্রথম পাঁচটি পদ ও প্রথম 21টি পদের যোগফলের অনুপাতও নির্ণয় করো।
15. একটি সমান্তর প্রগতির প্রথম পদ a , দ্বিতীয় পদ b এবং শেষ পদ c হলে দেখাও যে, প্রগতির পদগুলোর সমষ্টি হল

$$\frac{(a+c)(b+c-2a)}{2(b-a)}$$

উত্তরমালা

বিভাগ-ক

- I. 1) -25 2) 13 3) $-\frac{1}{3}$ 4) 6 5) $\frac{n(n+1)}{2}$ 6) 45 7) গাউস।
- II. 1. (ii) 2. (i) 3. (ii) 4. (iv) 5. (ii) 6. (iii) 7. (i) 8. (iv) 9. (ii) 10. (ii)
- III. 1. F 2. T 3. T 4. F 5. F
- IV. 1. 4, -1, -6, -11, 2. 20-তম পদ 3. না 4. -320 5. -78 6. $\frac{3}{2}$

বিভাগ-খ

1. $a = -1$, $b = 15$, $c = 31$ 2. 3, 7, 11, 15, 4. হ্যাঁ, 17-তম পদ 5. 1, 6, 11, 16,
6. 126 7. $k = 0$ 8. $40^\circ, 60^\circ, 80^\circ$ 9. 12-তম পদ 10. 73
11. 5, 13, 21, 12. 1170

বিভাগ-গ

1. $n = 5, 11$ 2. 11 3. 800 টাকা 4. 25 মাস 5. 2, 6, 10, 14
6. 40 7. 970 8. 75250 11. 24:19 12. $16, \frac{8}{3}$ 14. 1:3; 5:49

অধ্যায়-6

ত্রিভুজ (TRIANGLES)

মূল বিষয় এবং সূত্রাবলি :

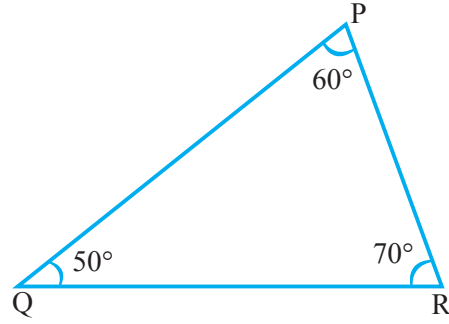
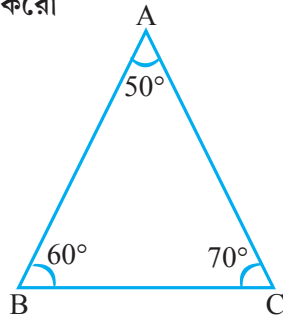
- ত্রিভুজের সদৃশতার জন্য শর্তসমূহ হল : (i) AAA বা AA (ii) SSS (iii) SAS.
- দুটি চিত্র যাদের একই আকৃতি কিন্তু এদের আকার এক হওয়া আবশ্যিক নয় তাদের সদৃশ চিত্র বলা হয়।
- সকল সর্বসম চিত্র সদৃশ কিন্তু এর বিপরীত বিবৃতি সত্য নয়।
- সমান সংখ্যক বাহুবিশিষ্ট দুটি বহুভুজ সদৃশ হবে, যদি (i) তাদের অনুরূপ কোণগুলো সমান হয় এবং (ii) তাদের অনুরূপ বাহুগুলো একই অনুপাতে (অর্থাৎ সমানুপাতে) থাকে।
- যদি একটি ত্রিভুজের কোনো একটি বাহুর সমান্তরাল রেখা অপর দুটি বাহুকে ভিন্ন ভিন্ন বিন্দুতে ছেদ করে, তবে অপর বাহু দুটি একই অনুপাতে বিভক্ত হবে (মৌলিক সমানুপাতিক উপপাদ্য) এবং এর বিপরীত বিবৃতিটিও সত্য।
- দুটি সদৃশ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের অনুপাত তাদের অনুরূপ বাহুগুলোর বর্গের অনুপাতের সমান হয়।
- কোনো সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণের শীর্ষবিন্দু থেকে অতিভুজের উপর অঙ্কিত একটি লম্ব ত্রিভুজটিকে দুটি ত্রিভুজে বিভক্ত করে যাদের প্রতিটি সমগ্র ত্রিভুজের সাথে সদৃশ এবং এরা নিজেরাও পরস্পর সদৃশ।
- কোনো সমকোণী ত্রিভুজে, অতিভুজের বর্গ এটির অপর দুটি বাহুর বর্গের সমষ্টির সমান হয় (পিথাগোরাসের উপপাদ্য) এবং এর বিপরীত বিবৃতিটিও সত্য।

অনুশীলনী 6

বিভাগ-ক (প্রতিটি 1 নম্বর)

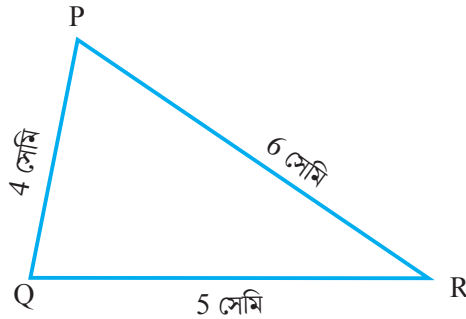
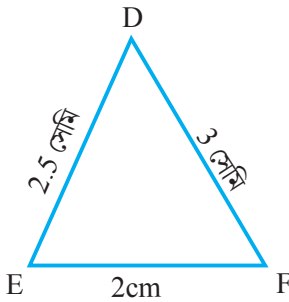
I. শূন্যস্থান পূরণ করো

1.



উপরের চিত্রদ্বয় সদৃশ হলে, সদৃশতা সম্পর্কটির সাংকেতিক রূপ হবে _____.

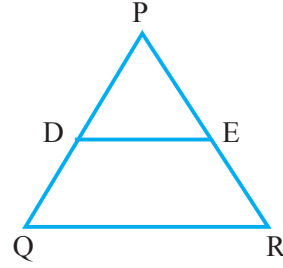
2.



ΔDEF এবং ΔRQP সদৃশ হলে সদৃশতা সম্পর্কটির সাংকেতিক রূপ হবে——

3. দুটি ত্রিভুজ সদৃশ হবে যদি তাদের অনুরূপ কোণগুলো —— হয়।
4. একই ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট সকল বৃত্ত —— হবে।
5. বিভিন্ন ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট সকল বৃত্ত —— হবে।
6. একই নেগেটিভ থেকে কোনো বস্তুর ছোটো আকারের অথবা বর্ধিত আকারের ফটোগ্রাফ —— হবে।
7. সকল সমবাহু ত্রিভুজ —— হবে।
8. যদি দুটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অনুপাত 4:1 হয় তবে তাদের বাহুগুলোর অনুপাত হবে——।
9. দুটি সদৃশ ত্রিভুজের অনুরূপ বাহুগুলোর অনুপাত 4:9 হলে তাদের ক্ষেত্রফলের অনুপাত হবে ——।
10. দুটি সদৃশ ত্রিভুজের অনুরূপ বাহুগুলোর অনুপাত 5:6 হলে তাদের উচ্চতার অনুপাত অবশ্যই —— হতে হবে।
11. $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ এবং তাদের পরিসীমা হল যথাক্রমে 32 সেমি এবং 24 সেমি। যদি $AB = 10$ সেমি হয় তবে $DE =$ —— সেমি হবে।

12. প্রদত্ত চিত্রে, $DE \parallel QR$. যদি $DE = 5$ সেমি,
 $QR = 8$ সেমি এবং $PD = 3.5$ সেমি হয়,
 তবে $PQ =$ —— সেমি হবে।



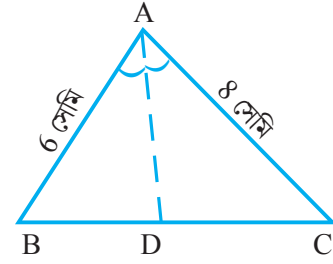
II. বহু বিকল্প উত্তরধর্মী প্রশ্নাবলি

নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলোর প্রত্যেকটিতে সঠিক উত্তরটি বাছাই করো :

1. একজন লোক পশ্চিমদিকে যায় 24 মি. এবং তারপর উত্তরদিকে যায় 10 মি। তাহলে যেখান থেকে যাত্রা শুরু করেছিলেন সেই অবস্থান থেকে তিনি দূরে আছেন—
 (a) 34 মি (b) 17 মি (c) 26 মি (d) 28 মি
2. 13মি এবং 7মি উচ্চতা বিশিষ্ট দুটি খুঁটি একটি সমতল ভূমিতে উল্লম্বভাবে দাঁড়িয়ে আছে এবং তাদের পাদদেশের মধ্যে দূরত্ব 8 মি।
 খুঁটি দুটির শীর্ষের মধ্যে দূরত্ব হবে—
 (a) 9 মি (b) 10 মি (c) 11 মি (d) 12 মি
3. 6মি দৈর্ঘ্যের একটি উল্লম্ব খুঁটি মাটিতে 3.6মি দৈর্ঘ্যের একটি ছায়া তৈরি করে। যদি একই সময়ে একটি মিনার মাটিতে 18 মি
 দৈর্ঘ্যের একটি ছায়া তৈরি করে তবে, মিনারটির উচ্চতা হল—
 (a) 10.8 মি (b) 28.8 মি (c) 32.4 মি (d) 30 মি

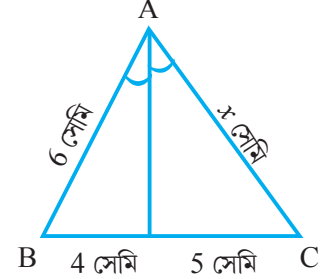
4. 25 মি. দৈর্ঘ্যের একটি মই এর অগ্রভাগ ভূমি থেকে 24 মিটার উপরে অবস্থিত একটি বিল্ডিং এর শীর্ষে রাখা হল। বিল্ডিং এর নিম্নাংশ থেকে মই-এর পাদদেশের দূরত্ব হল—
 (a) 7 মি (b) 14 মি (c) 21 মি (d) 24.5 মি
5. কোনো সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের দৈর্ঘ্য 25 সেমি এবং এর অপর দুটি বাহু এমন যে একটি অন্যটির চেয়ে 5 সেমি দীর্ঘ। এই বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য হল—
 (a) 10 সেমি, 15 সেমি (b) 15 সেমি, 20 সেমি (c) 12 সেমি, 7 সেমি (d) 10 সেমি, 5 সেমি
6. ΔABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ যার $AB=AC = 13$ সেমি এবং শীর্ষবিন্দু A থেকে BC এর উপর উচ্চতার দৈর্ঘ্য 5 সেমি। তাহলে BC = ?
 (a) 12 সেমি (b) 16 সেমি (c) 18 সেমি (d) 24 সেমি

7. ΔABC এ, এটি দেওয়া আছে যে $AB = 6$ সেমি,
 $AC=8$ সেমি এবং AD হল $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক।
 তাহলে $BD:DC = ?$



- (a) 3:4 (b) 9:19 (c) 4:3 (d) $\sqrt{3}:2$

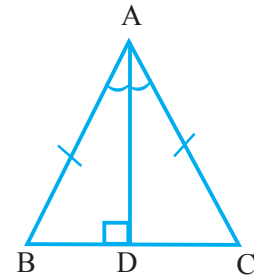
8. ΔABC এ, এটি দেওয়া আছে যে AD হল
 $\angle A$ এর অন্তঃসমদ্বিখণ্ডক। যদি $BD=4$ সেমি,
 $DC=5$ সেমি এবং $AB=6$ সেমি হয়, তবে $AC = ?$



- (a) 4.5 সেমি (b) 8 সেমি (c) 9 সেমি (d) 7.5 সেমি

9. সমবাহু ত্রিভুজ ABC এ, যদি $AD \perp BC$ হয়,
 তবে নিম্নলিখিত কোনটি সত্য?

- (a) $2AB^2 = 3AD^2$ (b) $4AB^2 = 3AD^2$
 (c) $3AB^2 = 4AD^2$ (d) $3AB^2 = 2AD^2$

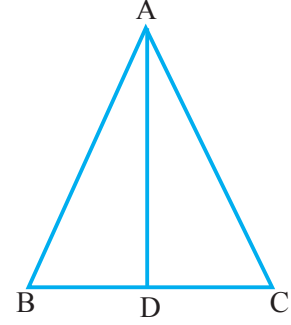


10. 10 সেমি বাহু বিশিষ্ট একটি রম্বসের যে-কোনো একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য 12 সেমি হলে এর অপর কর্ণের দৈর্ঘ্য হবে—
 (a) 20 সেমি (b) 18 সেমি (c) 16 সেমি (d) 22 সেমি

11. ΔABC এ, এটি দেওয়া আছে যে $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$ ।

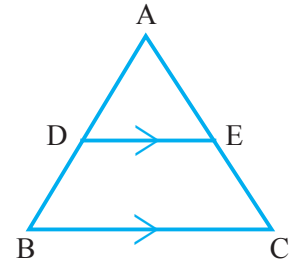
যদি $\angle B = 70^\circ$ এবং $\angle C = 50^\circ$ হয়, তবে $\angle BAD = ?$

- (a) 30° (b) 40° (c) 45° (d) 50°



12. ΔABC -এ $DE \parallel BC$, $AD = 2.4$ সেমি, $AE = 3.2$ সেমি
 এবং $EC = 4.8$ সেমি হলে $AB = ?$

- (a) 3.6 সেমি (b) 6 সেমি (c) 6.4 সেমি (d) 7.2 সেমি



13. যদি একটি চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমানুপাতে বিভক্ত করে, তবে চতুর্ভুজটি হল একটি
 (a) সামান্তরিক (b) ট্রাপিজিয়াম (c) আয়তক্ষেত্র (d) বর্গক্ষেত্র

14. ABC ও BDE হল দুটি সমবাহু ত্রিভুজ এবং D হল BC বাহুর মধ্যবিন্দু। ABC ও BDE ত্রিভুজদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের অনুপাত হবে—

- (a) 1:2 (b) 2:1 (c) 1:4 (d) 4:1

15. ΔABC -এ, $AB = 6\sqrt{3}$ সেমি, $AC = 12$ সেমি, এবং $BC = 6$ সেমি হলে, $\angle B$ হবে—

- (a) 45° (b) 60° (c) 90° (d) 120°

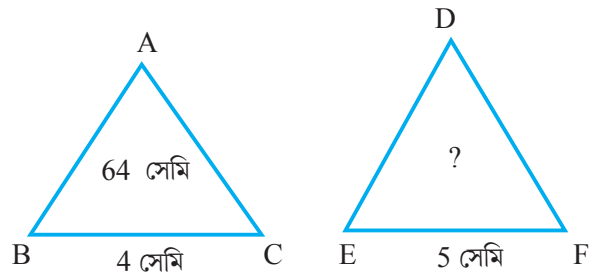
16. ABC ও DEF হল দুটি সদৃশ ত্রিভুজ যেখানে

$BC = 4$ সেমি, $EF = 5$ সেমি, এবং

ΔABC এর ক্ষেত্রফল = 64 সেমি²।

ΔDEF এর ক্ষেত্রফল হবে—

- (a) 50 সেমি² (b) 100 সেমি²
 (c) 150 সেমি² (d) 200 সেমি²



17. দুটি সদৃশ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল যথাক্রমে 100 সেমি^2 এবং 49 সেমি^2 । যদি বড় ত্রিভুজের উচ্চতা 5 সেমি হয়, তবে অপর ত্রিভুজটির অনুরূপ উচ্চতা হবে—

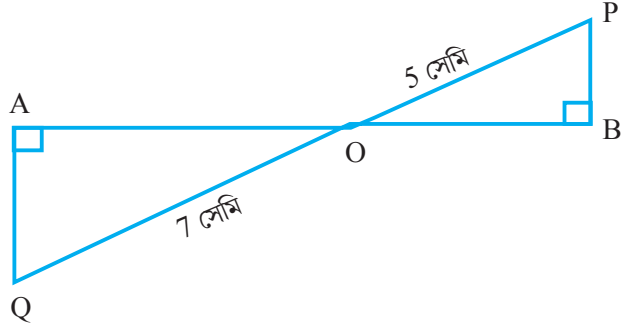
- (a) 3.5 সেমি (b) 3 সেমি (c) 2.5 সেমি (d) 4.5 সেমি

18. প্রদত্ত চিত্রে, PB এবং QA রেখাংশ AB এর উপর লম্ব। যদি $PO = 5 \text{ সেমি}$ $QO = 7 \text{ সেমি}$ এবং

ΔPOB এর ক্ষেত্রফল = 150 সেমি^2 হয়,

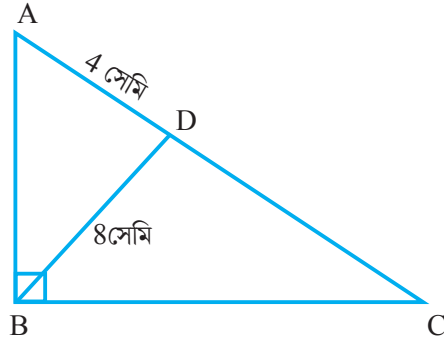
তবে ΔQOA এর ক্ষেত্রফল হবে—

- (a) 299 সেমি^2
 (b) 394 সেমি^2
 (c) 289 সেমি^2
 (d) 294 সেমি^2



19. প্রদত্ত চিত্রে, $\angle ABC = 90^\circ$ এবং $BD \perp AC$ । যদি $BD = 8 \text{ সেমি}$ এবং $AD = 4 \text{ সেমি}$ হয়, তবে $CD = ?$

- (a) 14 সেমি (b) 15 সেমি
 (c) 16 সেমি (d) 17 সেমি

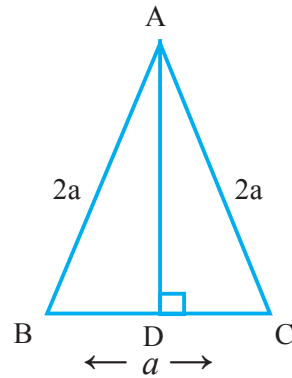


20. দুটি সদৃশ ত্রিভুজ ABC ও DEF এর ক্ষেত্রফল যথাক্রমে 64 সেমি^2 ও 121 সেমি^2 । যদি $EF = 13.2 \text{ সেমি}$ হয়, তবে $BC = ?$

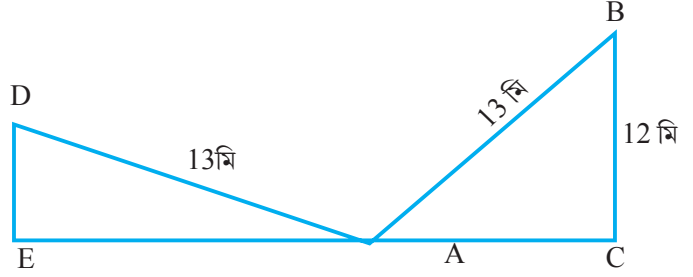
- (a) 9.8 সেমি (b) 9.1 সেমি (c) 9.2 সেমি (d) 9.6 সেমি

21. প্রদত্ত চিত্রে, ABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ যার বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য $2a$, $2a$ ও a । তাহলে সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ ABC এর উচ্চতা AD এর দৈর্ঘ্য হবে—

- (a) $\frac{a\sqrt{15}}{2}$ একক (b) $\frac{15\sqrt{a}}{2}$ একক
 (c) $\frac{\sqrt{15a}}{2}$ একক (d) $2a\sqrt{15}$ একক



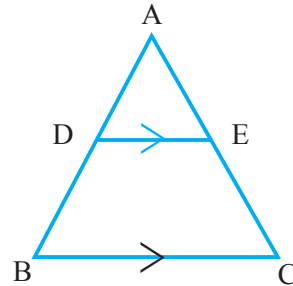
22. 13 মি দৈর্ঘ্যের একটি মইয়ের অগ্রভাগ রাস্তার একপাশে এবং ভূমি থেকে 12 মি উপরে অবস্থিত একটি জানালায় রাখা হল। মইটির নিম্নভাগ স্থির রেখে এটির অগ্রভাগটিকে ঘুরিয়ে রাস্তার অপর পাশে ভূমি থেকে 5 মি উপরে অবস্থিত একটি জানালায় রাখা হল। তাহলে রাস্তাটির প্রশস্ততা হবে—



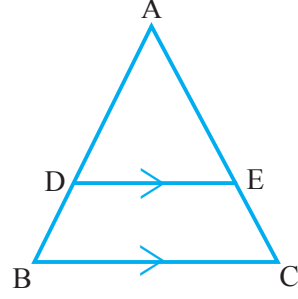
- (a) 15 মি (b) 16 মি (c) 17 মি (d) 18 মি
23. $\triangle ABC$ ও $\triangle DEF$ -এ, এটি দেওয়া আছে যে $\angle B = \angle E$, $\angle F = \angle C$ এবং $AB = 3DE$ । তাহলে ত্রিভুজদ্বয় হবে—
 (a) সর্বসম কিন্তু অ-সদৃশ (b) সদৃশ কিন্তু সর্বসম নয়
 (c) সর্বসম বা সদৃশ এদের কোনটিই নয় (d) সদৃশ ও সর্বসম
24. যদি $\triangle ABC \sim \triangle EDF$, তাহলে নিম্নলিখিত কোনটি সত্য হয়?
 (a) $BC \cdot EF = AC \cdot FD$ (b) $AB \cdot EF = AC \cdot DE$
 (c) $BC \cdot DE = AB \cdot EF$ (d) $BC \cdot DE = AB \cdot FD$.
25. $\triangle ABC$ এবং $\triangle DEF$ -এ, দেওয়া আছে $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} = \frac{5}{7}$, তাহলে
 ক্ষেত্রফল (ABC) : ক্ষেত্রফল (DEF) = ?
 (a) 5:7 (b) 25:49 (c) 49:25 (d) 125:343

III. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

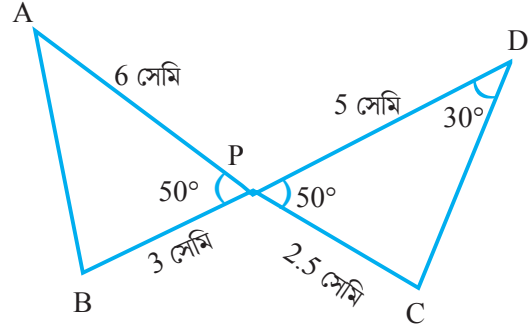
1. ABC ও BDE হল দুটি সমবাহু ত্রিভুজ যেখানে D হল বাহু BC এর মধ্যবিন্দু। তাহলে $\triangle ABC$ ও $\triangle BDE$ এর ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত?
2. ABC ও DEF ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ। $\triangle ABC$ ও $\triangle DEF$ -এর পরিসীমা যথাক্রমে 30 সেমি ও 18 সেমি। যদি $BC = 9$ সেমি হয়, তবে $EF = ?$
3. $\triangle ABC$ -এ, $DE \parallel BC$ এবং $\frac{AD}{DB} = \frac{3}{5}$ ।
 যদি $AC = 5.6$ সেমি হয়, তবে $AE = ?$



4. ΔABC -এ, $DE \parallel BC$, $AD = (7x-4)$ সেমি,
 $AE = (5x-2)$ সেমি, $DB = (3x+4)$ সেমি এবং
 $EC = 3x$ সেমি। x -এর মান নির্ণয় করো।



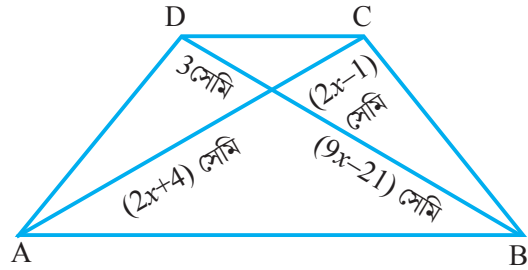
5. প্রদত্ত চিত্রে, $PA = 6$ সেমি, $PB = 3$ সেমি,
 $PC = 2.5$ সেমি, $PD = 5$ সেমি, $\angle APB = 50^\circ$
এবং $\angle CDP = 30^\circ$, তাহলে $\angle PBA = ?$



6. দেওয়া আছে $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ এবং $\frac{BC}{QR} = \frac{2}{3}$ । তাহলে $\frac{\text{ক্ষেত্রফল}(PQR)}{\text{ক্ষেত্রফল}(ABC)} = ?$

7. দুটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ যাদের অনুরূপ কোণগুলো সমান এবং ক্ষেত্রফলের অনুপাত 25:36। তাহলে ত্রিভুজদ্বয়ের অনুরূপ উচ্চতার অনুপাত নির্ণয় করো।
8. সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ ABC -এ, যদি $AC = BC$ এবং $AB^2 = 2AC^2$ হয় তাহলে $\angle C = ?$

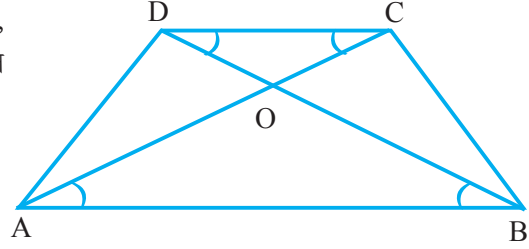
9. প্রদত্ত চিত্রে, $AB \parallel CD$, $OA = (2x+4)$ সেমি,
 $OB = (9x-21)$ সেমি, $OC = (2x-1)$ সেমি
এবং $OD = 3$ সেমি। তাহলে, $x = ?$



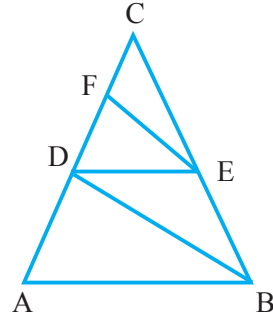
10. যদি $\Delta ABC \sim \Delta DEF$, $2AB = 3DE$ এবং $BC = 6$ সেমি হয় তবে $EF = ?$
11. একজন লোক পূর্বদিকে 10 মি এবং তারপর উত্তরদিকে 20 মি. গেল। তাহলে, প্রারম্ভিক অবস্থান থেকে এখন ব্যক্তিটির দূরত্ব কত?
12. একটি আয়তক্ষেত্র যার দৈর্ঘ্য 8 মি ও প্রস্থ 6 মি। আয়তক্ষেত্রটির কর্ণের দৈর্ঘ্য কত?
13. একটি রম্বসের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য হল 24 সেমি এবং 10 সেমি। রম্বসের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য কত?
14. 5 মি দীর্ঘ একটি লাঠির ছায়ার দৈর্ঘ্য হল 2 মি। একই সময়ে 12.5 মি উচ্চতা বিশিষ্ট একটি বৃক্ষের ছায়ার দৈর্ঘ্য কত হবে?

বিভাগ-খ (প্রতিটি 2 নম্বর)

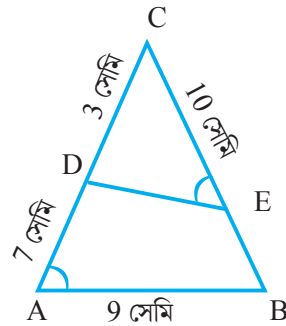
1. ট্রাপিজিয়াম ABCD-এ, O হল AC ও BD এর ছেদবিন্দু, $AB \parallel CD$ এবং $AB = 2 \times CD$ । যদি ΔAOB এর ক্ষেত্রফল = 84 সেমি^2 , তবে ΔCOD এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।



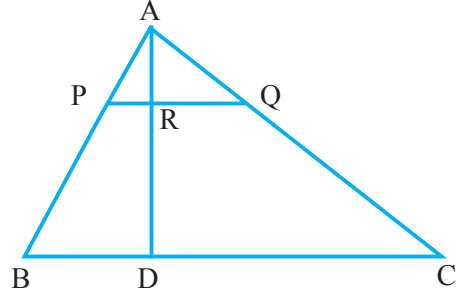
2. $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ যেখানে AX ও DY হল যথাক্রমে $\angle A$ ও $\angle D$ এর সমদ্বিখণ্ডক। যদি $AX = 6.5$ সেমি এবং $DY = 5.2$ সেমি হয় তাহলে ΔABC ও ΔDEF এর ক্ষেত্রফলের অনুপাত নির্ণয় করো।
3. a একক বাহুবিশিষ্ট কোনো সমবাহু ত্রিভুজের উচ্চতার দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।
4. প্রদত্ত চিত্রে, $AB \parallel DE$ এবং $BD \parallel EF$ ।
প্রমাণ করো যে, $DC^2 = CF \cdot AC$ ।



5. একটি মই এমনভাবে রাখা হয়েছে যাতে একটি প্রাচীর থেকে এর পাদদেশের দূরত্ব 5 মিটার এবং এর অগ্রভাগ মাঠ থেকে 12 মিটার উচ্চতায় অবস্থিত একটি জানালায় পৌঁছায়। মইটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।
6. প্রদত্ত চিত্রে, $\angle A = \angle CED$, $AB = 9$ সেমি,
 $AD = 7$ সেমি $CD = 8$ সেমি এবং
 $CE = 10$ সেমি। DE নির্ণয় করো।

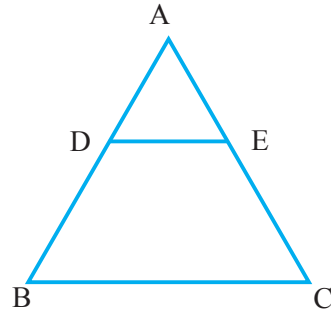


7. প্রদত্ত চিত্রে, $AP=3$ সেমি, $AR = 4.5$ সেমি,
 $AQ = 6$ সেমি, $AB = 5$ সেমি, এবং $AC=10$ সেমি।
 AD এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।

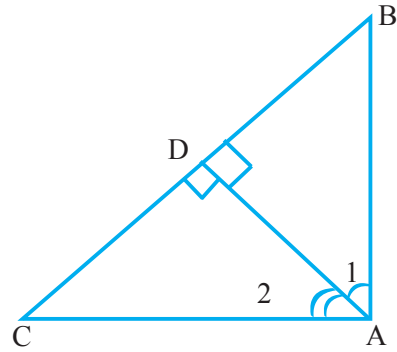


8. দুটি সদৃশ ত্রিভুজের পরিসীমা যথাক্রমে 30 সেমি এবং 20 সেমি। যদি প্রথম ত্রিভুজটির একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 15 সেমি হয় তবে এটির অনুরূপ দ্বিতীয় ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।

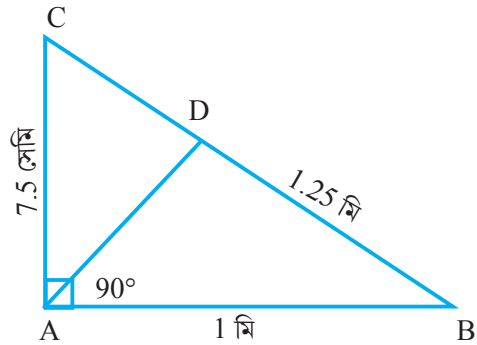
9. প্রদত্ত চিত্রে, ABC একটি ত্রিভুজ যার $AB = AC$ । D ও E বিন্দু দুটি যথাক্রমে AB ও AC -এর উপর এমনভাবে অবস্থিত যে $AD = AE$ । প্রমাণ করো যে, B, C, E ও D সমবৃত্তস্থ।



10. $\triangle ABC$ -এ, যদি $\angle A=90^\circ$ এবং $AD \perp BC$ হয়, তবে প্রমাণ করো যে, $AD^2 = BD \times DC$



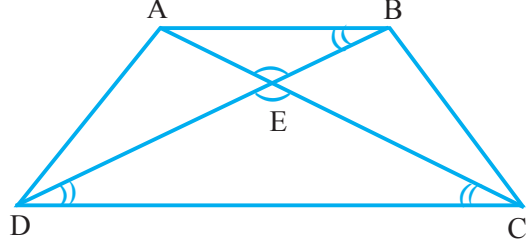
11. প্রদত্ত চিত্রে, $\angle CAB = 90^\circ$ এবং $AD \perp BC$ ।
যদি $AC=7.5$ সেমি, $AB = 1$ মি এবং
 $BC = 1.25$ মি. হয় তাহলে AD নির্ণয় করো।



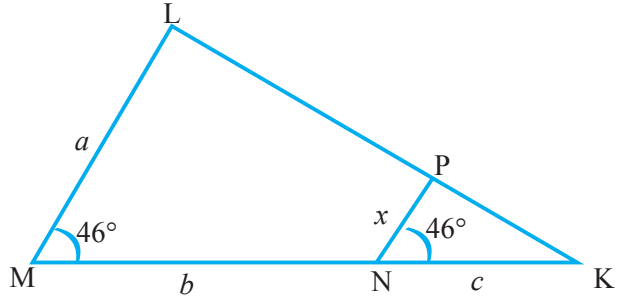
বিভাগ-গ (প্রতিটি 3/4 নম্বর)

- 120 সেমি উচ্চতা বিশিষ্ট একটি মেয়ে রীনা ল্যাম্পপোস্টের ভূমি থেকে 1.5 মি / সেকেন্ড বেগে দূরে হেঁটে যাচ্ছে। পোস্টটি যদি মাটি থেকে 3.9 মি উচ্চতায় অবস্থিত হয়, তবে 3 সেকেন্ড পর মেয়েটির ছায়ার দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।

- ABCD হল একটি ট্রাপিজিয়াম যার $AB \parallel DC$ ।
যদি $\triangle AED$ ও $\triangle BEC$ পরস্পর সদৃশ হয়, তবে
প্রমাণ করো যে, $AD = BC$ ।



- প্রদত্ত চিত্রের সাহায্যে, x -কে a , b ও c এর
আকারে প্রকাশ করো।



- দুটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান শীর্ষকোণ এবং তাদের ক্ষেত্রফলের অনুপাত দেওয়া আছে $16 : 25$ । ত্রিভুজ দুটির অনুরূপ উচ্চতার অনুপাত নির্ণয় করো।

- প্রমাণ করো যে, কোনো ত্রিভুজের বাহুগুলোর বর্গের সমষ্টির তিনগুণ এর মধ্যমাসমূহের বর্গের সমষ্টির চারগুণের সমান হয়।

- ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ যার $\angle C =$ সমকোণ। যদি C বিন্দু থেকে AB বাহুর উপর লম্বের দৈর্ঘ্য p এবং a , b , c প্রচলিত অর্থে ব্যবহৃত হয়, তবে দেখাও যে, $\frac{1}{p^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$

- ABCD আয়তক্ষেত্রের অভ্যন্তরস্থ O বিন্দুর সাথে A, B, C এবং D যুক্ত করা হলো।

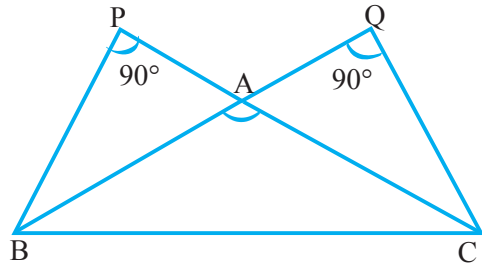
প্রমাণ করো যে $OB^2 + OD^2 = OC^2 + OA^2$ ।

- $\triangle ABC$ -এ $\angle A$ হল স্থূলকোণ, $PB \perp AC$, $QC \perp AB$

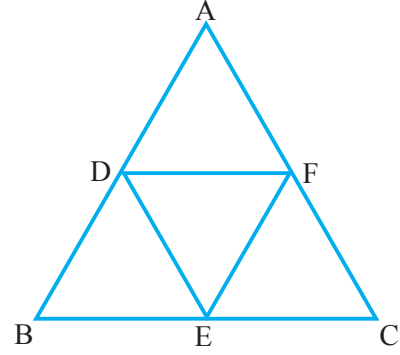
প্রমাণ করো যে,

(a) $AB \times AQ = AC \times AP$

(b) $BC^2 = AC \times CP + AB \times BQ$

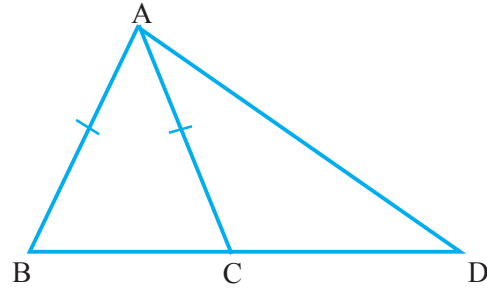


9. ΔABC এর AB, BC ও CA বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D, E ও F। ΔDEF ও ΔABC এর ক্ষেত্রফলের অনুপাত নির্ণয় করো।



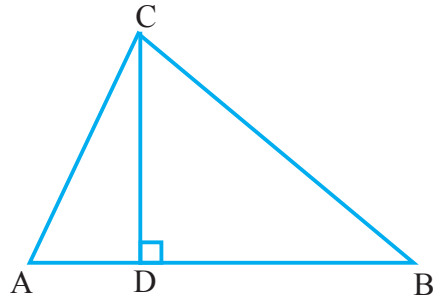
10. $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ এবং তাদের ক্ষেত্রফল যথাক্রমে 100 সেমি² ও 49সেমি²। যদি ΔABC এর উচ্চতা 5সেমি হয় তবে ΔDEF এর অনুরূপ উচ্চতা নির্ণয় করো।
11. ΔABC হল একটি সমকোণী ত্রিভুজ যার $\angle B = 90^\circ$ সমকোণ এবং D হল BC বাহুর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করো যে, $AC^2 = 4AD^2 - 3AB^2$

12. ΔABC -এ, $AB = AC$, বাহু BC-কে D পর্যন্ত বর্ধিত করা হল। প্রমাণ করো যে, $(AD^2 - AC^2) = BD \cdot CD$



13. প্রদত্ত চিত্রে, $\angle ACB = 90^\circ$ এবং

$CD \perp AB$ । প্রমাণ করো যে, $\frac{BC^2}{AC^2} = \frac{BD}{AD}$

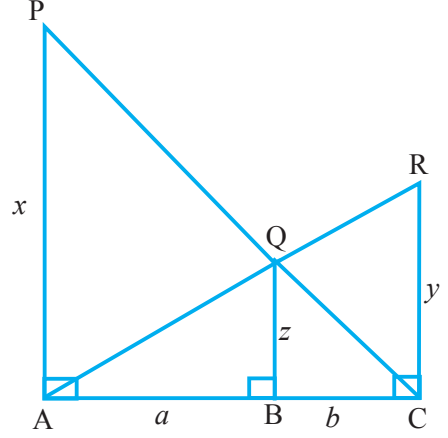


14. প্রদত্ত চিত্রে PA, QB ও RC -এর প্রতিটি AC এর

উপর লম্ব। যদি AP=x, QB = z, RC = y,

AB = a এবং BC = b হয়, তবে দেখাও যে,

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$$



15. ΔABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ। সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য হল 6 সেমি এবং 8 সেমি। ΔABC -এ একটি বৃত্ত অন্তর্লিখিত হলে, বৃত্তটির ব্যাসার্ধ নির্ণয় করো।

16. প্রমাণ করো যে একটি রম্বসের বাহুগুলোর উপর অঙ্কিত বর্গসমূহের ক্ষেত্রফলের সমষ্টি উহার কর্ণগুলোর উপর অঙ্কিত বর্গসমূহের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির সমান হয়।

17. একটি সমবাহু ত্রিভুজ যার প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য a । প্রমাণ করো যে, ত্রিভুজটির

$$(i) \text{ উচ্চতা} = \frac{\sqrt{3}}{2} a \quad (ii) \text{ ক্ষেত্রফল} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

18. ΔABC -এ BC বাহুর মধ্যবিন্দু হল D এবং $AE \perp BC$ । যদি $AC > AB$ হয়, তবে দেখাও যে,

$$AB^2 = AD^2 - BC \cdot DE + \frac{1}{4} BC^2$$

19. ΔABC -এ, $AB = AC$, BC বাহুকে D পর্যন্ত বর্ধিত করা হল। প্রমাণ করো যে $(AD^2 - AC^2) = BD \cdot CD$ ।

20. ABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ যার $\angle B =$ সমকোণ। AC ও AB বাহুদ্বয়ের উপর যথাক্রমে ΔACD ও ΔABE অঙ্কন করা হলো যেখানে ΔACD ও ΔABE পরস্পর সদৃশ। ΔABE ও ΔACD এর ক্ষেত্রফলের অনুপাত নির্ণয় করো।

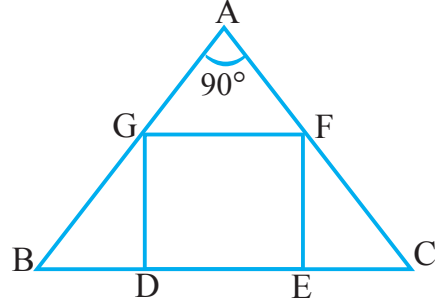
21. যদি ΔABC এর BC, CA এবং AB বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে a, b ও c এবং AD যদি $\angle A$ এর সমদ্বিখণ্ডক হয় তবে BD ও DC বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।

22. একটি রম্বসের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য হল 40 সেমি এবং 42 সেমি। রম্বসটির প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।

23. ABCD সামান্তরিকের CD বাহুর মধ্যবিন্দু M গামী সরলরেখা BM অঙ্কন করা হল যা AC-কে L বিন্দুতে এবং বর্ধিত AD কে E বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করো যে $EL = 2BL$ ।

24. ABCD ট্রাপিজিমে, $AB \parallel DC$ এবং $DC = 2AB$ । AB এর সমান্তরাল EF অঙ্কন করা হল যা AD কে F বিন্দুতে এবং BC কে E বিন্দুতে এমনভাবে ছেদ করেছে যে $\frac{BC}{EC} = \frac{3}{4}$ হয়। DB কর্ণ EF কে G বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করো যে, $7FE = 10AB$ ।

25. পাশের চিত্রে দেওয়া আছে, DEFG একটি বর্গক্ষেত্র এবং $\angle BAC = 90^\circ$ । প্রমাণ করো যে,
 (i) $\triangle AGF \sim \triangle DBG$ (ii) $\triangle AGF \sim \triangle EFC$
 (iii) $\triangle DBG \sim \triangle EFC$ (iv) $DE^2 = BD \times EC$



26. চতুর্ভুজ ABCD -এ $\angle B = 90^\circ$ এবং $AD^2 = AB^2 + BC^2 + CD^2$ । প্রমাণ করো যে, $\angle ACD = 90^\circ$ ।
27. রম্বস ABCD-এ, প্রমাণ করো যে
 $AB^2 + BC^2 + CD^2 + DA^2 = AC^2 + BD^2$ ।
28. $\triangle ABC$ এর $\angle B$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে BO এবং CO। AO -কে বর্ধিত করলে এটি BC কে P বিন্দুতে ছেদ করেছে। দেখাও যে,
 i) $\frac{AB}{BP} = \frac{AO}{OP}$ ii) $\frac{AC}{CP} = \frac{AO}{OP}$ iii) $\frac{AB}{AC} = \frac{BP}{PC}$ iv) AP হল $\angle BAC$ এর সমদ্বিখণ্ডক।
29. ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ যার $\angle C = 90^\circ$ । P ও Q বিন্দু দুটি যথাক্রমে CA ও CB বাহুর ওপর অবস্থিত। যারা এই বাহুগুলিকে 2:1 অনুপাতে বিভক্ত করেছে। প্রমাণ করো যে,
 (i) $9AQ^2 = 9AC^2 + 4BC^2$ (ii) $9BP^2 = 9BC^2 + 4AC^2$
 (iii) $9(AQ^2 + BP^2) = 13AB^2$
30. $\triangle ABC$ -এ, $\angle B$ এর সমদ্বিখণ্ডক AC কে D বিন্দুতে ছেদ করেছে। AC এর সমান্তরাল একটি সরলরেখা AB, DB ও CB রেখাংশকে যথাক্রমে P, R ও Q বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করো যে,
 (i) $AB \times CQ = BC \times AP$ ii) $PR \times BQ = QR \times BP$ ।
31. ABCD হল একটি সামান্তরিক, যার AB বাহু P বিন্দুতে এবং CD বাহু Q বিন্দুতে এমনভাবে বিভক্ত হয়েছে যে,
 $AP : PB = 3 : 2$ এবং $CQ : QD = 4 : 1$ হয়। যদি PQ, AC-কে R বিন্দুতে ছেদ করে তবে, প্রমাণ করো যে,
 $AR = \frac{3}{7} AC$

32. ABC ত্রিভুজের $\angle C =$ সমকোণ এবং এর CA ও CB বাহুর উপর অবস্থিত মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P ও Q হলে, প্রমাণ করো যে, $4(AQ^2 + BP^2) = 5AB^2$

উত্তরমালা

বিভাগ-ক

- I. 1) AAA 2) SSS 3) সমান 4) সর্বসম 5) সদৃশ 6) সদৃশ
7) সদৃশ 8. 2:1 9. 16:81 10) 5:6 11) 7.5 সেমি 12) 5.6 সেমি
- II. 1) c 2) b 3) d 4) a 5) b 6) d
7) a 8) d 9) c 10) c 11) a 12) b
13) b 14) d 15) c 16) b 17) a 18) d
19) c 20) d 21) a 22) c 23) b 24) c 25) b
- III. 1) 4:1 2) 5.4সেমি 3) 2.1সেমি 4) $x = 4$ 5) 100° 6) $\frac{9}{4}$ 7) 5:6 8) 90°
9) 3সেমি 10) 4 11) $10\sqrt{5}$ মি 12) 10 মি 13) 13মি 14) 5 মি

বিভাগ-খ

- 1) 21সেমি² 2) 25:16 3) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ একক 4) 13 মি 5) 6 সেমি 6) 7.5সেমি
8) 10সেমি 11) 80সেমি

বিভাগ-গ

- 1) 2 মি 3) $\frac{ac}{b+c}$ 4) 4 : 5 9) 1 : 4 10) 3.5 সেমি 15) $r = 2$ সেমি 20) 1 : 2
21) $BD = \frac{ac}{b+c}$, $DC = \frac{ab}{b+c}$ 22) 29 সেমি

অধ্যায়-7

স্থানাঙ্ক জ্যামিতি (COORDINATE GEOMETRY)

মূল বিষয় এবং সূত্রাবলি :

দূরত্ব নির্ণয়ের সূত্র (Distance formula)

1. দুইটি বিন্দু $P(x_1, y_1)$ এবং $Q(x_2, y_2)$ এর মধ্যে দূরত্ব হল $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ একক
2. $p(x, y)$ বিন্দুটির মূলবিন্দু থেকে দূরত্ব হল $\sqrt{x^2 + y^2}$ একক

বিভাজনের সূত্র (Section formula)

3. $P(x, y)$ বিন্দু যা $A(x_1, y_1)$ এবং $B(x_2, y_2)$ বিন্দুদ্বয় সংযোজক রেখাংশকে $m_1 : m_2$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে, এর স্থানাঙ্ক হল $\left(\frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2} \right)$
4. $P(x_1, y_1)$ এবং $Q(x_2, y_2)$ বিন্দুদ্বয় সংযোজক রেখাংশের মধ্যবিন্দু হল $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$ ।

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের সূত্র (Area of a Triangle)

5. $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$ এবং $R(x_3, y_3)$ শীর্ষবিন্দু বিশিষ্ট কোনো ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল হল $\frac{1}{2} |x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$ বর্গ একক।

6. তিনটি বিন্দু সমরেখ হওয়ার শর্তাবলি (Condition for collinearity of three points) :

- i) তিনটি বিন্দু A, B এবং C সমরেখ হবে যদি $AB + BC = AC$ হয়।



অথবা

- ii) তিনটি বিন্দু (x_1, y_1) , (x_2, y_2) এবং (x_3, y_3) সমরেখ হবে যদি বিন্দুগুলো দিয়ে গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল শূন্য হয় অর্থাৎ $[x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)] = 0$

অনুশীলনী - 7

বিভাগ-ক (প্রতিটি 1নম্বর)

অতি সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন

I. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলোর সঠিক উত্তর বেছে নাও :

1. x অক্ষ থেকে $(-3,4)$ বিন্দুর দূরত্ব হল—
a) 3 b) -3 c) 4 d) 5
2. A $(0,6)$ এবং B $(0,-2)$ বিন্দুদ্বয়ের মধ্যে দূরত্ব হল—
a) 6 b) 8 c) 4 d) 2
3. মূলবিন্দু থেকে P $(-6,8)$ বিন্দুর দূরত্ব হল—
a) 8 b) $2\sqrt{7}$ c) 10 d) 6
4. x অক্ষের উপর এরূপ একটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করো যা A $(-1,0)$ এবং B $(5,0)$ বিন্দু দুটি থেকে সমদূরবর্তী।
a) $(0,2)$ b) $(2,0)$ c) $(3,0)$ d) $(0,3)$
5. x অক্ষের উপর অবস্থিত একটি বিন্দুর ভূজের মান 3 এবং y অক্ষের উপর অবস্থিত অপর একটি বিন্দুর কোটির মান -4 হলে, বিন্দুদ্বয়ের মধ্যে দূরত্ব হল
a) 5 b) 6 c) 15 d) -5
6. একটি বৃত্তের কোনো একটি ব্যাসের প্রান্ত বিন্দুদ্বয় $(7,9)$ এবং $(-3,-5)$ হলে, বৃত্তটির কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক হল—
a) $(3, 5)$ b) $(4, 4)$ c) $(2, 2)$ d) $(2, 3)$
7. A $(-2, -5)$ এবং B $(2,5)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখাংশ যে বিন্দুতে লম্ব সমদ্বিখন্ডিত তা হল—
a) $(0,0)$ b) $(0,2)$ c) $(2,0)$ d) $(-2,0)$
8. A $(-5,6)$, B $(-4,2)$ এবং C $(7,5)$ বিন্দুত্রয় দিয়ে গঠিত ত্রিভুজের নাম হল—
a) সমকোণী ত্রিভুজ b) সমবাহু ত্রিভুজ c) সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ d) বিষমবাহু ত্রিভুজ।
9. AOB একটি আয়তক্ষেত্র যাহার তিনটি শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক A $(3,0)$, O $(0,0)$ এবং B $(0,5)$, আয়তক্ষেত্রের প্রতিটি কর্ণের দৈর্ঘ্য হল—
a) 5 একক b) 3 একক c) 4 একক d) $\sqrt{34}$ একক
10. P $(x,3)$ এবং Q $(4,5)$ বিন্দুদ্বয়ের মধ্যে দূরত্ব $2\sqrt{2}$ একক হলে, x এর মান হল
a) 6,4 b) 6,2 c) 4,6 d) $-6, 2$

11. A (-4,0), B (4,0) এবং C (0,3) একটি ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু হলে ত্রিভুজটি—
 a) সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ b) সমবাহু ত্রিভুজ c) বিষমবাহু ত্রিভুজ d) সমকোণী ত্রিভুজ
12. A (2,-5) এবং B (5,2) বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখাংশ P বিন্দুতে 2:3 অনুপাতে বিভক্ত হলে, P বিন্দু কোন্ পাদে থাকবে?
 a) প্রথম পাদ b) দ্বিতীয় পাদ c) তৃতীয় পাদ d) চতুর্থ পাদ
13. যদি একটি বৃত্তের ব্যাসের একটি প্রান্ত বিন্দুর স্থানাঙ্ক (2,3) এবং কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক (-2,5) হয়, তবে বৃত্তটির ব্যাসের অপর প্রান্ত বিন্দুর স্থানাঙ্ক হবে—
 a) (-6,7) b) (6,-7) c) (4,2) d) (5,3)
14. (7,-6) এবং (3,4) বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখাংশ যে বিন্দুতে 1:2 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত হয়, সেটি কোন পাদে থাকবে?
 a) প্রথম পাদ b) দ্বিতীয় পাদ c) তৃতীয় পাদ d) চতুর্থ পাদ
15. একটি ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক A (3,0), B (7,0) এবং C (8,4) হলে, এর ক্ষেত্রফল হবে—
 a) 14 b) 28 c) 8 d) 6
16. যদি A (1,2), B (0,0) এবং C (a,b) বিন্দু তিনটি সমরেখ হয়, তবে—
 a) a=b b) a=2b c) 2a = b d) a = -b
17. যদি A (2,3), B (5,K) এবং C (6,7) বিন্দুগুলো সমরেখ হয়, তবে—
 a) K=4 b) K=6 c) $K = -\frac{3}{2}$ d) $K = \frac{11}{4}$
18. (-8,4), (-6,6) এবং (-3,9) বিন্দুগুলো দিয়ে গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল হল—
 a) 2 b) 1 c) 0 d) 5

II. শূন্যস্থান পূরণ করো :

1. যদি (2,-2) এবং (-1, x) বিন্দুদ্বয়ের মধ্যে দূরত্ব 5 একক হয় তবে x এর মান হবে——।
2. যদি (4, P) এবং (1, 0) বিন্দুদ্বয়ের মধ্যে দূরত্ব 5 একক হয়, তবে P এর মান হবে ——।
3. (1,0) এবং (2, cotθ) বিন্দুদ্বয়ের মধ্যে দূরত্ব ——।
4. যদি Q (-6, 5) এবং R (-2,3) বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখাংশের মধ্যবিন্দুর স্থানাঙ্ক $P\left(\frac{a}{2}, 4\right)$ হলে a এর মান হবে ——।
5. A (-1, y) এবং B (5,7) বিন্দুদ্বয় একটি বৃত্তের উপর অবস্থিত এবং বৃত্তটির কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক O (2, -3y) হয়, তবে y এর মান হবে ——।

6. যদি $P(k-1, 2)$ বিন্দুটি $A(3, k)$ এবং $B(k, 5)$ বিন্দুদ্বয় থেকে সমদূরবর্তী হয় তবে k এর মান হল—।
7. যদি $(a, 0)$, $(0, b)$ এবং $(1, 1)$ বিন্দুগুলো সমরেখ হয়, তবে $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \text{—}$ ।
8. $(0, 1)$, $(1, 2)$ এবং $(0, 2)$ বিন্দুগুলো দিয়ে গঠিত ত্রিভুজের ভরকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক হল —।
9. $(a, b + c)$, $(b, c + a)$ এবং $(c, a + b)$ বিন্দুগুলো দিয়ে গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল হল—।
10. যদি $(5, 1)$, $(-2, -3)$ এবং $(8, 2m)$ বিন্দুগুলো সমরেখ হয়, তবে m এর মান হল —।
11. যদি $(1, 2)$, $(3, 4)$ এবং $(0, 6)$ একটি সামান্তরিকের তিনটি শীর্ষবিন্দু হয়, তবে তার চতুর্থ শীর্ষবিন্দুটি হল —।

III. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

1. $O(0, 0)$, $A(6, 0)$ এবং $B(0, 4)$ বিন্দুগুলো দিয়ে গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।
2. $(-2, x)$ এবং $(x, -3)$ বিন্দুদ্বয়ের দূরত্বের বর্গের মান 85 একক হলে, x এর মান নির্ণয় করো।
3. (x_1, y_1) , (x_2, y_2) এবং (x_3, y_3) স্থানাঙ্ক বিশিষ্ট বিন্দুগুলো সমরেখ হওয়ার শর্ত নির্ণয় করো।
4. যদি $A(6, 5)$ এবং $B(4, y)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখাংশের মধ্যবিন্দুর স্থানাঙ্ক $P(5, 6)$ হয়, তবে y এর মান নির্ণয় করো।
5. $(0, 4)$, $(0, 0)$ এবং $(3, 0)$ বিন্দুগুলো দিয়ে গঠিত ত্রিভুজের পরিসীমা নির্ণয় করো।
6. (a, b) বিন্দুটি $(-3, 4)$ এবং $(3, 6)$ বিন্দুদ্বয় থেকে সমদূরবর্তী হলে a এবং b এর মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় করো।
7. যদি ABCD সামান্তরিকের তিনটি শীর্ষবিন্দু $A(1, 2)$, $B(4, 3)$ এবং $C(6, 6)$ হয়, তবে সামান্তরিকটির চতুর্থ শীর্ষবিন্দু D নির্ণয় করো।
8. $A(6, 3)$ এবং $B(-4, 5)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখাংশকে $\left(0, \frac{21}{5}\right)$ বিন্দুটি কী অনুপাতে বিভক্ত করে?
9. $(2, -3)$ এবং $(5, 6)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখাংশ কী অনুপাতে x অক্ষ দ্বারা বিভক্ত হয়, তা নির্ণয় করো।
10. যদি $A(2, 3)$, $B(4, k)$ এবং $C(6, 2)$ বিন্দুগুলো সমরেখ হয় তবে k এর মান নির্ণয় করো।
11. এমন একটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করো যা $\triangle AOB$ এর তিনটি শীর্ষবিন্দু $A(2x, 0)$, $O(0, 0)$ এবং $B(0, 2y)$ থেকে সমদূরবর্তী হয়।
12. $(8, 9)$ এবং $(-7, 4)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখাংশ যে বিন্দুতে 2:3 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত হয় তার স্থানাঙ্ক নির্ণয় করো।

IV. নিম্নলিখিত উক্তিগুলো সত্য অথবা মিথ্যা লিখো :

1. $(5, -6)$ এবং $(5, 6)$ বিন্দুগুলো x অক্ষ থেকে সমদূরবর্তী।

2. $(8,0)$ বিন্দুটি x অক্ষে অবস্থিত।
3. একটি ত্রিভুজ হবে, যদি দুই বাহুর যোগফল তৃতীয় বাহু অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর হয়।
4. মূলবিন্দু থেকে $(-4,-3)$ বিন্দুর দূরত্ব 5 একক।
5. $A(-4, 6)$ এবং $B(-4,-6)$ বিন্দুদ্বয় সংযোজক রেখার উপর $P(-4, 2)$ বিন্দুটি অবস্থিত।
6. $(0,5)$, $(0, -9)$ এবং $(3,6)$ বিন্দুগুলো সমরেখ।

বিভাগ-খ (প্রতিটি 2নম্বর)

সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্নাবলি :

1. যদি $A(-3, -14)$ এবং $B(a, -5)$ বিন্দুদ্বয়ের মধ্যে দূরত্ব 9 একক হয়, তবে a এর মান নির্ণয় করো।
2. $P(-1,3)$ এবং $Q(2,5)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখাংশের উপর R এরূপ একটি বিন্দু যে $PR = \frac{3}{5} PQ$ হয়, তবে R বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করো।
3. প্রমাণ করো যে, $(3,0)$, $(6,4)$ এবং $(-1, 3)$ বিন্দু তিনটি একটি সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু।
4. প্রমাণ করো যে, $(7,9)$, $(3,-7)$ এবং $(-3, 3)$ বিন্দু তিনটি একটি সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু।
5. $A(5,-6)$ এবং $B(-7,5)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখাংশ যে বিন্দুতে সমত্রিখণ্ডিত হয়, তার স্থানাঙ্ক নির্ণয় করো।
6. একটি বৃত্তের কেন্দ্র $(2a, a-7)$ বিন্দুতে এবং এর ব্যাস $10\sqrt{2}$ একক। যদি বৃত্তটি $(11, -9)$ বিন্দুগামী হয়, তবে ' a ' এর মান নির্ণয় করো।
7. P, Q এবং R বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে $(6,-1)$, $(1, 3)$ এবং $(x, 8)$ । বিন্দু তিনটি এরূপভাবে রয়েছে যে $PQ = QR$ হয়। x এর মান নির্ণয় করো।
8. একটি সমবাহু ত্রিভুজের দুইটি শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক $(-4, 0)$ এবং $(4, 0)$, ত্রিভুজটির তৃতীয় শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করো।
9. যদি ΔPQR এর PQ, QR এবং RP বাহুর মধ্যবিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে $A(2, -2)$, $B(3,4)$ এবং $C(7,2)$ হয় তবে ত্রিভুজটির শীর্ষবিন্দুগুলোর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করো।
10. ΔABC এর AD মধ্যমার A এবং D বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(-1,2)$ এবং $(3,4)$ হলে ত্রিভুজ ABC এর ভরকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক নির্ণয় করো।
11. যদি $P(-3,9)$, $Q(a,b)$ এবং $R(4,-5)$ বিন্দুগুলো সমরেখ এবং $a+b = 1$ হয় তবে a এবং b এর মান নির্ণয় করো।
12. যদি $A(x,y)$, $B(1,2)$ এবং $C(2,1)$ বিন্দুগুলো দিয়ে গঠিত ΔABC এর ক্ষেত্রফল 6 বর্গএকক হয় তবে প্রমাণ করো যে $x+y = 15$ অথবা $x+y+9 = 0$

13. যদি $A(a,0)$ এবং $B(0,b)$ বিন্দুদ্বয়গামী কোনো রেখার উপর $P(x,y)$ যে কোনো একটি বিন্দু হয়, তবে দেখাও যে
- $$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1.$$
14. ABC ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুগুলো $A(7,-3)$, $B(5,3)$ এবং $C(3,-1)$ হলে, মধ্যমা AD এবং BE এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।
15. যদি $a \neq b \neq c$ হয়, তবে প্রমাণ করো যে (a,a^2) , (b,b^2) , (c,c^2) বিন্দুগুলো সমরেখ নয়।
16. PQRS চতুর্ভুজের চারটি শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক $P(-5,-3)$, $Q(-4,-6)$, $R(2,-3)$ এবং $S(1,2)$ । চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।
17. যদি একটি সামান্তরিকের দুটি সন্নিহিত শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক $(3,2)$ এবং $(-1,0)$ এবং দুটি কর্ণ $(2,-5)$ বিন্দুতে ছেদ করে তবে অপর দুটি শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করো।

বিভাগ-গ (প্রতিটি 3/4 নম্বর)

দীর্ঘ উত্তরধর্মী প্রশ্ন :

- যদি $A(1,-2)$, $B(2,3)$, $C(-3,2)$ এবং $D(-4,-3)$ বিন্দুগুলো ABCD সামান্তরিকের চারটি শীর্ষবিন্দু হয়, যেখানে AB সামান্তরিকের ভূমি হয়, তাহলে সামান্তরিকের উচ্চতা নির্ণয় করো।
- দুটি বিন্দু A ও B এর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে $(3,4)$ এবং $(5,-2)$ হলে, P বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করো, যদি $PA = PB$ হয় এবং ΔPAB এর ক্ষেত্রফল = 10 বর্গএকক হয়।
- ABC ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুগুলো হল যথাক্রমে $A(4,6)$, $B(1,5)$ এবং $C(7,2)$ । একটি সরলরেখা অঙ্কন করা হল এবং রেখাটি ত্রিভুজের AB ও AC বাহুকে যথাক্রমে D ও E বিন্দুতে এমনভাবে ছেদ করে যে, $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{1}{4}$ হয়। ΔADE এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। ΔADE ও ΔABC এর ক্ষেত্রফলের অনুপাত নির্ণয় করো।
- প্রমাণ করো যে, $(2,-2)$, $(8,4)$, $(5,7)$ এবং $(-1,1)$ বিন্দু চারটিকে পরপর যুক্ত করলে একটি আয়তক্ষেত্র উৎপন্ন হবে।
- $(3,4)$, $(3,-6)$ এবং $(-1,2)$ শীর্ষবিন্দু বিশিষ্ট ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র এবং পরিব্যাসার্ধ নির্ণয় করো।
- একটি চতুর্ভুজের শীর্ষবিন্দুগুলোর স্থানাঙ্ক $(3,-2)$, $(2,3)$, $(-4,-2)$ এবং $(-3,-5)$ । চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।
- যদি একটি সমতলের ওপর চারটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক $P(2,-1)$, $Q(3,4)$, $R(-2,3)$ এবং $S(-3,2)$ হয় তবে দেখাও যে PQRS একটি রম্বস কিন্তু বর্গক্ষেত্র নয়। রম্বসের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।
- একটি বর্গক্ষেত্রের দুইটি বিপরীত শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক $(-1,2)$ এবং $(3,2)$, অপর দুটি শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করো।
- $P(3,3)$ এবং $Q(6,-6)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখাংশ A এবং B বিন্দুতে এরূপভাবে সমক্ৰিখাঙ্কিত হয়, যাতে A বিন্দুটি P বিন্দুর নিকটবর্তী। যদি A বিন্দু $2x+y+k$ সরলরেখার ওপর অবস্থান করে, তবে k এর মান নির্ণয় করো।

10. A $(-10,4)$ এবং B $(-2,0)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখাংশের মধ্যবিন্দু P বিন্দুটি, C $(-9, -4)$ এবং D $(-4, y)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখাংশের ওপর অবস্থিত। P বিন্দুটি CD রেখাংশকে কি অনুপাতে বিভক্ত করে, তা নির্ণয় করো এবং y এর মান নির্ণয় করো।
11. ΔABC এর শীর্ষবিন্দুগুলো A $(4,-6)$, B $(3,-2)$ এবং C $(5, 2)$ এবং ওই ত্রিভুজটির যে-কোনো মধ্যমা ত্রিভুজটিকে সমান দুইটি ক্ষেত্রফলে বিভক্ত করে, তা যাচাই করো।
12. A এবং B বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে $(3,-4)$ এবং $(3,8)$ হলে, P বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করো, যদি P বিন্দুটি AB রেখাংশের ওপর অবস্থিত এবং $AP = \frac{4}{9} AB$ হয়।
13. যদি $(-3,2)$, $(-5,-5)$, $(2, -5)$ এবং $(4,4)$ বিন্দুগুলো ক্রমান্বয়ে একটি রম্বসের শীর্ষবিন্দু হয়, তবে রম্বসের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।
14. $2x + 3y - 2 = 0$ সরলরেখা $(2,-1)$ এবং $(5,7)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখাংশকে কী অনুপাতে বিভক্ত করে, তা নির্ণয় করো।

উত্তরমালা

বিভাগ-ক

- I. 1) c 2) b 3) c 4) b 5) a 6) c 7) a 8) d 9) d 10) b 11) a
12) d 13) a 14) d 15) c 16) c 17) b 18) c
- II. 1) 2,-6 2) ± 4 3) $\text{Cosec}\theta$ 4) -8 5) $y = -1$ 6) $k = 1$ বা $k = 5$
7) 1 8) $\left(\frac{1}{3}, \frac{5}{3}\right)$ 9) 0 10) $\frac{19}{14}$ 11) (2,4)
- III. 1) 12 বর্গ একক 2. $x = -9, 4$ 3) $x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2) = 0$
4) 7 5) 12 একক 6) $3a + b = 5$ 7) (3, 5) 8) 3:2 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত 9) 1:2
10) $k = \frac{5}{2}$ 11) (x, y) 12) (2, 7)
- IV. 1) সত্য 2) সত্য 3) মিথ্যা 4) সত্য 5) সত্য 6) মিথ্যা

বিভাগ-খ

- 1) $a = -3$ 2) $R = \left(\frac{4}{5}, \frac{21}{5}\right)$ 5) $\left(1, -\frac{7}{3}\right), \left(-3, -\frac{4}{3}\right)$ 6) $x = 5, 3$ 7) 5 বা -3
8) $(0, 4\sqrt{3}), (0, -4\sqrt{3})$ 9) P (6, -4), Q (-2, 0), R (8, 8) 10) $\left(\frac{5}{3}, \frac{10}{3}\right)$
11) $a = 2, b = -1$ 14) AD = 5 একক BE = 5 একক 16) 28 বর্গ একক
17) (1, -12), (5, -10)

বিভাগ-গ

- 1) $\frac{24}{\sqrt{6}}$ 2) (7, 2) বা (1, 6) 3) $\Delta ADE = \frac{15}{32}$ sq. units 5) (3, -1), 5 একক
6) 28 বর্গ একক 7) 24 বর্গ একক 8) (1, 0) এবং (1, 4) 9) $k = -8$ 10) 3:2, $y = 6$
12) $\left(3, \frac{4}{3}\right)$ 13) $9\sqrt{37}$ বর্গ একক 14) 1:29

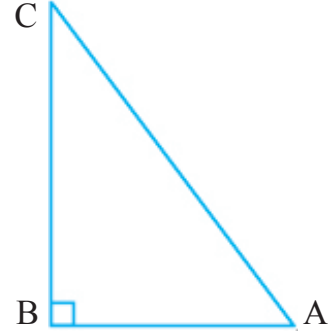
অধ্যায়-৪

ত্রিকোণমিত্রির পরিচয়

(INTRODUCTION TO TRIGONOMETRY)

মূল বিষয় এবং সূত্রাবলি :

- B সমকোণ বিশিষ্ট ত্রিভুজ ABC -এ কোণ A -এর ত্রিকোণমিত্রিক অনুপাত সমূহ নির্ধারণ করা হল:



- $\angle A$ এর সাইন (sine) = $\sin A = \frac{\text{কোণ A -এর বিপরীত বাহু}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{BC}{AC}$
- $\angle A$ এর কোসাইন (cosine) = $\cos A = \frac{\text{কোণ A -এর সন্নিহিত বাহু}}{\text{অতিভুজ}} = \frac{AB}{AC}$
- $\angle A$ এর ট্যানজেন্ট (Tangent) = $\tan A = \frac{\text{কোণ A -এর বিপরীত বাহু}}{\text{কোণ A -এর সন্নিহিত বাহু}} = \frac{BC}{AB}$
- $\angle A$ এর কোসেক্যান্ট (cosecant) = $\text{cosec } A = \frac{1}{\sin A} = \frac{AC}{BC}$
- $\angle A$ এর সেক্যান্ট (secant) = $\sec A = \frac{1}{\cos A} = \frac{AC}{AB}$
- $\angle A$ এর কোট্যানজেন্ট (cotangent) = $\cot A = \frac{1}{\tan A} = \frac{AB}{BC}$
- $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$
- $\cot A = \frac{\cos A}{\sin A}$

- কোনো একটি কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত ত্রিভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্যের পরিবর্তনে পরিবর্তিত হয় না, যদি কোণটি স্থির থাকে।
- যদি একটি কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত দেওয়া থাকে, তবে ঐ কোণের অপর ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলো নির্ণয় করতে পারি।
- 0° , 30° , 45° , 60° এবং 90° কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত সমূহ :

$\angle A$	0°	30°	45°	60°	90°
sin A	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos A	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
tan A	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	অসংজ্ঞাত
cosec A	অসংজ্ঞাত	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1
sec A	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	অসংজ্ঞাত
cot A	অসংজ্ঞাত	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

- sin A এবং cos A -এর মান 1 এর বেশি হবে না, আবার যেখানে sec A অথবা cosec A -এর মান সবসময় 1 এর চেয়ে বেশি বা সমান হবে।
- পূরক কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত সমূহ :

$\sin(90^\circ - A) = \cos A$	$\cos(90^\circ - A) = \sin A$
$\text{cosec}(90^\circ - A) = \sec A$	$\sec(90^\circ - A) = \text{cosec} A$
$\tan(90^\circ - A) = \cot A$	$\cot(90^\circ - A) = \tan A$
- ত্রিকোণমিতিক অভেদাবলি :

$\cos^2 A + \sin^2 A = 1$
$1 + \tan^2 A = \sec^2 A$
$\cot^2 A + 1 = \text{cosec}^2 A$

অনুশীলনী - ৪

বিভাগ-ক (প্রতিটি 1 নম্বর)

I. সঠিক উত্তরটি বাছাই করো :

1. $\frac{\sec 30^\circ}{\operatorname{cosec} 60^\circ} = ?$

- a) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ c) $\sqrt{3}$ d) 1

2. $\tan 5^\circ \tan 25^\circ \tan 30^\circ \tan 65^\circ \tan 85^\circ = ?$

- a) $\sqrt{3}$ b) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ c) 1 d) এদের কোনটিই নয়।

3. $\frac{2\sin^2 63^\circ + 1 + 2\sin^2 27^\circ}{3\cos^2 17^\circ - 2 + 3\cos^2 73^\circ} = ?$

- a) $\frac{3}{2}$ b) $\frac{2}{3}$ c) 2 d) 3

4. যদি $\sec 4A = \operatorname{cosec} (A - 10^\circ)$ হয়, যেখানে $4A$ একটি সূক্ষ্মকোণ, তবে $\angle A = ?$

- a) 20° b) 30° c) 40° d) 50°

5. $\frac{2\tan^2 30^\circ \sec^2 52^\circ \sin^2 38^\circ}{\operatorname{cosec}^2 70^\circ - \tan^2 20^\circ} = ?$

- a) 2 b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{3}{2}$

6. যদি $2 \sin 2\theta = \sqrt{3}$ হয়, তবে $\theta = ?$

- a) 30° b) 45° c) 60° d) 90°

7. $(\cos 0^\circ + \sin 30^\circ + \sin 45^\circ) (\sin 90^\circ + \cos 60^\circ - \cos 45^\circ) = ?$

- a) $\frac{5}{6}$ b) $\frac{5}{8}$ c) $\frac{3}{5}$ d) $\frac{7}{4}$

8. যদি $\operatorname{cosec} \theta = \sqrt{10}$ হয়, তবে $\sec \theta = ?$

- a) $\frac{3}{\sqrt{10}}$ b) $\frac{\sqrt{10}}{3}$ c) $\frac{1}{\sqrt{10}}$ d) $\frac{2}{\sqrt{10}}$

9. যদি $\sin \theta = \frac{a}{b}$ হয়, তবে $\cos \theta = ?$

a) $\frac{b}{\sqrt{b^2 - a^2}}$ b) $\frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{b}$ c) $\frac{a}{\sqrt{b^2 - a^2}}$ d) $\frac{b}{a}$

10. যদি $\tan \theta = \frac{a}{b}$ হয়, তবে $\frac{(\cos \theta + \sin \theta)}{(\cos \theta - \sin \theta)} = ?$

a) $\frac{a+b}{a-b}$ b) $\frac{a-b}{a+b}$ c) $\frac{b+a}{b-a}$ d) $\frac{b-a}{b+a}$

11. $(\sec A + \tan A)(1 - \sin A) = ?$

a) $\sin A$ b) $\cos A$ c) $\sec A$ d) $\operatorname{cosec} A$

12. যদি $\cos 9\alpha = \sin \alpha$ এবং $9\alpha < 90^\circ$ হয়, তবে $\tan 5\alpha$ -এর মান

a) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ b) $\sqrt{3}$ c) 1 d) 0

II. শূন্যস্থান পূরণ কর :

13. $(\sin 30^\circ + \cos 30^\circ)^2 - (\sin 60^\circ - \cos 60^\circ)^2$ এর মান _____

14. যদি $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ এবং $\cos \beta = \frac{1}{2}$ হয়, তবে $\alpha + \beta =$ _____

15. $(\sin 45^\circ + \cos 45^\circ)$ -এর মান হল _____

16. যদি $\sin A = \frac{1}{2}$ হয়, তবে $\cot A =$ _____.

17. যদি C সমকোণ বিশিষ্ট ABC ত্রিভুজ হয়, তবে $\cos (A+B)$ এর মান হল _____

18. $\sin (45^\circ + \theta) - \cos (45^\circ - \theta)$ এর মান _____.

19. $\frac{\sin \theta}{\operatorname{cosec} \theta} =$ _____.

20. যদি $\sqrt{3} \tan 2\theta - 3 = 0$ হয়, তবে $\theta =$ _____

21. $(1 + \tan^2 \theta) \cos^2 \theta$ এর মান হল _____

22. $\left(\cot^2 \theta - \frac{1}{\sin^2 \theta} \right)$ এর মান হল _____.

III. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলোর উত্তর একটি শব্দ বা একটি বাক্যে বা প্রয়োজন অনুসারে দাও :

23. মান নির্ণয় করো $\tan 45^\circ + 2 \cos 60^\circ - \sec 60^\circ$

24. যদি $4 \tan \theta = 3$ হয়, তবে $\frac{4 \sin \theta - \cos \theta}{4 \sin \theta + \cos \theta}$ এর মান নির্ণয় করো।

25. যদি $\tan \theta + \cot \theta = 2$ এবং $0^\circ < \theta < 90^\circ$ হয়, তবে $\tan^{10} \theta + \cot^{10} \theta$ এর মান বের করো।

26. যদি $A+B = 90^\circ$ হয়, তবে $\tan^2 A - \cot^2 B$ -এর মান কত?

27. যদি $\tan \theta = \frac{a}{b}$ হয়, তবে $\frac{a \sin \theta - b \cos \theta}{a \sin \theta + b \cos \theta}$ এর মান নির্ণয় করো।

28. যদি $\cos A + \cos^2 A = 1$ হয়, তবে $\sin^2 A + \sin^4 A$ -এর মান নির্ণয় করো।

29. যদি $\sqrt{3} \tan \theta = 3 \sin \theta$ হয়, তবে $\sin^2 \theta - \cos^2 \theta$ -এর মান নির্ণয় করো।

30. মান নির্ণয় করো : $\frac{5 \sin^2 30^\circ + 4 \operatorname{cosec}^2 60^\circ - \tan^2 45^\circ}{\sin^2 60^\circ + 4 \cos^2 60^\circ}$

31. মান নির্ণয় করো : $\sqrt{\frac{1 + \sin 30^\circ}{1 - \sin 30^\circ}}$

32. যদি $\angle A = 45^\circ$ হয়, তবে দেখাও যে, $\sin 2A = \frac{2 \tan A}{1 + \tan^2 A}$

33. যদি $\sin(\alpha - \beta) = \frac{1}{2}$ এবং $\cos(\alpha + \beta) = \frac{1}{2}$ হয়, তবে α, β এর মান নির্ণয় করো।

34. $\triangle ABC$ একটি সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ যার B কোণ হল সমকোণ, তবে $\frac{\tan A + \cot C}{\cot A + \cot C}$ এর মান কত?

35. যদি $\frac{1 + \sin \alpha}{1 - \sin \alpha} = \frac{m^2}{n^2}$ হয়, তবে $\sin \alpha$ এর মান নির্ণয় করো।

বিভাগ-খ (প্রতিটি 2/3 নম্বর)

সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্নাবলি :

1. মান নির্ণয় করো— $\sin^2 5^\circ + \sin^2 10^\circ + \sin^2 15^\circ + \dots + \sin^2 85^\circ$

2. নিম্নলিখিত অভেদটি প্রমাণ করো :

$$\frac{\cos \theta}{1 - \tan \theta} + \frac{\sin \theta}{1 - \cot \theta} = \cos \theta + \sin \theta$$

3. যদি $\sec \alpha + \tan \alpha = p$ হয়, তবে দেখাও যে $\frac{p^2 - 1}{p^2 + 1} = \sin \theta$

4. যদি A, B এবং C ত্রিভুজ ABC -এর অন্তঃস্থ কোণ হয়, তবে দেখাও যে,

$$\tan\left(\frac{A+C}{2}\right) = \cot \frac{B}{2}$$

5. যদি $(\sin \theta + \cos \theta) = \sqrt{2} \cos \theta$ হয়, তবে দেখাও যে $\cot \theta = (\sqrt{2} + 1)$

6. যদি $\cos \theta = \frac{7}{25}$ হয়, তবে মান নির্ণয় করো : $(\tan \theta + \cot \theta)$

7. যদি $\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$ হয়, তবে মান নির্ণয় করো : $\frac{\operatorname{cosec}^2 \theta - \sec^2 \theta}{\operatorname{cosec}^2 \theta + \sec^2 \theta}$

8. মান নির্ণয় করো : $\frac{\cos 38^\circ \operatorname{cosec} 52^\circ}{\tan 18^\circ \tan 35^\circ \tan 60^\circ \tan 72^\circ \tan 55^\circ}$

9. A নির্ণয় করো, যদি $\tan 2A = \cot (A - 24^\circ)$ হয়।

10. A এবং B হল সূক্ষ্মকোণ যেখানে $\tan A = \frac{1}{2}$, $\tan B = \frac{1}{3}$ এবং

$$\tan (A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}, \text{ তবে } A+B \text{ নির্ণয় করো।}$$

11. প্রমাণ করো যে, $(\sqrt{3} + 1)(3 - \cot 30^\circ) = \tan^3 60^\circ - 2 \sin 60^\circ$

12. যদি θ একটি সূক্ষ্মকোণ এবং $\sin \theta = \cos \theta$ হয়, তবে $2 \tan^2 \theta + \sin^2 \theta - 1$ এর মান নির্ণয় করো।

13. x এর মান নির্ণয় করো,

$$\sin 2x = \sin 60^\circ \cos 30^\circ - \cos 60^\circ \sin 30^\circ.$$

14. যদি $\sqrt{3} \tan \theta = 1$ হয়, তবে $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta$ এর মান নির্ণয় করো।

15. সরল করো : $(1 + \tan^2 \theta)(1 - \sin \theta)(1 + \sin \theta)$

16. দেখাও যে, $\tan^4 \theta + \tan^2 \theta = \sec^4 \theta - \sec^2 \theta$

17. প্রমাণ করো যে, $\tan \theta + \tan (90^\circ - \theta) = \sec \theta \sec (90^\circ - \theta)$

18. প্রমাণ করো যে, $(\sin \alpha + \cos \alpha)(\tan \alpha + \cot \alpha) = \sec \alpha + \operatorname{cosec} \alpha$

বিভাগ-গ (প্রতিটি 3/4 নম্বর)

দীর্ঘ উত্তরধর্মী প্রশ্নাবলি :

1. যদি $1 + \sin^2 \theta = 3 \sin \theta$ হয়, প্রমাণ করো যে $\tan \theta = 1$ অথবা $\frac{1}{2}$.
2. যদি $\sin \theta = 3 \sin^2 \theta + \sin^3 \theta = 1$ হয়, তবে প্রমাণ করো যে, $\cos^6 \theta - 4 \cos^4 \theta + 8 \cos^2 \theta = 4$
3. প্রমাণ করো যে, $(1 + \cot A + \tan A)(\sin A - \cos A) = \frac{\sec A}{\operatorname{cosec}^2 A} - \frac{\operatorname{cosec} A}{\sec^2 A}$
 $= \sin A \tan A - \cot A \cos A$
4. নিম্নলিখিত অভেদগুলো প্রমাণ করো :
 - i) $\sqrt{\frac{1 + \sin A}{1 - \sin A}} = \sec A + \tan A$
 - ii) $\frac{\cot A + \operatorname{cosec} A + 1}{\cot A - \operatorname{cosec} A + 1} = \frac{1 + \cos A}{\sin A}$
 - iii) $2 \sec^2 \theta - \sec^4 \theta - 2 \operatorname{cosec}^2 \theta + \operatorname{cosec}^4 \theta = \cot^4 \theta - \tan^4 \theta$
 - iv) $\tan^2 A - \tan^2 B = \frac{\sin^2 A - \sin^2 B}{\cos^2 A \cos^2 B} = \frac{\cos^2 B - \cos^2 A}{\cos^2 B \cos^2 A}$
 - v) $(\sin \theta + \sec \theta)^2 + (\cos \theta + \operatorname{cosec} \theta)^2 = (1 + \sec \theta \operatorname{cosec} \theta)^2$
 - vi) $\frac{\cos^2 \theta}{1 - \tan \theta} + \frac{\sin^3 \theta}{\sin \theta - \cos \theta} = 1 + \sin \theta \cos \theta$
 - vii) $(\operatorname{cosec} \theta - \sin \theta)(\sec \theta - \cos \theta) = \frac{1}{\tan \theta + \cot \theta}$
 - viii) $\frac{\tan A}{1 - \cot A} + \frac{\cot A}{1 - \tan A} = 1 + \tan A + \cot A$
 - ix) $\frac{\cot A}{\operatorname{cosec} A + 1} + \frac{\operatorname{cosec} A + 1}{\cot A} = 2 \sec A$
 - x) $\frac{1}{\sec A - \tan A} - \frac{1}{\cos A} = \frac{1}{\cos A} - \frac{1}{\sec A + \tan A}$
 - xi) $(1 - \sin \theta + \cos \theta)^2 = 2(1 + \cos \theta)(1 - \sin \theta)$

$$\text{xii) } \sqrt{\frac{\sec \theta - 1}{\sec \theta + 1}} + \sqrt{\frac{\sec \theta + 1}{\sec \theta - 1}} = 2 \operatorname{cosec} \theta$$

$$\text{xiii) } \frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta - \cos \theta} + \frac{\sin \theta - \cos \theta}{\sin \theta + \cos \theta} = \frac{2}{2 \sin^2 \theta - 1}$$

$$\text{xiv) } \frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta} + \frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} = 2 \operatorname{cosec} \theta$$

উত্তরমালা

বিভাগ-ক

I. 1) d 2) b 3) d 4) a 5) c 6) a 7) d 8) b 9) b 10) c 11) b
12) c

II. 13) $\sqrt{3}$ 14) 90° 15) $\sqrt{2}$ 16) $\sqrt{3}$ 17) 0 18) 0 19) $\sin^2 \theta$ 20) 30°
21) 1 22) -1

III. 23) 0 24) $\frac{1}{2}$ 25) 2 26) 0 27) $\frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$ 28) 1 29) $\frac{1}{3}$ 30) $\frac{67}{21}$

31) $\sqrt{3}$ 33) $\alpha = 45^\circ, \beta = 15^\circ$ 34) 1 35) $\frac{m^2 - n^2}{m^2 + n^2}$

বিভাগ-খ

1) $\frac{19}{2}$ 6) $\frac{625}{168}$ 7) $\frac{2}{3}$ 8) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 9) 38° 10) 45° 12) $\frac{3}{2}$ 13) 15°

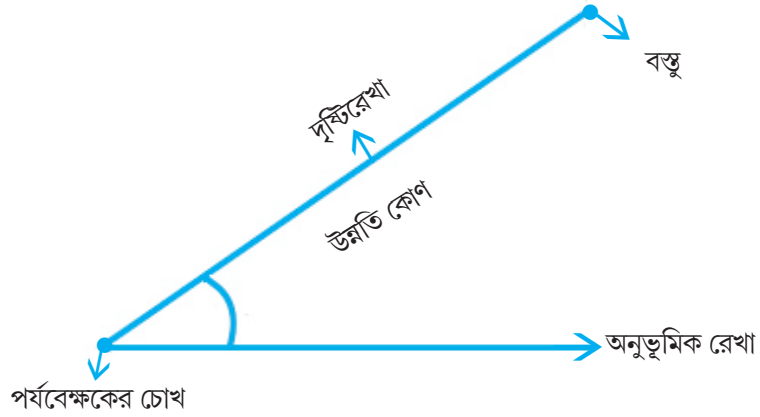
14) $-\frac{1}{2}$ 15) 1

অধ্যায়-9

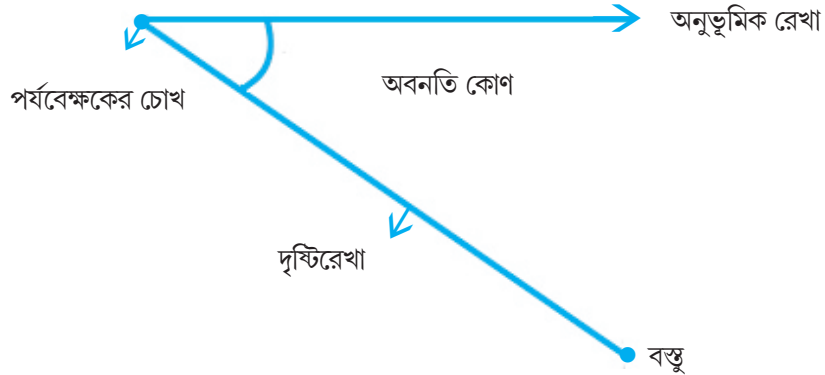
ত্রিকোণোমিতির কয়েকটি প্রয়োগ (APPLICATIONS OF TRIGONOMETRY)

মূল বিষয় এবং সূত্রাবলি :

- দৃষ্টিরেখা হল দর্শক বস্তুর যে বিন্দুটি দেখছে তা থেকে তার চোখ পর্যন্ত অঙ্কিত রেখা।
- কোনো দৃশ্যমান বস্তুর উন্নতি কোণ হল দৃষ্টিরেখা দ্বারা অনুভূমিক রেখার সাথে উৎপন্ন কোণ যখন বস্তুটি অনুভূমিক তলের উপরের দিকে অবস্থিত হয় অর্থাৎ যখন বস্তুটি দেখার জন্য আমাদের মাথাকে উপরের দিকে উঠাতে হয়।



- কোনো দৃশ্যমান বস্তুর অবনতি কোণ হল দৃষ্টিরেখার দ্বারা অনুভূমিক রেখার সাথে উৎপন্ন কোণ যখন বস্তুটি অনুভূমিক তলের নীচের দিকে অবস্থিত হয় অর্থাৎ যখন বস্তুটি দেখার জন্য আমাদের মাথা নীচের দিকে নামাতে হয়।



- কোনো বস্তুর উচ্চতা বা দৈর্ঘ্য অথবা দুটি ভিন্ন বস্তুর মধ্যবর্তী দূরত্ব আমরা ত্রিকোণোমিতিক অনুপাতের সাহায্যে নির্ণয় করতে পারি।

অনুশীলনী - 9

বিভাগ-ক (প্রতিটি 1 নম্বর)

I. অতি সংক্ষিপ্ত প্রশ্ন :

সঠিক উত্তর বাছাই করো—

- একটি দণ্ডের দৈর্ঘ্য ও উহার ছায়ার অনুপাত $1:\sqrt{3}$ হলে, সূর্যের উন্নতি কোণ হল—
(a) 30° (b) 45° (c) 60° (d) 90°
- দু'জন ব্যক্তির উচ্চতা, একে অপরের দ্বিগুণ এবং তারা a মিটার দূরত্বে আছে। তাদের পাদ বিন্দুর সংযোগকারী সরলরেখার মধ্যবিন্দু হতে একজন পর্যবেক্ষক দেখলেন তাদের শীর্ষবিন্দুর উন্নতি কোণ পরস্পর পূরক। তাহলে খর্বকায় ব্যক্তির উচ্চতা কত —
(a) $\frac{a}{4}$ (b) $\frac{a}{\sqrt{2}}$ (c) $a\sqrt{2}$ (d) $\frac{a}{2\sqrt{2}}$
- 16 মিটার ও 10 মিটার উচ্চতা সম্পন্ন দুটি স্তম্ভের শীর্ষবিন্দু একটি l মিটার লম্বা তার দিয়ে যুক্ত। এই তারটি অনুভূমিক রেখার সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করলে তারটির দৈর্ঘ্য l এর মান হবে—
(a) 26 (b) 16 (c) 12 (d) 10
- 75 মি লম্বা একটি টাওয়ারের শীর্ষ হইতে ভূমির উপর অবস্থিত একটি গাড়ির অবনতি কোণ 30° হলে টাওয়ারের পাদদেশ হইতে গাড়িটির দূরত্ব (মিটারে) হবে—
(a) $25\sqrt{3}$ (b) $50\sqrt{3}$ (c) $75\sqrt{3}$ (d) 150
- একটি উলম্ব খুঁটির দৈর্ঘ্য ভূমিতে তার ছায়ার $\sqrt{3}$ গুণ হলে, ঐ সময় সূর্যের উন্নতি কোণ হবে—
(a) 30° (b) 60° (c) 45° (d) 75°
- একটি সিঁড়ি দেওয়ালে স্পর্শ করার সময় ভূমির সাথে 60° কোণ উৎপন্ন করে। যদি সিঁড়িটির পাদদেশ সে সময় দেওয়াল থেকে 2 মিটার দূরে থাকে, তাহলে সিঁড়ির দৈর্ঘ্য (মিটারে) হবে—
(a) $\frac{4}{\sqrt{3}}$ (b) $4\sqrt{3}$ (c) $2\sqrt{2}$ (d) 4

শূন্যস্থান পূরণ করো :-

- 6 মিটার দীর্ঘ একটি খুঁটির ছায়া যদি $2\sqrt{3}$ মিটার দীর্ঘ হয়, তবে সূর্যের উন্নতি কোণ হবে ———।
- h মিটার দীর্ঘ খুঁটির ছায়া যদি $\sqrt{3}h$ মিটার হয় তবে সূর্যের উন্নতি কোণ হবে ———।
- একটি উলম্ব খুঁটির দৈর্ঘ্য যদি ভূমিতে এর ছায়ার দৈর্ঘ্যের সমান হয়, তাহলে সূর্যের উন্নতি কোণ হবে ———।
- একটি ঘুঁড়ি মাটি থেকে 30 মিটার উঁচুতে আছে। ভূমি থেকে ঘুঁড়ি পর্যন্ত সূতার দৈর্ঘ্য 60মি। যদি ধরে নেওয়া হয় ঘুঁড়ির সূতায় কোনরূপ টিলা নেই তাহলে ভূমি থেকে ঘুঁড়ির উন্নতি কোণ হবে ———।
- কোনো একটি আয়তক্ষেত্রের একটি বাহু ও কর্ণের মধ্যবর্তী কোণের পরিমাপ 30° এবং কর্ণটির দৈর্ঘ্য 8 সেমি হলে আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল হবে ———।

6. কোনো একটি পাহাড়ের পূর্বদিকে পরপর দুটি কিলোমিটার ফলকের অবনতি কোণ 30° ও 45° হলে, পাহাড়টির উচ্চতা হবে ———— কিমি. ।
7. একটি টাওয়ারের ছায়ার দৈর্ঘ্য যদি বাড়তে থাকে তাহলে সূর্যের উন্নতি কোণ ———— ।
8. একই টাওয়ারের একই পাশে s ও t দূরত্বে অবস্থিত দুটি বিন্দু থেকে টাওয়ার শীর্ষের উন্নতি কোণ পরস্পর পূরক হলে, টাওয়ারের উচ্চতা হবে ———— ।

III. নীচের প্রশ্নগুলোর অতি সংক্ষিপ্ত উত্তর দাও :

1. একটি উলম্ব খুঁটির পাদদেশ থেকে 25 মিটার দূরে এর শীর্ষের উন্নতি কোণ 60° , খুঁটিটির উচ্চতা নির্ণয় করো। ($\sqrt{3}=1.732$ ধরো)
2. 20 মি ও 14 মি উচ্চতা সম্পন্ন দুটি খুঁটির শীর্ষদ্বয় একটি তার দিয়ে যোগ করা হল। এই তারটি যদি অনুভূমিক রেখার সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে, তাহলে তারটির দৈর্ঘ্য কত?
3. 25 মিটার উচ্চতা সম্পন্ন একটি চিমনির উপর থেকে একটি টাওয়ারের উন্নতি কোণ, এর পাদদেশের অবনতি কোণের সমান। টাওয়ারের উচ্চতা নির্ণয় করো।
4. 15 মিটার দীর্ঘ একটি সিঁড়ি একটি উলম্ব দেওয়ালে স্পর্শ করলে ভূমির সাথে 60° কোণ তৈরি করে। দেওয়ালটির উচ্চতা নির্ণয় করো।
5. 150 মিটার উচ্চতা সম্পন্ন একটি টাওয়ার থেকে রাস্তায় দাঁড় করানো একটি গাড়ির অবনতি কোণ 30° , গাড়ি থেকে টাওয়ারের দূরত্ব নির্ণয় করো।

বিভাগ-খ (প্রতিটি 2 নম্বর)

অতি সংক্ষিপ্ত প্রশ্ন :

1. একটি উলম্ব টাওয়ারের পাদদেশ থেকে 50 মিটার দূরে একটি বিন্দু থেকে টাওয়ারের শীর্ষের উন্নতি কোণ 45° । টাওয়ারটির উচ্চতা নির্ণয় করো।
2. একটি টাওয়ারের উচ্চতা $100\sqrt{3}$ মিটার, এটির পাদদেশ থেকে 100 মিটার দূরে অবস্থিত কোনো বিন্দু থেকে টাওয়ারের শীর্ষের উন্নতি কোণ নির্ণয় করো।
3. একটি টাওয়ারের পাদদেশ থেকে 30 মিটার দূরে কোনো বিন্দু থেকে টাওয়ারের শীর্ষের উন্নতি কোণ 30° । টাওয়ারটির উচ্চতা নির্ণয় করো।
4. একটি ঘুঁড়ি ভূমি থেকে 60 মিটার উপরে উড়ছে। সাময়িকভাবে ঘুঁড়ির সুতাটিকে ভূমির উপর কোন একটি বিন্দুতে বেঁধে দেওয়া হল। ভূমির সাথে সুতাটি 60° কোণ উৎপন্ন করে। ঘুঁড়ির সুতায় কোনো টিলাভাব নেই ধরে সুতাটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।
5. একজন ব্যক্তি 1.5 মিটার লম্বা এবং তিনি একটি টাওয়ার থেকে 28.5 মিটার দূরে আছেন। তাঁর চোখ থেকে টাওয়ারের শীর্ষের উন্নতি কোণ 45° হলে, টাওয়ারটির উচ্চতা কত?
6. 12 মিটার উঁচু একটি গাছ ঝড়ে এমনভাবে ভেঙে গেছে যে উহার অগ্রভাগ ভূমি স্পর্শ করার সময় ভূমির সঙ্গে 60° কোণ উৎপন্ন করে। ঝড়ে গাছটি কোন উচ্চতায় ভেঙে ছিল?
7. একটি গাছ ঝড়ে এমনভাবে ভেঙে গেছে যে এর অগ্রভাগ গোড়া হইতে 30 মিটার দূরে ভূমি স্পর্শ করে ও স্পর্শ করার সময় ভূমির সাথে 30° কোণ উৎপন্ন করে। সমগ্র গাছটির উচ্চতা নির্ণয় করো।
8. ভূমির উপর একটি টাওয়ারের ছায়ার দৈর্ঘ্য এর উচ্চতার $\sqrt{3}$ গুণ হলে, সূর্যের উন্নতি কোণ কত?

9. যদি একটি টাওয়ারের উচ্চতা ও এর ছায়ার দৈর্ঘ্যের অনুপাত $\sqrt{3}:1$ হয়, তবে সূর্যের উন্নতি কোণ কত?
10. একটি উলম্ব খুঁটির ছায়ার দৈর্ঘ্য এর উচ্চতার সমান হলে, সূর্যের উন্নতি কোণ কত?
11. AB একটি 6 মিটার উচ্চতা যুক্ত খুঁটি যা B বিন্দুর উপর দাঁড়িয়ে আছে। CD একটি সিঁড়ি যা ভূমির সঙ্গে 60° কোণে আনত এবং খুঁটির D বিন্দুতে স্পর্শ করে। যদি $AD=2.54$ মিটার হয়, তাহলে সিঁড়ির দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো। ($\sqrt{3}=1.73$ ধরো)।
12. ভূমি থেকে একটি ঘুঁড়ির সূতার দৈর্ঘ্য 85 মিটার। এই সূতাটি যদি ভূমির সাথে এমন একটি θ উৎপন্ন করে যেখানে $\tan \theta = \frac{15}{8}$, তাহলে ভূমি থেকে ঘুঁড়ির উচ্চতা নির্ণয় করো। (ধরে নাও সূতার কোথাও কোন শীথিলতা নেই)

বিভাগ-গ (প্রতিটি 3/4 নম্বর)

দীর্ঘ উত্তরধর্মী প্রশ্ন :

1. 1200 মিটার উচ্চতায় একটি উড়োজাহাজ থেকে দেখা গেল, দুটি জাহাজ একই দিকে যাচ্ছে। উড়োজাহাজ থেকে জাহাজ দুটির অবনতি কোণ যথাক্রমে 60° ও 30° । জাহাজ দুটির মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় করো।
2. 100 মিটার প্রশস্ত একটি রাস্তার দু'পাশে দুটি সমউচ্চতার পিলার রয়েছে। পিলারগুলোর মধ্যে রাস্তার উপর কোন বিন্দু থেকে পিলারদ্বয়ের উন্নতি কোণ যথাক্রমে 60° ও 30° । রাস্তার উপর বিন্দুটির অবস্থান ও পিলারগুলোর উচ্চতা নির্ণয় করো।
3. সমুদ্রপৃষ্ঠ থেকে 100 মিটার উচ্চতায় অবস্থিত একটি লাইট হাউজের শীর্ষ থেকে দেখা গেল লাইট হাউজের দিকে আসা একটি জাহাজের অবনতি কোণ 30° থেকে 45° তে পরিবর্তিত হয়েছে। এই সময়ের মধ্যে জাহাজটি কতটা দূরত্ব অতিক্রম করেছে?
4. ভূমির উপর অবস্থিত কোনো বিন্দু X থেকে PQ উলম্ব টাওয়ারের শীর্ষের উন্নতি কোণ 60° । X এর 40 মিটার উপরে উলম্বভাবে অবস্থিত অপর একটি বিন্দু Y থেকে টাওয়ার শীর্ষের উন্নতি কোণ 45° । PQ টাওয়ারের উচ্চতা নির্ণয় করো। XQ দূরত্ব কত?
5. রাস্তার একপাশে অবস্থিত একটি বাড়ির 15 মিটার উঁচু জানালা থেকে রাস্তার অপরপাশে অবস্থিত অপর একটি বাড়ির শীর্ষের উন্নতি কোণ ও পাদদেশের অবনতি কোণ যথাক্রমে 30° ও 45° । দেখাও যে অপর পাশে অবস্থিত বাড়িটির উচ্চতা 23.66 মিটার। (ধরে নাও $\sqrt{3}=1.732$)
6. 60 মি উঁচু একটি বিন্ডিং এর শীর্ষ থেকে একটি টাওয়ারের শীর্ষ ও পাদদেশের অবনতি কোণ যথাক্রমে 30° ও 60° । টাওয়ারটির উচ্চতা নির্ণয় করো।
7. ভূমির উপর কোনো বিন্দু A থেকে একটি ছোট জেট এর উন্নতি কোণ 60° । 30 সেকেন্ড প্লেনটি উড়ার পর উন্নতি কোণটি পরিবর্তিত হয়ে 30° হল। যদি জেট প্লেনটি $3600\sqrt{3}$ মি. স্থির উচ্চতায় উড়ে, তাহলে প্লেনটির গতিবেগ কত?
8. একজন লোক একটি জাহাজের পাটাতনের উপর দাঁড়িয়ে আছে যা জলস্তর থেকে 10 মিটার উপরে। সেখান থেকে তিনি দেখলেন একটি পাহাড়ের চূড়ার উন্নতি কোণ 60° ও পাদদেশের অবনতি কোণ 30° । পাহাড় থেকে জাহাজের দূরত্ব এবং পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় করো।
9. একটি উলম্ব টাওয়ারের উপর একটি h উচ্চতার পতাকা রয়েছে। ভূমির উপর কোন বিন্দু থেকে পতাকাটির শীর্ষবিন্দু ও পাদদেশের উন্নতি কোণ যথাক্রমে α ও β হলে, প্রমাণ করো টাওয়ারটির উচ্চতা $\frac{h \tan \alpha}{\tan \beta - \tan \alpha}$ ।

10. উত্তরদিকে ঝুঁকে থাকা একটি টাওয়ারের দক্ষিণ দিকে এর পাদদেশ থেকে α ও β দূরত্বে দুটি স্টেশন রয়েছে। এই দুটি স্টেশন থেকে টাওয়ারের শীর্ষের উন্নতি কোণ যথাক্রমে α ও β হলে এবং টাওয়ারটির ভূমির সঙ্গে নতি θ হলে, প্রমাণ করো
- $$\cot \theta = \frac{b \cot \alpha - a \cot \beta}{b - a}$$
11. একটি জলাশয়ের h মিটার উপরে কোনো বিন্দু থেকে একখণ্ড মেঘের উন্নতি কোণ α এবং জলাশয়ে মেঘের প্রতিবিশ্বের অবনতি কোণ β হলে, প্রমাণ করো মেঘের উচ্চতা $\frac{h(\tan \beta + \tan \alpha)}{\tan \beta - \tan \alpha}$
12. একটি জলাশয়ের 60 মিটার উপরে কোন বিন্দু থেকে একখণ্ড মেঘের উন্নতি কোণ 30° এবং জলে মেঘের প্রতিবিশ্বের অবনতি কোণ 60° । মেঘের উচ্চতা নির্ণয় করো।
13. কোনো একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে একটি চিমনির উন্নতি কোণ θ । ভূমির সাথে ϕ কোণে নত হয়ে চিমনির শীর্ষদেশ বরাবর k মিটার অগ্রসর হলে, চিমনির শীর্ষের উন্নতি কোণ α হয়, দেখাও যে চিমনির উচ্চতা হল $\frac{k(\cos \phi - \sin \phi \cot \alpha)}{\cot \theta - \cot \alpha}$ মিটার।
14. একটি টাওয়ারের ঠিক দক্ষিণ দিকের কোনো বিন্দু A টাওয়ারের থেকে শীর্ষের উন্নতি কোণ α এবং ঠিক পূর্বদিকের একটি বিন্দু B থেকে টাওয়ারের শীর্ষের উন্নতি কোণ β । যদি $AB=d$ হয়, তবে দেখাও যে টাওয়ারের উচ্চতা $\frac{d}{\cot^2 \alpha - \cot^2 \beta}$
15. একটি টাওয়ারের পাদদেশে একটি বড় রাস্তা রয়েছে। টাওয়ারের শীর্ষ থেকে এক ব্যক্তি লক্ষ্য করলেন স্থির বেগে টাওয়ারের দিকে আসছে এমন একটি গাড়ির অবনতি কোণ 30° এবং 6 সেকেন্ড পর এই অবনতি কোণ পরিবর্তিত হয়ে 60° হল। এরপর গাড়িটির টাওয়ারের পাদদেশে পৌঁছাতে কতটুকু সময় লাগবে?
16. একটি উল্লম্ব টাওয়ারের পাদদেশ থেকে একই সরলরেখায়, a ও b ($a > b$) দূরত্বে দুটি বিন্দু থেকে টাওয়ারটির উন্নতি কোণদ্বয় পরস্পর পূরক হলে, টাওয়ারের উচ্চতা নির্ণয় করো।
17. একটি লাইট হাউজের শীর্ষ থেকে পূর্বদিকে অবস্থিত দুটি জাহাজের অবনতি কোণ যথাক্রমে 45° ও 30° । যদি জাহাজদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব 100 মি হয়, তাহলে লাইট হাউজটির উচ্চতা কত?
18. একটি লাইট হাউজের বিপরীত দিকে অবস্থিত দুটি জাহাজের অবনতি কোণ যথাক্রমে 30° ও 45° । যদি জাহাজের উচ্চতা h মিটার হয়, তাহলে জাহাজ দুটির মধ্যে দূরত্ব কত?
19. একটি জলাশয়ের 200 মিটার উপরে একখণ্ড মেঘের উন্নতি 30° এবং জলাশয়ে মেঘটির প্রতিবিশ্বের অবনতি কোণ 60° হলে, মেঘটি জলাশয় থেকে কত উপরে আছে?
20. একটি টাওয়ারের উচ্চতা 100 মি। যখন সূর্যের উন্নতি কোণ 30° থেকে 45° তে পরিবর্তিত হয়, তখন টাওয়ারের ছায়ার দৈর্ঘ্য x মিটার কমে যায়। x এর মান নির্ণয় করো।
21. 1.5 মিটার লম্বা একটি বালিকা একটি ল্যাম্প পোস্ট থেকে 3 মিটার দূরে দাঁড়ালে 4.5 মিটার দীর্ঘ ছায়ার সৃষ্টি হয়। ল্যাম্প পোস্টটির উচ্চতা নির্ণয় করো।

উত্তরমালা

বিভাগ-ক

I. 1) a 2) d 3) c 4) c 5) b 6) d

II. 1) 60° , 2) 30° 3) 45° 4) 30° 5) $16\sqrt{3}$ সেমি² 6) $\frac{1}{2}(\sqrt{3}+1)$ কিমি

7) কমবে 8) \sqrt{st}

III. 1) 43.5 মি 2) 12 মিটার 3) 50 মিটার 4) $\frac{15\sqrt{3}}{2}$ মিটার 5) $150\sqrt{3}$ মিটার

বিভাগ-খ

1) 50 মিটার 2) 60° 3) $10\sqrt{3}$ মিটার 4) $40\sqrt{3}$ মিটার 5) 30 মিটার 6) 5.569 মিটার
7) 51.96 মিটার 8) 30° 9) 60° 10) 45° 11) 4 মিটার 12) 75 মিটার

বিভাগ-গ

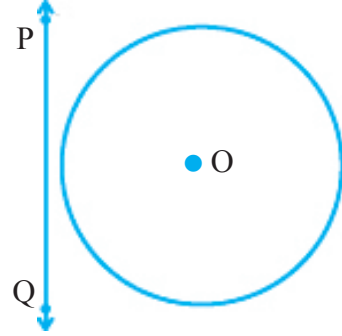
- 1) 1385.6 মিটার
- 2) উর্দিষ্ট বিন্দুটি প্রথম পিলার থেকে 25 মিটার দূরে অবস্থিত। পিলারের উচ্চতা 43.3 মিটার
- 3) 73.2 মিটার
- 4) $PQ = 94.64$ মিটার, $XQ = 109.3$ মিটার
- 6) 40 মিটার
- 7) 864 কিমি/ঘণ্টা
- 8) দূরত্ব $10\sqrt{3}$ মিটার, পাহাড়ের উচ্চতা = 40 মিটার
- 12) জলাশয়ের পৃষ্ঠদেশ থেকে 120 মিটার
- 15) 3 সেকেন্ড
- 16) $50(\sqrt{ab})$ মিটার 17) $50(\sqrt{3}+1)$ মিটার 18) $(\sqrt{3}+1)h$ মিটার
- 19) 400 মিটার 20) $100(\sqrt{3}-1)$ মিটার 21) 2.5 মিটার

অধ্যায়-10

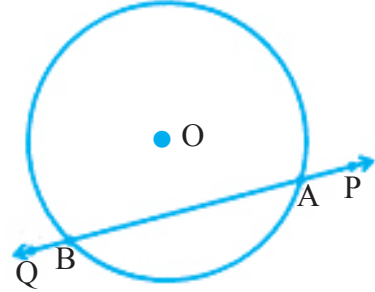
বৃত্ত (CIRCLES)

মূল বিষয় এবং সূত্রাবলি :

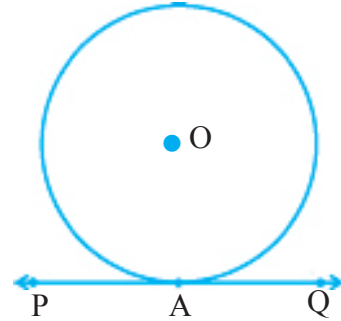
- যদি একটি সরলরেখা এবং একটি বৃত্তের কোনো সাধারণ বিন্দু না থাকে, তবে সরলরেখাটিকে ওই বৃত্তের সাপেক্ষে অপ্রতিচ্ছেদী রেখা বলা হয়।



- যদি একটি বৃত্ত এবং একটি সরলরেখার দুটি সাধারণ বিন্দু থাকে অথবা একটি সরলরেখা একটি বৃত্তকে দুটি ভিন্ন ভিন্ন বিন্দুতে ছেদ করে, তবে সরল রেখাটিকে ওই বৃত্তের ছেদক বলা হয়।



- যদি একটি সরলরেখা ও একটি বৃত্তের কেবলমাত্র একটি সাধারণ বিন্দু থাকে অথবা একটি সরলরেখা একটি বৃত্তকে কেবলমাত্র একটি বিন্দুতে ছেদ করে, তবে এই সরলরেখাটিকে বৃত্তের স্পর্শক বলা হয়।



- কোনো বৃত্তের উপর অবস্থিত একটি বিন্দু দিয়ে কেবলমাত্র একটি স্পর্শক অঙ্কন করা যায়।
- বৃত্তের একটি স্পর্শক স্পর্শ বিন্দুগামী ব্যাসার্ধের উপর লম্ব।

- বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে কোনো বৃত্তের উপর দুটি স্পর্শক অঙ্কন করা যায়।
- বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে কোনো বৃত্তের উপর অঙ্কিত দুটি স্পর্শকের দৈর্ঘ্য পরস্পর সমান।

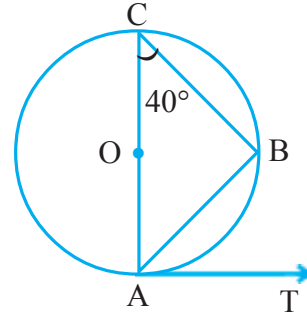
অনুশীলনী-10

বিভাগ-ক (প্রতিটি 1 নম্বর)

অতি সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্নাবলি :

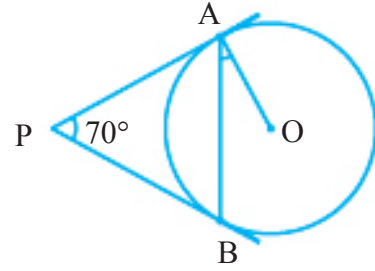
I. শূন্যস্থান পূরণ করো :

1. যদি কোনো বৃত্তের দুটি ব্যাসার্ধের মধ্যবর্তী কোণ 120° হয়, তবে ওই ব্যাসার্ধ দুটির শেষ প্রান্ত দিয়ে অঙ্কিত স্পর্শকদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ _____ হবে।
2. যদি দুটি সমকেন্দ্রিক বৃত্তের ব্যাসার্ধ 4 সেমি এবং 5 সেমি হয়, তবে এদের মধ্যে যে বৃত্তটির জ্যা অপর বৃত্তটির স্পর্শক সেটির দৈর্ঘ্য হবে _____।
3. চিত্র 10.1-এ AB হল বৃত্তের একটি জ্যা এবং AOC হল এর ব্যাস, যেখানে $\angle ACB = 40^\circ$ । যদি A বিন্দুতে বৃত্তটির স্পর্শক AT হয়, তবে $\angle BAT$ হবে _____।



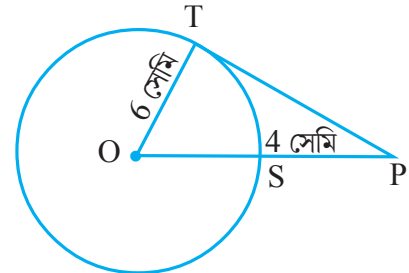
চিত্র 10.1

4. চিত্র 10.2 -এ PA ও PB হল O কেন্দ্রীয়গামী বৃত্তের দুটি স্পর্শক। যদি $\angle APB = 70^\circ$ হয়, তবে $\angle OAB$ হবে _____।



চিত্র 10.2

5. চিত্র 10.3 -এ PT হল O কেন্দ্রীয়গামী বৃত্তের একটি স্পর্শক। যদি $OT = 6$ সেমি এবং $SP = 4$ সেমি হয়, তবে স্পর্শকটির দৈর্ঘ্য হবে _____।

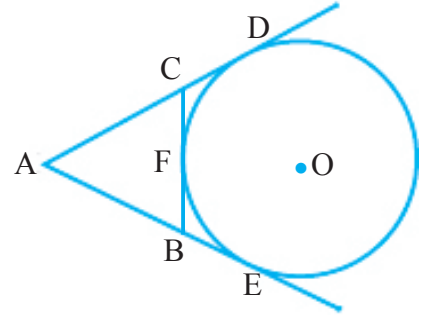


চিত্র 10.3

II. বহু বিকল্পভিত্তিক প্রশ্নাবলি :

নিম্নে চারটি বিকল্প থেকে সঠিক উত্তরটি বাছাই করো :

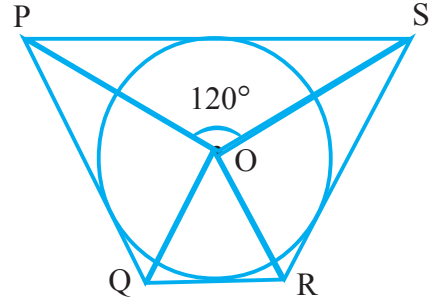
1. প্রদত্ত চিত্র 10.4 -এ, AD ও AE হল O কেন্দ্রীয় বৃত্তের দুটি স্পর্শক এবং BC, বৃত্তটিকে F বিন্দুতে স্পর্শ করেছে। যদি AE = 5 সেমি হয়, তবে $\triangle ABC$ এর পরিসীমা হবে—
 (a) 15 সেমি (b) 10 সেমি
 (c) 20 সেমি (d) 22.5 সেমি



চিত্র 10.4

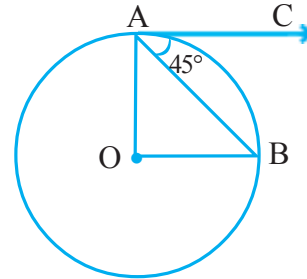
2. 5 সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের একটি ব্যাস AB এর এক প্রান্ত A-তে বৃত্তের একটি স্পর্শক XAY অঙ্কন করা হল। A বিন্দু থেকে 8 সেমি দূরত্বে অবস্থিত জ্যা CD যেটি XY এর সমান্তরাল তার দৈর্ঘ্য হল—
 (a) 6সেমি (b) 4সেমি (c) 5সেমি (d) 8সেমি

3. চিত্র 10.5 -এ, যদি $\angle POS = 120^\circ$ হয়, তাহলে $\angle QOR =$
 (a) 80° (b) 70° (c) 60°
 (d) 50°



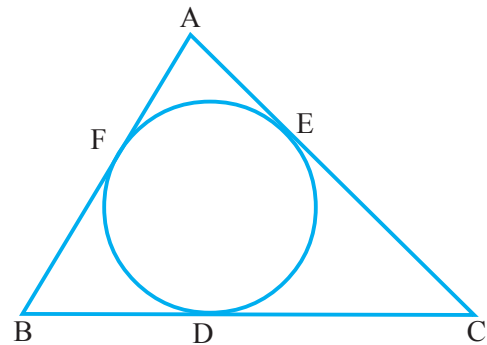
চিত্র 10.5

4. প্রদত্ত চিত্র 10.6 -এ, AB হল O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের একটি জ্যা এবং যদি A বিন্দুতে AC স্পর্শক AB এর সাথে 45° কোণ উৎপন্ন করে, তবে $\angle AOB =$
 (a) 80° (b) 90° (c) 100° (d) 85°



চিত্র 10.6

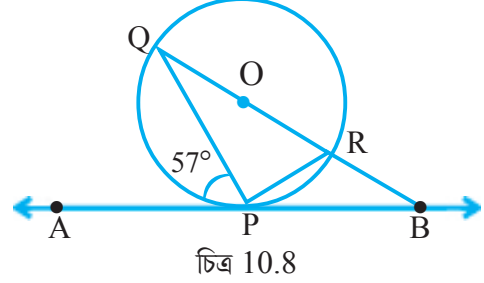
5. প্রদত্ত চিত্র 10.7-এ যদি AF=4 সেমি, BF= 3 সেমি এবং AC = 11সেমি হয়, তবে BC বাহুর দৈর্ঘ্য হবে—
 (a) 10সেমি (b) 9সেমি (c) 11সেমি
 (d) 12সেমি



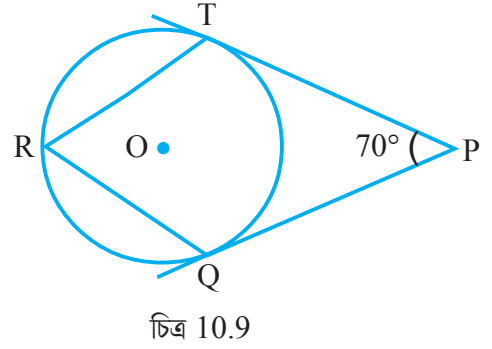
চিত্র 10.7

6. P বিন্দুতে O কেন্দ্রীয় বৃত্তের একটি স্পর্শক হল PQ। যদি ΔOPQ একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ হয়, তাহলে $\angle OQP =$
 (a) 60° (b) 30° (c) 45° (d) 90°

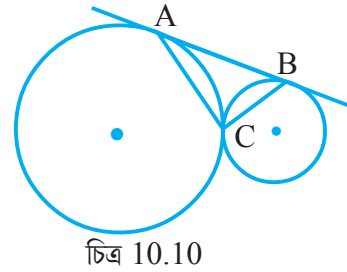
7. প্রদত্ত চিত্র 10.08-এ, O -কেন্দ্রীয় বৃত্তের, AB হল P বিন্দুতে অঙ্কিত বৃত্তের একটি স্পর্শক। যদি $\angle APQ = 57^\circ$ হয়, তবে $\angle PQB =$
 (a) 57° (b) 123° (c) 113° (d) 33°



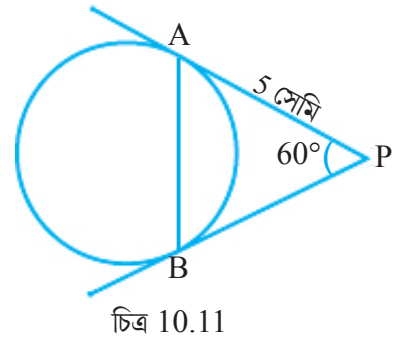
8. প্রদত্ত চিত্র 10.9 -এ, বহিঃস্থ কোনো বিন্দু P থেকে O কেন্দ্রীয় বৃত্তের উপর PT এবং PQ দুটি স্পর্শক অঙ্কন করা হল। যদি $\angle TPQ = 70^\circ$ হয়, তবে $\angle TRQ =$
 (a) 55° (b) 20° (c) 45° (d) 65°



9. প্রদত্ত চিত্র 10.10-এ, দুটি বৃত্ত পরস্পরকে C বিন্দুতে স্পর্শ করেছে এবং AB হল বৃত্তদ্বয়ের সাধারণ স্পর্শক। তাহলে $\angle ACB$ এর পরিমাপ হবে—
 (a) 60° (b) 45° (c) 90° (d) 120°

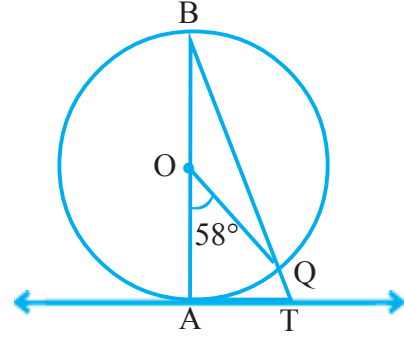


10. প্রদত্ত চিত্র 10.11-এ, PA ও PB হল বৃত্তের দুটি স্পর্শক যেখানে $PA = 5$ সেমি এবং $\angle APB = 60^\circ$ । তাহলে জ্যা AB এর দৈর্ঘ্য হবে—
 (a) $5\sqrt{2}$ সেমি (b) $5\sqrt{3}$ সেমি
 (c) 7.5 সেমি (d) 5 সেমি



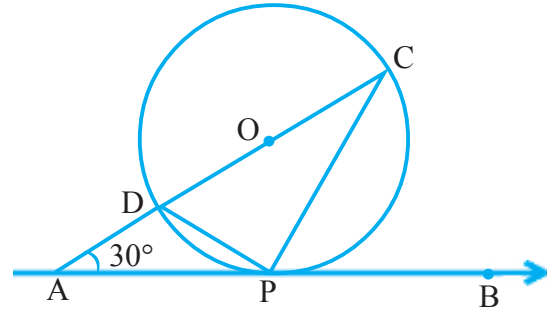
III. অতি সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্নাবলি :

1. 5 সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি বৃত্তের P বিন্দুতে অঙ্কিত একটি স্পর্শক PQ বৃত্তের কেন্দ্র O গামী একটি রেখার সাথে Q বিন্দুতে মিলিত হয়, যেখানে $OQ=13$ সেমি। PQ এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।
2. প্রদত্ত চিত্র 10.12 -এ, AB হল O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের একটি ব্যাস এবং AT হল এর একটি স্পর্শক। যদি $\angle AOQ=58^\circ$ হয়, তবে $\angle ATQ$ নির্ণয় করো।



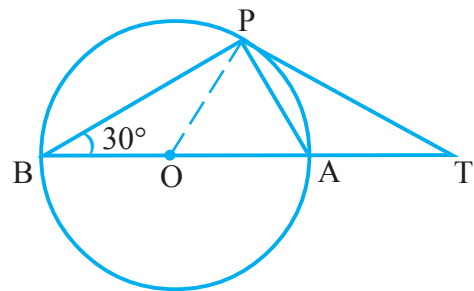
চিত্র 10.12

3. প্রদত্ত চিত্র 10.13 -এ, P বিন্দু হতে O কেন্দ্রীয় বৃত্তের একটি স্পর্শক হল AB। যদি $\angle PAO=30^\circ$ হয়, তাহলে $\angle CPB + \angle ACP$ এর পরিমাপ নির্ণয় করো।



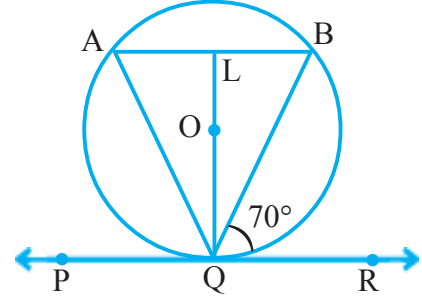
চিত্র 10.13

4. প্রদত্ত চিত্র 10.14 -এ, BOA হল O কেন্দ্রীয় বৃত্তের একটি ব্যাস এবং P বিন্দুতে অঙ্কিত একটি স্পর্শক বর্ধিত BA-কে T বিন্দুতে ছেদ করেছে। যদি $\angle PBO = 30^\circ$ হয়, তবে $\angle PTA$ এর পরিমাপ কত?



চিত্র 10.14

5. চিত্র 10.15-এ, PQR হল Q বিন্দু হতে O কেন্দ্রীয় বৃত্তের উপর একটি স্পর্শক এবং জ্যা AB, PR এর সাথে সমান্তরাল যেখানে, $\angle BQR = 70^\circ$ । তাহলে $\angle AQB = ?$



চিত্র 10.15

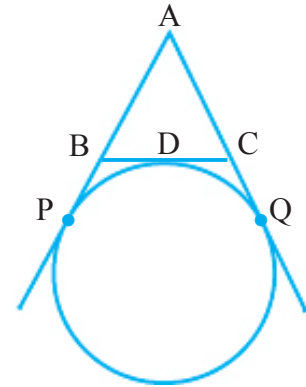
IV. নিম্নলিখিত বিবৃতিগুলো সত্য না মিথ্যা যাচাই করো :

1. একটি বৃত্তের কোনো একটি প্রদত্ত সরলরেখার সমান্তরাল, দুটির বেশি সমান্তরাল স্পর্শক থাকতে পারে।
2. যদি বৃত্তের উপর অবস্থিত একটি বিন্দু P হয়, তবে P বিন্দু দিয়ে বৃত্তের উপর একটি এবং কেবলমাত্র একটি স্পর্শক অঙ্কন করা যাবে।
3. যদি a ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট O কেন্দ্রীয় বৃত্তের P বিন্দু হতে দুটি স্পর্শক পরস্পরের সঙ্গে 90° কোণ উৎপন্ন করে, তবে $OP = a$ ।
4. বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে বৃত্তের উপর অঙ্কিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য সর্বদা বৃত্তের ব্যাসার্ধের চেয়ে বড়ো হয়।
5. কোনো একটি রেখাংশ PQ এর প্রান্ত বিন্দু P ও Q গামী যদি কিছু সংখ্যক বৃত্ত অঙ্কন করা হয়, তাহলে তাদের কেন্দ্র PQ এর লম্ব সমদ্বিখণ্ডকের উপর অবস্থিত হবে।

বিভাগ-খ (প্রতিটি 2 নম্বর)

সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্নাবলি :

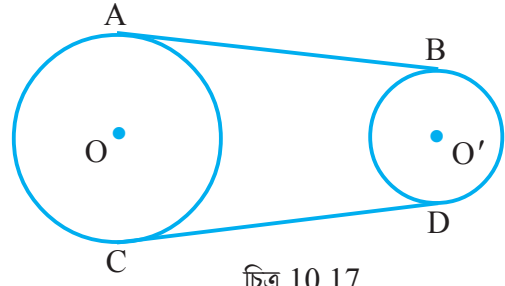
1. চিত্র 10.16 -এ ABC এর পরিসীমা নির্ণয় করো যখন $AP = 12$ সেমি।



চিত্র 10.16

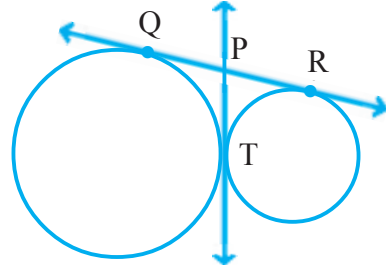
2. প্রমাণ করো যে, একটি বৃত্তে পরিলিখিত আয়তক্ষেত্রটি হল একটি বর্গক্ষেত্র।

3. চিত্র 10.17-এ AB ও CD হল অসমান ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট দুটি বৃত্তের সাধারণ স্পর্শক। প্রমাণ করো যে, $AB=CD$ ।



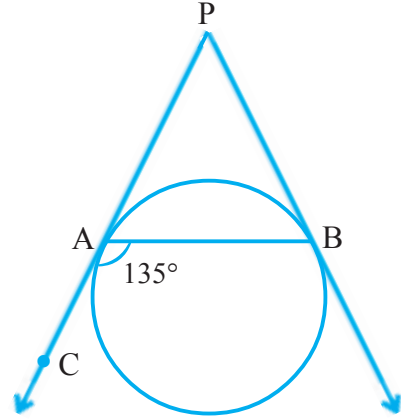
চিত্র 10.17

4. চিত্র 10.18 -এ, দুটি প্রদত্ত বৃত্ত যারা পরস্পরকে বহিঃস্থভাবে T বিন্দুতে স্পর্শ করেছে, তাদের একটি সাধারণ স্পর্শক হল QR। T বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকটি QR কে P বিন্দুতে ছেদ করেছে। যদি $PT= 3.8$ সেমি হয়, তবে QR এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।



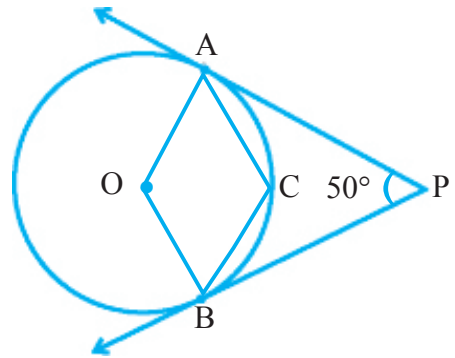
চিত্র 10.18

5. চিত্র 10.19 -এ, বহিঃস্থ বিন্দু P থেকে বৃত্তের উপর দুটি স্পর্শক PA ও PB এমনভাবে অঙ্কন করা হয়েছে যাতে $PA=4$ সেমি এবং $\angle BAC=135^\circ$ হয়। জ্যা AB এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।



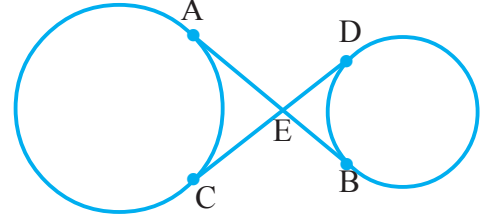
চিত্র 10.19

6. চিত্র 10.20-এ, বহিঃস্থ বিন্দু P থেকে O কেন্দ্রীয় বৃত্তের উপর PA ও PB স্পর্শকদ্বয় এমনভাবে অঙ্কন করা হয়েছে, যাতে $\angle APB=50^\circ$ হয়। তাহলে $\angle ACB$ নির্ণয় করো।



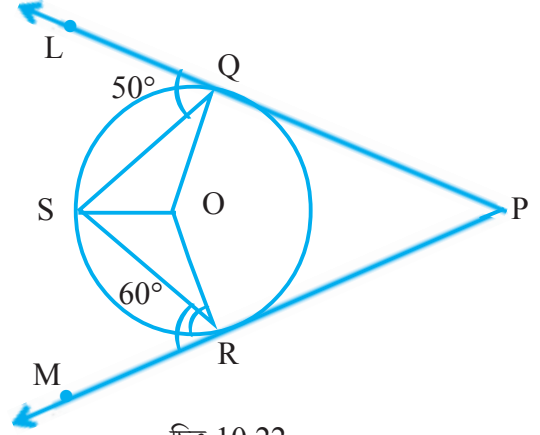
চিত্র 10.20

7. চিত্র 10.21-এ, দুটি বৃত্তের AB ও CD সাধারণ স্পর্শকদ্বয় পরস্পরকে E বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করো যে, $AB=CD$ ।



চিত্র 10.21

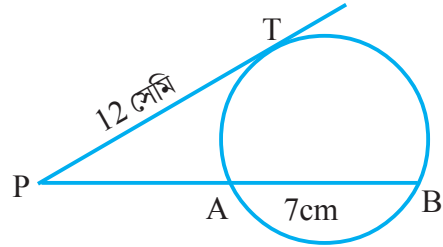
8. চিত্র 10.22-এ, O কেন্দ্রীয় বৃত্তের Q ও R বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকদ্বয় হল যথাক্রমে PQL ও PRM এবং S হল বৃত্তের উপরিস্থ একটি বিন্দু যেখানে, $\angle SQL=50^\circ$ এবং $\angle SRM=60^\circ$ । তবে $\angle QSR$ এর পরিমাপ নির্ণয় করো।



চিত্র 10.22

9. চিত্র 10.23 -এ, T বিন্দুতে অঙ্কিত একটি স্পর্শক হল PT এবং PAB হল একটি ছেদক। যদি $PT=12$ সেমি এবং $AB=7$ সেমি হয়, তবে PA নির্ণয় করো।

[ইঞ্জিত : $PT^2 = PA \times PB$]



চিত্র 10.23

10. 9 সেমি এবং 4 সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট দুটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করলে বৃত্ত দুটির সরল সাধারণ স্পর্শকের দৈর্ঘ্য কত হবে?

বিভাগ-খ (প্রতিটি 3/4 নম্বর)

দীর্ঘ উত্তরধর্মী প্রশ্নাবলি :

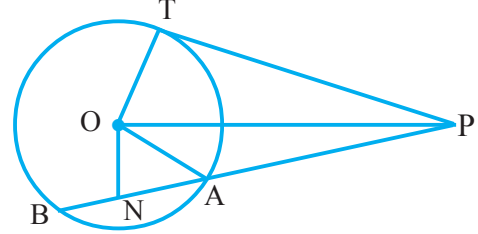
1. প্রমাণ করো যে, একটি বৃত্তের কোনো বৃত্তচাপের মধ্যবিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকটি ওই বৃত্তচাপটির প্রান্ত বিন্দু সংযোজক জ্যা এর সাথে সমান্তরাল।
2. প্রমাণ করো যে, দুটি পরস্পরছেদী সরলরেখা কোনো বৃত্তের স্পর্শক হলে, সরলরেখা দুটির মধ্যবর্তী কোণের সমদ্বিখণ্ডকের উপর বৃত্তের কেন্দ্র অবস্থিত হয়।

3. একটি সমকোণী ত্রিভুজের তিনটি বাহু যদি a , b ও c হয়, যেখানে c হল অতিভুজ, তাহলে প্রমাণ করো যে r ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্ত, যেটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুকে স্পর্শ করেছে, সেটিকে নিম্নের সমীকরণের আকারে প্রকাশ করা যায়—

$$r = \frac{a+b-c}{2}$$

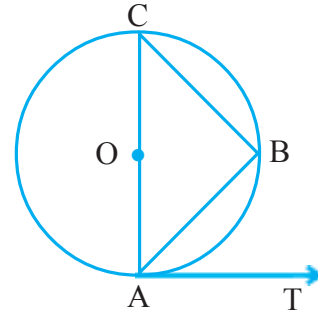
4. চিত্র 10.25-এ, বহিঃস্থ বিন্দু P থেকে, O কেন্দ্রীয় বৃত্তে একটি স্পর্শক PT এবং একটি সরলরেখা PAB অঙ্কন করা হয়েছে। ON রেখাটি AB জ্যা-এর উপর লম্ব। প্রমাণ করো যে,

- (i) $PA \cdot PB = PN^2 - AN^2$,
(ii) $PN^2 - AN^2 = OP^2 - OT^2$
(iii) $PA \cdot PB = PT^2$



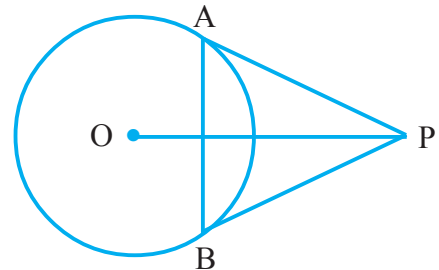
চিত্র 10.25

5. প্রমাণ করো যে, একটি বৃত্তের কোনো একটি জ্যা-এর প্রান্ত বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকদ্বয় জ্যাটির সাথে সমান সমান কোণ উৎপন্ন করে।
6. যদি বহিঃস্থ বিন্দু P থেকে O কেন্দ্রীয় বৃত্তে PQ ও PR দুটি স্পর্শক অঙ্কন করা হয় যেখানে $\angle QPR = 120^\circ$, তবে প্রমাণ করো যে, $2PQ = PO$ ।
7. যদি একটি বৃত্ত ABC ত্রিভুজের BC বাহুকে P বিন্দুতে এবং বর্ধিত AB ও AC বাহুকে যথাক্রমে Q ও R বিন্দুতে স্পর্শ করে, তবে প্রমাণ করো যে, $AQ = \frac{1}{2}(BC+CA+AB)$.
8. যদি একটি ষড়ভুজ $ABCDEF$ একটি বৃত্তকে পরিলিখিত করে, তবে প্রমাণ করো যে, $AB+CD+EF=BC+DE+FA$.
9. চিত্র 10.26-এ, O কেন্দ্রীয় বৃত্তের AB হল জ্যা, AOC হল ব্যাস এবং AT হল A বিন্দুতে স্পর্শক। প্রমাণ করো যে, $\angle BAT = \angle ACB$.



চিত্র 10.26

10. প্রদত্ত চিত্র 10.27 -এ, P বিন্দু থেকে r ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট O কেন্দ্রীয় বৃত্তের উপর দুটি স্পর্শক PA ও PB অঙ্কন করা হল। যদি $OP = 2r$ হয়, তবে দেখাও যে $\triangle APB$ একটি সমবাহু ত্রিভুজ।

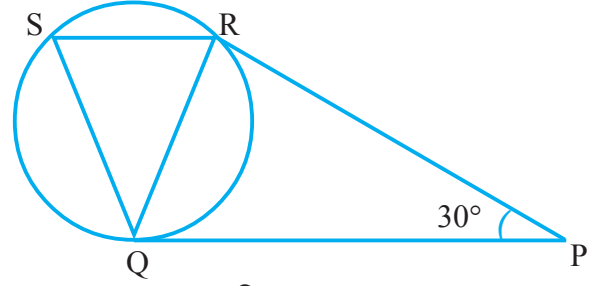


চিত্র 10.27

11. O কেন্দ্র বিশিষ্ট একটি বৃত্তের AB হল ব্যাস এবং AC হল এর একটি জ্যা। যেখানে $\angle BAC = 30^\circ$ । C বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকটি বর্ধিত AB -কে D বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করো যে, $BC = BD$ ।

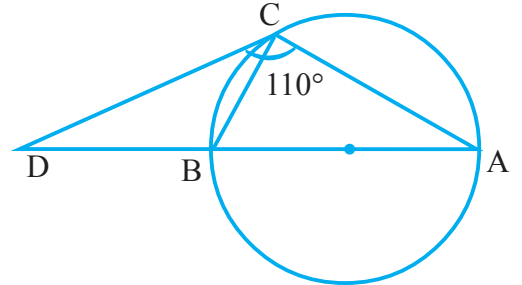
12. ABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ, যার $AB=AC=6$ সেমি, যদি 9 সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি বৃত্তে অন্তর্লিখিত করা হয়, তবে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

13. চিত্র 10.28-এ PQ ও PR স্পর্শক দুটি একটি বৃত্তের উপর এমনভাবে অঙ্কন করা হয়েছে, যাতে $\angle RPQ=30^\circ$ হয়। PQ স্পর্শকটির সমান্তরাল একটি জ্যা RS অঙ্কন করা হল। $\angle RQS$ নির্ণয় করো।



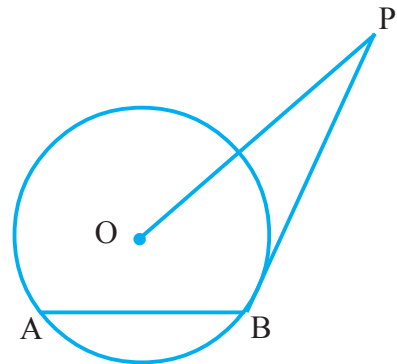
চিত্র 10.28

14. C বিন্দুতে কোনো বৃত্তের উপর অঙ্কিত স্পর্শক এবং ব্যাস AB এর বর্ধিতাংশ পরস্পরকে D বিন্দুতে ছেদ করেছে। যদি $\angle DCA=110^\circ$ হয়, যা চিত্র 10.29-এ দেখানো হয়েছে, তবে $\angle CBA$ নির্ণয় করো।



চিত্র 10.29

15. AB হল O কেন্দ্রীয় বৃত্তের একটি জ্যা। B বিন্দুতে, 24 সেমি দৈর্ঘ্যের একটি স্পর্শক অঙ্কন করা হয়েছে যা চিত্র 10.30 তে দেখানো হয়েছে। P বিন্দু থেকে কেন্দ্রের দূরত্ব হল 26 সেমি। যদি জ্যা AB এর দৈর্ঘ্য 16 সেমি হয়, তবে কেন্দ্র থেকে জ্যাটির দূরত্ব নির্ণয় করো।



চিত্র 10.30

উত্তরমালা

বিভাগ-ক

- I. 1) 60° 2) 6 সেমি 3) 40° 4) 35° 5) 8 সেমি
II. 1) b 2) d 3) c 4) b 5) a 6) c 7) d 8) a 9) c 10) d
III. 1) 12 সেমি 2) 61° 3) 90° 4) 30° 5) 40°
IV. 1) মিথ্যা 2) সত্য 3) মিথ্যা 4) মিথ্যা 5) সত্য

বিভাগ-খ

- 1) 24 সেমি 4) 7.6 সেমি 5) $4\sqrt{2}$ সেমি 6) 115° 8) 70° 9) 9 সেমি 10) 12সেমি

বিভাগ-গ

- 12) $8\sqrt{2}$ সেমি² 13) 30° 14) 70° 15) 6 সেমি

অধ্যায়-11

অঙ্কন

(CONSTRUCTIONS)

মূল বিষয় এবং সূত্রাবলি :

- জ্যামিতিক অঙ্কন এর অর্থ হল শুধুমাত্র মাপনী (স্কেল) এবং একজোড়া কম্পাস ব্যবহার করে জ্যামিতিক চিত্র অঙ্কন করা।
- একটি প্রদত্ত কোণকে সমদ্বিখণ্ডিত করা।
- একটি প্রদত্ত রেখাংশের লম্ব সমদ্বিখণ্ডক অঙ্কন করা।
- 15° , 30° , 45° , 60° , 90° ইত্যাদি কোণ অঙ্কন করা।
- একটি ত্রিভুজ, যার ভূমি, ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ এবং অপর দুই বাহুর যোগফল দেওয়া আছে তা অঙ্কন করা।
- একটি ত্রিভুজ যার ভূমি, ভূমি সংলগ্ন একটি কোণ এবং অপর দুই বাহুর অন্তর দেওয়া আছে তা অঙ্কন করা।
- একটি ত্রিভুজ যার পরিসীমা এবং ভূমি সংলগ্ন কোণ দুটি দেওয়া আছে তা অঙ্কন করা।

অনুশীলনী-11

ক-বিভাগ

1. সঠিক উত্তরটি নির্বাচন করো :

- স্কেল এবং কম্পাস ব্যবহার করে অঙ্কন করা সম্ভব এমন কোণটি হল—
(a) 36° (b) 40° (c) 37.5° (d) 47.5°
- স্কেল এবং কম্পাসের সাহায্যে অঙ্কন করা সম্ভব নয়, এমন কোণটি হল—
a) 14.5° b) 15° c) 135° d) 22.5°
- যদি একটি ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য a, b এবং c হয়, তবে নিচের কোনটি সত্য?
a) $a + b < c$ b) $c - b < a$ c) $a + b = c$ d) এদের কোনটিই নয়।
- একটি প্রদত্ত কোণের সমদ্বিখণ্ডক অঙ্কন করতে হলে, আমাদের প্রয়োজন—
a) একটি স্কেল b) একটি কম্পাস c) একটি চাদা d) স্কেল এবং কম্পাস উভয়ই।
- যদি আমরা একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করতে চাই, যার পরিসীমা প্রদত্ত, তবে আমাদের জানা প্রয়োজন—
a) ত্রিভুজের দুটি বাহুর যোগফল b) একটি ভূমি সংলগ্ন কোণ c) দুটি ভূমি সংলগ্ন কোণ
d) ত্রিভুজের বাহুর অন্তর।

- vi) $AB=4$ সেমি, $\angle A=60^\circ$ হলে, ΔABC অঙ্কন করা সম্ভব হবে না, যখন BC এবং AC এর অন্তর হবে—
(a) 3.5 সেমি (b) 4.5 সেমি (c) 3 সেমি (d) 2.5 সেমি

খ-বিভাগ

2. সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্ন :

- 112.5° পরিমাপের একটি কোণ অঙ্কন করো এবং ইহার সমদ্বিখণ্ডক অঙ্কন করো।
- 6 সেমি দৈর্ঘ্যের AB একটি রেখাংশ অঙ্কন করো। AB রেখাংশের A এবং B বিন্দুতে লম্ব সরলরেখা অঙ্কন করো। এই সরলরেখাগুলো কি সমান্তরাল?
- 4 সেমি বাহুবিশিষ্ট একটি বর্গক্ষেত্র অঙ্কন করো।
- একটি আয়তক্ষেত্র অঙ্কন করো, যার দৈর্ঘ্য 5 সেমি এবং প্রস্থ 3.5 সেমি।
- 3.7 সেমি, 4.2 সেমি এবং 4.8 সেমি দৈর্ঘ্যের বাহুবিশিষ্ট একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করো এবং এর সব কোণগুলো পরিমাপ করো।
- একটি রম্বস অঙ্কন করো, যার বাহুর দৈর্ঘ্য 4 সেমি এবং একটি কোণ 60° ।
- একটি সমকোণী ত্রিভুজ অঙ্কন করো, যার অতিভূজের পরিমাপ হল 8 সেমি এবং একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সেমি।

গ-বিভাগ

3. দীর্ঘ উত্তরধর্মী প্রশ্ন :

- 3.6 সেমি দৈর্ঘ্যের উচ্চতা বিশিষ্ট একটি সমবাহু ত্রিভুজ অঙ্কন কর।
- ABC একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করো, যেখানে $BC=4.5$ সেমি, $\angle B=60^\circ$ এবং $AB+AC=8$ সেমি।
- ABC একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করো, যেখানে $AB+BC+AC=12$ সেমি, $\angle B=45^\circ$ এবং $\angle C=60^\circ$ ।
- PQR একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করো, যেখানে $QR=3$ সেমি, $\angle PQR=45^\circ$ এবং $QP-PR = 2$ সেমি।
- একটি রম্বস অঙ্কন করো, যার কর্ণদ্বয় যথাক্রমে 4 সেমি এবং 6 সেমি।

উত্তরমালা

1. (i) c (ii) a (iii) b (iv) d (v) c (vi) b

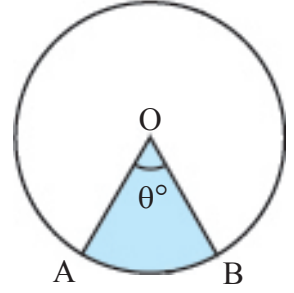
অধ্যায়-12

বৃত্ত সম্পর্কিত ক্ষেত্রফল (AREAS RELATED TO CIRCLES)

মূল বিষয় ও সূত্রাবলি :

- একটি বৃত্তের ক্ষেত্রফল = πr^2 বর্গ একক
- একটি বৃত্তের পরিসীমা = $2\pi r$ একক
- r ব্যাসার্ধ এবং ডিগ্রি পরমাণে θ কোণ বিশিষ্ট একটি বৃত্তকলার চাপের

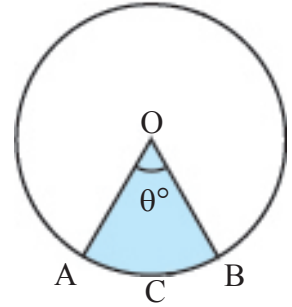
দৈর্ঘ্য হল $\frac{\theta}{360} \times 2\pi r$ একক



- কোনো বৃত্তের বৃত্তচাপ বৃত্তটির কেন্দ্রে যে কোণ উৎপন্ন করে, তাকে কেন্দ্রস্থ কোণ বলে, অর্থাৎ $\angle AOB$ হল বৃত্তস্থ কোণ
- একটি বৃত্তের বৃত্তকলা হল, বৃত্তটির দুটি ব্যাসার্ধ এবং আনুষঙ্গিক বৃত্তচাপ দ্বারা আবদ্ধ অঞ্চল।

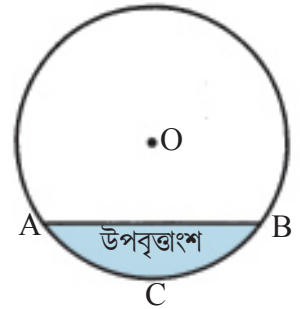
বৃত্তকলা OACBO এর ক্ষেত্রফল = $\frac{\pi r^2 \theta}{360}$ বর্গ একক

OACBO বৃত্তকলার পরিসীমা = $\left[2r + \frac{2\pi r \theta}{360} \right]$ একক



- বৃত্তাংশ : একটি বৃত্তের বৃত্তাংশ হল, বৃত্তের একটি জ্যা এবং আনুষঙ্গিক বৃত্তচাপ দ্বারা আবদ্ধ অঞ্চল।

- উপবৃত্তাংশ ACBA এর ক্ষেত্রফল = $\left[\frac{\pi r^2 \theta}{360} - r^2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \right]$ বর্গ একক



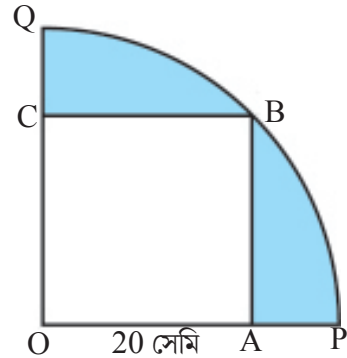
বিভাগ-ক (প্রতিটির মান - 1)

I. শূন্যস্থান পূরণ করো :

- ব্যাস হল বৃত্তের _____ জ্যা।
- বৃত্তের একটি অবিচ্ছিন্ন অংশকে বৃত্তের _____ বলা হয়।
- একটি বৃত্তের বৃত্তাংশ হল, বৃত্তচাপ এবং _____ এর মধ্যবর্তী অঞ্চল।
- এক কেন্দ্রীয় দুটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 19 সেমি এবং 16 সেমি। বৃত্ত দুটি দ্বারা আবদ্ধ বলয়টির ক্ষেত্রফল হবে _____.
- একই কেন্দ্র এবং ভিন্ন ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট দুটি বৃত্তকে বলা হয় _____ বৃত্ত।
- θ কোণ বিশিষ্ট r ব্যাসার্ধের বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল $= \frac{\theta}{360} \times \text{_____}$ ।
- একটি চাকার ব্যাসার্ধ 0.25 মি। 11 কিমি দূরত্ব অতিক্রম করতে চাকাটি _____ বার পূর্ণ আবর্তন করবে।
- x° কেন্দ্রস্থ কোণ বিশিষ্ট একটি বৃত্তকলার, বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য হবে _____
- একটি রিং এর বহিঃ ব্যাসার্ধ এবং অন্তঃ ব্যাসার্ধ যথাক্রমে R এবং r হলে রিংটির ক্ষেত্রফল হবে _____।
- r ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তে অন্তঃলিখিত বর্গক্ষেত্র ABCD এর ক্ষেত্রফল হবে _____।

II. নীচের প্রশ্নগুলোর চারটি বিকল্প উত্তর থেকে সঠিক উত্তরটি বাছাই করো :

- একটি চাকার ব্যাস 84 সেমি। চাকাটি 792 মিটার দূরত্ব অতিক্রম করতে পূর্ণ আবর্তন সংখ্যা হবে—
(a) 200 (b) 250 (c) 300 (d) 350
- পাশের চিত্রে, বর্গক্ষেত্র OABC একটি বৃত্তের এক চতুর্থাংশ পাদে অন্তর্লিখিত OPBQ। যদি $OA=20$ সেমি হয়, তবে আচ্ছাদিত অংশের ক্ষেত্রফল হবে ($\pi=3.14$ ধরো)
(a) 214সেমি² (b) 228সেমি²
(c) 242সেমি² (d) 248সেমি²

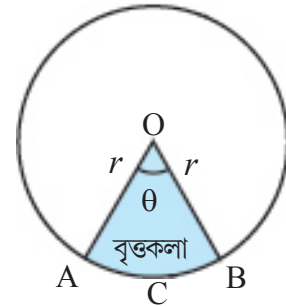


- যদি একটি বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা একটি বৃত্তের পরিধির সমান হয় তবে তাদের ক্ষেত্রফলের অনুপাত হবে—
a) $4 : \pi$ b) $\pi : 4$ c) $\pi : 7$ d) $7 : \pi$
- একটি বৃত্তের ক্ষেত্রফল 49π সেমি² হলে এর পরিধি হবে—
a) 7π সেমি b) 14π সেমি c) 21π সেমি d) 28π সেমি

- v) দুটি বৃত্তের পরিধির অনুপাত 3:4 হলে তাদের ক্ষেত্রফলের অনুপাত হবে—
 a) 3:4 b) 4:3 c) 9:16 d) 16:9
- vi) একটি ঘড়ির 21সেমি লম্বা মিনিটের কাঁটা দ্বারা 10 মিনিটে উৎপন্ন ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হবে—
 (a) 231সেমি² (b) 210 সেমি² (c) 126 সেমি² (d) 252 সেমি²
- vii) 5.6 সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের একটি বৃত্তকলার পরিসীমা 27.2 সেমি হলে বৃত্তকলাটির ক্ষেত্রফল হবে—
 a) 48.4 সেমি² b) 84.4 সেমি² c) 44.4 সেমি² d) 44.8 সেমি²
- viii) R ব্যাসার্ধের কোনো বৃত্তে ϕ কোণ বিশিষ্ট একটি বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল হবে —
 (a) $\frac{\phi}{180} \times 2\pi R$ (b) $\frac{\phi}{180} \times \pi R^2$ (c) $\frac{\phi}{360} \times 2\pi R$ (d) $\frac{\phi}{720} \times 2\pi R^2$
- ix) 14 সেমি ব্যাসার্ধের বৃত্তে একটি জ্যা কেন্দ্রে 90° কোণ উৎপন্ন করে। বৃত্তকলাটির ক্ষেত্রফল হবে—
 (a) 154 সেমি² (b) 164 সেমি² (c) 145 সেমি² (d) 146 সেমি²
- x) একটি বর্গক্ষেত্র এবং একটি বৃত্তের ক্ষেত্রফল সমান হলে, তাদের পরিসীমার অনুপাত হবে—
 a) 1:1 b) $2 : \pi$ c) $\pi : 2$ d) $\sqrt{\pi} : 2$
- xi) একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ 30% কমানো হলে এর ক্ষেত্রফল হ্রাস পাবে—
 a) 30% b) 60% c) 45% d) কোনোটাই নয়।
- xii) R_1 এবং R_2 ব্যাসার্ধের দুটি বৃত্তের ক্ষেত্রফলের যোগফল, R ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তের ক্ষেত্রফলের সমান হলে—
 a) $R_1 + R_2 = R$ b) $R_1 + R_2 < R$ c) $R_1^2 + R_2^2 < R^2$ d) $R_1^2 + R_2^2 = R^2$

III. নীচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

- i) একটি রিং এর অন্তঃ ব্যাসার্ধ এবং বহিঃ ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 15 সেমি এবং 20 সেমি হলে এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।
- ii) একটি বৃত্তের পরিধি 66 সেমি হলে এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।
- iii) পাশের চিত্রটি থেকে বৃত্তকলা OACBO এর পরিসীমা নির্ণয় করো?



- iv) যদি একটি বৃত্তের পরিসীমা এবং ক্ষেত্রফলের সাংখ্য মান সমান হয় তবে বৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় করো।

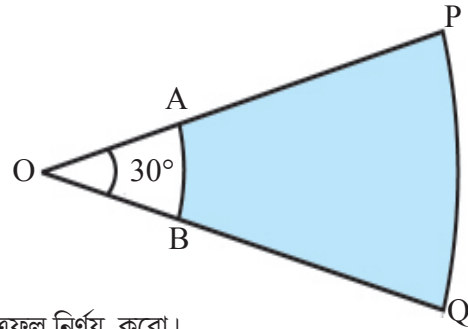
- v) দুটি বৃত্তের ক্ষেত্রফলের অনুপাত 9:4 হলে, তাদের পরিধির অনুপাত নির্ণয় করো।
- vi) একটি চাকা 1000 বার পূর্ণ আবর্তন করে 88 কিমি অতিক্রম করে। চাকাটির ব্যাস নির্ণয় করো।
- vii) একটি ঘড়ির মিনিটের কাটা 60 মিনিটে কত ডিগ্রি আবর্তন করবে?
- viii) কোনো বৃত্তের একটি বৃত্তচাপ বৃত্তের কেন্দ্রে যে কোণ উৎপন্ন করে— সেই কোণের নাম লেখো।
- ix) একটি সমবাহু ত্রিভুজে অন্তর্লিখিত বৃত্তের ক্ষেত্রফল 154 সেমি² হলে, ত্রিভুজটির পরিসীমা নির্ণয় করো।
- x) একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ r একক এবং বৃত্তচাপ l হলে, বৃত্তকলার ক্ষেত্রফলটি লেখো।

বিভাগ-খ (প্রতিটির মান - 2)

সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্ন :

- 1) একটি বৃত্তের পরিধি এবং ব্যাসার্ধের অন্তর 37 সেমি হলে বৃত্তের পরিধি নির্ণয় করো। $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$
- 2) 6 সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তে কেন্দ্রস্থ কোণ 30° হলে এর আনুষাঙ্গিক বৃত্তচাপ দ্বারা আবদ্ধ বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।
($\pi=3.14$ ধরো)

- 3) পাশের চিত্রে PQ এবং AB হল 7 সেমি এবং 3.5 সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট দুটি এককেন্দ্রীয় বৃত্তের বৃত্তচাপ। 'O' তাদের কেন্দ্র। যদি $\angle POQ=30^\circ$ হয় তবে আচ্ছাদিত অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।



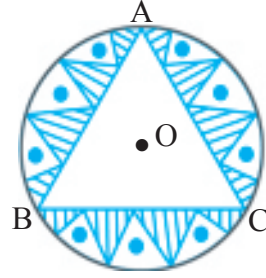
- 4) 44 সেমি পরিধি বিশিষ্ট একটি বৃত্তের এক চতুর্থাংশ পাদের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।
- 5) 8 সেমি পরিধি বিশিষ্ট বৃত্তে কেন্দ্রস্থ কোণ 72° হলে ওর আনুষাঙ্গিক বৃত্তচাপ দ্বারা আবদ্ধ বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল বের করো।
- 6) একটি বৃত্তের অধি বৃত্তচাপ উপ বৃত্তচাপের তিন গুণ। আনুষাঙ্গিক কেন্দ্রস্থ কোণ এবং বৃত্তচাপ দুটির ডিগ্রি পরিমাপ নির্ণয় করো।
- 7) 17 মিটার ব্যাসার্ধের বৃত্তের চারদিকে অবস্থিত 8 মিটার চওড়া রাস্তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।
- 8) একটি তামার তারকে বাঁকিয়ে একটি বর্গক্ষেত্র তৈরি করা হল যা 484 সেমি² ক্ষেত্র আবদ্ধ করে। এখন বর্গাকার তারটিকে একটি বৃত্তে পরিণত করা হল। বৃত্তটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।
- 9) 30 সেমি ব্যাসার্ধের বৃত্তে একটি জ্যা কেন্দ্রে 60° কোণ উৎপন্ন করে। আনুষাঙ্গিক উপবৃত্তাংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।
(ধরো, $\pi=3.1$, $\sqrt{3}=1.732$)

- 10) 5 সেমি ব্যাসার্ধের বৃত্তে $\sqrt{50}$ সেমি দৈর্ঘ্যের একটি জ্যা অঙ্কন করা হল। আনুযায়িক অধিবৃত্তাংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।
- 11) একটি বৃত্তের এক চতুর্থাংশের পরিসীমা 25 সেমি। এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।
- 12) একটি ঘড়ির 12 সেমি লম্বা মিনিটের কাঁটাটি 8 AM থেকে 8.35 AM এর মধ্যবর্তী সময়ে যে অঞ্চল অতিক্রম হয় তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

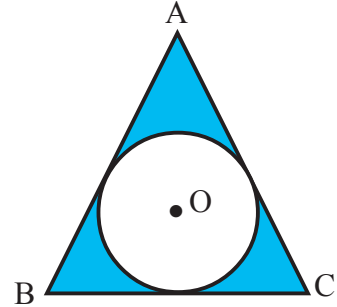
বিভাগ-গ (প্রতিটির মান - 3/4)

দীর্ঘ উত্তরধর্মী প্রশ্ন :

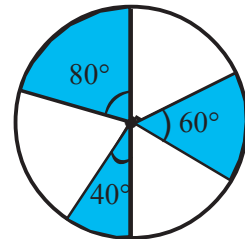
- 1) রাখালের পশুবাহিত গাড়ির চাকাটি প্রতি সেকেন্ডে 4 বার পূর্ণ আবর্তন করে। যদি চাকাটির ব্যাস 77 সেমি হয় তবে গাড়িটির গতিবেগ নির্ণয় করো।
- 2) অনুপম 88704 বর্গ মিটার ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি বৃত্তাকার পার্কের চারদিকে হাঁটছে। 4.5 কিমি গতিবেগে প্রতিবার পূর্ণ আবর্তন করতে তার কত সময় লাগবে?
- 3) পাশের চিত্রে, 42 সেমি ব্যাসার্ধের বৃত্তে একটি সমবাহু ΔABC অন্তর্লিখিত, রেখাঙ্কিত অঞ্চলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। [$\sqrt{3}=1.73$].



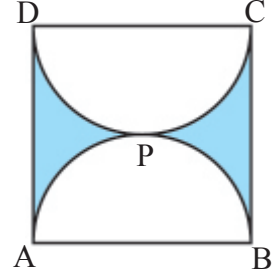
- 4) পাশের চিত্রে, 12 সেমি বাহু বিশিষ্ট সমবাহু ত্রিভুজ ABC এর মধ্যে একটি বৃত্ত অন্তর্লিখিত। রেখাঙ্কিত অঞ্চলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। ($\sqrt{3}=1.73$)



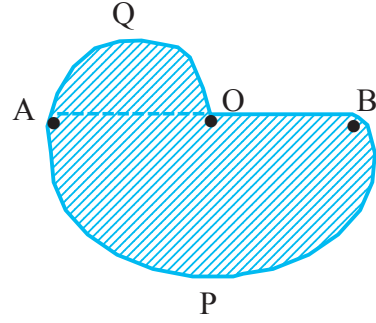
- 5) পাশের চিত্রে 7 সেমি ব্যাসার্ধের বৃত্তে তিনটি বৃত্তকলা যাদের আনুযায়িক কেন্দ্রস্থ কোণ যথাক্রমে 80° , 60° এবং 40° । রেখাঙ্কিত অঞ্চলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।



- 6) একটি বৃত্তের ক্ষেত্রফল এবং এর ব্যাসার্ধের বর্গের অন্তর 16.8 মি²। বৃত্তটির ব্যাসার্ধ নির্ণয় করো।
- 7) একটি ঘড়ির দোলক 60° আবর্তন করে 8.8 সেমি দৈর্ঘ্যের একটি বৃত্তচাপ তৈরি করে। দোলকটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।
- 8) 45 সেমি ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তাকার ছাতার 8 টি শিক সমদূরবর্তীতে বিস্তৃত। পরপর অবস্থিত দুটি ছাতার শিকের মধ্যবর্তী অঞ্চলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।
- 9) 4 সেমি বাহু বিশিষ্ট বর্গক্ষেত্র একটি বৃত্তে অন্তর্লিখিত করা হলে বৃত্তে এবং বর্গক্ষেত্রের মধ্যবর্তী অঞ্চলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।
- 10) পাশের চিত্রে ABCD একটি 14 সেমি বাহুবিশিষ্ট বর্গক্ষেত্র। APB এবং CPD দুটি অর্ধবৃত্ত। রেখাঙ্কিত অঞ্চলের পরিসীমা নির্ণয় করো।

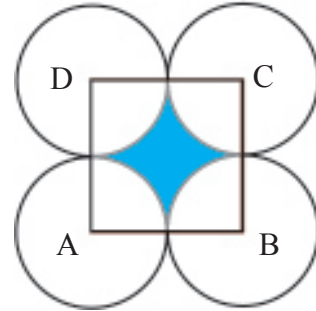


- 11) পাশের চিত্রে APB এবং AQO দুটি অর্ধবৃত্ত AO=OB। যদি চিত্রটির পরিসীমা 40 সেমি হয় তবে রেখাঙ্কিত অঞ্চলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।



- 12) পাশের চিত্রে ABCD একটি 28 সেমি দৈর্ঘ্যের বাহু বিশিষ্ট একটি বর্গক্ষেত্র। রেখাঙ্কিত অঞ্চলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

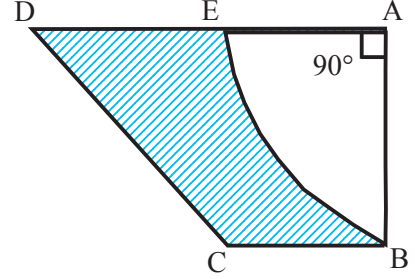
$$\left(\pi = \frac{22}{7} \text{ ধরো}\right)$$



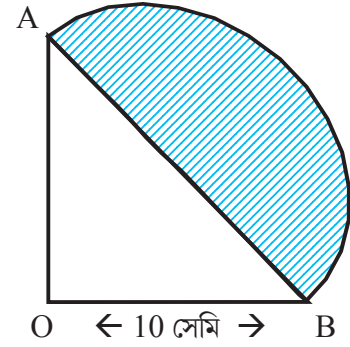
- 13) 30 সেমি ব্যাসার্ধের বৃত্তে একটি জ্যা বৃত্তের কেন্দ্রে 60° কোণ উৎপন্ন করে। উপবৃত্তাংশ এবং অধিবৃত্তাংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। [$\sqrt{3}=1.732$, $\pi = 3.14$ ধরো]

14) 100 মিটার ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তাকার বাগানের চারদিকে 10 মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে। রাস্তাটির ক্ষেত্রফল এবং 20 টাকা / মি² হারে রাস্তাটি সমতল করতে মোট খরচ নির্ণয় করো। [$\pi = 3.14$ ধরো]

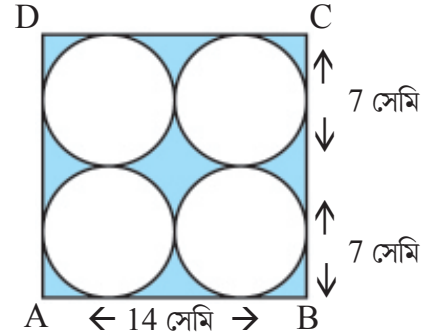
15) পাশের চিত্রে ABCD একটি 24.5 সেমি² ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট ট্রাপিজিয়াম। যদি $AD \parallel BC$, $\angle DAB = 90^\circ$, $AD = 10$ সেমি, $BC = 4$ সেমি এবং ABE একটি বৃত্তের এক চতুর্থাংশ হয় তবে রেখাঙ্কিত অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।



16) পাশের এক চতুর্থাংশ বৃত্তের চিত্র থেকে রেখাঙ্কিত অঞ্চলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।



17) পাশের চিত্রে ABCD একটি 14 সেমি বাহুবিশিষ্ট বর্গক্ষেত্র। রেখাঙ্কিত অঞ্চলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।



18) যে বৃত্তের ক্ষেত্রফল 8 সেমি এবং 6 সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট দুটি বৃত্তের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির সমান হয়, সেই বৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় করো।

উত্তরমালা

বিভাগ-ক

- I. (i) বৃহত্তম (ii) চাপ (iii) জ্যা (iv) 330 সেমি² (v) সমকেন্দ্রীক (vi) πr^2
vii) 7000 (viii) $\left(\frac{x}{360}\right)2\pi r$ (ix) $\pi (R^2 - r^2)$ (x) $2r^2$ বর্গ একক
- II. (i) c (ii) b (iii) b (iv) b (v) c (vi) a (vii) d (viii) d (ix) a (x) d
(xi) d (xii) d
- III. (i) 550 সেমি² (ii) 346.5 সেমি² (iii) $\left(2r + \frac{\pi r \theta^\circ}{180^\circ}\right)$ (iv) 2 (v) 3:2 (vi) 28 মি.
(vii) 360° (viii) কেন্দ্রস্থ কোণ (ix) 72.7 সেমি (x) $\frac{1}{2} lr$

বিভাগ-খ

- (1) 44 সেমি (2) 9.42 সেমি (3) $\frac{77}{8}$ সেমি² (4) 38.5 সেমি² (5) 123.2 সেমি²
(6) 270° এবং 90° (7) 1056 মি² (8) 616 সেমি² (9) 81.3 সেমি² (10) 71.375 সেমি²
(11) 38.5 সেমি² (12) 264 সেমি²

বিভাগ-গ

- (1) 34.84 কিমি/ঘণ্টা (2) 2 ঘণ্টা 20 মিনিট 48 সেকেন্ড (3) 3255.21 সেমি² (4) 24.6 সেমি²
(5) 77 সেমি² (6) $\frac{14}{5}$ মি (7) 8.4 সেমি (8) 795.54 সেমি² (9) $9\frac{1}{7}$ সেমি² (10) 72 সেমি
(11) 96.25 সেমি² (12) 168 সেমি² (13) 81.75 সেমি², 2744.25 সেমি²
(14) 6594 মি², ₹13188 (15) 14.875 সেমি² (16) 28.5 সেমি² (প্রায়)।
(17) 42 সেমি² (r) 10 সেমি

অধ্যায়-13

পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তন (SURFACE AREA AND VOLUMES)

মূল বিষয় ও সূত্রাবলি :

- আয়তঘন, শঙ্কু, চোঙ, গোলক এবং অর্ধগোলক এসকল মূল ঘনবস্তুগুলোর যে-কোনো দুটির সংযুক্তির ফলে নূতন ঘন বস্তুর পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল গঠিত হয়।
- আয়তঘন, শঙ্কু, চোঙ, গোলক এবং অর্ধগোলক এসকল মূল ঘনবস্তুগুলোর যে-কোনো দুটির সংযুক্তির ফলে নূতন ঘন বস্তুর আয়তন গঠিত হয়।
- শীর্ষবিহীন শঙ্কু সংক্রান্ত সূত্রাবলি হল :-

i) একটি শীর্ষবিহীন শঙ্কুর আয়তন $= \frac{1}{3} \pi h [r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2]$ ঘন একক

ii) একটি শীর্ষবিহীন শঙ্কুর বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi(r_1 + r_2)l$ বর্গ একক

iii) একটি শীর্ষবিহীন ঘনশঙ্কুর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= \pi l (r_1 + r_2) + \pi r_1^2 + \pi r_2^2$ যেখানে $l = \sqrt{h^2 + (r_1 - r_2)^2}$

h = শীর্ষবিহীন শঙ্কুর উল্লম্ব উচ্চতা,

l = শীর্ষবিহীন শঙ্কুর তির্যক উচ্চতা এবং r_1 ও r_2 হল শীর্ষবিহীন শঙ্কুর প্রান্তীয় তল দুটির ব্যাসার্ধ।

- নিরেট অর্ধগোলক : যদি r ব্যাসার্ধযুক্ত একটি অর্ধগোলক হয়, তবে তার বক্রতলের ক্ষেত্রফল $= 2\pi r^2$

সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল $= 3\pi r^2$ এবং আয়তন $= \frac{2}{3} \pi r^3$

- গোলীয় গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3} \pi (r_1^3 - r_2^3)$, যেখানে r_1 এবং r_2 হল যথাক্রমে বহিঃব্যাসার্ধ এবং অন্তঃব্যাসার্ধ।

এই অধ্যায়ের মধ্যে যদি বিশেষভাবে উল্লেখ করা না থাকে, $\pi = \frac{22}{7}$ ধরবে।

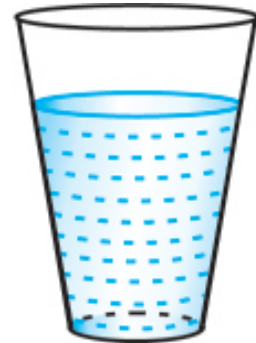
অনুশীলনী - 13

বিভাগ-ক (প্রতিটি 1 নম্বর)

1. শূন্যস্থান পূরণ করো :

- a) একটি ফানেলের (Funnel) -এর আকৃতি হল ——— শঙ্কু এবং চোঙের সমন্বয়।

- b) শঙ্কুর আয়তন হল ———, যেখানে r হল ভূমির ব্যাসার্ধ এবং h হল উচ্চতা।
- c) নিরেট বস্তুর এক আকৃতি থেকে অন্য আকৃতিতে রূপান্তরের সময়, নতুন আকৃতির আয়তন হবে ———।
- d) যদি গোলকের ব্যাসার্ধ 3 গুণ হয়, তবে এর আয়তন ——— গুণ হবে।
- e) একটি লাটিম (playing top) হল নিরেট শঙ্কু এবং ——— এর সমন্বয়।
- f) গোলকের ব্যাস 14 সেমি হলে, তার আয়তন হবে ———।
- g) 30 সেমি উচ্চতা বিশিষ্ট শীর্ষবিহীন শঙ্কু আকৃতির একটি বালতি (bucket) যার বৃত্তাকার প্রান্তের ব্যাসার্ধদ্বয় যথাক্রমে 20 সেমি এবং 10 সেমি। বালতির আয়তন হবে ——— সেমি³। $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$
- h) ভূমির ব্যাসার্ধ r এবং h উচ্চতা বিশিষ্ট চোঙের আয়তন, $v =$ ——— ঘন একক।
- i) একটি অর্ধ গোলকের ব্যাসার্ধ r সেমি হলে, সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল হবে ——— সেমি²।
- j) শঙ্কুর ভূমির ব্যাসার্ধ 3 সেমি এবং উচ্চতা 4 সেমি হলে, শঙ্কুর বক্রতলের ক্ষেত্রফল ——— সেমি²।
- k) যদি শীর্ষবিহীন শঙ্কুর বৃত্তাকার প্রান্তের ব্যাসার্ধদ্বয় যথাক্রমে R এবং r এবং উচ্চতা h হয়, তবে এর সমগ্র পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল ———, যেখানে $l^2 = h^2 + (R + r)^2$ ।
- l) 15 সেমি উচ্চতা বিশিষ্ট শঙ্কু আকৃতির একটি বালতি যার বৃত্তাকার প্রান্তের ব্যাসার্ধদ্বয় যথাক্রমে 20 সেমি এবং 12 সেমি। বালতির তির্যক উচ্চতা হল ——— সেমি।
- m) দুইটি গোলকের আয়তনের অনুপাত হল 64:27। তাদের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত হল ———।
- n) 7 সেমি ব্যাসার্ধের অর্ধগোলকের সমগ্র পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল ——— সেমি²।
2. সঠিক উত্তরটি নির্বাচন করো :
- i) একটি গ্লাসের (tumbler) (চিত্র 13.1) আকৃতি সাধারণভাবে গঠন করে—



চিত্র 13.1

- (a) একটি চোঙ (b) শীর্ষবিহীন শঙ্কু (c) একটি শঙ্কু (d) একটি গোলক।

- ii) একটি শঙ্কুর ভূমির সমান্তরাল বরাবর একটি সমতল দ্বারা কেটে উপরের অংশটি সরিয়ে নেওয়া হল। যে অংশটি অবশিষ্ট থাকে, তাকে বলা হয়—
 (a) একটি শঙ্কু (b) একটি গোলক (c) একটি চোঙ (d) শীর্ষবিহীন শঙ্কু।
- iii) লম্ববৃত্তাকার শঙ্কুর ভূমির সমান্তরাল বরাবর তল যে প্রস্থচ্ছেদ তৈরি করে তা হল একটি—
 a) গোলক b) অর্ধগোলক c) বৃত্ত d) অর্ধবৃত্ত।
- iv) 9 সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি নিরেট গোলককে গলিয়ে 9 সেমি ব্যাসার্ধের চোঙ গঠন করা হলে, চোঙের উচ্চতা হবে—
 a) 12 সেমি b) 18 সেমি c) 36 সেমি d) 96 সেমি
- v) যদি গোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল 616 বর্গ সেমি হয়। এর ব্যাসার্ধ সেমি এককে হল—
 (a) 3.5 (b) 7 (c) 14 (d) 19
- vi) শঙ্কুর ভূমির ব্যাসার্ধ এবং উচ্চতা প্রতিটি 20% বৃদ্ধি করা হলে, এর আয়তন বৃদ্ধি পাবে—
 (a) 20% (b) 60% (c) 72.8% (d) 40%
- vii) চোঙাকার পিলারের বক্রতলের ক্ষেত্রফল হবে 264 মি^2 এবং এর আয়তন 924 মি^3 । পিলারের উচ্চতা হবে—
 a) 6 মি b) 7 মি c) 8 মি d) 9 মি
- viii) একটি আয়তঘনাকার নিরেট লোহার টুকরার পরিমাপ 49 সেমি \times 33 সেমি \times 24 সেমি, এটিকে গলিয়ে নিরেট গোলকে পরিণত করা হল। গোলকের ব্যাসার্ধ হবে—
 a) 17 সেমি b) 19 সেমি c) 21 সেমি d) 23 সেমি
- ix) যদি r ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট দুইটি নিরেট অর্ধগোলককে ভূমি বরাবর যুক্ত করা হয়, তবে নতুন ঘনবস্তুর বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল হবে—
 a) $4 \pi r^2$ b) $6 \pi r^2$ c) $3 \pi r^2$ d) $8 \pi r^2$
- x) 4.2 সেমি বাহু বিশিষ্ট ঘনক থেকে বৃহত্তম আকারের লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কু কেটে নেওয়া হলে, তার আয়তন হবে—
 a) 9.7 সেমি^2 b) 77.6 সেমি^2 c) 58.2 সেমি^2 d) 19.4 সেমি^2

3. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

- a) 30 সেমি উচ্চতা বিশিষ্ট বালতির প্রান্তের ব্যাসার্ধদ্বয় হল 21 সেমি এবং 7 সেমি। বালতিটি তৈরি করতে প্রয়োজনীয় সিটের ক্ষেত্রফল কত?
- b) চোঙাকৃতি পাত্রের ভূমির ব্যাসার্ধ 15 সেমি এবং ইহার উচ্চতা 25 সেমি হলে, ওর আয়তন নির্ণয় করো।
- c) কোন কোন ঘনবস্তু সমূহের সংযুক্তির ফলে ফানেল তৈরি করে?
- d) দুইটি গোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত 16:9। তাদের আয়তনের অনুপাত নির্ণয় করো।
- e) আয়তঘনকের তিনটি সংলগ্ন তলের ক্ষেত্রফল যথাক্রমে x , y , z হলে, এর আয়তন নির্ণয় করো।
- f) 5 সেমি বাহুবিশিষ্ট, পাঁচটি একই রকম ঘনককে পরপর রাখা হল। উৎপন্ন আয়তঘনকটির আয়তন নির্ণয় করো।

- g) একটি অর্ধগোলকের আয়তন 19404 সেমি^3 । ওর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।
- h) দুইটি চোঙের ব্যাসার্ধদ্বয়ের অনুপাত $2:3$ এবং তাদের উচ্চতার অনুপাত $5:3$ । তাদের আয়তনের অনুপাত নির্ণয় করো।
- i) 8 সেমি ভূমির ব্যাসার্ধ ও 2 সেমি উচ্চতা বিশিষ্ট একটি চোঙকে গলিয়ে 6 সেমি উচ্চতা বিশিষ্ট একটি শঙ্কু তৈরি করা হল। শঙ্কুর ভূমির ব্যাসার্ধ নির্ণয় করো।
- j) $9 \text{ সেমি} \times 11 \text{ সেমি} \times 12 \text{ সেমি}$ মাত্রা বিশিষ্ট আয়তঘনক হতে 3 মিমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট কতগুলো সীসার মার্বেল পাওয়া যাবে?

বিভাগ-খ (প্রতিটি 2 নম্বর)

সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্নাবলি :

- 1) একটি হিমঘরের (cold storage) দৈর্ঘ্য ইহার প্রস্থের দ্বিগুণ এবং উচ্চতা 3 মিটার । এর চার দেওয়ালের ক্ষেত্রফল (দরজা সহ) হল 108 মিটার^2 । এটির আয়তন নির্ণয় করো।
- 2) 3 সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি নিরেট গোলক গলিয়ে ছোট গোলাকার বলে পরিণত করা হল যাদের প্রত্যেকের ব্যাস 0.6 সেমি । ছোট বলগুলোর সংখ্যা নির্ণয় করো।
- 3) একটি ফাঁপা গোলায় গোলকের অন্তঃব্যাসার্ধ এবং বহিঃব্যাসার্ধ হল যথাক্রমে 3 সেমি এবং 5 সেমি । যদি এটিকে গলিয়ে $2\frac{2}{3} \text{ সেমি}$ উচ্চতার একটি নিরেট চোঙে পরিণত করা হয়, তবে চোঙের ব্যাসার্ধ নির্ণয় করো।
- 4) ভূমি $11 \text{ মিটার} \times 6 \text{ মিটার}$ পরিমাপের একটি আয়তাকার জলের ট্যাঙ্কে 5 মিটার উচ্চতা পর্যন্ত জল আছে। যদি এই জল ট্যাঙ্ক হতে 3.5 মিটার ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট চোঙাকার ট্যাঙ্কে স্থানান্তরিত করা হয়, তবে চোঙাকার ট্যাঙ্কে জলের স্তরের উচ্চতা নির্ণয় করো।
- 5) ঘনকের আয়তন 2744 সেমি^3 । ইহার পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।
- 6) একটি চোঙের ব্যাস 28 সেমি এবং উচ্চতা হল 20 সেমি । এর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।
- 7) যদি ঘনকের প্রতিটি ধার 50% বৃদ্ধি পায়, তবে এটির পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে?
- 8) 45 সেমি তির্যক উচ্চতা বিশিষ্ট একটি বালতির উপরের এবং নিচের ব্যাসার্ধদ্বয় যথাক্রমে 28 সেমি এবং 7 সেমি । এর বক্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।
- 9) একটি নিরেট লম্ব বৃত্তাকার চোঙের ভূমির ব্যাসার্ধ এবং উচ্চতার অনুপাত $2:3$ এবং ইহার আয়তন 1617 সেমি^3 । চোঙের সমগ্র পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।
- 10) 30 সেমি অন্তঃব্যাস বিশিষ্ট একটি অর্ধগোলাকার বাটি তরল দিয়ে পূর্ণ করা আছে। এই তরল দিয়ে কতগুলো চোঙাকার বোতল পূর্ণ করা যাবে যাদের প্রত্যেকের ব্যাস 5 সেমি এবং উচ্চতা 6 সেমি ?

- 11) একটি শঙ্কু আকৃতির তাঁবুর উচ্চতা 14 মিটার এবং এর ভূমির ক্ষেত্রফল 346.5 মিটার²। 1.1 মি প্রস্থ বিশিষ্ট কী পরিমাণ ক্যানভাসের এর জন্য প্রয়োজন হবে?
- 12) ভূমির ব্যাসার্ধ 80 সেমি এবং উচ্চতা 20 সেমি বিশিষ্ট একটি চোঙের সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল এবং পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত হবে?
- 13) (8 মি × 6 মি × 22.5 সেমি) পরিমাপের দেওয়াল তৈরি করতে কতগুলো ইটের প্রয়োজন হবে যার প্রত্যেকের পরিমাপ (25 সেমি × 11.25 সেমি × 6 সেমি) ?
- 14) যদি প্রতিটি ব্যাগ 0.64 ঘনমিটার জায়গা দখল করে, তবে (8মি × 6মি × 3মি) পরিমাপের আয়তনঘনাকার শস্যগারে কত ব্যাগ শস্য সংরক্ষণ করা যেতে পারে?
- 15) দুইটি শঙ্কুর আয়তনের অনুপাত 1:4 এবং তাদের ব্যাসের অনুপাত 4:5 হলে। এদের উচ্চতার অনুপাত নির্ণয় করো।
- 16) 2 সেমি ব্যাস এবং 10 সেমি দীর্ঘ একটি তামার দণ্ডকে সমবেধ বিশিষ্ট 10 মি দৈর্ঘ্যের একটি তারে পরিণত করা হল। তারের বেধ নির্ণয় করো।
- 17) একটি নিরেট শীর্ষবিহীন শঙ্কুর বৃত্তাকার প্রান্তদ্বয়ের ব্যাসার্ধ 33 সেমি এবং 27 সেমি এবং তির্যক উচ্চতা 10 সেমি। এটির পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। ($\pi=3.14$)

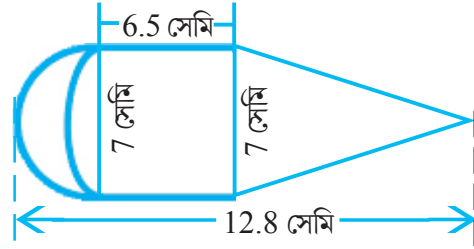
বিভাগ-গ (প্রতিটি 3/4 নম্বর)

দীর্ঘ উত্তরধর্মী প্রশ্নাবলি :

- 1) আংশিকভাবে জল দিয়ে পূর্ণ একটি লম্ব বৃত্তাকার পাত্রে 12 সেমি ব্যাস বিশিষ্ট একটি গোলক ফেলা হল। যদি গোলকটি জলে সম্পূর্ণরূপে নিমজ্জিত হয়, তবে চোঙাকার পাত্রে জলের স্তর $3\frac{5}{9}$ সেমি বৃদ্ধি পায়। চোঙাকার পাত্রের ব্যাস নির্ণয় করো।
- 2) একটি ফাঁপা অর্ধগোলাকার পাত্রের অন্তঃব্যাস এবং বহিঃব্যাস হল যথাক্রমে 24 সেমি এবং 25 সেমি। যদি পৃষ্ঠতলটি রং করতে প্রতি বর্গ সেমি 5.25 টাকা খরচ হয়। তবে পাত্রের সবদিক রং করতে মোট খরচের পরিমাণ নির্ণয় করো।
- 3) 7 মিটার ভূমি ব্যাসার্ধ এবং 24 মিটার উচ্চতা বিশিষ্ট শঙ্কু আকৃতি একটি তাঁবু তৈরি করার জন্য 5 মি প্রস্থের কত মিটার কাপড়ের প্রয়োজন হবে?
- 4) 3 মি উচ্চতা বিশিষ্ট চোঙাকৃতি সার্কাসের তাঁবু যার উপরের অংশটি শঙ্কু আকৃতির। যদি ইহার শঙ্কু আকৃতি অংশের ভূমির ব্যাসার্ধ 52.5 মি এবং তির্যক উচ্চতা 53 মি হয়, তবে তাঁবুটি তৈরি করতে প্রয়োজনীয় ক্যানভাসের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। (ধরো, $\pi = \frac{22}{7}$)
- 5) 12 সেমি উচ্চতা এবং 5 সেমি ভূমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি লম্ব বৃত্তাকার নিরেট চোঙ থেকে সম উচ্চতা এবং সম ব্যাসার্ধের একটি লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কু বাদ দেওয়া হল। অবশিষ্ট ঘনবস্তুটির আয়তন এবং সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। (ধরো নাও $\pi=3.14$)

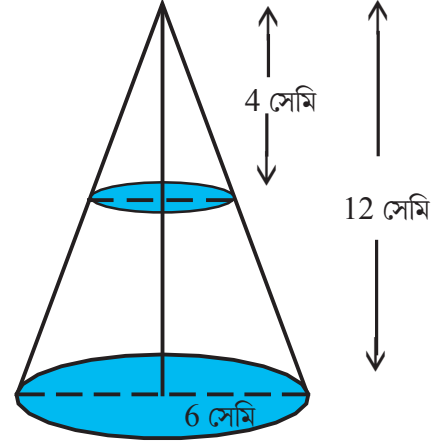
- 6) একটি খেলনার গঠন চোঙকার যার প্রান্তদ্বয় অর্ধগোলক। যদি খেলনার মোট দৈর্ঘ্য 90 সেমি এবং ব্যাস 42 সেমি হয়, তবে প্রতি বর্গ সেমি-এ 70 পয়সা হারে খেলনাটি রং করার খরচ নির্ণয় করো।

- 7) প্রদত্ত চিত্রটি উপস্থাপন করে একটি চোঙের একপাশে একটি শঙ্কু এবং অপরপাশে একটি অর্ধগোলক দ্বারা গঠিত। ঘনবস্তুর আয়তন নির্ণয় করো।



- 8) একটি ঘনবস্তু শঙ্কু আকৃতির যা সমান ব্যাসার্ধের একটি অর্ধগোলকের উপর বসানো। যদি অর্ধগোলাকার অংশের বক্রতলের ক্ষেত্রফল এবং শঙ্কু আকৃতি অংশের বক্রতলের ক্ষেত্রফল সমান হয়, তবে শঙ্কু আকৃতি অংশের ব্যাসার্ধ এবং উচ্চতার অনুপাত নির্ণয় করো।
- 9) 5 সেমি ব্যাসার্ধ এবং 9.8 সেমি দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট একটি চোঙকার পাত্র জল দিয়ে পূর্ণ করা আছে। একটি নিরেট লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কু যা একটি অর্ধ গোলকের উপর বসানো, সেটিকে ওই পাত্রের মধ্যে ডুবানো হল। যদি অর্ধ গোলকের ব্যাসার্ধ 3.5 সেমি হয় এবং ঘনবস্তুর মোট উচ্চতা 8.5 সেমি হয়, তবে পাত্রের মধ্যে অবশিষ্ট জলের আয়তন নির্ণয় করো।
- 10) 15সেমি \times 10 সেমি \times 5 সেমি পরিমাপের নিরেট ধাতব আয়তঘনাকার ব্লক হইতে 7সেমি ব্যাস এবং 1.5 সেমি উচ্চতা বিশিষ্ট একটি চোঙকার ছিদ্র কেটে বের করে নেওয়া হল। অবশিষ্ট ব্লকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।
- 11) একটি খেলনা শঙ্কু আকৃতির যা সমান ব্যাসার্ধের একটি অর্ধগোলকের উপর বসানো। যদি খেলনাটির আয়তন 231 সেমি³ এবং এর ব্যাস 7সেমি হয়, তবে খেলনাটির উচ্চতা নির্ণয় করো।
- 12) 10সেমি বাহুবিশিষ্ট আয়তঘনাকার ব্লকের উপর একটি অর্ধগোলক বসানো আছে। অর্ধগোলকের সর্বোচ্চ ব্যাস কত হবে? প্রতি 100 বর্গ সেমি রং করতে 5 টাকা হারে ঘনবস্তুটির সমগ্র পৃষ্ঠতল রং করতে খরচের পরিমাণ নির্ণয় করো। (ধরো, $\pi=3.14$)
- 13) 1.5 সেমি ব্যাস এবং 2 মিমি বেধ বিশিষ্ট কতগুলো মুদ্রাকে গলিয়ে 10 সেমি উচ্চতা এবং 4.5 সেমি ব্যাস বিশিষ্ট একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙে পরিণত করা যায় তা নির্ণয় করো।
- 14) একটি গ্রামে 14 মিটার গভীর এবং 10 মিটার অভ্যন্তরীণ ব্যাসের একটি কুয়ো খনন করে যে মাটি তোলা হল তা এর চারিদিকে ছড়িয়ে 5 মিটার প্রশস্ত বিশিষ্ট একটি বাঁধ (embankment) তৈরি করা হল। বাঁধের উচ্চতা নির্ণয় করো।
- 15) 21সেমি উচ্চতা বিশিষ্ট শীর্ষবিহীন শঙ্কু আকৃতির একটি খোলা ধাতব বালতি যাহার নীচের এবং উপরের প্রান্তদ্বয়ের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 10 সেমি এবং 20 সেমি। প্রতি লিটার 30 টাকা দরে বালতিটি সম্পূর্ণরূপে পূর্ণ করতে দুধের মূল্য নির্ণয় করো।

- 16) পাশের চিত্রে, নিরেট শঙ্কুর উচ্চতা 12 সেমি এবং ভূমির ব্যাসার্ধ 6 সেমি। 4 সেমি উচ্চতা বিশিষ্ট শঙ্কু আকৃতির অংশ ভূমির সমান্তরাল বরাবর একটি সমতল দ্বারা কাটা হল। অবশিষ্ট ঘনবস্তুর সমগ্র পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। [ধরো, $\pi = \frac{22}{7}$ এবং $\sqrt{5} = 2.236$].



- 17) 15 সেমি উচ্চতা বিশিষ্ট একটি বালতির বৃত্তাকার প্রান্তদ্বয়ের ব্যাসার্ধদ্বয় 14 সেমি এবং r সেমি ($r < 14$ সেমি)। যদি বালতির আয়তন 5390 সেমি³ হয়, তবে r -এর মান নির্ণয় করো।
- 18) শীর্ষবিহীন শঙ্কুর তির্যক উচ্চতা 4 সেমি এবং এর বৃত্তাকার প্রান্তদ্বয়ের পরিসীমা 18 সেমি এবং 6 সেমি। শীর্ষবিহীন শঙ্কুটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।
- 19) একটি গ্লাসের আকৃতি হল 14 সেমি উচ্চতা বিশিষ্ট একটি শীর্ষবিহীন শঙ্কু। এটির দুটি বৃত্তাকার প্রান্তীয় তলের ব্যাস 16 সেমি এবং 12 সেমি। গ্লাসটির ধারণ ক্ষমতা নির্ণয় করো।

উত্তরমালা

বিভাগ-ক (প্রতিটি 1 নম্বর)

1. (a) শীর্ষবিহীন (b) $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ (c) একইরকম (d) 27 (e) অর্ধগোলকের
(f) $1437\frac{1}{3}$ সেমি³ (g) 22000 (h) $\pi r^2 h$ (i) $3\pi r^2$ (j) 15π (k) $\pi [R^2+r^2+l(R+r)]$
(l) 17 (m) 16:9 (n) 462 সেমি²
2. (i) b (ii) d (iii) c (iv) a (v) b (vi) c (vii) a (viii) c (ix) a (x) d
3. (a) 3066.8 সেমি² (b) 5625π সেমি³ (c) একটি চোঙ এবং একটি শীর্ষবিহীন শঙ্কু। (d) 64:27
(e) \sqrt{xyz} (f) 625সেমি³ (g) 4158 সেমি² (h) 20:27 (i) 8সেমি (j) 84000

বিভাগ-খ

- (1) 216 মি³ (2) 1000 (3) 7 সেমি (4) 8.6 মি (প্রায়) (5) 1176 সেমি²
(6) 2992 সেমি² (7) 125% (8) 4950 সেমি² (9) 770 সেমি² (10) 60 (11) 525 মি
(12) 5:1 (13) 6400 (14) 225 (15) 25:64 (16) 2 মিমি (17) 7592.52 সেমি²

বিভাগ-গ

- (1) 18 সেমি (2) 10110.40 টাকা (3) 110 মি (4) 9735 মি² (5) 628 সেমি³, 659.4 সেমি²
(6) 8316 টাকা (7) 376.016 সেমি² (8) $1:\sqrt{3}$ (9) 616 সেমি² (10) 553.3 সেমি²
(11) 14.5সেমি (12) 10সেমি, 53.93 টাকা (13) 450 (14) $\frac{14}{3}$ মি (15) 462 টাকা
(16) 350.592 সেমি² (17) $r=7$ (18) 48 সেমি² (19) 2170.67 সেমি³

অধ্যায়-14

রাশিবিজ্ঞান (STATISTICS)

মূল বিষয় ও সূত্রাবলি :

a) শ্রেণিবদ্ধ রাশিতথ্যের গড় নির্ণয় (Measures of Central Tendency)

(i) প্রত্যক্ষ পদ্ধতি (Direct Method)

$$\begin{aligned}\text{গড় } (\bar{x}) &= \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + \dots + f_nx_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n} \\ &= \frac{\sum fx}{\sum f} = \frac{\sum fx}{N}\end{aligned}$$

যেখানে শ্রেণিগুলোর মধ্যমান $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ এবং তাদের অনুরূপ পরিসংখ্যানগুলো হল যথাক্রমে f_1, f_2, \dots, f_n , এবং $\sum f = N$

(ii) কাল্পনিক গড়ের পদ্ধতি : (Assumed Mean Method) :

$$\text{গড় } (\bar{x}) = a + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i} \text{ যেখানে } a \text{ হল কাল্পনিক গড় এবং } d_i = x_i - a .$$

(iii) ধাপ বিচ্যুতি পদ্ধতি (Step-deviation Method) :

$$\text{গড় } (\bar{x}) = a + h \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i}$$

যেখানে a কল্পিত গড়, h শ্রেণি দৈর্ঘ্য এবং $u_i = \frac{x_i - a}{h}$

b) শ্রেণিবদ্ধ রাশিতথ্যের সংখ্যাগুরু মান (Mode of Grouped Data)

(i) একটি শ্রেণিবদ্ধ পরিসংখ্যা বিভাজন প্রদত্ত পরিসংখ্যাগুলো লক্ষ্য করে সংখ্যাগুরু মান নির্ণয় করা সম্ভব হয় না। এক্ষেত্রে শুধুমাত্র সর্বাধিক পরিসংখ্যা বিশিষ্ট শ্রেণিকে চিহ্নিত করা হয় যাকে সংখ্যাগুরু শ্রেণি (modal class) বলা হয়। সংখ্যাগুরু শ্রেণির অন্তর্গত একটি মান হবে সংখ্যাগুরু মান এবং এটিকে নিম্নে প্রদত্ত সূত্র দ্বারা উপস্থাপন করা হয়।

$$\text{সংখ্যাগুরু মান} = l + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times h$$

যেখানে l = সংখ্যাগুরু শ্রেণির নিম্ন সীমানা

h = সংখ্যাগুরু শ্রেণির দৈর্ঘ্য (সকল শ্রেণির দৈর্ঘ্য সমান হতে হবে)

f_1 = সংখ্যাগুরু শ্রেণির পরিসংখ্যা

f_0 = সংখ্যাগুরু শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণির পরিসংখ্যা

f_2 = সংখ্যাগুরু শ্রেণির পরবর্তী শ্রেণির পরিসংখ্যা

c) শ্রেণিবদ্ধ রাশিতথ্যের মধ্যমা (Median of grouped data)

(i) একটি শ্রেণির ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা হল, প্রদত্ত শ্রেণির পূর্ববর্তী সমস্ত শ্রেণির পরিসংখ্যাগুলোর সমষ্টি।

(ii) একটি শ্রেণিবদ্ধ রাশিতথ্যে ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা লক্ষ্য করে মধ্যম মান নির্ণয় করা যায় না, কারণ পর্যবেক্ষণের মধ্যম মান শ্রেণি বিভাগের কোন একটি মান হয়। অতএব শ্রেণির অন্তর্গত সেই মানটিকে খুঁজে বের করা প্রয়োজন যা সমগ্র বিভাজনটিকে দুটি সমানভাগে বিভক্ত করে।

মধ্যমানের শ্রেণিটি নির্ণয়ের জন্য সকল শ্রেণির ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা এবং $\frac{N}{2}$ বের করা হয়।

এরপর সেই শ্রেণিটিকে সনাক্ত করা হয় যার ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা $\frac{N}{2}$ থেকে বড়ো এবং নিকটতম। এই শ্রেণিটিকে বলা হয় মধ্যমা শ্রেণি।

(iii) মধ্যমা শ্রেণি নির্ণয় করার পর মধ্যমা নির্ণয়ের সূত্রটি হল :

$$\text{মধ্যমা} = l + \left(\frac{\frac{N}{2} - cf}{f} \right) h$$

যেখানে l = মধ্যমা শ্রেণির নিম্ন সীমানা

N = মোট পর্যবেক্ষণের সংখ্যা

cf = মধ্যমা শ্রেণির পূর্ববর্তী শ্রেণির ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা

f = মধ্যমা শ্রেণির পরিসংখ্যা

h = শ্রেণি দৈর্ঘ্য (শ্রেণি দৈর্ঘ্য সমান ধরে)

d) কেন্দ্রীয় প্রবণতার তিনটি পরিমাপকের মধ্যে স্থূল সম্পর্কটি হল :

সংখ্যাগুরুমান = $3 \times$ মধ্যমা $- 2 \times$ গড় মান।

e) ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বিভাজনের লৈখিক উপস্থাপন (ogive) ক্ষুদ্রতর সূচক ওজিব ও বৃহত্তর সূচক ওজিব লেখচিত্রের সাহায্যে শ্রেণিবদ্ধ রাশিতথ্যের প্রাপ্ত মধ্যমা হল প্রদত্ত তথ্যের উভয় ওজিবের ছেদবিন্দুর ভূজ।

অতি সংক্ষিপ্ত উত্তর (প্রতিটি 1 নম্বর)

সঠিক উত্তরটি নির্বাচন করো :

1. কোন পরিসংখ্যা বন্টন থেকে গড় বিচ্যুতির বীজগাণিতিক যোগফল হল—

a) সর্বদা ধনাত্মক

b) সর্বদা ঋণাত্মক

c) 0

d) শূন্য ব্যতীত যে-কোন সংখ্যা

2. যে-কোন পরিসংখ্যা বণ্টনের ক্ষেত্রে গড়, মধ্যমা এবং সংখ্যাগুরু মানটি যে সম্পর্কে আবদ্ধ সেটি হল—

- a) সংখ্যাগুরুমান = $3 \times$ গড়মান $- 2 \times$ মধ্যমা
 b) সংখ্যাগুরুমান = $2 \times$ মধ্যমা $- 3 \times$ গড়মান
 c) সংখ্যাগুরুমান = $3 \times$ মধ্যমা $- 2 \times$ গড়মান
 d) সংখ্যাগুরুমান = $3 \times$ মধ্যমা $+ 2 \times$ গড়মান

3. একটি সরল পরিসংখ্যা বণ্টন $x_i | f_i; i = 1, 2, 3, \dots, n$ -এর গড়মান হয়

- a) $\frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$ b) $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_i x_i$ c) $\frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n x_i}$ d) $\frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n i}$

4. x_1, x_1, \dots, x_n পর্যবেক্ষণগুলোর গড় \bar{x} হলে $x_1 + a, x_2 + a, \dots, x_n + a$ এর গড় কত?

- a) $a\bar{x}$ b) $\bar{x} + a$ c) $\bar{x} - a$ d) $\frac{\bar{x}}{a}$

5. নীচের পরিসংখ্যা বণ্টনটি লক্ষ্য করো :

শ্রেণি	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25
পরিসংখ্যা	13	10	15	8	11

এখানে মধ্যমা শ্রেণির উপরসীমা কত?

- a) 5 b) 10 c) 15 d) 20

6. সীমাবদ্ধ তথ্যের ক্ষেত্রে, বৃহত্তর সূচক ওজিব ও ক্ষুদ্রতর সূচকের ওজিবের ছেদবিন্দুর ভূজ পরিসংখ্যা বিভাজনটির কি নির্দেশ করে?

- a) গড় b) মধ্যমা c) সংখ্যা গুরুমান d) কোনটিই নয়।

7. নিম্নলিখিত পরিসংখ্যা বিভাজনের ক্ষেত্রে মধ্যমা শ্রেণি ও সংখ্যাগুরু শ্রেণির নিম্নসীমার যোগফল কত?

শ্রেণি	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25
পরিসংখ্যা	10	15	12	20	9

- a) 15 b) 25 c) 30 d) 35

8.

নম্বর	ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা
10 এর নীচে	3
20 এর নীচে	12
30 এর নীচে	27
40 এর নীচে	57
50 এর নীচে	75
60 এর নীচে	80

উপরের পরিসংখ্যা বিভাজনটির সংখ্যাগুরু শ্রেণি কোনটি?

- a) 10-20 b) 20-30 c) 30-40 d) 50-60

9.

প্রাপ্ত নম্বর	ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা
0 এর সমান বা এর বেশি	63
10 এর সমান বা এর বেশি	58
20 এর সমান বা এর বেশি	55
30 এর সমান বা এর বেশি	51
40 এর সমান বা এর বেশি	48
50 এর সমান বা এর বেশি	42

উপরের পরিসংখ্যা বিভাজনটির 30-40 শ্রেণির পরিসংখ্যা কত?

- a) 3 b) 4 c) 48 d) 51

10. সীমাবদ্ধ তথ্যের গড় নির্ণয় করার সময় পরিসংখ্যাগুলোকে ধরা হয়—

- a) সমগ্র শ্রেণিতে সমানভাবে বণ্টিত।
b) শ্রেণির শ্রেণি মধ্যমানে কেন্দ্রীভূত।
c) শ্রেণির নিম্নসীমায় কেন্দ্রীভূত।
d) শ্রেণির উর্ধ্বসীমায় কেন্দ্রীভূত।

শূন্যস্থান পূরণ করো :

11. 2, x , 3, 4, 5, 2, 4, 6 যেখানে $x = 4$, স্কোর গুচ্ছের সংখ্যাগুরুমান হল _____।
12. প্রথম 673 টি স্বাভাবিক সংখ্যার গড় হল _____।
13. একক সংখ্যাগুরু মান যুক্ত স্কোর এর গড় ও মধ্যমার মান যদি যথাক্রমে 34.5 ও 32.5 হয়, তাহলে স্কোরগুলোর সংখ্যা গুরুমান হবে _____।

14. 1, 3, 5, 7, ..., 99 পর্যবেক্ষণগুলোর গড় হল _____।
15. যদি $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8$ পর্যবেক্ষণগুলোর মধ্যমা m হয়, তাহলে x_3, x_4, x_5, x_6 পর্যবেক্ষণগুলোর মধ্যমা হবে _____, যেখানে $x_1 < x_2 < x_3 < x_4 < x_5 < x_6 < x_7 < x_8$ ।
16. যদি 26, 19, 15, 24 এবং x এর গড় x হয় তাহলে তাদের মধ্যমা হবে _____।

অতি সংক্ষিপ্ত প্রশ্নের উত্তর দাও :

1. গড়ের সংজ্ঞা দাও।
2. কোনো পরিসংখ্যা বন্টনের চলরাশিগুলো থেকে গড় বিচ্যুতির বীজগাণিতিক যোগফল কি?
3. গড়, মধ্যমা ও সংখ্যাগুরুমানের স্থূল সম্পর্কটি লিখ।
4. ক্ষুদ্রতর সূচক ওজিব ও বৃহত্তর সূচক ওজিব এর ছেদ বিন্দুর ভূজ কোন্ কেন্দ্রীয় প্রবণতা পরিমাপ করে?
5. নিম্নলিখিত পরিসংখ্যা বন্টনের সংখ্যাগুরু শ্রেণিটি লিখ।

শ্রেণি	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40
পরিসংখ্যা	30	35	75	40	30	15

6. নিম্নলিখিত পরিসংখ্যা বন্টনের মধ্যমা শ্রেণিটি লিখ।

শ্রেণি	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
পরিসংখ্যা	5	8	7	12	28	20	10	10

7. 10-25 এবং 35-55 শ্রেণিগুলোর মধ্যমান নির্ণয় করো।

8. নীচের বন্টনটির মধ্যমা শ্রেণি নির্ণয় করো।

শ্রেণি	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
পরিসংখ্যা	4	4	8	10	12	8	4

9. নীচের বন্টনটির মধ্যমা শ্রেণি ও সংখ্যাগুরু শ্রেণির নিম্নসীমার পার্থক্য লিখ।

শ্রেণি	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
পরিসংখ্যা	5	8	7	12	28	20	10	10

সংক্ষিপ্ত প্রশ্নের উত্তর দাও :

1. নীচের বন্টনটির গড় নির্ণয় করো।

শ্রেণি	1-3	3-5	5-7	7-10
পরিসংখ্যা	9	22	27	17

2. নীচের তথ্যগুলো থেকে গড় নির্ণয় করো :

শ্রেণি	3.5-7.5	7.5-11.5	11.5-15.5	15.5-19.5
পরিসংখ্যা	5	4	9	10

3. একটি বিমানে যাত্রীদের জন্য 120 টি আসন আছে। নীচের টেবিলে 100 টি যাত্রায় ব্যবহৃত আসনের সংখ্যা দেওয়া আছে।

আসনের সংখ্যা	100-104	104-108	108-112	112-116	116-120
পরিসংখ্যা	15	20	32	18	15

প্রতিযাত্রায় ব্যবহৃত গড় আসনের সংখ্যা নির্ণয় করো।

4. একজন প্রস্তুতকারক একই মডেলের 50 টি গাড়ির মাইলেজ (কিমি প্রতি লিটার) পরীক্ষা করলেন ও নিম্নের ছকে এগুলো তালিকাভুক্ত করা হল।

মাইলেজ (কিমি/লিটার)	10-12	12-14	14-16	16-18
গাড়ির সংখ্যা	7	12	18	13

গড় মাইলেজ নির্ণয় করো।

5. নিম্নে 40 জন ব্যক্তির ওজনের (কেজিতে) বণ্টন দেওয়া আছে।

ওজন (কেজিতে)	40-45	45-50	50-55	55-60	60-65	65-70	70-75	75-80
পরিসংখ্যা	4	4	13	5	6	5	2	1

উপরের তথ্যের জন্য ক্রমবৈশিষ্ট্য পরিসংখ্যা বিভাজন (ক্ষুদ্রতর সূচকে) ছক তৈরি করো।

6. নীচের ছকটি একটি পরীক্ষাতে 800 জন ছাত্র ছাত্রীর নম্বরের ক্রমবৈশিষ্ট্য পরিসংখ্যা বিভাজন নির্দেশ করে:-

নম্বর	ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা
10 এর নীচে	10
20 এর নীচে	50
30 এর নীচে	130
40 এর নীচে	270
50 এর নীচে	440
60 এর নীচে	570
70 এর নীচে	670
80 এর নীচে	740
90 এর নীচে	780
100 এর নীচে	800

উপরিউক্ত তথ্যের জন্য একটি পরিসংখ্যা বিভাজন তৈরি করো।

7. নীচের তথ্য থেকে একটি পরিসংখ্য বিভাজন ছক তৈরি করো—

নম্বর (90 এর মধ্যে)	পরীক্ষার্থীর সংখ্যা
80 থেকে বেশি বা এর সমান	4
70 থেকে বেশি বা এর সমান	6
60 থেকে বেশি বা এর সমান	11
50 থেকে বেশি বা এর সমান	17
40 থেকে বেশি বা এর সমান	23
30 থেকে বেশি বা এর সমান	27
20 থেকে বেশি বা এর সমান	30
10 থেকে বেশি বা এর সমান	32
0 থেকে বেশি বা এর সমান	34

8. নিম্নে একটি শ্রেণির 50 জন ছাত্রছাত্রীর প্রাপ্ত নম্বরের ক্রমবৈজ্ঞানিক পরিসংখ্য বিভাজন দেখানো হল।

নম্বর	20 এর নীচে	40 এর নীচে	60 এর নীচে	80 এর নীচে	100 এর নীচে
ছাত্রছাত্রীদের সংখ্যা	17	22	29	37	50

উপরিউক্ত তথ্যের একটি পরিসংখ্য বিভাজন তৈরি করো।

9. 600 পরিবারের সপ্তাহিক আয়ের তালিকার ছক নিম্নরূপ :

সপ্তাহিক আয় (টাকায়)	পরিবারের সংখ্যা
0 – 1000	250
1000–2000	190
2000–3000	100
3000–4000	40
4000 – 5000	15
5000 – 6000	5

আয়ের মাধ্যমে নির্ণয় করো।

10. 100 পরিবারের মাসিক আয় নিম্নরূপ

আয় (টাকায়)	পরিবারের সংখ্যা
0 – 5000	8
5000–10,000	26
10,000–15,000	41
15,000–20,000	16
20,000 – 25,000	3
25,000 – 30,000	3
30,000 – 35,000	2
35,000 – 40,000	1

আয়ের সংখ্যাগুরুমান নির্ণয় কর।

11. নিম্নলিখিত ছকে 70 টি কফির প্যাকেটের ওজন তালিকাভদ্ধ করা আছে

ওজন (গ্রামে)	প্যাকেটের সংখ্যা
200 – 201	12
201– 202	26
202 – 203	20
203 – 204	9
204 – 205	2
205 – 206	1

ওজনের সংখ্যাগুরু মান নির্ণয় কর

দীর্ঘ উত্তরধর্মী প্রশ্নের উত্তর :

1. নীচের তথ্য থেকে একটি শহরে বসবাসকারী 100 জনের গড় বয়স নির্ণয় করো।

বয়স (বছরে)	ব্যক্তির সংখ্যা
0 এর সমান বা এর উপরে	100
10 এর সমান বা এর উপরে	90
20 এর সমান বা এর উপরে	75
30 এর সমান বা এর উপরে	50
40 এর সমান বা এর উপরে	25
50 এর সমান বা এর উপরে	15
60 এর সমান বা এর উপরে	5
70 এর সমান বা এর উপরে	0

2. নিম্নলিখিত ছকে 70 টি চায়ের প্যাকেটের ওজনের তালিকা দেওয়া আছে।

ওজন (গ্রামে)	প্যাকেটের সংখ্যা
200 – 201	13
201– 202	27
202 – 203	18
203 – 204	10
204 – 205	1
205 – 206	1

প্যাকেটগুলোর গড় ওজন নির্ণয় করো।

3. নীচের ছকে 1000 জন ব্যক্তির (যাদের প্রত্যেকের 20 বয়স অথবা 20 এর উপরে) ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যান ক্ষুদ্রতর সূচকে দেওয়া আছে। গড় বয়স নির্ণয় করো।

বয়স (বছরে)	ব্যক্তির সংখ্যা
30 বছর এর নীচে	100
40 বছর এর নীচে	220
50 বছর এর নীচে	350
60 বছর এর নীচে	750
70 বছর এর নীচে	950
80 বছর এর নীচে	1000

4. নিম্নলিখিত ছকে 70 টি প্যাকেট হলুদ এর ওজন দেওয়া আছে। এই ডাটার জন্য ক্ষুদ্রতর সূচকে ওজীব অঙ্কন কর এবং এর ব্যবহার কর ওজনের মধ্যমা নির্ণয় করো।

ওজন (গ্রামে)	প্যাকেটের সংখ্যা
200 – 201	13
201– 202	27
202 – 203	18
203 – 204	10
204 – 205	1
205 – 206	1

5. একটি শহরের 66 দিনের বৃষ্টিপাতের পরিমাণ নিম্নলিখিত ছকে তালিকাভুক্ত করা আছে।

বৃষ্টিপাতের পরিমাণ (সেমিতে)	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
দিনের সংখ্যা	22	10	8	15	5	6

বৃষ্টির সূচক ও ক্ষুদ্রতর সূচক ওজিব ব্যবহারে করে বৃষ্টিপাতের মধ্যমা নির্ণয় করো।

6. 200 টি পরিবারের উপর জরিপ করে দেখা গেছে তাদের কৃষিজাত ধারণের আকার নিম্নরূপ :

কৃষিজাত ধারণের আকার (হেক্টরে)	পরিবারের সংখ্যা
0-5	10
5-10	15
10-15	30
15-20	80
20-25	40
25-30	20
30-35	5

কৃষিজাত ধারণের আকারের মধ্যমা ও সংখ্যাগুরু মান নির্ণয় করো।

7. নিম্নলিখিত ছকটি 280 জন ব্যক্তির বেতন প্রদর্শন করে

বেতন (হাজার টাকায়)	ব্যক্তির সংখ্যা
5-10	49
10-15	133
15-20	63
20-25	15
25-30	6
30-35	7
35-40	4
40-45	2
45-50	1

উপরের তথ্যগুলোর মধ্যমা ও সংখ্যাগুরু মান নির্ণয় করো।

8. নীচের ছকটি একটি মোবাইলে 100 টি ফোন কল-এর সময়সীমার পরিসংখ্যা বিভাজনের।

সময়সীমা (সেকেন্ডে)	কল-এর সংখ্যা
95 – 125	14
125 – 155	22
155 – 185	28
185 – 215	21
215 – 245	15

ফোন কলের গড় সময়সীমা নির্ণয় কর। ক্রমবোদ্ধিক পরিসংখ্যা রেখা ব্যবহার করে মধ্যমা নির্ণয় করো।

9. নিম্নলিখিত তথ্য হতে গড়, মধ্যমা ও সংখ্যাগুরু মান নির্ণয় করো।

শ্রেণি	0-50	50-100	100-150	150-200	200-250	250-300	300-350
পরিসংখ্যা	2	3	5	6	5	3	1

10. নিম্নলিখিত তথ্য হতে গড়, মধ্যমা ও সংখ্যাগুরু মান নির্ণয় করো।

শ্রেণি	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100	100-120	120-140
পরিসংখ্যা	6	8	10	12	6	5	3

উত্তরমালা

অতি সংক্ষিপ্ত উত্তর :

সঠিক উত্তর বাছাই করো—

1. (c) 2. (c) 3. (a) 4. (b) 5. (c) 6. (b) 7. (b) 8. (c) 9. (a) 10. (b)

শূন্যস্থান পূরণ কর :

11. 4 12. 337 13. 28.5 14. 50 15. m 16. 21

অতি সংক্ষিপ্ত প্রশ্নের উত্তর দাও :

2. 0 3. সংখ্যাগুরু মান = $3 \times$ মধ্যমা $- 2 \times$ গড় 4. মধ্যমা 5. 20-25 6. 40-50
7. 17.5 এবং 45 8. 30-40 9. 0

সংক্ষিপ্ত প্রশ্নের উত্তর দাও :

1. 5.5 2. 12.93 3. 109.92 4. 14.98 কিমি/লিটার

5.

ওজন (কেজিতে)	ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা
45 এর নিচে	4
50 এর নিচে	8
55 এর নিচে	21
60 এর নিচে	26
65 এর নিচে	32
70 এর নিচে	37
75 এর নিচে	39
80 এর নিচে	40

6.

শ্রেণি	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
পরিসংখ্যা	10	40	80	140	170	130	100	70	40	20

7.

শ্রেণি	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
পরীক্ষার্থীর সংখ্যা	2	2	3	4	6	6	5	2	4

8.

নম্বর	0-20	20-40	40-60	60-80	80-100
ছাত্রছাত্রীর সংখ্যা	17	5	7	8	13

9. 1263.15 টাকা 10. 11,875 টাকা 11. 201.7 গ্রাম

দীর্ঘ উত্তরধর্মী প্রশ্নের উত্তর :

1. 31 বছর 2. 201.96 গ্রাম 3. 51.3 বছর 4. 201.8 গ্রাম 5. 21.25 সেমি
6. মধ্যমা = 17.81, সংখ্যাগুরুমান = 17.77 7. মধ্যমা = 13421, সংখ্যাগুরুমান = 12727
8. গড় 170.3 সেকেন্ড, মধ্যমা 170 সেকেন্ড 9. মধ্যমা = 170.83, গড় = 169, সংখ্যাগুরুমান = 175
10. মধ্যমা = 61.66, গড় 62.4, সংখ্যাগুরুমান = 65

অধ্যায়-15

সম্ভাবনা (PROBABILITY)

মূল বিষয় ও সূত্রাবলি :

সমসম্ভব ফলাফলযুক্ত একটি সসীম নমুনাদেশে, একটি ঘটনা E এর সম্ভাবনা, যা P(E) দ্বারা সূচিত হয় তা নিম্নরূপে সংজ্ঞায়িত :

$$P(E) = \frac{\text{E ঘটনার অনুকূলে ফলাফলের সংখ্যা}}{\text{পরীক্ষার সকল সম্ভাব্য ফলাফল সংখ্যা}}$$

অর্থাৎ, $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$, যেখানে, S হল সম্ভাব্য ফলাফলের সেট, যাকে নমুনাদেশ বলে।

সংক্ষিপ্তসার :

1. $0 \leq P(E) \leq 1$, যে-কোনো ঘটনা E -এর জন্য।
2. P (নিশ্চিত ঘটনা) = 1, P (নমুনাদেশ ঘটনা) = 1
3. P (অসম্ভব ঘটনা) = 0
4. $P(\bar{E}) = 1 - P(E)$

অনুশীলনী-15

বিভাগ-ক (প্রতিটির মান-1)

1. শূন্যস্থান পূরণ করো :
 - a) ——— হল একটি ধারণা যা একটি ঘটনা মাত্রকে সংখ্যায় প্রকাশ করে।
 - b) একটি অসম্ভব ঘটনার সম্ভাবনা হল————।
 - c) একটি নিশ্চিত ঘটনার সম্ভাবনা হল ———।
 - d) যে-কোনো ঘটনা E এর জন্যে, $P(E) + P(E \text{ নয়}) = \text{————}$ ।
 - e) একটি পরীক্ষার সকল ফলাফলগুলোর সম্ভাবনার সমষ্টি হল ———।
 - f) একটি মুদ্রাকে একবার টস করা হলে টেল পাওয়ার সম্ভাবনা হল————।
 - g) একটি লুডোর ছক্কে ছোড়া হলে 6 অপেক্ষা বেশি পাওয়ার সম্ভাবনা হল ———।
 - h) দুটি মুদ্রাকে একত্রে টস করা হলে, ঠিক দুটি হেড পাওয়ার সম্ভাবনা হল————

2. সঠিক উত্তরটি নির্বাচন করা :

a) নিম্নলিখিতগুলোর মধ্যে কোনটি একটি ঘটনার সম্ভাবনা হতে পারে না ?

i) $\frac{1}{2}$ ii) 0.6 iii) 4% iv) $\frac{14}{13}$

b) যদি কোনো একটি ঘটনার সম্ভাবনা p হয়, তবে ইহার পূরক ঘটনার সম্ভাবনা হবে—

i) $p-1$ ii) p iii) $1-\frac{1}{p}$ iv) $1-p$

c) একটি নির্দিষ্ট ঘটনার সম্ভাবনাকে শতকরায় প্রকাশ করলে কখনো—

i) 100 অপেক্ষা কম হতে পারে না ii) 0 অপেক্ষা কম হতে পারে না iii) 1 অপেক্ষা বেশি হতে পারে না
iv) যে কোনো কিন্তু একটি পূর্ণ সংখ্যা হতে পারে না।

d) একটি ব্যাগে 3টি সাদা এবং 5টি লাল বল আছে। যদি উদ্দেশ্যহীনভাবে একটি বল তোলা হয়, তবে তোলা বলটি লাল হওয়ার সম্ভাবনা হল—

i) $\frac{3}{8}$ ii) $\frac{5}{8}$ iii) $\frac{3}{15}$ iv) $\frac{5}{15}$

e) একটি লুডোর ছক্কা গড়িয়ে দেওয়া হলে একটি যুগ্ম সংখ্যা পাওয়ার সম্ভাবনা হল—

i) $\frac{1}{6}$ ii) $\frac{1}{36}$ iii) $\frac{1}{2}$ iv) কোনটাই নয়।

f) 1 থেকে 100 পর্যন্ত লেখা এক প্যাকেট কার্ড থেকে একটি কার্ড টানা হল। টানা কার্ডটিতে লেখা সংখ্যাটি পূর্ণবর্গ হওয়ার সম্ভাবনা হল—

i) $\frac{1}{10}$ ii) $\frac{9}{100}$ iii) $\frac{1}{100}$ iv) $\frac{2}{100}$

g) যদি একটি ঘটনা A এর সম্ভাবনাকে $P(A)$ দ্বারা চিহ্নিত করা হয়, তবে

i) $P(A) < 0$ ii) $P(A) > 1$ iii) $0 \leq P(A) \leq 1$ iv) $-1 \leq P(A) \leq 1$

h) একটি লুডোর ছক্কা নিক্ষেপ করা হলে, 3 অপেক্ষা কম অযুগ্ম সংখ্যা পাওয়ার সম্ভাবনা হল

i) $\frac{1}{6}$ ii) $\frac{1}{3}$ iii) $\frac{1}{2}$ iv) 0

i) 400 টি ডিমের একটি লট থেকে একটি খারাপ ডিম পাওয়ার সম্ভাবনা হল 0.035। এই লটে খারাপ ডিমের সংখ্যা হল—

i) 21 ii) 14 iii) 7 iv) 28

j) কোনো একজন 1 হতে 20 পর্যন্ত সংখ্যা হতে একটি সংখ্যা নিতে বলল। সংখ্যাটি মৌলিক সংখ্যা হওয়ার সম্ভাবনা হল—

i) $\frac{1}{5}$ ii) $\frac{9}{20}$ iii) $\frac{2}{5}$ iv) $\frac{7}{20}$

3. অতি সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্ন :

- একটি মুদ্রাকে দুবার টস করা হল। এর সম্ভাব্য ফলাফলগুলো তালিকাভুক্ত করো।
- দুটি লুডোর ছক্কা একত্রে একবার নিক্ষেপ করা সংখ্যা দুয়ের যোগফল 10 পাওয়ার সম্ভাবনা কত?
- উত্তমরূপে মেশানো 52 টি তাসের একটি প্যাকেট হতে উদ্দেশ্যহীনভাবে একটি তাস তোলা হল। তোলা তাসটি একটি ফেইস কার্ড হওয়ার সম্ভাবনা কত?
- দুটি লুডোর ছক্কা একত্রে নিক্ষেপ করা হলে, একই সংখ্যা জোড় পাওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় করো।
- একটি বাক্সে 8টি লাল, 2টি কালো এবং 5টি সাদা বল রয়েছে। উদ্দেশ্যহীন ভাবে একটি বল তোলা হল। তোলা বলটি কালো না হওয়ার সম্ভাবনা কি হবে?
- একটি লটারি খেলায় 8 টি টিকিটে পুরস্কার আছে এবং 16 টি টিকিটে কোনো পুরস্কার নেই। একটি পুরস্কার পাওয়ার সম্ভাবনা কত?
- উত্তমরূপে মেশানো 52 টি তাসের প্যাকেট হতে উদ্দেশ্যহীনভাবে একটি তাস তোলা হল। তোলা তাসটি 6 হওয়ার সম্ভাবনা কত হবে?

বিভাগ-খ (প্রতিটির মান-2)

সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্ন :

- একটি ব্যাগে 5টি লাল, 8টি সাদা এবং 7টি কালো বল রয়েছে। যদি উদ্দেশ্যহীনভাবে একটি বল তোলা হয়, তবে বলটি 'সাদা' না হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় করো।
- একটি বাক্সে 1 থেকে 20 পর্যন্ত লেখা 20টি বল রয়েছে। বাক্সটি হতে উদ্দেশ্যহীনভাবে একটি বল তোলা হলে, বলটিতে লেখা সংখ্যাটি যুগ্ম হওয়ার সম্ভাবনা কত হবে?
- 52টি তাসের একটি প্যাকেট থেকে চিড়িতনের রাজা, রানী এবং গোলাম তাসটি ফেলে দিয়ে উত্তমরূপে মেশানো হল। অবশিষ্ট কার্ডগুলো থেকে একটি কার্ড নির্বাচন করা হল। কার্ডটি রাজা হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় করো।
- একটি ব্যাগে 6টি লাল বল এবং কিছু নীল বল রয়েছে। যদি একটি নীল বল তোলার সম্ভাবনা একটি লাল বল তোলার সম্ভাবনার তিনগুণ হয়। তবে ঐ ব্যাগে নীল বলের সংখ্যা নির্ণয় করো।
- উদ্দেশ্যহীনভাবে ইংরেজি বর্ণমালা হতে একটি বর্ণ নির্বাচন করা হল। নির্বাচিত বর্ণমালাটি একটি ব্যাঞ্জনবর্ণ হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় করো।
- যদি একটি খেলায় জয়লাভ করার সম্ভাবনা 0.4 হয়, তবে ঐ খেলায় পরাজিত হওয়ার সম্ভাবনা কত হবে?
- একটি ব্যাগে 2,3,4,....., 11 লেখা কতগুলো কার্ড রয়েছে। এই ব্যাগ হতে একটি কার্ড তোলা হল। কার্ডটিতে লেখা সংখ্যাটি মৌলিক সংখ্যা না হওয়ার সম্ভাবনা কত হবে?
- উত্তমরূপে মেশানো 52টি তাসের একটি প্যাকেট থেকে উদ্দেশ্যহীনভাবে একটি তাস তোলা হল। তাসটি (i) একটি লাল রঙের 8 (ii) একটি ইস্কাবন হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় করো।

- 9) একটি এক টাকার মুদ্রা তিনবার টস করা হলে, এর সম্ভাব্য ফলাফলগুলো কী হবে?
- 10) 52টি তাসের একটি প্যাকেট থেকে সবগুলো কালো রঙের ফেইস কার্ডগুলো বের করে নেওয়ার পর অবশিষ্ট তাসগুলো উত্তমরূপে মিশিয়ে একটি তাস উদ্দেশ্যহীনভাবে তোলা হল। তাসটি (i) একটি ফেইস কার্ড (ii) একটি লাল কার্ড হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় করো।
- 11) দুটি মুদ্রাকে একত্রে টস করা হল। কমপক্ষে একটি হেড পাওয়ার সম্ভাবনা কি হবে?
- 12) 2, 3, 4, 16 সংখ্যাগুলো হতে উদ্দেশ্যহীনভাবে একটি সংখ্যা নির্বাচন করা হল? নির্বাচিত সংখ্যাটি 4 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় করো।

বিভাগ-গ (প্রতিটির মান-3/4)

দীর্ঘ উত্তরধর্মী প্রশ্ন :

- 1) তিনটি বোকশূন্য মুদ্রা একত্রে টস করা হল। তবে
 - (i) কমপক্ষে দুটি হেড (ii) সর্বাধিক দুটি হেড পাওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় করো।
- 2) দুটি লুডোর ছক্কা একত্রে নিক্ষেপ করা হল। ছক্কার উপরিতলে প্রাপ্ত সংখ্যা দুটির গুণফল (i) 6 (ii) 12 হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় কর।
- 3) (i) 2019 (ii) 2020 সালে 53টি শুরুর পাওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় করো।
- 4) 1থেকে 30 পর্যন্ত 30টি কার্ড আছে। উদ্দেশ্যহীনভাবে একটি কার্ড তোলা হল। তোলা কার্ডটির সংখ্যাটি 3 দ্বারা বিভাজ্য না হওয়ার সম্ভাবনা নির্ণয় করো।
- 5) একটি ব্যাগের 24টি মার্বেলের মধ্যে x সংখ্যক লাল, $2x$ সংখ্যক সাদা এবং $3x$ সংখ্যক নীল রঙের। উদ্দেশ্যহীনভাবে একটি মার্বেল নির্বাচিত করা হল। মার্বেলটি (i) লাল নয়? (ii) সাদা হওয়ার সম্ভাবনা কত হবে?
- 6) বাস A-তে রাখা 25 টি চিরকুটের (slip) মধ্যে 19 টিতে 1 টাকা এবং অবশিষ্টগুলোতে 5 টাকা লেখা হয়েছে। বাস B-তে রাখা 50টি চিরকুটের মধ্যে 45টিতে 1 টাকা এবং অবশিষ্টগুলোতে 13 টাকা লেখা হয়েছে। উভয় বাসের চিরকুটগুলোকে তৃতীয় একটি বাসে ঢালা হল এবং উত্তমরূপে মেশানো হল। উদ্দেশ্যহীনভাবে একটি চিরকুট তোলা হলে, এটি 1 টাকা ছাড়া অন্য কিছু লেখা হওয়ার সম্ভাবনা কী হবে?

উত্তরমালা

বিভাগ-ক

1. (a) সম্ভাবনা (b) 0 (c) 1 (d) 1 (e) 1 (f) $\frac{1}{2}$ (g) 0 (h) $\frac{1}{4}$
2. (a) iv (b) iv (c) ii (d) ii (e) iii (f) i (g) iii (h) i (i) ii (j) iii
3. (a) {HH, TT, HT, TH} (b) $\frac{1}{12}$ (c) $\frac{3}{13}$ (d) $\frac{1}{6}$ (e) $\frac{13}{15}$ (f) $\frac{1}{3}$ (g) $\frac{1}{13}$

বিভাগ-খ

- (1) $\frac{3}{5}$ (2) $\frac{1}{2}$ (3) $\frac{3}{49}$ (4) 18 (5) $\frac{21}{26}$ (6) 0.6 (7) $\frac{1}{2}$ (8) i. $\frac{1}{26}$ ii. $\frac{1}{4}$
- (9) {HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT} (10) i. $\frac{3}{23}$ ii. $\frac{13}{23}$
- (11) $\frac{3}{4}$ (12) $\frac{4}{15}$

বিভাগ-গ

- (1) i. $\frac{1}{2}$ ii. $\frac{7}{8}$ (2) i. $\frac{1}{9}$ ii. $\frac{1}{6}$ (3) i. $\frac{1}{7}$ ii. $\frac{2}{7}$ (4) $\frac{2}{3}$ (5) i. $\frac{5}{6}$ ii. $\frac{1}{3}$
- (6) i. $\frac{11}{75}$